

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

wirklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Schwed. Nordsternordens, des Königl. Preufsischen Rothen Adlerordens dritter Classe, des Kaiserl. Russischen Stanislausordens derselben Classe und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm und Göttingen, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.



Funfzehnter Band.

mit 1 Kupfertafel, 2 Steindrücken, 2 Beilagen, einem Inhaltsverzeichnifs und einem Register.

Altona 1838.

gedruckt in der *Hammerich-* und *Lesser*'schen Buchdruckerei

I n h a l t.

Nr. 353.

Nr. 354.

Nr. 355.

Nr. 356. 357.

Beilage zu Nr. 357.

Nr. 358. 359.

Nr. 360.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 337.

Ueber den astronomischen Gebrauch der Mondkarte.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

Die beobachtende Astronomie hat von dem, was seit *Galilei* und *Hevel* in der speciellen Mondkunde geleistet worden, noch keinen allgemeinen Nutzen ziehen können. Ueberall, wo der Mondsort, absolut oder in Beziehung auf ein anderes Object, in Betrachtung gezogen ward, geschah dies unter der Voraussetzung, daſs uns der Mond als eine kreisförmige Scheibe von gegebenem Halbmesser erscheine, und wenn man selbst die das Resultat direct afficirenden Ungleichheiten des Randes weder bei der Beobachtung noch bei der Berechnung weiter berücksichtigte, nahm man noch weniger Notiz von dem, was sich im Innern der Scheibe darstellte.

Der bisherige mangelhafte Zustand unserer selenographischen Kenntnisse rechtfertigt dies Verfahren vollkommen; kein praktischer Astronom kann und wird Data zum Grunde seiner Berechnungen legen wollen, deren Unsicherheiten bei weitem die Fehler, welche er der Wahrnehmung selbst aufbürden zu müssen glaubt, übersteigen. Der Grad von Genauigkeit, der durch Vervollkommnung der Instrumente und Beobachtungsmethoden gegenwärtig erreicht werden kann, läſst den, welchen die Mondkarten in Bezug auf ihre einzelnen Punkte gewähren konnten, weit hinter sich zurück.

Nicht als ob ich glaubte, daſs die von Herrn *Wilhelm Beer* und mir bearbeitete Mappa selenographica schon allein im Stande wäre, dieses ungünstige Verhältniſs aufzuheben, da selbst die 106 Punkte erster Ordnung, deren selenographische Oerter wir in unserer binnen Kurzem erscheinenden Mondbeschreibung mittheilen werden, wohl noch nicht hinreichend genau sind, um sofort als Fundamentalörter angewandt werden zu können, sondern in der Ueberzeugung, daſs wir nach dem Anerkenntniſs aller sachkundigen Beurtheiler, dem Ziele näher gerückt sind, und daſs ein consequentes Fortschreiten auf dem von uns betretenen Wege noch weit näher führen müsse, halte ich es für keine unfruchtbare oder unzeitige Speculation, diejenige Klasse von Aufgaben, bei denen der Mond beobachtet wird, näher zu betrachten und zu untersuchen, ob und auf welche Weise einem Fortschritt in der speciellen Selenographie auch eine allgemeinere Bedeutung für die Praxis des Beobachtens gegeben werden könne.

Ich beginne mit den seit mehreren Jahrzehenden ziemlich vernachlässigten Mondfinsternissen. Einige mehr gelegentliche Wahrnehmungen über die Farbe des verfinsterten Mondes abgerechnet, findet man aus dieser Zeit nichts, das unsre Kenntniſs dieses Phänomens zu vervollständigen geeignet wäre. Zu einer Zeit, wo man im Allgemeinen zufrieden seyn muſste, wenn die Länge eines Ortes bis auf $5''$ in Zeit bekannt war, wandten *Lambert* und andere Astronomen die Beobachtung des Ein- und Austrittes der einzelnen Mondflecke in den Erdschatten zur Ermittelung der Längendifferenzen an. Man wuſste bereits, daſs die Beobachtungen den Halbmesser des Schattens gröſser als die Berechnung ergaben, allein seit *Mayer* war dieser Umstand nicht weiter untersucht worden, und die Beobachtung der einzelnen Mondflecke ward nach und nach, als zu ungenau für Längenbestimmungen, wieder aufgegeben.

Allein die Bestimmung der wahren Gröſse des Erdschattens, so wie des Verhaltens des Mondes und seiner einzelnen Oberflächentheile während der Finsterniſs ist zu wichtig für die physikalische Kenntniſs beider Weltkörper, als daſs sie nicht aufs Neue der Gegenstand astronomischer Untersuchungen zu werden verdiente; und je seltner dem Einzelnen die Gelegenheit zu Theil wird, eine hierzu geeignete Finsterniſs gut zu beobachten, desto mehr muſs man wünschen, daſs die vereinigten Kräfte Mehrerer dieser Aufgabe gewidmet würden, die übrigens nur eine genäherte Zeitbestimmung voraussetzt, und deshalb auch von Solchen angestellt werden kann, denen keine eigentliche Sternwarte zu Gebot steht.

In den hier folgenden Formeln für die Vorausberechnung des Ein- und Austritts der Mondflecke ist Rücksicht auf diejenigen Correctionen genommen, welche ihren Grund in der Abplattung der Erde, der für jeden Mondfleck verschiedenen Parallaxe und der Libration haben.

Die Bezeichnungen, welche ich anwenden werde, sind die folgenden:

T = Zeit des Vollmondes.
α, α' = Rectascension des Mondes und der Sonne.
δ, δ' = Declination — — —
λ, λ' = Länge — — —

β = Breite des Mondes und der Sonne.

π, π' = Parallaxe ——— ——— ———

ρ, ρ' = Halbmesser——— ——— ———

λ_0 = mittlere Mondlänge.

l = Libration des Mondes in Länge, positiv wenn sie die Flecke von West nach Ost verschiebt.

b = Libration der Breite, positiv, wenn sie die Flecke von Nord nach Süd verschiebt.

M = Winkel der relativen (auf das Schattencentrum bezogenen) Mondbewegung mit der Ecliptik.

Φ = Winkel der relativen Mondbewegung mit dem Parallel des Erdäquators.

C = Winkel des durch die Mondmitte gezogenen Mondmeridians mit dem Breitenkreise.

m = Stündliche relative Bewegung des Mondes.

λ'' = selenographische Länge des Mondflecks, westlich positiv.

β'' = selenographische Breite des Mondflecks, nördlich positiv.

F = Abstand des Flecks von der scheinbaren Mondmitte, im Bogen der Mondkugel gemessen.

$\left.\begin{matrix} L \\ B \end{matrix}\right\}$ = Geocentr. Abstand des Mondflecks vom Schattencentro in Länge und Breite, beides auf die relative Mondsbahn bezogen, zur Zeit der Mitte der Finsternifs.

e = Excentricität des Erdsphäroids.

A = Aequatorealaxe } des elliptischen Schattendurchschnitts.

P = Polaraxe } des elliptischen Schattendurchschnitts.

S = halbe Sehne der Schattenellipse, die der Mondfleck durchläuft.

D = halbe Dauer der Verfinsterung des Mondflecks.

$\Delta\alpha$, $\Delta\alpha'$..... mögen die stündlichen Veränderungen der Elemente α, α'.... bezeichnen.

Unter der Voraussetzung, dafs die Grenze des uns sichtbaren Schattens in der Gegend des Centrums der Mondkugel durch eine vom letzten Sonnenrande ausgehende und die Oberfläche der Erde berührende Lichttangente bestimmt werde, hat man für die Axen desselben

$$(1)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} A &= \pi + \pi' - \rho' \\ P &= \sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \delta')}(\pi + \pi') - \rho'. \end{aligned}\right.$$

Die stündliche Bewegung des Mondes und ihren Winkel mit der grofsen Axe der Schattenellipse durch

$$(2)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} m \sin \Phi &= \Delta\delta + \Delta\delta' \\ m \cos \Phi &= \Delta\alpha \cos\delta - \Delta\alpha' \cos\delta'. \end{aligned}\right.$$

Denkt man sich mit der halben grofsen Axe des Schattens einen Kreis um dieselbe beschrieben, dessen Projection die Ellipse ist, so entspricht dem Winkel Φ ein andrer im Kreise, der durch ψ bezeichnet werden mag, und man hat

$$\left.\begin{aligned} tg\,\psi &= \frac{A}{P} \cdot tg\,\Phi \\ S &= \frac{\cos\psi}{\cos\Phi}\sqrt{\left(A^2 - \left(\frac{B \sin\psi}{\sin\Phi}\right)^2\right)}\left(1 + \frac{\pi \sin\rho \cos F}{A}\right) \\ D &= \frac{S}{m}. \end{aligned}\right\}\ldots(3)$$

Diese Formeln würden streng seyn, wenn während der Finsternifs die Bewegung des Mondes geradlinigt, und die Horizontal-Parallaxe keiner Veränderung unterworfen wäre, aber der Einflufs dieser vernachlässigten Glieder kann nie 0"3 im Bogen übersteigen, ist also bei Mondfinsternissen völlig unmerklich. Wie die Gröfsen B und F erhalten werden, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Da die parallactische Verschiebung der Mondflecke hier nicht in Betracht kommt, so hat man nur die für das Erdcentrum statt findenden optischen Librations-Coordinaten l und b, so wie den Winkel C zu ermitteln. Man erhält hinreichend genau, wegen der gleichförmigen Rotation des Mondes und des Zusammenfallens der entgegengesetzten Knoten des Aequators und der Bahn

$$\left.\begin{aligned} l &= \lambda - \lambda_0 \\ b &= -1{,}289\,\beta \\ \sin C &= 0{,}288\,\frac{\Delta\beta}{\Delta\lambda'} \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

oder auch constant = 1° 28'8, was bei Mondfinsternissen nie erheblich falsch seyn kann.

Der Coefficient 0,288 ist der Quotient der Neigung des Mondäquators (1° 28' 47") durch die Neigung der Mondbahn (5° 8' 49").

Für den Winkel M erhält man

$$\left.\begin{aligned} m \sin M &= \Delta\beta \\ m \cos M &= \Delta\lambda - \Delta\lambda'. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

Endlich ergiebt sich

$\beta \cos M$ = kleinster Abstand der Centra des Mondes und des Schattendurchschnitts zur Zeit der Mitte der Finsternifs. } ......(6)

$\beta \sin M$ = Bogen der Mondbewegung vom Vollmonde bis zur Mitte der Finsternifs. } ......(6)

Nach diesen Vorbereitungen erhält man die Coordinaten der einzelnen Mondflecke am leichtesten auf graphischem Wege durch Hülfe der Mondkarte. Man mache sich nemlich einen veränderlichen Maafsstab, der für jede mögliche Gröfse von ρ dem Halbmesser der Karte entspricht, und trage vermittelst desselben die Linie $\beta \cos M$ vom Mittelpunkte der Karte aus unter einem Winkel $= M + C$ mit dem ersten Meridian derselben nach derjenigen Seite, wohin das Schattencentrum zur Zeit der Mitte der Finsternifs trifft, ziehe durch den Endpunkt derselben eine zweite Linie auf die erstere normal und ver-

lagere beide über die ganze Mondkarte hin. Hieraut versetze man jeden Mondfleck, für den man die Finsternifs vorausberechnen will, um die Gröfsen l und b *) d. h. von seinem wahren nach seinem scheinbaren Orte, und messe sodann die Abscissen und Ordinaten L und B der so versetzten Punkte in Bezug auf das entworfene Axensystem. Für F bedarf man einen orthographischen Gradmaafsstab, wie ihn die Mappa Selenographica enthält.

Zieht man es dagegen vor, dieses graphische Verfahren durch Rechnung ganz zu umgehen, so würde man sich der folgenden Formeln bedienen können:

$$(7)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} tang\, N &= \frac{tang\, \beta''}{cos\,(\lambda''-l)} \\ N' &= N-b \\ cotang\, u &= \frac{tang\,(\lambda''-l)\, cos\, N}{sin\, N'} \\ tang\, F &= \frac{tang\, N'}{sin\, u} \\ W &= u \pm (M+C) \\ B &= \rho\, sin\, F\, sin\, W \pm \beta\, cos\, M \\ L &= \rho\, sin\, F\, cos\, W. \end{aligned}\right.$$

u ist in diesen Formeln der Winkel, den der Bogen F mit dem Aequator der Karte macht. Welches der beiden zweideutigen Zeichen anzuwenden ist, ergiebt sich leicht aus einer oberflächlich entworfenen Figur.

Endlich hat man für die Mitte der Verfinsterung jedes einzelnen Mondflecks die Zeit

$$(8)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots T + \frac{\beta}{m}\, sin\, M + \frac{L}{m}.$$

Will man ganz genau verfahren, so kann man noch Rücksicht auf zwei Verbesserungen nehmen, deren eine, von der Veränderung der Libration während der Dauer der Finsternifs herrührend, die halbe Dauer; die zweite, durch die elliptische Form des Schattendurchschnitts erzeugte, die Zeit der Mitte verändert, da in der Ellipse nicht, wie im Kreise, die Sehnen durch ihre Mittelpunkts-Normalen halbirt werden, sobald sie nicht einer der beiden Axen parallel laufen. Beide Correctionen können übrigens fast immer vernachlässigt werden; die erste, da sie nur in seltnen Fällen (bei extremen Mondparallaxen) 1' in Zeit erreichen kann; die zweite, weil sie auf die Dauer selbst keinen Einflufs hat, und weil sich verschiedene Ursachen vereinigen, das für die Mitte berechnete Moment beträchtlich unsicher zu machen, während die Dauer wenig oder gar nicht von ihnen betroffen wird. Man wird sich daher nicht leicht veranlafst finden, aus nur einseitig gelungenen Beobachtungen dieser Art einen Schlufs auf die Vergröfserungs-Constante zu machen, und es genügt also, wenn man die Mitte so genau bestimmt, dafs die Aufeinanderfolge der Ein- und Austritte im Allgemeinen verläfslich ist und die Aufmerksamkeit des Beobachters richtig geleitet wird.

*) Genauer $b.\,sec\,(\lambda''-l)$.

Diese Verbesserungen sind übrigens für die halbe Dauer

$$\left.\begin{aligned} &\frac{-D.\Delta l.\,sin\,\rho\, cos\, F}{m} \\ &\text{und für die Zeit der Mitte} \\ &\frac{B}{m}.\,cotang\,\Phi\left(1-\frac{cos^2\Psi}{cos^2\Phi}\right) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(9)$$

Als Beispiel diene die totale Finsternifs vom 13ten Octbr. 1837, die zu den günstigsten in Bezug auf die in Rede stehenden Untersuchungen gerechnet werden mufs, da der Mond in ganz Europa während ihrer vollen Dauer in bequemer Höhe verweilt und die Mittelgegend des Schattens auf diejenigen Mondlandschaften trifft, welche am reichlichsten mit deutlich sichtbar bleibenden Vollmondsflecken versehen sind.

Die Elemente der Finsternifs sind nach dem Berliner Jahrbuch:

T	=	$11^h 24' 4''0$	Mittl. Pariser Zeit.
$\lambda+\Delta\lambda$	=	$20°24'41''0$	$+35'53''2$
$\lambda'+\Delta\lambda'$	=	200 24 41,0	+ 2 28,8
$\beta+\Delta\beta$	=	−0 11 11,7	+ 3 19,1
$\alpha+\Delta\alpha$	=	18 55 6,8	+32 17,3
$\alpha'+\Delta\alpha'$	=	198 50 19,6	+ 2 19,1
$\delta+\Delta\delta$	=	7 48 32,3	+16 35,4
$\delta'+\Delta\delta'$	=	−7 58 41,0	− 56,0
π	=	59 31,7	
π'	=	8,6	
ρ	=	16 13,3	
ρ'	=	16 4,1	
λ_0	=	16 10 13,0	nach *Burckhardts* Mondtafeln,

woraus weiter nach (4)

$$l+\Delta l = +4°14'5 + 2'95$$
$$b+\Delta b = +\quad 14,6 - 4,22.$$

Die Flecke sind also nach Ost gerückt, und diese Verschiebung vermehrt sich während der Finsternifs; sie sind ferner nach Süd gerückt, welche Verschiebung sich während der Finsternifs vermindert.

Unter Voraussetzung einer Abplattung von $\frac{1}{302,78}$, für welche $log\, e^2 = 7,81928$; erhält man aus (1)

$$A = 2616''2$$
$$P = 2604,6.$$

Ferner durch Anwendung der Formeln (2) und (3) die Constanten

$$\Phi = 27°48'2;\quad log\, m = 3,30409;$$
$$\Psi = 27\ 54,6;\quad log\frac{sin\,\Psi}{sin\,\Phi} = 0,00153;\quad log\frac{cos\,\Psi}{cos\,\Phi} = 9,99958;$$
$$\pi\, sin\,\rho = 16''8.$$

Nimmt man für B die Werthe 0 bis 27′ (höhere kommen bei dieser Finsternifs nicht vor), so erhält man für die halben Sehnen und die halbe Dauer die nachstehende Tabelle:

B	S	D
0	2613″7 + 16″8 $\cos F$	1ʰ17′51″4 + 29″8 $\cos F$
3′	2607,5 + 16,7 ——	1 17 40,3 + 29,7 ——
6	2589,1 + 16,6 ——	1 17 7,5 + 29,5 ——
9	2559,4 + 16,4 ——	1 16 14,4 + 29,2 ——
12	2519,4 + 16,1 ——	1 15 2,9 + 28,7 ——
15	2470,6 + 15,8 ——	1 13 35,7 + 28,3 ——
18	2414,7 + 15,4 ——	1 11 55,7 + 27,7 ——
21	2355,2 + 15,0 ——	1 10 5,8 + 27,1 ——
24	2287,8 + 14,6 ——	1 8 8,9 + 26,4 ——
27	2219,8 + 14,2 ——	1 6 7,3 + 25,7 ——

Für den Weg des Schattencentrums auf der Mondkugel hat man durch die Formeln (4), (5), (6)

$$M = 5^\circ 40'4$$
$$\log m = 3{,}30411 \text{ übereinstimmend mit oben.}$$
$$C = 1^\circ 28'7$$
$$\beta \cos M = 11' 8''4$$
$$\beta \sin M = 1\ 6{,}4$$

und für die Mitte der Finsternifs aus (8)

11ʰ 26′ 2″7 M. Par. Z.

Die Breite des Mondes ist südlich und abnehmend, das Schattencentrum zur Zeit der Mitte der Finsternifs fällt demzufolge in die Nordwesthalbkugel. Wird nun nach einem Maafsstabe, der den Halbmesser der Karte = 16′ 13″3 macht, die Linie = 11′ 8″4, unter dem Winkel 7° 9′1 an den nördlichen Theil des Meridians von der Mitte aus westlich eingetragen, so bezeichnet ihr Endpunkt (der zwischen Cassini und Egede in das Hügelland der Alpen fällt) den Ort des Schattencentrums zur Zeit der Mitte der Finsternifs. In diesem Punkte läfst man also die beiden rechtwinklichten Axen, deren eine mit $\beta \cos M$ zusammenfällt, sich schneiden.

Es seien nunmehr die Mitte und die halbe Dauer der Finsternifs für den Centralberg des Copernicus zu bestimmen, für den unsere 10 Messungen $\lambda'' = -19' 55'8$ und $\beta'' = +9^\circ 20'9$ ergeben haben. Falls man F, B und L nicht graphisch ermitteln will, so hat man aus (7)

$$\tan\beta'' = 9{,}21649 \qquad \log\rho \text{ (in Sec.)} = 2{,}98825$$
$$\cos(\lambda''-l) = 9{,}96015 \qquad \sin F = 9{,}63754$$
$$\tan N = 9{,}25634$$
$$N = 10^\circ 13'7$$
$$N' = N - b = 9\ 59{,}1$$
$$\tan(\lambda''-l) = 9{,}65207$$
$$\cos N = 9{,}99305$$
$$\text{Cpl.} \sin N' = 0{,}76098$$
$$\cot u = 0{,}40609$$
$$u = 21^\circ 26'0$$
$$\tan N' = 9{,}24565$$
$$\sin u = 9{,}56279$$
$$\tan F = 9{,}68286$$
$$F = 25^\circ 43'5$$
$$W = 14^\circ 16'1$$

$$\sin W = 9{,}39177 \Big\}\ldots 2{,}01756$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots = 2{,}62579$$
$$\cos W = 9{,}98639 \Big\}\ldots 2{,}61218$$
$$\rho \sin F \sin W = +\ 1'44''2$$
$$\beta \cos M = -11\ \ 8{,}4$$
$$B = -\ 9' 24''2$$
$$L = -\ 6\ 49{,}4$$

Halbe Dauer für B = 9′ 24″2 ...... 1ʰ 16′ 6″6
für F = 25° 43,5 ...... + 26,2
Verbesserung — 0,8
Halbe Dauer .... 1ʰ 16′ 32″0

$$T + \frac{\beta}{m} \sin M = 11^h 26'\ 2''7$$
$$\frac{L}{m} = -\ 12\ 11{,}0$$
$$\text{Verbesserung} = +\ \ 3{,}8$$
$$\text{Mitte der Finsternifs für Copernicus} = 11^h 13' 55'5$$

Bei der Auswahl der in der folgenden Tabelle aufgeführten 81 Mondflecke ist die bessere Sichtbarkeit im Vollmonde die schärfere selenographische Bestimmung und der geringere Abstand vom Schattencentro berücksichtigt worden. Letzteres ist besonders wichtig, da für ein beträchtliches B die Fehler der selenographischen Lage einen starken Einflufs auf die Dauer der Verfinsterung haben.

Mondflecke.	L	B	F	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Olbers	— 16′ 3″	— 10′ 49″	81′ 52″	— 0″1	+ 4″4	10ʰ 57′ 25″	1ʰ 15′ 37″0
Seleucus	— 14 50	— 7 6	71 24	0,3	+ 2,8	59 34	1 16 59,4
Crüger	— 14 1	— 17 33	71 46	0,4	+ 7,2	11 1 7	1 12 19,7
Sirsalis	— 13 44	— 16 33	64 45	0,4	+ 6,7	1 37	1 12 47,2
Byrgius A	— 12 46	— 19 26	69 50	0,3	+ 7,8	3 21	1 11 12,7
Aristarch	— 12 20	— 6 11	55 2	0,5	+ 2,5	4 2	1 17 21,9
Lupus	— 12 18	— 17 27	58 15	0,4	+ 7,1	4 10	1 12 29,1
Billy	— 12 14	— 16 31	55 24	0,5	+ 6,7	4 18	1 13 2,4
Flamsteed	— 11 51	— 13 53	48 37	0,5	+ 5,6	4 58	1 14 26,9

Mondflecke.	L	B	P	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Oenopides A	— 11′ 34	+ 0′ 38″	76 5	— 0″2	— 0″2	11h 5′ 22″	1h 17′ 58″6
Kepler	— 10 55	— 10 17	42 30	0,6	+ 4,2	6 37	1 16 6,6
Mairan	— 10 31	— 1 34	60 35	0,4	+ 0,6	6 49	1 18 2,7
Encke	— 10 13	— 11 28	41 0	0,6	+ 4,6	7 51	1 15 38,0
Mairan A	— 10 7	— 2 10	55 40	0,4	+ 0,9	7 58	1 18 2,0
Sharp	— 9 28	— 0 44	59 35	0,4	+ 0,3	9 8	1 18 5,4
Milchius	— 9 19	— 9 26	35 5	0,7	+ 3,8	9 27	1 16 28,3
Harpalus	— 8 50	+ 0 43	65 46	0,4	— 0,3	10 16	1 18 2,6
Heraclides	— 8 48	— 1 30	53 36	0,5	+ 0,6	10 20	1 18 5,8
Euler	— 8 52	— 5 53	39 28	0,7	+ 2,4	10 4	1 17 31,9
Bouguer	— 7 56	+ 0 48	62 0	0,4	— 0,3	11 51	1 18 4,2
Euclides	— 8 34	— 14 16	34 12	0,7	+ 5,8	10 51	1 14 20,3
Pytheas	— 7 1	— 6 24	31 28	0,7	+ 2,6	13 33	1 17 25,9
Cap Laplace	— 7 5	— 0 22	52 30	0,5	+ 0,1	13 23	1 18 8,9
Helicon	— 6 58	— 1 30	47 5	0,6	+ 0,6	13 36	1 18 8,3
Condamine	— 6 54	+ 1 2	58 50	0,4	— 0,4	13 42	1 18 5,1
Ramsden	— 6 55	— 20 47	47 1	0,6	+ 8,4	13 50	1 10 27,5
Copernicus	— 6 49	— 9 24	25 44	0,8	+ 3,8	13 56	1 16 32,0
Campanus	— 6 35	— 19 33	41 11	0,6	+ 7,9	14 32	1 11 19,4
Bulliald	— 6 0	— 17 39	33 6	0,7	+ 7,1	15 26	1 12 30,3
Pico B	— 5 16	— 0 4	48 48	0,5	0,0	16 38	1 18 10,4
Timocharis	— 5 8	— 4 28	31 15	0,7	+ 1,8	16 54	1 17 45,5
Parry A	— 5 5	— 14 27	22 0	0,8	+ 5,8	17 3	1 14 2,4
Plato D	— 5 1	+ 0 32	51 25	0,5	— 0,2	17 5	1 18 9,4
Hesiodus B	— 4 19	— 19 5	33 54	0,7	+ 7,7	18 27	1 11 38,9
Plato	— 4 4	+ 1 1	52 0	0,5	— 0,4	18 46	1 18 8,0
Pico	— 4 2	— 0 1	46 48	0,6	0,0	18 50	1 18 11,2
Anaxagoras	— 3 9	+ 4 12	74 5	0,3	— 1,7	20 23	1 17 39,6
Bailly A	— 3 17	— 26 46	81 10	0,2	+ 10,7	20 21	1 6 25,5
Pico A	— 3 0	— 0 40	42 10	0,6	+ 0,3	20 41	1 18 12,4
Thebit B	— 2 48	— 17 37	25 55	0,7	+ 7,2	21 9	1 12 33,5
Timäus	— 2 26	+ 3 2	62 25	0,4	— 1,3	21 40	1 17 53,4
Bode	— 2 6	— 9 35	9 18	0,8	+ 3,8	22 21	1 16 29,8
Tycho	— 1 57	— 22 32	45 28	0,6	+ 9,1	22 42	1 9 24,9
Thebit A	— 1 53	— 17 19	23 50	0,8	+ 7,0	22 47	1 12 34,2
Aristillus	— 1 52	— 2 20	33 39	0,7	+ 1,0	22 43	1 18 8,6
Autolycus	— 1 38	— 3 5	30 35	0,7	+ 1,3	23 9	1 18 5,0
Archytas	— 1 39	+ 2 33	58 9	0,4	— 1,1	23 5	1 17 58,6
Alphons A	— 1 36	— 15 4	15 10	0,8	+ 6,1	23 17	1 14 0,2
Herschel	— 1 35	— 13 0	8 40	0,8	+ 5,2	23 18	1 15 2,6
Cassini A	— 1 16	— 0 45	40 8	0,6	+ 0,3	23 47	1 18 13,6
Cassini G	— 1 12	+ 0 11	44 34	0,6	— 0,1	23 54	1 18 12,1
Theaetetus	— 0 52	— 1 38	35 4	0,7	+ 0,7	24 30	1 18 11,8
Manilius	+ 0 46	— 7 2	14 54	0,8	+ 2,8	27 28	1 17 19,0
Hipparch E	+ 0 55	— 11 52	4 10	0,8	+ 4,8	27 46	1 15 34,3
Linné	+ 0 55	— 3 28	28 25	0,7	+ 1,4	27 42	1 18 2,0
Eudoxus	+ 0 58	+ 0 15	45 18	0,6	— 0,1	27 46	1 18 11,7
Silberschlag	+ 2 7	— 9 10	10 25	0,8	+ 3,7	29 53	1 16 38,8
Menelaus	+ 2 36	— 6 26	19 50	0,8	+ 2,5	30 44	1 17 28,4
Bessel	+ 2 46	— 4 51	25 20	0,7	+ 1,9	31 1	1 17 48,5
Theon sen.	+ 3 10	— 11 3	11 10	0,8	+ 4,5	31 47	1 15 54,9
Bürg	+ 3 12	+ 0 44	49 16	0,5	— 0,3	31 46	1 18 9,8
Dionysius	+ 3 30	— 9 59	13 10	0,8	+ 4,0	32 22	1 16 20,8
Posidonius D	+ 4 35	— 0 8	47 30	0,6	+ 0,1	34 14	1 18 11,0
Posidonius A	+ 4 48	— 2 6	39 6	0,6	+ 0,9	34 10	1 18 8,4
Hercules	+ 4 52	+ 1 14	55 2	0,5	— 0,5	34 16	1 18 6,2
Hercules A	+ 5 0	+ 2 6	61 8	0,4	— 0,9	34 58	1 18 0,0
Hypatia A	+ 5 12	— 11 56	18 55	0,8	+ 4,8	35 25	1 15 31,2
Endymion G	+ 5 14	+ 3 5	69 9	0,3	— 1,3	35 23	1 17 49,9

Mondflecke.	L	B	F	Verbesserung der halb. Dauer	Verbesserung der Mitte.	Mitte der Verfinsterung.	Halbe Dauer.
Cepheus A	+ 6′ 48″	+ 0′ 21″	55° 25	— 0,5	— 0,1	11^h 38′ 12″	1^h 18′ 7″3
Maskelyne	+ 6 49	— 9 40	25 26	0,8	+ 3,9	38 18	1 16 25,4
Teophilus A	+ 7 13	—13 28	27 50	0,7	+ 5,4	39 2	1 14 45,7
Piccolomini	+ 7 23	—18 16	39 18	0,6	+ 7,3	39 22	1 11 58,0
Censorinus	+ 7 37	—10 25	28 7	0,7	+ 4,2	39 54	1 16 7,8
Hookd	+ 8 34	+ 0 16	62 12	0,4	— 0,1	41 21	1 18 4,5
Struve B	+ 8 54	+ 1 6	69 0	0,3	— 0,4	41 57	1 18 0,3
Proclus	+ 9 53	— 5 28	44 40	0,6	+ 2,3	43 45	1 17 35,3
Goclenius	+10 34	—12 46	41 16	0,6	+ 5,1	45 1	1 15 3,3
Messier	+11 2	—10 26	42 57	0,6	+ 4,2	45 50	1 15 50,8
Picard	+11 25	— 5 44	51 7	0,5	+ 2,4	46 29	1 17 29,0
Apollonius	+13 11	— 8 15	56 20	0,5	+ 3,4	49 40	1 16 45,3
Condorcet	+13 55	— 6 3	65 45	0,4	+ 2,5	50 58	1 17 18,6

Da besonders in dem Falle einer partialen Finsternifs die Unsicherheit von *B* sehr nachtheilig auf die Berechnung der Dauer einwirkt, so wird man wohl thun, nur gut bestimmte Mondflecke zu wählen, und während der Finsternifs, oder so nahe als möglich vor oder nach derselben, die Zenithdistanz des Mondes direct am Meridiankreise zu beobachten, um die Breitenfehler der Ephemeride verbessern zu können; und ist die Finsternifs so klein, dafs man nur wenige oder keine solche Flecke auffinden kann, so verzichte man ganz auf Beobachtung der Dauer und messe dagegen die Breite des verfinsterten Theiles mikrometrisch. Ein Beispiel der letztern Art giebt die Beobachtung der Finsternifs am 10ten Juni 1835, wie wir sie in Nr. 286 der A. N. mitgetheilt haben.

Bei den Beobachtungen der Rectascension und Zenithdistanz des Mondes am Meridiankreise ergiebt die unmittelbare Wahrnehmung den Antritt des Mondrandes an die Fäden des Instruments. Seltne Fälle ausgenommen kann in jeder einzelnen Beobachtung nur ein Rand für AR. und einer für Decl. angewandt werden: die Zeitangabe ist also, zufällige Fehler abgerechnet, mit folgenden behaftet:

dem Fehler des berechneten scheinbaren Mondhalbmessers,
den Ungleichheiten des Randes an der Berührungsstelle,
der Irradiation des Fernrohrs;

wozu noch wallende Ränder und andere Umstände hinzukommen. Diese Fehlerquellen würden ganz, oder so gut als ganz verschwinden, wenn man statt des Randes einen sich scharf und deutlich hervorhebenden Punkt auf der Mondfläche selbst, am besten auf der Mitte, beobachtete und die Theorie Mittel an die Hand gäbe, diesen beobachteten Ort auf die scheinbare Mondmitte mit hinreichender Genauigkeit zu reduciren. Wenn man bisher, in Folge der erwähnten Ursachen, Beobachtungsfehler von 5 Bogensecunden beim Monde noch als unvermeidliche zu bezeichnen genöthigt war, könnten bei einer guten Wahl des zu beobachtenden Punktes und einiger Uebung Mondsculminationen eine eben so grofse Genauigkeit als Fixsternpassagen erreichen. Hauptsächlich müfste der gewählte Punkt der wahren Mondmitte möglichst nahe liegen, um auch von der scheinbaren sich jedenfalls nur wenig zu entfernen.

Unbedenklich würde ich den am genauesten bestimmten Mondfleck Manilius dazu vorschlagen, obgleich er sich bis 0.45 des Halbmessers von der scheinbaren Mitte entfernen kann; allein der Umstand, dafs das Centralgebirge, auf welches doch nothwendig pointirt werden müfste, eine unregelmäfsige Form hat und in Folge der verschiedenen Seitenbeleuchtung diese Form nicht unerheblich verändert (ein Hindernifs, das sich mehr oder minder bei allen Ringgebirgen des Mondes von einiger Ausdehnung zeigen wird) dürfte die gewünschte Genauigkeit illusorisch machen. Kleine, regelmäfsig geformte, im Vollmonde durch Helligkeit hinreichend ausgezeichnete Crater sind von diesem letztern Mangel frei, nur erfordern sie, ihrer aufserordentlichen Menge und grofsen Aehnlichkeit wegen, strenge Aufmerksamkeit. Indefs steht einer derselben, der auf unserer Karte mit Triesnecker B bezeichnet ist, nur ¾° im Bogen der Mondkugel von der wahren Mitte nach NW., es ist dieser unter allen wahrnehmbaren Punkten am nächsten und zeichnet sich in jeder Beleuchtung auf dem grauen Grunde des Sinus Medii hinreichend aus, um den Bedingungen einer scharfen Beobachtung zu entsprechen. In nicht zu langer Zeit hoffen wir den Astronomen eine Beobachtungsreihe dieses Punktes zum Behuf einer neuen Bestimmung der physischen Libration und der Lage der Mondaxe mittheilen zu können, wobei zugleich die selenographische Länge und Breite desselben bekannt werden wird.

Indefs ist der erwähnte Punkt nicht länger, als von der ersten bis zur letzten Quadratur sichtbar; obgleich nun der Mond hauptsächlich nur in dieser Periode im Meridian beobachtet wird, so kann es doch wünschenswerth seyn, auch noch durch andere Punkte, wenn auch nicht ganz mit gleichem Vortheile, den Ort des Mondes bestimmen zu können, wozu sich am besten *Messier* in der westlichen und *Flamsteed* in der

östlichen Halbkugel eignen. Ersterer ist durch die sich auf ihn als ihren Kern sich beziehenden kometenähnlichen Lichtstreifen, letzterer durch seinen eigenthümlichen schönen Bergkranz, im Vollmonde ein Kranz von Lichtinseln, ausgezeichnet: für *Messier* ergeben 11 unserer Fixpunkt-Messungen $\lambda'' = +47^\circ\,9'\,12''$ und $\beta'' = -1^\circ\,58'\,55''$; für *Flamsteed* 10 derselben $\lambda'' = -44^\circ\,12'\,8''$ und $\beta'' = -4^\circ\,30'\,48''$. Nur in den 7 Tagen, in deren Mitte der Neumond fällt, würde keiner dieser 3 Punkte beobachtet werden können; ein wenig in Betracht kommender Nachtheil.

Würden sodann durch eine Ephemeride die Mittelpunkts-Coordinaten dieser Punkte geocentrisch etwa von Mitternacht zu Mitternacht gegeben, so blieben für jeden Beobachtungsort keine andere als die schon jetzt in Anwendung gebrachten Reductionen zu berücksichtigen übrig, nur daſs man statt der Horizontalparallaxe des Mondcentrums die des bezüglichen Fleckes substituiren muſs, welche durch die schon im Vorigen angewandte Formel $\pi(1 + \sin\rho\,\cos F)$ für alle Fälle hinreichend scharf ist.

Die bei *Nicollets* und *Bouvards* Untersuchungen über die Länge und Breite des Manilius übriggebliebenen Fehler lassen in jeder der beiden Coordinaten eine Unsicherheit von etwa $1\frac{1}{4}'$ im Bogen der Mondkugel übrig. Der geocentrische, von dieser Unsicherheit herrührende Fehler würde $0''4$ nicht übersteigen können. In einem ähnlichen Verhältnisse wirken die Fehler in Bestimmung der Neigung des Mondäquators und der physischen Libration. Der Fehler in der Knotenlänge des Mondäquators hingegen würde im Maximo seiner Wirkung mit $0,0258\,\sin\rho$ multiplicirt erscheinen, und die geocentrische Breite um $0''43$ fehlerhaft machen, wenn die vorausgesetzte Lage des Knotens um 1° irrig wäre.

Bei Sonnenfinsternissen und Sternbedeckungen hat man es nur mit dem Rande des Mondes zu thun, die [illegible] desselben sind im erstern Falle unsichtbar, im zweiten ohne directe Beziehung auf das Phänomen. Wie sehr aber die Randberge des Mondes das Resultat dieser Beobachtungen [illegible], liegt am Tage. Nach *Schröters* Angaben erheben sich einige Randberge um reichlich eine deutsche Meile über den mittlern Mondrand und unsere Beobachtungen bestätigen dies. So fand sich in einem Versuche die senkrechte Höhe des Punktes im Randgebirge Dörfel

am 12ten Juli 1832 .... 1,09 geogr. Meilen
— 13ten — .... 0,95 —— ——

[illegible] unter der Voraussetzung, daſs der Berg im wahren Rande erschienen *sei* und nicht bloſs hinter oder vor demselben *hervorgeragt habe*; in beiden letzteren Fällen müſste seine wahre Höhe *noch beträchtlicher* seyn. Der Mondrand hat demzufolge Ungleichheiten, die bis zu $4''$ im Bogen steigen, und Unsicherheiten des Resultats von $8''\,cosec\,x$ Zeit veranlassen können, wenn der Weg des Sterns den Mondrand unter dem Winkel x getroffen hat. Auf die Bestimmung der Längendifferenzen mitteleuropäischer Orte hat dies vielleicht nur deshalb weniger nachtheilig eingewirkt, weil man für sie Bedeckungen in hinreichender Zahl auswählen konnte, um sowohl sehr excentrische als auch überhaupt solche, die ein auffallend abweichendes Resultat gaben, auszuschlieſsen; wiewol auch so der Erfolg oft wenig gesichert erscheint. Dagegen zeigt sich bei den Versuchen, transoceanische Orte mit europäischen durch Sternbedeckungen zu verbinden, eine so groſse Disharmonie der Resultate, daſs es unmöglich fällt, sie den gewöhnlichen Beobachtungsfehlern, oder auch den Mängeln der Mondstheorie beizumessen, und die man den Ungleichheiten des Randes zuzuschreiben sich gedrungen fühlt, um so mehr als man hier gewöhnlich nicht die Wahl hat, ausschlieſslich nahe centrale Bedeckungen anzuwenden, sondern zufrieden seyn muſs, wenn nur überhaupt eine Occultation an zweien so entlegenen Orten wahrgenommen werden konnte.

Soll aber der Einfluſs der Randberge berücksichtigt werden, so muſs man Profile des Mondrandes für jede merklich verschiedene Libration besitzen und sodann in jedem einzelnen Falle den Einfluſs der Schwankungen berechnen. Die physische ist jedenfalls so gering, daſs sie hier gar nicht in Betracht kommt, selbst die parallactische Verschiebung der Flecke wird fast immer übergangen werden können. Die Componente h der Librationen in Länge und Breite, so wie der Winkel H derselben mit der Ebene des Mondäquators ist hinreichend genau gegeben durch

$$h\,\sin H = 1{,}289\,\beta$$
$$h\,\cos H = \lambda - \lambda_0.$$

H wird vom westlichsten Punkte des Mondäquators durch N, O, S herum gezählt und bezeichnet denjenigen Punkt des mittlern Randes, der durch die Libration mehr als jeder andere der Mitte genähert wird, so wie $180 + H$ den entgegengesetzten und unserm Anblick am weitesten entrückte Punkt. Für einen gegebenen Ort des Randes, der um den Bogen G von ersterem entfernt ist, beträgt die Verschiebung $h\,\cos G$, und die beiden, für welche G die Werthe 90° und 270° annimmt, werden gar nicht verschoben, sondern bleiben in mittlerer Libration.

Man kennt also die Gröſse der auf die Mondmitte bezogenen Verschiebung für jeden gegebenen Randpunkt genau genug, um aus den verschiedenen Profilen das für den vorliegenden Fall in Betracht kommende auszuwählen. Eine andere Frage aber ist, ob man auch die Stelle desselben, wo der Ein- oder Austritt erfolgt ist, mit hinreichender Sicherheit werde bestimmen können. Berg und Thal liegen an einigen Stellen des Mondrandes einander so nahe, daſs ein Fehler von $2''$ im Bogen

es sei im Orte des Sterns, in der Mondbreite, oder in den Profilen selbst, uns gänzlich irre leiten würde, wodurch es zweifelhaft erscheinen kann, ob es jemals gelingen werde diese Schwierigkeiten mit Erfolg zu überwinden.

Indefs wird in vielen Fällen der Beobachter selbst angeben können, ob der Stern an einem Berge aus- oder eingetreten sei, und jedenfalls wird man durch Hülfe der Profile zu der Entscheidung gelangen, ob der betreffende Punkt in einer stark gebirgigen oder ebneren Gegend desselben zu suchen sei. Kann man also die anzubringende Correction des Moments weder mit Sicherheit ermitteln, noch sich vergewissern, dafs sie nur von unerheblichem Einflusse auf das Resultat sein werde, so schliefse man eine solche Beobachtung aus. Wenigstens wird man auf diese Weise ein besseres Kriterium der Auswahl erhalten, als beim bisherigen, wo allein die Abweichung vom Mittel darüber entschied.

Ob und in welcher Zeit es uns gelingen werde, die erwähnten Randprofile zu geben, ist nicht leicht zu bestimmen: die Hälfte einer Knotenperiode scheint mindestens erforderlich zu sein, wenn man Alles darstellen will, und Witterungsstörungen können manchen selten wiederkehrenden Moment vereiteln. Doch schon die bis jetzt gewonnenen selenographischen Data können sowohl den Beobachtern als Berechnern von Nutzen seyn. Wenn $h \cos G$ nicht viel über $\mp 1°$ steigt, kann man unbedenklich das Profil der Mappa selenographica gebrauchen, überhaupt aber diejenigen Randgegenden, welche stark mit Gebirgen besetzt sind, als entscheidend für Ausschliefsung einer Beobachtung gelten lassen.

Diese Gegenden sind folgende:

1. Das Gebirg Leibnitz am Ostrande von 65° bis 77° SB.
2. Das Gebirg Dörfel am Westrande von 77° SB. an über den Pol hinaus bis zum 87° SB. an der Ostseite.
   Beide Gebirge zeichnen sich fast in allen Librationen als die gröfsten Randungleichheiten aus.
3. Das Gebirg d'Alembert am Ostrande von 5° bis 9° SB.
   Weniger ausgedehnt als 1 u. 2, aber fast von gleicher Höhe. Beim Aufhören totaler Mondfinsternisse erhalten seine Gipfel gewöhnlich den ersten Sonnenstrahl.
4. Das Gebirg Rook am Ostrande, 15° bis 35° SB.
   In mittlerer Libration ist es nicht sehr beträchtlich, es kann aber, wenn *H* in den südöstlichen Quadranten fällt, bedeutende Ungleichheiten veranlassen.
5. Die Grenzgebirge des Mare Humboldtianum, am Westrande, von 51° bis 67° NB. Sie sind besonders zwischen 56° und 59° NB. sehr augenfällig, doch hängt hier viel von der Libration ab. Fällt H östlich oder südlich, so hat man meistens die Marefläche selbst im Rande, und dann zeigt dieser keine merkliche Ungleichheit: in andern Fällen können diese auf 2½" bis 3" steigen.

Schliefst man einstweilen alle in diese Gegenden fallenden Bedeckungen aus, so wird doch die gröfsere Hälfte als brauchbar übrig bleiben.

Mehrmals ist es schon versucht worden, den verfehlten od nicht scharf genug erhaltenen unmittelbaren Moment durch M krometermessungen vom Rande aus zu ergänzen oder zu verbe sern. Vielleicht wäre es in manchen Fällen gerathener, hier einen nicht zu entfernt liegenden und gut bestimmbaren Punkt a der Mondscheibe selbst zu wählen. Ist seine selenographisc Lage gut bekannt, so wird man durch wiederholte Messung den Moment, wo der Stern am Mondrande stand, schärfer erh ten als auf die gewöhnliche Weise. Namentlich möchte ich v schlagen, bei Beobachtung der sogenannten Mondsterne den Ra des Mondes ganz auszuschliefsen und eben so wie über die wählenden Sterne, sich über einige Mondcrater vorher zu v ständigen, deren Länge und Breite, da es sich hier fast nur u die Differenzen der Zeit handelt, auch nur Näherungsweise b kannt zu seyn braucht.

Was oben in Bezug auf Sternbedeckungen gesagt word findet auch grofsentheils seine Anwendung auf Sonnenfinsternis bei denen man gewöhnlich das Randprofil des Mondes in no gröfserer Deutlichkeit als sonst wahrnimmt. Es leuchtet ei dafs die Randberge den wesentlichsten Einflufs nicht allein auf d Momente, sondern auch auf das physische Verhalten der Ersch nung haben müssen, zumal wenn man, wie *Bessel* bei der Fi sternifs vom 16ten Mai 1836 (A. N. N. 320) sich an der Gren der Ringbildung befindet. Hier wird es fast immer möglich se nicht allein durch Berechnung die Stelle des Mondrandes, wo d zu beobachtenden Berührungen geschehen, nahe zu ermitte sondern es kann auch der Beobachter kurz nach dem Eintritt, od vor dem Austritt leicht durch Autopsie entscheiden, ob eine me liche Protuberanz des Mondrandes auf den Moment Einflufs g habt habe, und diesen Einflufs näherungsweise schätzen. In besondere wird bei ringförmigen Finsternissen, die das von *Bess* a. a. O. beobachtete Phänomen zeigen, die für mittlere Libr tion gezeichnete Mondkarte immer direct in Anwendung komm können. Denn vermöge der Nähe des Mondes beim Knoten wi dann auch die Libration der Breite nur gering sein, und überdi durch die parallactische Libration, deren Breiten-Coordinate alsda stets das entgegengesetzte Zeichen haben mufs, so gut als ga compensirt werden; die Schwankung in Länge ist aber ohne Einfl auf die Pole der Mondkugel, und nur Gegenden, die diesen na liegen, können hierbei in Betracht kommen. Hat man daher f den Südpol das Profil der Berge, welche bei Casatus, Cabe Malapert, Schomberger und Boguslawsky am Rande herum l gen, so wie für den Nordpol die minder beträchtlichen, die b Euctemon, Gioja und Anaxagoras sich finden, in der Zeichnu zur Hand, so wird man besser als bisher auf die Erscheinu vorbereitet sein; und je kürzer die Zeit ist, in der das seltne Ph nomen beobachtet werden kann, desto wünschenswerther mufs sein die Form des hiebei sichtbar werdenden Theiles des Mo randes im Voraus zu kennen.

Ich schliefse diese Bemerkungen mit dem Wunsche, dafs gemachten Vorschläge von praktischen Astronomen erwogen, wenn sie sich bewährt zeigen, angewandt werden möchten. genwärtig, wo wir aus der Feder eines *Hansen* eine neue vollkommene Mondstheorie zu erwarten haben, ist es Sache Beobachter, auch von ihrer Seite Alles aufzubieten, um die herigen Fehlerquellen möglichst zu verstopfen, denn nur w Theorie und Praxis gleichmäfsig fortschreiten, darf man in un Tagen noch auf wahre Vervollkommnung und gröfsere Sicher der Resultate hoffen.

Im Mai 1837. Dr. *J. H. Mädler*

Altona 1837. October 19.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 338.

Schreiben des Herrn Professors u. Ritters *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1837. Jun. 5.

In der sehr heitern Nacht vom 25sten April probirte ich ein neues achromatisches Ocular, welches der hiesige geschickte Mechanicus *Duwe* mir zum Refractor gemacht hatte, auf den Saturn. Die dadurch erhaltene Vergröfserung ist der Münchener 600maligen, der stärksten für das Fadenmikrometer, gleich. In Hinsicht auf die Schärfe der Bilder scheint es den Münchener Ocularen nicht nachzustehen, und wenn ich nicht ganz bestimmt dem einen oder dem andern den Vorzug einräume, so geschieht es hauptsächlich aus der Rücksicht, dafs bei solchen sehr starken Vergröfserungen momentane Aenderungen in dem Zustande der Luft leicht zu Täuschungen veranlassen können. Man schreibt der Vertauschung des Oculars etwas zu, was der günstige Moment bewirkt. Bei der Anwendung beider Gattungen von Ocularen war das Bild vollkommen scharf begrenzt und deutlich. Das *Duwe*sche hat indessen den nicht unerheblichen Vorzug, dafs das Feld bei ihm beträchtlich gröfser ist als bei dem Münchener. Es fafst etwas mehr als 6 Minuten, während das Feld des Münchener Oculars nur 2′,3 hält. In dem ganzen Felde behielt das Bild seine Vollkommenheit bei, selbst wenn der Saturn halb ausgetreten war, war keine Veränderung zu bemerken. Der Gebrauch eines solchen Oculars ist jedenfalls angenehmer für das Auge und erlaubt weit gröfsere Distanzen mit dem Fadenmikrometer zu messen.

Vorzüglich fiel mir hiebei auf was ich früher nie gesehen hatte. Der Ring des Saturns war zuerst durch die bekannte Trennungsspalte in einen äufsern und innern getheilt. Aufserdem aber sah ich vollkommen deutlich den äufsern schmaleren Ring durch einen Streifen in zwei gleiche Theile getheilt. Der Streifen zeigte sich so wie in schwächer vergröfsernden Fernröhren die Haupttheilung gesehen wird. Er konnte noch von den äufsersten Enden der Ansen ab nach der Saturnskugel hin etwas verfolgt werden. An beiden Ansen wär er gleich deutlich zu sehen. Auch die innern Ansen des innern Ringes, die bekanntlich immer verwaschener erscheinen, zeigten etwas was ich ebenfalls früher nicht so erkannt habe. Ein an dem innern Rande breiterer und allmählig spitzer zugehender Schatten verlief sich an beiden Ansen auf der Fläche des Ringes, so dafs es das Ansehen einer Abrundung bekam. Hiebei zeigte sich eine Anzahl von feinen Linien, welche mit der innern Ründung etwa parallel, den Schatten so weit er sich auf der Ringfläche erstreckte, durchschnitten. Dieses letztere fand vorzüglich an der westlichen Seite des Ringes im Fernrohr linker Hand statt. Ich erinnerte mich früher schon von ähnlichen Erscheinungen gelesen zu haben und bemerkte deshalb blofs mit kurzen Worten im Tagebuche, dafs die doppelte Theilung des Ringes zum erstenmale von mir erkannt worden sey.

In den *Bode*'schen Jahrbüchern, die *Herschels* Beobachtungen mit grofser Vollständigkeit erwähnen, fand sich indessen nichts direct darauf hindeutendes als die älteren Beobachtungen von *Short* von mehreren concentrischen Ringen, bei welchen die Haupttheilung nicht unterschieden wird. Dagegen wird der äufsere Ring häufig als dunkler in Vergleich mit dem inneren beschrieben.

Am 2ten, 16ten und 19ten Mai konnte Saturn nur mit schwächeren Vergröfserungen betrachtet werden. Das Wallen der Luft war so stark, dafs selbst die Haupttheilung am letzten Tage nicht mit Sicherheit gemessen werden konnte.

Am 20sten Mai trat die Erscheinung der Theilung des äusseren Ringes wieder mit Klarheit hervor und war sogleich erkennbar. Vielleicht war in der Durchsichtigkeit der Luft gegen den 25sten April doch noch ein Unterschied der sich daran zeigte, dafs die feinen Linien an den inneren Ansen des inneren Ringes nicht sichtbar waren. Herr Dr. *Mädler*, der an einem andern Instrumente auf der Sternwarte beschäftigt war und den ich, um gegen Täuschung mich zu sichern, den Saturn mit der nöthigen Mufse betrachten liefs, erkannte die Erscheinung sogleich übereinstimmend in den einzelnen Angaben mit mir. Dagegen glaubte mein Gehülfe, Herr *Galle*, nicht mit völliger Bestimmtheit sie auffassen zu können, wenigstens würde er, ohne darauf aufmerksam gemacht zu werden, sie nicht erkannt haben.

Am 28sten Mai, wo wiederum eine ziemlich heitere Nacht stattfand, wenngleich nicht mit dem 25sten April und 20sten Mai zu vergleichen, versuchte ich eine Messung der Lage der Theilungsspalte auf dem Ringe. Die inneren Ränder der Fäden wurden auf den äufseren Durchmesser des äufseren Ringes, seinen innern, den äufseren und inneren des innern Ringes, den Aequatoreal- und Polardurchmesser des Saturns eingestellt,

nachher dieselben Messungen bei verwechselter Lage der Fäden gemacht. Bei der neuen Theilungsspalte war eine Berührung der Ränder der Fäden nicht wohl zu erhalten. Ich legte den ganzen Faden darauf, wenngleich eben deshalb die Lage weniger sicher angegeben werden konnte. Diese Messungen gaben in Revolutionen der Mikrometerschraube:

	R	R
Aeufserer Durchmesser des äufseren Ringes	2,813	2,804
Durchmesser der neuen Theilung..	2,624	2,580
Innerer Durchmesser des äufseren Ringes...	2,530	2,475
Aeufserer Durchmesser des inneren Ringes..	2,406	2,420
Innerer Durchmesser des inneren Ringes....	1,846	1,870
Aequatoreal-Durchmesser des Saturns.....	1,212	1,221
Polar..................................	1,106	1,106

Reducirt man sie mit dem Werthe $1^R = 15''328$ auf die mittlere Entfernung des Saturns, deren Logarithmus = 0,97965 so erhält man die Werthe

40"445
37,471
36,038
34,749
26,756
17,519
15,927

Diese Werthe scheinen anzudeuten, dafs die Trennungsspalte mehr dem innern Rande des äufseren Ringes sich nähert als dem äufseren, wenngleich die Vergleichung der Messungen lehrt, dafs der innere Durchmesser des äufsern Ringes bei der ersten Bestimmung wahrscheinlich fehlerhaft gemessen ist, und die Messungen der Trennungsspalte ebenfalls unsicher sind. Die gefundenen Zahlen sind merklich gröfser als die *Bessel*schen Bestimmungen; wie überhaupt es mir scheint, als fielen meine Messungen sämmtlich gröfser als die *Bessel*schen und selbst als die *Struve*schen aus. Ob dieses wirklich der Fall ist und worin die Ursache liegt, wird erst bei der Vergleichung einer gröfseren Anzahl gleichartiger Messungen sich zeigen, die ich mit Absicht noch nicht angestellt habe, um desto unbefangener zu beobachten.

Am 30sten Mai, wo Herr *Alexander von Humboldt* die Güte hatte, die Sternwarte zu besuchen und Herr Professor *Argelander* ebenfalls auf seiner Durchreise nach Bonn den Saturn betrachtete, war die Erscheinung der nicht günstigen Luft wegen nur für die zu errathen, welche sie früher gesehen hatten.

Saturn zeigte einen ziemlich breiten, an der obern Seite im Fernrohr gesehen dunkeln Streifen. Ein Fleck war nicht aufzufinden. Auf dem innern Ringe war die Fläche, mit der oben erwähnten Ausnahme vollkommen rein.

Diese Wahrnehmungen habe ich deshalb so aufgeführt, als sey vorher noch nichts verwandtes gesehen worden, damit bei einem Gegenstande, den an den verschiedenen Abenden nur ich und an den zwei letzten Herr Dr. *Mädler* erkennen konnte, wenigstens die Unbefangenheit mit der er betrachtet ward, nicht in Zweifel gezogen würde, denn in der That kam erst nach den hiesigen Beobachtungen am 2ten Juni Herr Professor *Argelander* meiner dunkeln Erinnerung zu Hülfe, indem er mir den Aufsatz von *Kater* Memoirs of the astronomical Society Vol. IV. p. 383 zeigte, der am 25sten Decbr. 1825 dasselbe gesehen.

Kater's Worte drücken eben die Ueberraschung aus, ein Beweis, dafs das Phänomen entweder nicht permanent, oder nur bei sehr günstiger Luft zu sehen ist. Er liefs drei Zeichnungen machen, so wie er und zwei Freunde es gesehen. Von diesen ist die Figur 3 fast völlig übereinstimmend mit der Zeichnung, welche Herr Dr. *Mädler* den Tag nachdem er es erkannt, aus dem Gedächtnisse entwarf, früher als er diese Zeichnung gesehen. Auch die Nebenerscheinung an den Schatten in den innern Ansen des innern Ringes hat *Kater* wenigstens ganz ähnlich gesehen, denn er schliefst mit den Worten, das Ansehen der innern Kante des innern Ringes sey so, dafs man nicht zweifeln könne sie sey abgerundet. Der Unterschied, dafs die andern beiden Zeichnungen nicht einen Strich sondern die eine in der Mitte einen starken und neben ihm zwei andere, die andere fünf oder sechs gleiche zeigen, scheint mir nach den Worten des Beobachters wenigstens noch nicht ganz entscheidend, denn er sagt: „I fancied that I saw the outer ring „separated by numerous dark divisions extremely close, one „stronger than the rest dividing the ring about equally", in welchen Worten zu liegen scheint, dafs die Erscheinung nicht vollkommen deutlich und überzeugend war. Wenigstens verstehe ich so I fancied. Von den früheren Erwähnungen bei *Cassini*, der vielleicht nur die eine Theilung gesehen, und *Short*, dessen eigene Beschreibung nicht gefunden wird, scheint *Kater* wie es auch ganz angemessen ist, nicht vollkommen überzeugt, dafs sie dasselbe bezeichnen. Die Notiz, dafs Herr Professor *Quetelet* im Decbr. 1823 zu Paris dasselbe gesehen, scheint ebenfalls nur auf mündliche Mittheilung aus der Erinnerung zu beruhen. Es wäre zu wünschen, dafs sie wo möglich vervollständigt würde.

Kater sah dieselbe Erscheinung, aber nicht so deutlich, auch am 16ten und 17ten Jan. 1826, so dafs die einzige Verschiedenheit nur in der Mehrzahl der Striche liegt, wobei *Kater* selbst den einen Strich stärker sah, einer seiner Freunde alle gleich, und ein anderer sehr kurzsichtiger nur den stärkeren.

Es kommt nun aber der Umstand hier in Betracht, dafs wir jetzt die entgegengesetzte Fläche des Saturnringes sehen als im Jahre 1825, so dafs wenn nur eine Linie nahe in der Mitte des äufsern Ringes gesehen wäre, fast unmittelbar an

eine Theilung geschlossen werden könnte. Dafs beidemale eine vor den andern ausgezeichnete da gewesen ist, macht die Vermuthung einer wirklichen Theilung wenigstens wahrscheinlich. Es ist selbst möglich, dafs wenn die Umstände jetzt nicht so viel ungünstiger wären als 1825, da Saturn damals eine starke nördliche Declination jetzt eine nicht unbeträchtliche südliche hat, so dafs er hier in Berlin nur 25° hoch kommt, auch die vorhandenen andern Linien sich gezeigt haben würden.

Kater benachrichtigte damals sogleich *Herschel* davon, der aber im Anfange von 1826 nichts bemerken konnte, so wie ebenfalls *Struve* nicht im Laufe des Jahres. Meine Notiz hat den gleichen Zweck darauf aufmerksam zu machen, da sich jetzt vielleicht noch mehr Gelegenheit findet die Permanenz oder Variabilität zu erweisen.

Kater sah die Erscheinung 1825 Decbr. 17 nur mit einem *Newton*schen Spiegeltelescope von *Watson* bei 280mal. Vergröfserung. Am 16ten und 17ten Jan. mit einem ähnlichen von *Dollond* bei 160maliger Vergröfserung.

Hier ward sie erkannt bei einer Vergröfserung, welche in dem Münchener Verzeichnifs zu 600mal angegeben wird und sie ward nachher gesehen bis zu einer 320maligen herab. Indessen kann ich nicht umhin zu bemerken, dafs diese Zahlen gewifs zu grofs sind. Bei der Prüfung des *Dure*schen Oculars ging ich auch die sämmtlichen Münchener Vergröfserungen zum Fadenmicrometer durch und fand mit einem *Ramsden*schen Dynameter übereinstimmend aus mehreren Messungen, dafs die Münchener

600malige	eigentlich	nur 400mal
480 —	———	— 384 —
320 —	———	— 240 —
214 —	———	— 192 —
140 —	———	— 128 —
90 —	———	— 87 —

vergröfsert. Die letzten Zahlen können um einige Einheiten ungewifs seyn, nicht aber um so viel, dafs im Ganzen nicht ein sehr beträchtlicher Unterschied bliebe. Aus der Gleichheit der Dimensionen des Refractors und der Oculare hier und in Dorpat möchte ich schliefsen, dafs dieselbe Verringerung der Vergröfserungszahlen auch dort stattfinden müsse, wenn gleich *Struve* es nicht erwähnt. Kann indessen die Angabe der Vergröfserungen nothwendig werden, wie es bei einigen Doppelsternen der Fall seyn mag, so wäre es vielleicht gut einen so beträchtlichen Unterschied nicht fest zu halten, wenn er vorhanden ist.

Bei dieser Gelegenheit führe ich noch an, dafs γ Virginis jetzt wieder doppelt erscheint. Nach einem Briefe von *Herschel* vom 17ten Jan. 1837 erschien er ihm in einigen früheren schönen Nächten nicht länglicht, und nach dem Bericht von *Struve* war er im Januar in Dorpat länglicht gesehen. Am 15ten März dieses Jahrs fand ich ihn hier ebenfalls nur länglicht. Der Positionskreis gab 280° 20′ oder 100° 20′ an. Auch am 2ten Mai erschien er nur länglicht, wenn gleich die starke Wallung in der Luft kein so ruhiges Bild gab, dafs man mit einiger Sicherheit hätte einstellen können. Am 29sten Mai sah ich ihn mit der 480mal. Vergröfserung von *Dure* zum erstenmale wieder doppelt, ohne doch unterscheiden zu können, welcher der Sterne der hellere sey. Der Positionswinkel fand sich nach drei Einstellungen 258° 30′ oder 78° 30′. Nahe eben so stellte ihn Herr *Galle* ein. Am folgenden Tage stellte Herr Professor *Argelander* auf 77° 54′ und Herr Dr. *Mädler* auf 78° 19′ ein. Die Messung der Distanz ist bei ihrer Kleinheit unsicher, vielleicht würde eine Schätzung genauer gewesen seyn, da bei der sehr starken Annäherung der beiden Fäden das getrennte Bild beider Sterne nicht mehr mit Zuverlässigkeit sich unterscheiden liefs. Die Distanz ist wahrscheinlich zu grofs. Drei Messungen an dem ersten Abende gaben mir 0″55, 0″67 und 0″81. Am folgenden Abende fand Herr Dr. *Mädler* aus einer Messung 0″58. Jedenfalls möchte der Zeitpunkt der sichtbaren Trennung der beiden Sterne nur wenige Tage vorher eingetreten seyn.

Encke.

Observed Occultations of Stars at St. Croix West Indies.

1832 March 6 at $6^h 45^m 44^s$ Occultation by the Moon of a small star of about the 7th magnitude, which I consider to be Nr. 284 of the Catalogue of the Astronomical Society of London.

1833 Nov. 17 Occultation by the Moon of η Capricorni.

Immers. at 8h 2m 19s,3 mean time. Immersion well observed.

Emers. 8 18 47,3 —— —— Emersion considered tolerably correct.

1834 Aug. 7 Occultation by the Moon of ν Virginis at 8h 8m 6s,25 mean time. A good observation.

Sept. 6 Occultation by the Moon of 95 Virginis at 6 48 13,70 —— —— An excellent Observation.

Transit over the Meridian of Stars, observed with the Moon.

			Sidereal Time.
Moon 1st Limb	1832	March 8	4h 20′ 40″20
a Tauri			4 26 16,92
Moon 2d Limb		—— 24	18 20 36,90
α Aquilae			19 42 34,68
Regulus		Nov. 15	9 59 26,71
Moon 2d Limb			10 1 29,50
Moon 2d Limb	1833	Aug. 9	3 34 44,70
a Tauri			4 26 21,29
Moon 2d Limb		—— 10	4 29 46,10
β Orionis			5 6 31,08

			Sidereal Time.
Moon 2d Limb	1834	Jun. 30	1h 34′ 21″25
α Arietis			1 57 49,85
Moon 2d Limb		July 1	2 19 59,75
α Ceti			2 53 36,33
α Tauri			4 26 23,57
α Leonis		Oct. 27	9 59 32,59
Moons 2d Limb			10 2 49,20
α Leonis		—— 28	9 59 32,62
Moons 2d Limb			10 59 58,80
Moons 2d Limb		Nov. 23	9 42 37,24
α Leonis			9 59 33,44

Andr. Lang.

Rate of Going of Capt. *Harders* Chronometer (*Urban Jürgensen*).

		Slow for Greenwich meanTime at 7 o'Clock of each day. m s			Daily Rate
1837	April 11	0 9,1	8″8	an 1 day	8″8
	—— 12	0 17,9	8,7	1 —	8,7
	—— 13	0 26,6	6,5	1 —	6,5
	—— 14	0 33,1	17,9	2 —	8,9
	—— 16	0 51,0	17,1	2 —	8,5
	—— 18	1 8,0	9,2	1 —	9,2
	—— 19	1 17,3	16,3	2 —	8,1
	—— 21	1 33,6	9,3	1 —	9,3
	—— 22	1 42,9	9,0	1 —	9,0
	—— 23	1 51,9	8,4	1 —	8,4
	—— 24	2 0,3	26,0	3 —	8,6
	—— 27	2 26,3	8,9	1 —	8,9
	—— 28	2 35,2	16,5	2 —	8,2
	—— 30	2 51,7	8,4	1 —	8,4
	Mai 1	3 0,1	16,8	2 —	8,4
	—— 3	3 16,9	16,4	2 —	8,2
	—— 5	3 33,3	16,3	2 —	8,1
	—— 7	3 49,6	8,0	1 —	8,0
	—— 8	3 57,6	16,0	2 —	8,0
	—— 10	4 13,6	16,7	2 —	8,3
	—— 12	4 30,3	9,0	1 —	9,0
	—— 13	4 39,3	45,0	5 —	9,0
	—— 18	5 24,3	9,2	1 —	9,2
	—— 19	5 33,5	8,0	1 —	8,0
	—— 20	5 41,5	26,4	3 —	8,8
	—— 23	6 7,9	16,1	2 —	8,1
	—— 25	6 24,0	7,8	1 —	7,8
	—— 26	0 31,8	25,4	3 —	8,4
	—— 29	6 57,2	17,4	2 —	8,6
	—— 31	7 14,6	33,6	4 —	8,4
	June 4	7 48,2	24,9	3 —	8,3
	—— 7	8 13,1			

	Slow for Greenwich mean Time at 7 o'Clock of each day.			Daily Rate.
June 12	8 55,5	42,4	5 —	8,5
—— 14	9 13,5	18,0	2 —	9,0
—— 15	9 22,2	8,7	1 —	8,7
—— 17	9 40,1	17,9	2 —	8,9
—— 18	9 48,7	8,6	1 —	8,6

St. Croix. Sunday morning June 18. 1837 at 7 o'Clock my observatory Latid. 17° 44′ 32″ North Longitude assume 4h 18m 44s West from Greenwich in Time. The above chron meter was 9′ 48″7 slow for Greenwich mean time, and retarding or going too slow daily, 8″5 as the mean rate, sin April 11, and it will be most satisfactory to *M. Jürgensen* observe by the above observations, the regularity with whic this Chronometer has gone.

Andr. Lang.

Le Chronomètre que Mr. *Andr. Lang* a observé, est ex cuté par mon frère *Jules* en 1833, son nom est gravé int rieurement sur la cuvette, mais le cadran étant encore du temp de mon père, porte le nom: *Urban Jürgensen.* Le nomb des vibrations du balancier est de 18,000 par heure.

Le Capitaine de vaisseau, Mr. *C. Hardes* s'est servi ce Chronomètre pour la détermination des longitudes durant s voyage de Copenhague à St. Croix et de retour, et c'est pe dant le séjour du Capitaine à St. Croix, que Mr. *Lang* a fa les observations ci-dessus.

L. U. Jürgensen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *T. Henderson* an den Herausgeber.

Edinburgh 1837. Novbr. 3.

From the observations of the Moon's Declination, which I made with the Mural Circle at the Cape of Good Hope in 1832 and 1833, compared with the corresponding observations made at Greenwich and Cambridge, I have deduced a value of the constant quantity of the Moon's equatoreal horizontal parallax.

The following are the apparent Declinations of the Moon's limb, for the instants of the Centre passing the meridians of the respective places, deduced from the observations. These form the ground-work of the investigation.

Date.	Place.	Limb.	Declination.
1832 Mai 18	Cape	N.	− 20° 19′ 53″2
	Greenwich	—	− 21 22 30,6
19	Cape	—	− 19 22 15,5
	Greenwich	—	− 20 22 40,4
June 10	Cape	—	− 13 6 41,1
	Greenwich	—	− 14 26 47,8
July 8	Cape	—	− 15 18 16,6
	Greenwich	—	− 16 35 25,0
20	Cape	—	+ 8 3 13,6
	Greenwich	—	+ 6 59 5,0
Aug. 10	Cape	S.	− 18 11 33,9
	Greenwich	—	− 19 10 0,5
11	Cape	—	− 15 27 36,1
	Greenwich	—	− 16 25 21,9
Sept. 3	Cape	N.	− 20 9 5,1
	Greenwich	—	− 21 16 32,1
Oct. 12	Cape	—	+ 17 2 55,8
	Greenwich	—	+ 15 54 50,7
Nov. 2	Cape	S.	− 12 56 20,5
	Greenwich	—	− 13 54 3,9
6	Cape	—	+ 5 43 33,3
	Greenwich	—	+ 4 40 30,9
16	Cape	—	+ 7 16 17,3
	Greenwich	—	+ 5 41 4,2
Dec. 15	Cape	—	− 1 21 41,0
	Greenwich	—	− 2 54 28,7
1833 Jan. 6	Cape	—	+ 21 42 37,2
	Cambridge	—	+ 20 15 14,4
	Greenwich	—	+ 20 15 58,8
28	Cape	—	+ 8 32 9,6
	Cambridge	—	+ 7 28 37,9
30	Cape	—	+ 16 58 43,1
	Cambridge	—	+ 15 50 5,0
	Greenwich	—	+ 15 50 40,5
Febr. 2	Cape	N.	+ 22 50 25,9
	Greenwich	—	+ 21 27 34,0
3	Cape	—	+ 21 26 36,8
	Greenwich	—	+ 19 57 24,3
28	Cape	S.	+ 21 27 7,2
	Cambridge	—	+ 20 13 0,2
March 4	Cape	N.	+ 16 35 6,3
	Cambridge	—	+ 14 58 12,3
	Greenwich	—	+ 14 58 46,2
1833 March 5	Cape	N.	+ 11° 46′ 35″6
	Cambridge	—	+ 10 6 25,3
	Greenwich	—	+ 10 7 1,7
6	Cape	—	+ 6 16 6,9
	Greenwich	—	+ 4 35 53,1
28	Cape	—	+ 23 2 25,2
	Cambridge	—	+ 21 46 9,7
31	Cape	—	+ 18 31 20,2
	Cambridge	—	+ 16 58 10,2
April 1	Cape	—	+ 14 16 42,6
	Cambridge	—	+ 12 39 13,5
3	Cape	—	+ 3 27 42,6
	Cambridge	—	+ 1 47 55,1
	Greenwich	—	+ 1 48 18,8
5	Cape	S.	− 8 18 47,2
	Cambridge	—	− 9 51 28,2
	Greenwich	—	− 9 51 12,2
26	Cape	N.	+ 22 24 9,3
	Cambridge	—	+ 20 59 8,9
28	Cape	—	+ 16 7 6,3
	Cambridge	—	+ 14 32 25,3
	Greenwich	—	+ 14 32 57,6
29	Cape	—	+ 11 22 1,8
	Cambridge	—	+ 9 44 23,1
	Greenwich	—	+ 9 44 49,6
30	Cape	—	+ 5 58 39,1
	Cambridge	—	+ 4 19 56,3
	Greenwich	—	+ 4 20 22,6
Mai 3	Cape	—	− 10 28 37,3
	Cambridge	—	− 11 58 26,4
4	Cape	—	− 14 56 41,9
	Cambridge	—	− 16 20 37,8
11	Cape	—	− 15 21 54,8
	Cambridge	—	− 16 18 55,1

To the observed Declination of the North limb at Greenwich on March 6, a correction of 0″2 has been applied for defect of illuminated disc.

The Declinations at the Cape and Greenwich on March 5 and April 3 and those at the Cape and Cambridge on March 4, April 1, 3, 28, 29, 30, May 3 and 4 have been obtained from comparisons with the same stars at both Observatories, and their differences are therefore not affected by errors in the assumed Declinations of the Stars. The other Declinations have been obtained from comparisons with such of the principal Stars as were observed. As the relative Declinations of these Stars are known with great accuracy, and as the observations at the three Observatories have been reduced on the same system, by the application of the same refractions and corrections, and the same Catalogue of Declinations of the fundamental Stars, it is believed that the differences of the Moon's

Declination on the other days are exhibited as accurately as if the same stars had been employed.

Denoting the Earth's compression by $\frac{1}{300} + \delta c$ and the Long. of the Observatory at the Cape by $1^h\,13'\,55^s + t$ seconds East of Greenwich and comparing the observed with the computed parallaxes, I find the constant to be

$$57'\ 1''16 + 5062^s\ \delta c - 0{,}05\, t$$

from comparison with *Burckhardts* Tables and

$$57'\ 2''46 + 5062^s\ \delta c - 0{,}05\, t$$

from comparisons with *Damoiseaus* Tables.

The mean $57'\ 1''8$ is greater by $1''3$ than the constant of *Burckhardt's* Tables, and by $0''9$ than the constant of *Damoiseau's*.

The details of the Investigation are contained in a M moir transmitted to the Royal Astronomical Society.

T. Henderson.

Ueber die Reduction der Monddistanzen. Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Wenn H, h und H', h' die wahren und scheinbaren Höhen, δ und δ' die wahre und scheinbare Distanz bezeichnen, so hat man bekanntlich die Gleichung

$$1.\quad \frac{\cos\delta - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = \frac{\cos\delta' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

oder

$$2.\quad \cos\delta \cos H' \cos h' - \cos\delta' \cos H \cos h = \sin H \sin h \cos H' \cos h' - \sin H' \sin h' \cos H \cos h.$$

Weil nun, wie man leicht findet,

$$3.\quad 4\cos\delta' \cos H \cos h = \cos(\delta' + H + h) + \cos(\delta' + H - h) + \cos(\delta' - H + h) + \cos(\delta' - H - h)$$

und

$$\begin{aligned}4.\quad & 4(\sin H \sin h \cos H' \cos h' - \sin H' \sin h' \cos H \cos h)\\ &= [\sin(h+h') + \sin(h-h')]\,[\sin(H+H') + \sin(H-H')]\\ &\quad -[\sin(h+h') - \sin(h-h')]\,[\sin(H+H') - \sin(H-H')]\\ &= 2\sin(h-h')\sin(H+H') + 2\sin(h+h')\sin(H-H')\\ &= \cos(H+H'-h+h') - \cos(H+H'+h-h') + \cos(H-H'-h-h') - \cos(H-H'+h+h')\end{aligned}$$

ist, so ist nach der Gleichung 2

$$\begin{aligned}5.\quad 4\cos\delta \cos H' \cos h' = {} & \cos(\delta' + H + h) - \cos(H + H' + h - h')\\ & + \cos(\delta' - H - h) - \cos(H - H' + h - h')\\ & + \cos(\delta' + H - h) + \cos(H - H' - h - h')\\ & + \cos(\delta' - H + h) + \cos(H + H' - h + h')\\ = {} & 2\sin[H + h + \tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')]\ \sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta')\\ & - 2\sin[H + h - \tfrac{1}{2}(H' - h' + \delta')]\ \sin\tfrac{1}{2}(H' - h' - \delta')\\ & + 2\cos[H - h - \tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')]\ \cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta')\\ & + 2\cos[H - h + \tfrac{1}{2}(H' + h' - \delta')]\ \cos\tfrac{1}{2}(H' + h' + \delta')\\ = {} & 4\cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'-\delta') + 4\cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'+\delta')\end{aligned}$$

und folglich

$$6.\quad \cos\delta = \frac{\cos(H+h)\sin\frac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\frac{1}{2}(H'-h'-\delta') + \cos(H-h)\cos\frac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\frac{1}{2}(H'+h'+\delta')}{\cos H' \cos h'},$$

oder, wenn wir

$$7.\quad \begin{cases} A = \dfrac{\cos(H+h)\sin\frac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\frac{1}{2}(H'-h'-\delta')}{\cos H' \cos h'} \\[2ex] B = \dfrac{\cos(H-h)\cos\frac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\frac{1}{2}(H'+h'+\delta')}{\cos H' \cos h'} \end{cases}$$

setzen.

$$8.\quad \cos\delta = A + B.$$

Hat man *Matthiessens* treffliche Tafeln, die immer allgemeiner bekannt und gebraucht zu werden verdienen, zur Hand, so gestattet diese Formel, obgleich sie aus zwei Theilen b steht, doch eine sehr leichte Rechnung. Uebrigens kann ma dieselbe durch Einführung von Hülfswinkeln auf verschieden Arten zur gewöhnlichen logarithmischen Rechnung bequem ei richten. Setzt man z. B.

$$9.\quad \tang x = A, \quad \tang y = B;$$

so wird

$$10.\quad \cos\delta = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}.$$

Borda's bekannte Methode erfordert blofs die Berechnung eines Hülfswinkels, und ist also in so fern bequemer wie die vorhergehende. Weil aber bei dieser Methode der Hülfswinkel durch seinen Sinus bestimmt wird, so wird dieselbe nicht in allen Fällen die nöthige Schärfe gewähren.

Man könnte auch

$$11.\quad \begin{cases} \sin\varphi = \cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'-\delta') \\ \sin\psi = \cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'+\delta') \end{cases}$$

setzen, und erhielte dann

$$12.\quad \cos\delta = \frac{2\sin\frac{1}{2}(\varphi+\psi)\cos\frac{1}{2}(\varphi-\psi)}{\cos H'\cos h'}.$$

Setzte man

$$13.\quad \begin{cases} \cos\xi = \cos(H+h)\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'+\delta')\sin\tfrac{1}{2}(H'-h'-\delta') \\ \cos\eta = \cos(H-h)\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'-\delta')\cos\tfrac{1}{2}(H'+h'+\delta') \end{cases}$$

so würde

$$14.\quad \cos\delta = \frac{2\cos\frac{1}{2}(\xi+\eta)\cos\frac{1}{2}(\xi-\eta)}{\cos H'\cos h'}.$$

Von den beiden letzten Methoden müfste man jederzeit die in Anwendung bringen, welche in dem betreffenden Falle das Resultat mit der erforderlichen Schärfe und Genauigkeit liefert. Dafs sich übrigens leicht noch manche andere Methoden finden lassen würden, ist klar.

Dr. *Grunert*.

Zweite Fortsetzung der Untersuchungen über die Grösse des Erdschattens.

(Vgl. 256 u. 286 der Astr. Nachr.)

Die Finsternifs vom 13ten October 1837 versprach eine günstige Gelegenheit, um die 1833 begonnenen Beobachtungen über den Erdschatten mit einer neuen Reihe zu vermehren; indefs war der Himmel weniger günstig; schon zu Anfang zeigten sich leichte Wolken und eine halbe Stunde vor dem Ende der Finsternifs wurden sie so dicht, dafs die Beobachtung aufgegeben werden mufste. Die Schärfe der Begränzung des Schattens war veränderlich; im Allgemeinen bei den Eintritten gröfser, als bei den Austritten. Ich setze nur diejenigen Beobachtungen her, welche beide Momente ergeben haben.

	Mittlere Berliner Zeit. Eintritt.	Mittlere Berliner Zeit. Austritt.	Vergröfserung. Zeit.
Reiner	10ʰ26′ 55″	13ʰ 2′ 32″	106″8
Aristarch	10 29 9	13 6 53	89,2
Crüger	10 32 25	12 58 41	44,3
Kepler	10 33 5	13 8 16	86,2
Heraclides	10 34 40	13 14 6	45,0
Euler	10 35 36	13 13 0	69,5
Laplace	10 37 42	13 17 30	105,1
Pytheas	10 39 55	13 15 55	63,5
Copernicus	10 40 4	13 16 2	85,1
Timocharis	10 41 15	13 20 40	116,4
Plato	10 43 38	13 23 32	109,0
Pico	10ʰ43′ 16″	13ʰ23′ 40″	120″8
Campanus	10 46 7	13 11 10	64,2
Manilius	10 52 56	13 30 34	87,9
Menelaus	10 55 45	13 34 22	109,0
Dionysius	10 59 0	13 34 27	80,6

Halbschatten bei Grimaldi schon merklich ...... 10ʰ 5′
——— bei Kepler 10 11
Anfang der Finsternifs 10 23 15
Total 11 24 33
Ende der totalen 12 55 58

Die letzte Columne ist durch Vergleichung der aus den Beobachtungen resultirenden halben Dauerzeiten mit den in Nr. 337 der A. N. berechneten entstanden, und der Correctionsfactor $\sqrt{\left(1-\frac{B^2}{A^2}\right)}$ um die angegebenen Werthe auf die Richtung des Halbmessers zu reduciren bereits angebracht. Es ergiebt sich im Mittel

Vergröfserung der halben Dauer = 86″5 in Zeit
= $\frac{1}{54,0}$ des Schattenhalbmessers;

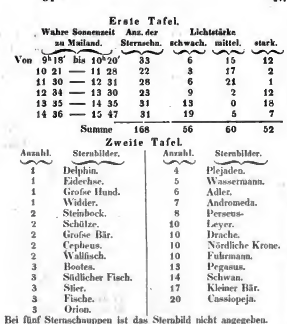
welche Angabe sich auf den Aequatorealhalbmesser bezieht und für die Parallaxe 59′ 31″7 gültig ist.

Dr. *J. H. Mädler*.

Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten bei der Mailänder Sternwarte, an den Herausgeber.

Mailand 1837. Sept. 2.

Ich nehme mir die Freiheit Ihnen beiliegend die Resultate der Beobachtungen mitzutheilen, welche wir in der Nacht vom 10ten auf den 11ten August über die Sternschnuppen anstellten. Schon in der vorhergehenden Nacht zeigten sich viele derselben, sie wurden aber nicht regelmäfsig aufgezeichnet; auch die folgende versprach eine reiche Ausbeute; allein nach einer halbstündigen Beobachtung trübte sich der Himmel, was auch in den nächsten Abenden der Fall war. Es waren stets zwei Beobachter gleichzeitig auf dem Posten; in der ersten Stunde drei. Die erste Tafel giebt die Anzahl der Phänomene in jeder Stunde und ihre Lichtstärke. Die zweite die Sternbilder, in denen sie zuerst gesehen wurden, die dritte ihre Richtung.



Erste Tafel.

Wahre Sonnenzeit zu Mailand.	Anz. der Sternschn.	Lichtstärke schwach.	mittel.	stark.
Von $9^h 18'$ bis $10^h 20'$	33	6	15	12
10 21 — 11 28	22	3	17	2
11 30 — 12 31	28	6	21	1
12 34 — 13 30	23	9	2	12
13 35 — 14 35	31	13	0	18
14 36 — 15 47	31	19	5	7
Summe	168	56	60	52

Zweite Tafel.

Anzahl.	Sternbilder.	Anzahl.	Sternbilder.
1	Delphin.	4	Plejaden.
1	Eidechse.	5	Wassermann.
1	Grofse Hund.	6	Adler.
1	Widder.	7	Andromeda.
2	Steinbock.	8	Perseus.
2	Schülze.	10	Leyer.
2	Grofse Bär.	10	Drache.
2	Cepheus.	10	Nördliche Krone.
2	Wallfisch.	10	Fuhrmann.
3	Bootes.	13	Pegasus.
3	Südlicher Fisch.	14	Schwan.
3	Stier.	17	Kleiner Bär.
3	Fische.	20	Cassiopeja.
3	Orion.		

Bei fünf Sternschnuppen ist das Sternbild nicht angegeben.

Dritte Tafel.

Anzahl.	Richtung.	Anzahl.	Richtung.
1	Von NO nach O.	2	Von N nach NW
1	— SO — N	2	— N — O
1	— NW — O	3	— SO — O
1	— NW — N	3	— NO — Zen.
1	— Zenith — N	3	— NO — N
1	— S — W	3	— Zenith — W
1	— SO — S.	3	— Zenith — SW
1	— O — N	3	— O — SO
1	— SW — NW	4	— NO — O
1	— SW — W	4	— NO — N
1	— NW — SO	5	— O — S
1	— NW — S	5	— W — O
1	— W — S	5	— S — SO
1	— NW — W	9	— NO — SW
1	— O — SW	9	— O — NO
2	— N — SW	10	— S — N
2	— W — SW	14	— N — W
2	— NO — SO	17	— O — W
2	— W — NW	20	— N — S
2	— NO — S		

Bei 17 Sternschnuppen ist die Richtung nicht angegeben.

Kreil.

Vermischte Nachrichten.

Von Herrn Rector *Dörfer* in Heide erschien im Jahre 1835

Leçons de Goniometrie, y compris la Trigonométrie rectiligne et sphérique,

in denen er mit Klarheit und Schärfe sowohl die vorzüglichsten goniometrischen Formeln, als auch die Reihen für die goniometrischen Functionen und die Lehrsätze beider Trigonometrien entwickelt. Da das Buch hauptsächlich zum Gebrauche in Schulen bestimmt ist, so hat er mit dem mathematischen Unterricht noch Sprachübungen verbinden wollen und deswegen es nicht in einer, sondern in mehreren Sprachen geschrieben. Es fängt griechisch an, und nachher wechseln Französisch, Englisch und Latein. Ich erinnere mich (ich glaube in *Kästners* Schriften) gelesen zu haben, dafs in derselben Hinsicht bei dem Unterricht in der Elementargeometrie in Schulen als Grundlage der griechische Text von Euclids zur Geometrie gehörigen Büchern empfohlen ward. Vielleicht hat es, aufser der Sprachübung, noch den Vortheil, dafs die Mühe, welche die Schüler sich geben müssen, das Gesagte zu verstehen, auch dazu dient ihnen den Sinn des Gesagten besser einzuprägen.

Es ist dem bescheidenen und kenntnifsreichen Verfasser zu wünschen, dafs sein Buch auch bei den Lesern, für die er es bestimmt hat, eine freundliche Aufnahme finde.

S.

Inhalt.

Altona 1837. December 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 339 — 342.

Ueber die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt.

Von Herrn Professor *Hansen*,
Director der Sternwarte in Seeberg.

Die Abhandlung des Herrn Geheimenraths *Bessel* in Nr. 321 der Astron. Nachr. veranlafste mich einige Rechnungen wieder vorzunehmen, welche ich gleich nach der Erscheinung der Nr. 151 der Astr. Nachr., worin *Bessels* frühere Abhandlung über diesen Gegenstand enthalten ist, vorgenommen hatte, theils um auf den Grund dieser schönen Analyse zu kommen, und theils um zu untersuchen, wie sich die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt gestalten. Da ich glaube, dafs einige der Resultate, die ich aus meinen Rechnungen gezogen habe, einige Beachtung verdienen, so habe ich diese hier zusammengestellt. Um Citate zu vermeiden habe ich die Formeln, welche die Grundlage aller Untersuchungen über die Verfinsterungen sind, von Anfang an abgeleitet, und mich dabei bemüht diese Ableitung so allgemein wie möglich zu machen. Ich habe auch die Formeln für die Vorausberechnung der Hauptmomente einer Verfinsterung und die Formeln für die Längenbestimmung hier aufgenommen, jene weichen in den Nebenumständen ein wenig von den *Bessel*schen ab, diese sind mit den *Bessel*schen, bis auf eine Bemerkung über das Zeichen von $\cos\psi'$, (bei *Bessel* ist $\psi_,$) übereinstimmend.

Ich werde mich im Folgenden immer der Benennung „Sonne“ und „Mond“ bedienen, obgleich die Formeln mit gleichem Rechte bei Sternbedeckungen, Vorübergängen der untern Planeten vor der Sonnenscheibe, und Vorübergängen der Jupitersatelliten vor der Jupiterscheibe angewandt werden können.

1.

Betrachten wir das Dreieck zwischen dem Mittelpunkte der Sonne, dem Mittelpuncte des Mondes und irgend einem beliebigen Puncte E der Oberfläche der Erde. Sey die Entfernung des Punktes E von dem Mittelpunkte des Mondes $r_,$, die Entfernung des Punktes E vom Mittelpunkte der Sonne $r'_,$, die Entfernung des Mittelpunktes der Sonne von dem Mittelpunkte des Mondes R und der Winkel am Punkte E zwischen dem Mittelpunkte der Sonne und dem Mittelpunkte des Mondes P, so ist

$$R^2 = r_,^2 + r_,'^2 - 2r_, r'_, \cos P$$

Seyen die rechtwinkligen Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes, deren Anfang im Punkte E liegen soll, $x_,, y_,, z_,$, die Coordinaten des Mittelpunktes der Sonne, auf denselben Anfangspunkt bezogen, und jenen beziehungsweise parallel $x'_,, y'_,, z'_,$, dann ist, wobei die Richtung dieser Coordinaten übrigens ganz willkührlich gelassen wird.

$$R^2 = (x_, - x'_,)^2 + (y_, - y'_,)^2 + (z_, - z'_,)^2$$
$$r_,^2 = x_,^2 + y_,^2 + z_,^2$$
$$r_,'^2 = x_,'^2 + y_,'^2 + z_,'^2$$

substituirt man diese Werthe in die vorhergehende Gleichung, dann wird

$$r_, r'_, \cos P = x_, x'_, + y_, y'_, + z_, z'_, \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Betrachtet man nun den Mond und die Sonne als Kugeln, deren Halbmesser von dem Punkte E aus unter den Winkeln Δ und Δ' gesehen werden, so ist für die vier Hauptmomente einer Verfinsterung

$$P = \Delta \pm \Delta'$$

nemlich für den Anfang und das Ende der ganzen Verfinsterung $P = \Delta + \Delta'$ und für den Anfang und das Ende der totalen oder der ringförmigen Verfinsterung $P = \Delta - \Delta'$. Nennt man die wahren Halbmesser des Mondes und der Sonne l und l', dann ist

$$l = r_, \sin\Delta$$
$$l' = r'_, \sin\Delta'$$

und hieraus

$$r_, \cos\Delta = \sqrt{(r_,^2 - l^2)}$$
$$r'_, \cos\Delta' = \sqrt{(r_,'^2 - l'^2)}$$

Hiemit haben wir

$$r_, r'_, \cos P = \sqrt{((r_,^2 - l^2)(r_,'^2 - l'^2))} \mp ll'$$

Wenn man diesen Werth von $r_, r'_, \cos P$ in die Gleichung (1) setzt, so ergiebt sich, nachdem diese ins Quadrat erhoben worden ist, um die Wurzelgröfsen fortzuschaffen, und nachdem für $r_,^2$ und $r_,'^2$ ihre obigen Werthe substituirt worden sind,

$$(x_,^2 + y_,^2 + z_,^2 - l^2)(x_,'^2 + y_,'^2 + z_,'^2 - l'^2)$$
$$= l^2 l'^2 \pm 2ll'(x_, x'_, + y_, y'_, + z_, z'_,)(x_, x'_, + y_, y'_, + z_, z'_,)^2$$

oder

$$(x_,^2+y_,^2+z_,^2)(x_,'^2+y_,'^2+z_,'^2)-(x_,x_,'+y_,y_,'+z_,z_,')^2$$
$$=l^2(x_,'^2+y_,'^2+z_,'^2)+l'^2(x_,^2+y_,^2+z_,^2)\pm 2ll'(x_,x_,'+y_,y_,'+z_,z_,')$$

welche auf bekannte Art in folgende verwandelt werden kann,

$$(2)\ldots\ldots\ (x_,y_,'-y_,x_,')^2+(x_,z_,'-z_,x_,')^2+(y_,z_,'-z_,y_,')^2$$
$$=(lx_,'\pm l'x_,)^2+(ly_,'\pm l'y_,)^2+(lz_,'\pm l'z_,)^2$$

Diese Gleichung ist in Verbindung mit den allgemeinsten Formeln für die Coordinaten die Grundlage aller Untersuchungen, welche über die Verfinsterungen geführt werden können. Sie stimmt mit der *Bessel*schen Gleichung (2) Astr. Nachr. Nr. 151 überein, sie ist aber in so fern unter einem allgemeineren Gesichtspunkt aufgefafst, weil hier die Lage der Coordinaten, welche *Bessel* am angeführten Orte mit a, b, c, a', b', c', bezeichnet, ganz willkührlich zu lassen ist, während sie dort durch die dortigen Gleichungen (1) bereits vor der Ableitung der Gleichung (2) specialisirt worden sind.

2.

Die allgemeinste Form der Coordinaten ist bekanntlich folgende:

$$(3)\ldots\ldots \begin{cases} x_,' = a_,x'+by'+cz' \\ y_,' = a'x'+b'y'+c'z' \\ z_,' = a''x'+b''y'+c''z' \\ x_, = a_,x+by+cz \\ y_, = a'x+b'y+c'z \\ z_, = a''x+b''y+c''z \end{cases}$$

wo für x', y', z', x, y, z beliebige Coordinaten, am zweckmäfsigsten diejenigen, deren Ausdrücke durch gegebene Gröfsen am einfachsten sind, angenommen werden können, und wo

$$\begin{aligned}
a &= -\sin d\ \sin\theta\ \cos a - \cos p\ \sin a \\
b &= -\sin d\ \sin\theta\ \sin a + \cos p\ \cos a \\
c &= \cos d\cdot\sin\theta \\
a' &= -\sin d\ \cos\theta\ \cos a + \sin p\ \sin a \\
b' &= -\sin d\ \cos\theta\ \sin a - \sin p\ \cos a \\
c' &= \cos d\ \cos\theta \\
a'' &= \cos d\ \cos a \\
b'' &= \cos d\ \sin a \\
c'' &= \sin d
\end{aligned}$$

Die Bedeutung der drei willkührlichen Winkel a, d und θ i[st] bekannt, man bedarf dieser aber gar nicht, wenn es sich blo[s] darum handelt die Zeiten der Ein- und Austritte bei den Ve[r]finsterungen zu bestimmen. Nennt man nun

α, δ, r grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung d[es] Mondmittelpunkts in Beziehung auf den Mittelpun[kt] der Erde;

α', δ', r' dieselben Gröfsen für die Sonne;

μ, Φ, ρ dieselben Gröfsen für das geocentrische Zenith d[es] Punktes (E) der Oberfläche der Erde;

oder mit andern Worten, μ die Sternzeit, Φ die verbessert[e] Polhöhe und ρ den Radius der Erde für den Punkt (E), welc[he] mit $\alpha, \delta, r, \alpha', \delta', r'$ gleichzeitig stattfinden, so sind die e[in]fachsten Ausdrücke der Coordinaten x, y, z, x', y', z', f[ol]gende:

$$\begin{aligned}
x &= r\cos\delta\ \cos\alpha - \rho\ \cos\Phi\ \cos\mu \\
y &= r\cos\delta\ \sin\alpha - \rho\ \cos\Phi\ \sin\mu \\
z &= r\sin\delta \quad - \rho\ \sin\Phi \\
x' &= r'\cos\delta'\ \cos\alpha' - \rho\ \cos\Phi\ \cos\mu \\
y' &= r'\cos\delta'\ \sin\alpha' - \rho\ \cos\Phi\ \sin\mu \\
z' &= r'\sin\delta' \quad - \rho\ \sin\Phi
\end{aligned}$$

Substituirt man diese Ausdrücke, so wie die obigen Wer[the] von a, b, c, a', etc. in die Formeln (3), so ergiebt sich

$$(4)\ldots\ldots \begin{cases}
x_, = r\sin\theta\,(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) + r\cos\theta\cos\delta\sin(\alpha-a) \\
\quad -\rho\sin\theta\,(\sin\Phi\cos d - \cos\Phi\sin d\cos(\mu-a)) - \rho\cos\theta\cos\Phi\sin(\mu-a) \\
y_, = r\cos\theta\,(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha-a)) - r\sin\theta\cos\delta\sin(\alpha-a) \\
\quad -\rho\cos\theta\,(\sin\Phi\cos d - \cos\Phi\sin d\cos(\mu-a)) + \rho\sin\theta\cos\Phi\sin(\mu-a) \\
z_, = r\sin\delta\sin d + r\cos\delta\cos d\cos(\alpha-a) - \rho\sin\Phi\sin d - \rho\cos\Phi\cos d\cos(\mu-a) \\
x_,' = r'\sin\theta\,(\sin\delta'\cos d - \cos\delta'\sin d\cos(x'-u)) + r'\cos\theta\cos\delta'\sin(\alpha'-a) \\
\quad -\rho\sin\theta\,(\sin\Phi\cos d - \cos\Phi\sin d\cos(\mu-a)) - \rho\cos\theta\cos\Phi\sin(\mu-a) \\
y_,' = r'\cos\theta\,(\sin\delta'\cos d - \cos\delta'\sin d\cos(\alpha'-a)) - r'\sin\theta\cos\delta'\sin(\alpha'-a) \\
\quad -\rho\cos\theta\,(\sin\Phi\cos d - \cos\Phi\sin d\cos(\mu-a)) + \rho\sin\theta\cos\Phi\sin(\mu-a) \\
z_,' = r'\sin\delta'\sin d + r'\cos\delta'\cos d\cos(\alpha'-a) - \rho\sin\Phi\sin d - \rho\cos\Phi\cos d\cos(\mu-a)
\end{cases}$$

Diese Formeln sind in Verbindung mit (2) die allgemeinsten, welche die vorliegende Aufgabe gestattet.

3.

Wir können jetzt über die drei willkührlichen Gröfsen a, d und θ so verfügen, dafs die Auflösung am einfachsten wird. Da die Gleichung (2) die höheren Potenzen der Coordinaten enthält, so wird man auf jeden Fall die willkührlichen Annahmen so einrichten müssen, dafs diese Gleichung dadu[rch] vereinfacht wird. Setzen wir etwa, mit Vorbehalt einer dri[tten] zu machenden Annahme $z_, = 0$ und $z_,' = 0$, so geht Gleichung (2) in folgende über:

$$(x_,y_,'-y_,x_,')^2 = (lx_,'\pm l'x_,)^2+(ly_,'\pm l'y_,)^2$$

und sie wird also in der That dadurch vereinfacht. Betrach[ten] wir nun die Gleichungen, welche durch die Bedingungen $z_, =$ [0] und $z_,' = 0$ aus den Gleichungen (4) hervorgehen, so zeigt s[ich]

dafs dadurch die Gröfsen a und d Functionen von μ werden, das heifst Functionen derjenigen Gröfse werden, welche sich während der Dauer einer Verfinsterung am stärksten ändert. Nehmen wir aber statt dessen an, dafs

$$x_{,} = x'_{,}, \quad y_{,} = y'_{,}$$

so zeigen die Gleichungen (4), dafs a und d Functionen der Gröfsen x, α', δ, δ' ohne μ werden, also Functionen derjenigen Gröfsen, die während der Dauer der Verfinsterung sich weit weniger wie μ ändern. Diese Annahme ist also weit vortheilhafter wie jene, und wir wollen daher bei dieser verharren. Es ist dieselbe, welche *Bessel* in Nr. 321 ausdrücklich gemacht hat, und welche den Endformeln in Nr. 151 und 152 implicite zu Grunde liegt.

Die Gleichung (2) geht durch diese Annahmen in folgende über;

$$(x_{,}^2+y_{,}^2)(z'_{,}-z_{,})^2 = (x_{,}^2+y_{,}^2)(l \pm l')^2 + (l z'_{,} \pm l' z_{,})^2$$

und aus dieser Gleichung erhält man, wenn man die Werthe der Coordinaten aus (4), nachdem man darin $\theta = 0$ gemacht hat, substituirt, die *Bessel*sche Gleichung (16) A. N. Nr. 152.

Die vorstehende Gleichung läfst sich leicht auf folgende Gestalt bringen:

$$x_{,}^2 + y_{,}^2 = \frac{(l z'_{,} \pm l' z_{,})^2}{(z'_{,}-z_{,})^2 - (l \pm l')^2}$$

und diese läfst sich leicht, wenn man einen Hülfswinkel f durch folgende Formel

$$\sin f = \frac{l \pm l'}{z'_{,} - z_{,}}$$

woraus sich ergiebt

$$\cos f = \frac{\sqrt{((z'_{,}-z_{,})^2 - (l \pm l')^2)}}{z'_{,}-z_{,}}$$

$$tg\, f = \frac{l \pm l'}{\sqrt{((z'_{,}-z_{,})^2 - (l \pm l')^2)}}$$

einführt, in folgende umwandeln

$$x_{,}^2 + y_{,}^2 = (l \sec f + z_{,}\, tg\, f)^2 \ldots\ldots (5)$$

Wenn man in diese Formel die Werthe der Coordinaten (4), nachdem man $\theta = 0$ gemacht hat, substituirt, so erhält man die in Nr. 321 der Astr. Nachr. enthaltene *Bessel*sche Auflösung, welche auch dort unmittelbar aus der vorstehenden Gleichung abgeleitet wird.

4.

Wir haben über zwei der willkührlichen Gröfsen a, d und θ verfügt, indem wir $x'_{,} = x_{,}$ und $y'_{,} = y_{,}$ machten, über die dritte Gröfse werde ich dadurch verfügen, dafs ich $x_{,} = 0$ mache. Unsere drei Bedingungsgleichungen sind also

$$x'_{,} = 0, \quad x_{,} = 0, \quad y'_{,} = y_{,}$$

und hiemit verwandelt sich die Gleichung (5) in folgende einfachere

$$\pm y_{,} = l \sec f + z_{,}\, tg\, f \ldots\ldots (6)$$

Wenn man die vorstehenden Bedingungsgleichungen in die Gleichungen (4) einführt, so ergeben sich zur Bestimmung der Winkel a, d und θ folgende drei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
0 &= r \sin\theta\,(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) + r \cos\theta \cos\delta \sin(\alpha - a)\\
&\quad - \rho \sin\theta\,(\sin\varphi \cos d - \cos\varphi \sin d \cos(\mu - a)) - \rho \cos\theta \cos\varphi \sin(\mu - a);\\
0 &= r' \sin\theta\,(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha' - a)) + r' \cos\theta \cos\delta' \sin(\alpha' - a)\\
&\quad - \rho \sin\theta\,(\sin\varphi \cos d - \cos\varphi \sin d \cos(\mu - a)) - \rho \cos\theta \cos\varphi \sin(\mu - a);\\
0 &= r \cos\theta\,(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) - r \sin\theta \cos\delta \sin(\alpha - a)\\
&\quad - r' \cos\theta\,(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha' - a)) + r' \sin\theta \cos\delta' \sin(\alpha' - a);
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (7)$$

Subtrahirt man die zweite dieser Gleichungen von der ersten, so erhält man

$$\begin{aligned}
0 &= r \sin\theta\,(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) + r \cos\theta \cos\delta \sin(\alpha - a)\\
&\quad - r' \sin\theta\,(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha' - a)) - r' \cos\theta \cos\delta' \sin(\alpha' - a)
\end{aligned}$$

Man multiplicire diese Gleichung mit $\sin\theta$, die dritte Gleichung (7) mit $\cos\theta$ und addire; man multiplicire ferner die vorstehende Gleichung mit $\cos\theta$, die dritte Gleichung (7) mit $-\sin\theta$ und addire; dann entstehen folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
0 &= r\,(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) - r'\,(\sin\delta' \cos d - \cos\delta' \sin d \cos(\alpha' - a))\\
0 &= r \cos\delta \sin(\alpha - a) - r' \cos\delta' \sin(\alpha' - a)
\end{aligned}$$

welche, da θ aus denselben eliminirt ist, zur Bestimmung von a und d dienen. Um diese Gröfsen daraus zu erhalten, schreibe man $(\alpha - \alpha') + (\alpha' - a)$ für $\alpha - a$, und löse den Sinus und Cosinus des betreffenden Winkels nach $\alpha - \alpha'$ und $\alpha' - a$ auf. Ist dies geschehen, so lassen sich die vorstehenden Gleichungen leicht folgendermaafsen stellen:

$$\begin{aligned}
\cos d\,(r' \sin\delta' - r \sin\delta) &= \sin d\,(r' \cos\delta' - r \cos\delta \cos(\alpha - \alpha')) \cos(\alpha' - a) + \sin d \,.\, r \cos\delta \sin(\alpha - \alpha') \sin(\alpha' - a)\\
0 &= (r' \cos\delta' - r \cos\delta \cos(\alpha - \alpha')) \sin(\alpha' - a) - r \cos\delta \sin(\alpha - \alpha') \cos(\alpha' - a)
\end{aligned}$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit $\cos(\alpha' - a)$, die zweite mit $\sin d \sin(\alpha' - a)$ und addirt; multiplicirt man ferner die erste mit $\sin(\alpha' - a)$, die zweite mit $-\sin d \cos(\alpha' - a)$ und addirt, so erhält man

$$(r' \sin\delta' - r\sin\delta)\cos d\cos(\alpha' - a) = \sin d\,(r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha - a'))$$
$$(r' \sin\delta' - r\sin\delta)\cos d\sin(\alpha' - a) = \sin d\,.\,r\cos\delta\sin(\alpha - \alpha')$$

Setzt man nun $r'\sin\delta' - r\sin\delta = R\sin d$, so hat man, um a, d und R zu bestimmen,

$$(8)\ldots\ldots\begin{cases} R\cos d\sin(\alpha' - a) = r\cos\delta\sin(\alpha - \alpha') \\ R\cos d\cos(\alpha' - a) = r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha - \alpha') \\ R\sin d \qquad\qquad\quad = r'\sin\delta' - r\sin\delta \end{cases}$$

Diese Gleichungen sind mit den *Bessel*schen identisch, und es bedeuten a und d die selenocentrische grade Aufsteigung und Abweichung der Sonne, und R deren Entfernung vom Monde.

5.

Die Gleichung für den Winkel θ erhalten wir unmittelbar aus der ersten Gleichung (7) wie folgt:

$$tg\,\theta = -\frac{r\cos\delta\sin(\alpha - a) - \rho\cos\varphi\sin(\mu - a)}{r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha - a)) - \rho(\sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(\mu - a))}$$

Dieser Gleichung zufolge setze ich

$$(9)\ldots\ldots\begin{cases} u\sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha - a) + \rho\cos\varphi\sin(\mu - a) \\ u\cos\theta = r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha - a)) - \rho(\sin\varphi\cos d - \cos\varphi\sin d\cos(\mu - a)) \end{cases}$$

Substituirt man diese Gleichungen in die zweite Gleichung (4), so wird

$$y_{,} = u$$

und die Gleichung (6) geht nach der Substitution der betreffenden Werthe von $y_{,}$ und $s_{,}$ in folgende über:

$$(10)\ldots u = l\sec f + r(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha - a))\,tg f$$
$$- \rho(\sin\varphi\sin d + \cos\varphi\cos d\cos(\mu - a))\,tg f$$

In dieser Gleichung habe ich das doppelte Zeichen der linken Seite weggelassen, weil es völlig willkührlich ist, und die Wahl zwischen Plus und Minus keine andere Wirkung hat, als den Anfangspunkt von θ um den halben Umkreis zu verändern. Uebrigens ist aus dem im Art. 3 gegebenen Werthe von f leicht zu erkennen, dafs die vorstehende Formel für alle äufsern Berührungen der Ränder u positiv ergiebt, und dafs bei einer totalen Verfinsterung für die inneren Berührungen dasselbe statt findet, hingegen bei einer ringförmigen Verfinsterung für die inneren Berührungen u negativ wird.

Die Gleichung (10) löst in Verbindung mit den Gleichungen (9) die Aufgabe, nachdem die Hülfsgröfsen a, d, R und f berechnet worden sind. Die Gleichungen (8) bestimmen a, d und R, und für f hat man aus dem Art. 3

$$\sin f = \frac{l + l'}{s'_{,} - s_{,}}$$

Die Gleichungen (4) geben aber

$$s'_{,} - s_{,} = \sin d\,(r'\sin\delta' - r\sin\delta) + \cos d\,(r'\cos\delta'\cos(\alpha' - a)) - r\cos\delta\cos(\alpha - a))$$
$$= \sin d\,(r'\sin\delta' - r\sin\delta)$$
$$+ \cos d\,[(r'\cos\delta' - r\cos\delta\cos(\alpha - \alpha'))\cos(\alpha' - a) + r\cos\delta\sin(\alpha - \alpha')\sin(\alpha' - a)]$$

und hieraus ergiebt sich leicht vermittelst der Gleichungen (8)

$$s'_{,} - s_{,} = R$$

und somit

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\sin f = \frac{l + l'}{R}$$

6.

Um die Gleichungen (9) und (10) für die Rechnung geschickt zu machen, müssen wir die Veränderungen betrachten, denen die darin enthaltenen Gröfsen als Functionen der Zeit unterworfen sind. Unter den Gliedern, welche von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängen, verändern sich die Glieder

$$r\cos\delta\sin(\alpha - a)$$

und $\quad r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha - a))$

während der Dauer der Verfinsterung am stärksten. Ich nehme daher an, dafs man für irgend eine bestimmte, in der Nähe der Conjunction liegende wahre Zeit T des Orts, für welchen die Mondtafeln oder die Ephemeriden, die man benutzt, gelten, jene Gröfsen berechnet habe. Bezeichnet man mit r_0, α_0, δ_0, a_0 und d_0 die Werthe von r, α, δ, a und d, die für diese wahre Zeit T statt finden, so nehme ich an man habe gefunden

$$r_0\cos\delta_0\sin(\alpha_0 - a_0) = P_0$$
$$r_0(\sin\delta_0\cos d_0 - \cos\delta_0\sin d_0\cos(\alpha_0 - a_0)) = Q_0$$

Berechnet man nun für die Zeiten $T + 1^h$, $T + 2^h$, etc. und für $T - 1^h$, $T - 2^h$, etc. die Werthe derselben Gröfsen und bezeichnet diese allgemein mit P_n und Q_n; setzt man hierauf

$$P_1 - P_0 = p_1, \qquad Q_1 - Q_0 = q_1$$
$$\tfrac{1}{2}(P_2 - P_0) = p_2, \qquad \tfrac{1}{2}(Q_2 - Q_0) = q_2$$
etc. etc.

$$P_0 - P_{-1} = p_{-1} \qquad Q_0 - Q_{-1} = q_{-1}$$
$$\tfrac{1}{2}(P_0 - P_{-2}) = p_{-2}, \qquad \tfrac{1}{2}(Q_0 - Q_{-2}) = q_{-2}$$

das heifst allgemein

$$\frac{P_n - P_0}{n} = p_n, \qquad \frac{Q_n - Q_0}{n} = q_n \ldots\ldots(12)$$

so hat man für die wahre Zeit $T+n$ Stunden jene Gröfsen, wenn man die der Zeit $T+n$ Stunden zukommenden Werthe von r, α, etc. mit r_n, α_n, etc. bezeichnet, wie folgt,

$$r_n \cos\delta_n \sin(\alpha_n - a_n) = P_0 + n p_n$$
$$r_n(\sin\delta_n \cos d_n - \cos\delta_n \sin d_n \cos(\alpha_n - a_n)) = Q_0 + n q_n$$

und man kann die Formen $P_0 + n p_n$ und $Q_0 + n q_n$ auch für gebrochene Werthe von n anwenden, um die Werthe der linken Seite der vorstehenden Gleichungen zu berechnen, wenn man die betreffenden Werthe von p_n und q_n aus den Reihen p_{-2}, p_{-1}, p_0, p_1, etc. und q_{-2}, q_{-1}, q_0, q_1, etc. durch Interpolation sucht. Diese Interpolationen sind sehr leicht zu bewerkstelligen, weil die Gröfsen p_n und q_n nur geringer und fast gleichförmiger Veränderung unterworfen sind. Die Ausdrücke (12) geben für p_0 und q_0 den Werth $\frac{0}{0}$, allein in diesem Falle hat man nach bekannten Grundsätzen

$$p_0 = \frac{\Delta P_0 + \Delta P_{-1}}{2} - \frac{1}{6}\,\frac{\Delta^3 P_{-1} + \Delta^3 P_{-2}}{2} + \frac{1}{30}\,\frac{\Delta^5 P_{-2} + \Delta^5 P_{-3}}{2} \pm \text{etc.}$$

wo zufolge der gewöhnlichen Bezeichnung

$$\Delta P_n = P_{n+1} - P_n, \quad \text{und } \Delta^m P_n = \Delta^{m-1} P_{n+1} - \Delta^{m-1} P_n$$

ist, und eben so

$$q_0 = \frac{\Delta Q_0 + \Delta Q_{-1}}{2} - \frac{1}{6}\,\frac{\Delta^3 Q_{-1} + \Delta^3 Q_{-2}}{2} + \frac{1}{30}\,\frac{\Delta^5 Q_{-2} + \Delta^5 Q_{-3}}{2} \pm \text{etc.}$$

Ich nenne demzufolge allgemein die wahre Zeit des oben bezeichneten Ortes in Stunden ausgedrückt t, und setze

$$(13)\ldots\begin{cases} r\cos\delta\sin(\alpha - a) = P_0 + p(t-T) \\ r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha - a)) = Q_0 + q(t-T) \end{cases}$$

wo also die Gröfsen p und q durch Interpolation für die Zeit t aus den bezeichneten Reihen für p_n und q_n zu entnehmen sind.

Man kann die Zeit T immer so wählen, dafs $P_0 = 0$ ist, man mufs nämlich zu diesem Zwecke für T diejenige Zeit wählen, in welcher $\alpha = a$ ist, oder mit andern Worten die Conjunctionszeit. Da aber die genaue Berechnung der Conjunctionszeit fast mehr Mühe macht, wie die Berechnung von P_0, und da es, abgesehen hiervon, vortheilhafter ist, für T eine in der Nähe der Conjunctionszeit liegende Zeit anzunehmen, welche so beschaffen ist, dafs die nöthigen Interpolationen aus den Mondephemeriden, die man benutzt, am einfachsten werden, so nehme ich an, dafs P_0 nicht Null ist. Ich werde aber zeigen, dafs man demungeachtet den vorstehenden Gleichungen die Form geben kann, die sie haben würden, wenn für T die Conjunctionszeit gewählt worden wäre. Ich führe die Hülfsgröfsen T' und U durch folgende Formeln ein,

$$\left.\begin{aligned} T' &= \frac{P_0}{p} \\ U &= Q_0 - qT' = Q_0 - \frac{q}{p}P_0 \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(14)$$

hiemit gehen die Formeln (13) in folgende über

$$\left.\begin{aligned} r\cos\delta\sin(\alpha - a) &= p(t+T'-T) \\ r(\sin\delta\cos d - \cos\delta\sin d\cos(\alpha - a)) &= q(t+T'-T)+U \end{aligned}\right\}(15)$$

welches die bezeichnete Form ist. Die Gröfse $T-T'$ ist in der That der Conjunctionszeit nahe gleich. Die Gröfsen T' und U, welche aus den Gleichungen (14) zu berechnen sind, sind in Folge der Gröfsen p und q, von welchen sie abhängen, veränderlich und Functionen der Zeit t; ihre Veränderung ist aber, gleich der jener Gröfsen, nur geringe.

Substituirt man nun die Gleichungen (15) in die Gleichungen (9), so hat man folgende zwei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} u\sin\theta &= -p(t+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(\mu - a) \\ u\cos\theta &= U + q(t+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(\mu - a) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(16)$$

Es sey die wahre Zeit des Beobachtungsortes t', dann ist, in Graden ausgedrückt,

$$\mu - \alpha' = 15t'.$$

Es sey ferner λ der Mittagsunterschied des Beobachtungsortes und des Ortes, für den die Mondephemeriden oder Mondtafeln die man benutzt, gelten, (positiv wenn der Beobachtungsort östlicher liegt,) dann ist

$$t = t' - \lambda$$

setzt man daher überdies

$$\alpha' - a = a'$$

und führt die Gröfse t' in die Gleichungen (16) sowohl wie in die Gleichung (10) ein, so hat man, wenn man aufserdem

$$Z = r(\sin\delta\sin d + \cos\delta\cos d\cos(\alpha - a))$$

und $\quad u = t\sec f + Z\,\mathrm{tg}\,f \quad$ macht,

$$\left.\begin{aligned} u &= u' - \rho\sin\varphi\sin d\,\mathrm{tg}\,f - \rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')\,\mathrm{tg}\,f \\ u\sin\theta &= -p(t'-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ u\cos\theta &= U + q(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(17)$$

welche die Grundlage aller die Verfinsterungen betreffenden Aufgaben sind.

7.

Wenn es sich um die Vorausberechnung der Ein- und Austritte handelt, so ist in den vorstehenden Gleichungen t' die unbekannte, zu bestimmende Gröfse. Um diese zu bestimmen werde ich zuerst t' von einer unbestimmten Zeit, die ich τ nennen will, abhängig machen. Es ist identisch



$$\sin(15t'+a') = \sin(15\tau+a') + \varkappa\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)(t'-\tau)$$

$$\cos(15t'+a') = \cos(15\tau+a') - \varkappa\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)(t'-\tau)$$

wenn man

$$\varkappa = 2\,\frac{\sin 15\,\frac{t'-\tau}{2}}{t'-\tau}$$

macht. Substituirt man diese Werthe von $\sin(15t'+a')$ und $\cos(15t'+a')$ in die beiden letzten Gleichungen (17), so lassen sich diese folgendermaafsen stellen:

$$u\sin\theta = -p(\tau-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\,\sin(15\tau+a') - \left[p-\varkappa\rho\cos\varphi\,\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)\right](t'-\tau)$$

$$u\cos\theta = U+q(\tau-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\,\cos d + \rho\cos\varphi\,\sin d\,\cos(15\tau+a') + \left[q-\varkappa\rho\cos\varphi\,\sin d\,\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right)\right](t'-\tau)$$

Setzt man nun

(18)

$$\begin{cases} -p(\tau-\lambda+T'-T)+\rho\cos\varphi\sin(15\tau+a') = m\sin M \\ U+q(\tau-\lambda+T'-T)-\rho\sin\varphi\cos d+\rho\cos\varphi\sin d\cos(15\tau+a') = m\cos M \\ p-\varkappa\rho\cos\varphi\cos\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right) = n\sin N \\ q-\varkappa\rho\cos\varphi\sin d\sin\left(15\frac{t'+\tau}{2}+a'\right) = n\cos N \end{cases}$$

so entsteht

$$u\sin\theta = m\sin M - n\sin N(t'-\tau)$$
$$u\cos\theta = m\cos M + n\cos N(t'-\tau)$$

und hieraus durch Multiplicationen mit $\sin N$ und $\cos N$, und nachdem man $\theta+N=\psi$ gemacht hat,

(19)

$$\begin{cases} \sin\psi = \frac{m}{u}\sin(M+N) \\ t' = \tau-\frac{m}{n}\cos(M+N)+\frac{u}{n}\cos\psi \\ \text{oder statt des letzteren} \\ t' = \tau+\frac{m\sin(M+N-\psi)}{n\sin\psi} \end{cases}$$

Dies ist mit weniger Abweichung die *Bessel*sche Auflösung. Die Abweichung von dieser besteht in der Ableitung, in der Art die Gröfsen p und q für verschiedene Zeiten zu berechnen, und in der Einführung der Gröfsen T', U und τ. Von der zuletzt genannten Gröfse werde ich unten einen eigenthümlichen Gebrauch machen. Die dritte Gleichung (19) gewährt eine kürzere Rechnung wie die zweite; sie darf aber nicht angewandt werden, wenn $\sin\varphi$ klein ist.

8.

Die Gröfse u ist, wie aus dem Ausdruck dafür ersichtlich ist, nur geringer Veränderung unterworfen; diese Veränderung vertritt die Stelle der Höhenvergröfserung der Halbmesser der Sonne und des Mondes. Man kann daher bei der Vorausberechnung einer Verfinsterung entweder die Glieder in u, welche von dem Beobachtungsorte abhängen, ganz weglassen, oder man kann sie durch Substitution eines genäherten Werthes von t', etwa der Zeit des Beobachtungsortes, welche der Conjunctionszeit entspricht, mit einer für diesen Zweck hinreichenden Genauigkeit berücksichtigen. Ich sehe daher u als gegeben an. Dies vorausgesetzt dienen die Gleichungen (19) zur Berechnung der Ein- und Austrittszeiten. Die erste dieser giebt $\sin\psi$, und da hierzu zwei Werthe von ψ gehören, deren Cosinusse entgegengesetzte Zeichen haben, so giebt die zweite oder dritte Gleichung (19) zwei Werthe von t', deren kleinerer die Ein- und deren gröfserer die Austrittszeit ist. Es gehört daher, wenn man N' so bestimmt, dafs n positiv ist, welches immer geschehen kann, der Werth von ψ, welchem ein negativer Cosinus zukommt, immer dem Anfang, und der, welchem ein positiver Cosinus zukommt, immer dem Ende der Verfinsterung an. Eben dasselbe findet bei einer totalen Verfinsterung für die inneren Berührungen statt, bei einer ringförmigen Verfinsterung hingegen findet für die inneren Berührungen das Entgegengesetzte statt.

Die Zeit τ ist ganz willkührlich und kann nach Belieben angenommen werden; da aber die unbekannte Zeit t' in der Gröfse $\varkappa$ sowohl wie in dem Bogen $15\frac{t'+\tau}{2}+a'$ enthalten ist, so wird die Rechnung indirect und die Aufgabe kann nur durch mehrere auf einander folgende Näherungen gelöst werden. Die Gleichungen (19) haben aber die Eigenschaft, dafs wenn nur in der ersten Annäherung nicht eine ganz beträchtlich von der Wahrheit abweichende Zeit substituirt worden ist, sie ungemein schnell zur Wahrheit convergiren.

Die Conjunctionszeit kann immer als ein genäherter Werth von t' angesehen und in der ersten Annäherung substituirt werden. Die Conjunctionszeit fällt aber oft aufserhalb der Zeit der Verfinsterung, und man kann daher im Allgemeinen nicht

hofen, durch eine erste Annäherung, in welcher diese Zeit angewandt worden ist, die verlangten Zeiten so nahe richtig zu bekommen, dafs eine Verbesserung überflüssig wäre. Man mufs daher, wenn die beschriebene erste Annäherung vollendet ist, mit Zugrundelegung der dadurch erhaltenen Zeiten eine zweite Annäherung für den Anfang und das Ende der Verfinsterung besonders berechnen. Gewöhnlich erhält man somit die beiden verlangten Zeiten so genau wie nöthig. Setzt man in der ersten Annäherung, wie beschrieben,

$$\tau = \lambda + T - T'$$

so hat man die folgenden Formeln für m, M, n und N zu berechnen

$$\rho \cos \varphi \sin (15\tau + a') = m \sin M$$
$$U - \rho \sin \varphi \cos d + \rho \cos \varphi \sin d \cos (15\tau + a') = m \cos M$$
$$p - x' \rho \cos \varphi \cos (15\tau + a') = n \sin N$$
$$q - x' \rho \cos \varphi \sin d \sin (15\tau + a') = n \cos N$$

wo x' der Werth von x ist, welcher aus der Annahme $\tau = t'$ folgt, nemlich

$$x' = \frac{15\,(3600'')}{206265}, \quad \log x' = 9{,}41796$$

und somit durch die Gleichungen (19) die Ein- und Austrittszeiten.

Wenn man diese erste Annäherung berechnet hat, so kann man die ferneren Rechnungen auf zweierlei Arten durchführen. Man kann einestheils den Werth von τ beibehalten, den man der ersten Annäherung zu Grunde gelegt hat, man kann aber auch anderntheils in jeder Annäherung für τ den Werth oder die Werthe von t' annehmen, welchen oder welche die vorhergehende Annäherung gegeben hat. Im ersten Falle bleiben, wenn man die kleinen Aenderungen, welche U und d während der Dauer der Verfinsterung erleiden, nicht berücksichtigt, m und M unverändert, n und N müssen aber alsdann in jeder Annäherung durch die Gleichungen (18) berechnet werden, in welche für x und $15\frac{t'+\tau}{2}$ diejenigen Werthe substituirt werden müssen, welche diese Gröfsen mit Zuziehung der in der vorhergehenden Annäherung gefundenen Werthe von t' haben. Im andern Falle ändern sich in jeder Annäherung nicht nur n und N sondern auch m und M; jene beiden Gröfsen müssen aber allemal durch diese Formeln

$$p - x' \rho \cos \varphi \cos (15\tau + a') = n \sin N$$
$$q - x' \rho \cos \varphi \sin d \sin (15\tau + a') = n \cos N$$

berechnet werden.

Will man auf die Veränderlichkeit von p, q, etc. während der Dauer der Verfinsterung Rücksicht nehmen, so ändern sich eben dadurch bei beiden Rechnungsarten in jeder Annäherung m und M, und es scheint mir daher vortheilhafter in diesem Falle sich der letzteren Rechnungsart zu bedienen. Sieht man aber p, q, etc. als beständig an, und hat man eine Tafel zur Hand, welche die verschiedenen Werthe von x mit dem Argumente $t' - \tau$ giebt, so ist die erstere Art die vortheilhaftere. Eine solche Tafel hat *Bessel* bereits in Nr. 145 der Astr. Nachr. für Sternbedeckungen gegeben; für Sonnenfinsternisse sind die Werthe dieser Gröfse ein wenig anders, und ich füge deshalb ein Täfelchen bei, welches sich auf diese Erscheinungen bezieht. Ich habe nur vier Decimalen angesetzt, weil diese für Vorausberechnungen hinreichend sind.

$t' - \tau$	$\log x$	$t' - \tau$	$\log x$
h		h	
0,0	9,4180	±2,0	9,4130
±0,1	9,4180	2,1	9,4125
0,2	9.4179	2,2	9,4120
0,3	9,4179	2,3	9,4114
0,4	9,4178	2,4	9,4108
0,5	9,4177	2,5	9,4102
0,6	9,4175	2,6	9,4096
0,7	9,4174	2,7	9,4089
0,8	9,4172	2,8	9,4082
0,9	9,4170	2,9	9,4075
1,0	9,4167	3,0	9,4068
1,1	9,4165	3,1	9,4060
1,2	9,4162	3,2	9,4052
1,3	9,4159	3,3	9,4044
1,4	9,4155	3,4	9,4035
1,5	9,4152	3,5	9,4027
1,6	9,4148	3,6	9,4018
1,7	9,4144	3,7	9,4009
1,8	9,4140	3,8	9,3999
1,9	9,4135	3,9	9,3989
2,0	9,4130	4,0	9,3979

Uebrigens wird, wenn man nach einer von den beiden hier auseinandergesetzten Methoden rechnet, die Tafel, welche *Encke* in seinem Jahrbuche Behufs der Vorausberechnung der Sonnenfinsternisse giebt, überflüssig. Will man die kleinen Veränderungen von p, q und d unberücksichtigt lassen, so genügt das einmalige Anführen dieser Gröfsen, und will man die Astronomen in den Stand setzen, mit wenig Mühe diese Veränderungen berücksichtigen zu können, so reicht ein Täfelchen von 3 bis 4 oder höchstens 5 Zeilen dazu hin. Ich habe in dieser Darstellung aus den oben angeführten Gründen x als constant angenommen; will man aber dessen Veränderung berücksichtigen, so läfst sich dieses durch jedesmalige Berechnung seines Werthes aus der ersten Gleichung (17) bei jeder Annäherung leicht bewerkstelligen.

9.

Zur vollständigen Vorausberechnung einer Sonnenfinsternifs gehört noch die Angabe des Punktes des Sonnenrandes, wo die Berührung statt findet. Zu dem Zwecke müssen wir die geometrische Bedeutung einiger unserer Hülfsgröfsen kennen lernen. Man weifs aus der analytischen Geometrie, dafs in den Gleichungen (3) c der Cosinus des Winkels ist, den die Achse

der z' mit der Achse der $x'_{,}$, c' der Cosinus des Winkels, den die Achse der z' mit der Achse der $y'_{,}$ und c'' der Cosinus des Winkels, den die Achse der z' mit der Achse der $z'_{,}$ macht. Nun ist aber aus Art. 2

$$c = \cos d \sin \theta$$
$$c' = \cos d \cos \theta$$
$$c'' = \sin d$$

folglich ist θ der Winkel, den die Projection der Achse der z' auf der Ebene der $x'_{,}$ und $y'_{,}$ mit der Achse der $y'_{,}$ macht. Es wurde aber in dem Vorhergehenden die Lage der Achse der $z'_{,}$, mithin die der Ebene der $x'_{,}$ und $y'_{,}$, durch den Punkt bestimmt, dessen grade Aufsteigung a und dessen Abweichung d ist, mithin steht die Gesichtslinie vom Auge des Beobachters nach dem Punkte (a, d) der Himmelskugel senkrecht auf die Ebene der $x'_{,}$ und $y'_{,}$. Deshalb und weil die Achse der z' der Erdachse parallel angenommen worden ist, ist die Projection der Achse der z' auf der Himmelskugel der durch den Punkt (a, d) gehende Declinationskreis. Es wurde aber $x'_{,} = 0$ angenommen, hieraus folgt, dass die Projection der Achse der $y'_{,}$ der durch den Mittelpunkt der Sonne und durch den Punkt (a, d) gehende gröfste Kreis ist; da ferner auch $x_{,} = 0$ gesetzt ward, so geht derselbe Kreis auch durch den Mittelpunkt des Mondes. Aus diesem Grunde liegt aber der verlangte Berührungspunkt auf diesem Kreise, und θ ist also der Winkel, den der durch den Berührungspunkt und durch den Punkt (a, d) gehende gröfste Kreis mit dem durch letzteren Punkt gehenden Declinationskreise macht. Da der Punkt (a, d) dem Mittelpunkte der Sonne sehr nahe liegt, so kann man annehmen, dafs θ der Winkel sey, den der durch den Berührungspunkt und durch den Mittelpunkt der Sonne gelegte gröfste Kreis mit dem durch den Mittelpunkt der Sonne gehenden Declinationskreise macht. Um zu erforschen, in welcher Richtung und von welchem Anfangspunkte an θ gezählt ist, wenden wir uns an die Gleichungen (9). Die erste dieser Gleichungen zeigt, dafs wenn u positiv ist, $\sin \theta$ vor der Conjunction positiv und nach derselben, obgleich das Zeichen nicht grade im Momente der geocentrischen Conjunction wechselt, negativ ist; die zweite Gleichung zeigt, dafs wenn u positiv ist $\cos \theta$ positiv ist, wenn $\delta > d$ und negativ wenn $\delta < d$, obgleich das Zeichen dieser Gröfse nicht grade wechselt wenn $\delta = d$. Wenn u negativ ist haben $\sin \theta$ und $\cos \theta$ das entgegengesetzte Zeichen in den genannten Fällen. Aus diesem allen folgt, dafs bei allen äussern Berührungen und bei einer totalen Verfinsterung auch bei den inneren Berührungen θ vom Nordpunkt des Sonnenrandes an in der Richtung von Norden nach Westen durch den ganzen Umkreis gezählt ist, und dafs bei einer ringförmigen Verfinsterung für die inneren Berührungen θ zwar in derselben Richtung gezählt ist, dafs aber alsdann der Südpunkt des Sonnenrandes sein Anfangspunkt ist. Wir haben aus dem Art. 6

$$\theta = \psi - N$$

und ψ ist durch die Gleichungen (19) völlig bestimmt. Den die erste dieser giebt $\sin \psi$ vollständig, das heifst mit de ihm zugehörigen Zeichen, und die Absicht des Rechners, o die zu berechnende Zeit einem Eintritte oder einem Austrit angehören solle, bestimmt nach der im Art. 8 gegebenen Reg das Zeichen von $\cos \psi$, wodurch also ψ völlig bestimmt is Man kann somit θ immer durch die vorstehende Gleichu berechnen.

10.

Wenn es sich darum handelt aus einer beobachteten So nenfinsternifs oder Sternbedeckung die Längenunterschiede d Beobachtungsörter zu finden, so ist t' gegeben und λ od vielmehr $\lambda + T$, das ist die wahre Zeit des Beobachtung ortes, für welche $\alpha - a = \alpha_0 - a_0$ war, ist die unbekann Gröfse. In diesem Falle ist die im Art. 7 eingeführte willküh liche Zeit τ überflüssig. Man setze

$$\left.\begin{aligned} \rho \cos \Phi \sin(15t' + a') &= m' \sin M' \\ U - \rho \sin \Phi \cos d + \rho \cos \Phi \sin d \cos(15t' + a') &= m' \cos M' \\ p &= n' \sin N' \\ q &= n' \cos N' \end{aligned}\right\} (20$$

dann geben die Gleichungen (17) mit wenig Mühe

$$\left.\begin{aligned} u &= u' - \rho \sin \Phi \sin d \, tg f - \rho \cos \Phi \cos d \cos(15t' + a') tg f \\ \sin \psi' &= \frac{m'}{u} \sin(M' + N') \\ T_{,} &= t' + T' + \frac{m'}{n'} \cos(M' + N') - \frac{u}{n'} \cos \psi' \end{aligned}\right\} (2$$

oder

$$T_{,} = t' + T' - \frac{m' \sin(M' + N' - \psi')}{n' \sin \psi'}$$

wo $T_{,}$ für $\lambda + T$ geschrieben ist, und wo im Allgemeine für das Zeichen von $\cos \psi'$ die nemliche Regel gilt, die ob hinsichtlich $\cos \psi$ gegeben wurde. Es kann indefs hier ei Ausnahme statt finden; es kann beides für die Ein- und f die Austrittszeiten $\cos \psi'$ positiv seyn, und es kann für a dere Oerter für diese beiden Zeiten $\cos \psi'$ negativ seyn, u bei jeder Sonnenfinsternifs so wie bei jeder Sternbedeckung i dieses der Fall. Ich werde weiter unten den Theil der Er oberfläche, wo dieses statt findet, zu berechnen lehren. D zweite Gleichung für $T_{,}$ darf nicht angewendet werden, we $\sin \psi'$ sehr klein ist, oder mit andern Worten, wenn die Ve finsterung nahe central ist.

Giebt nun die Beobachtung an einem andern Or $T'_{,}$ für $T_{,}$, so ist der Längenunterschied zwischen diesen beid Oertern $T'_{,} - T_{,}$, und so ferner wenn an mehreren Oerte beobachtet worden ist. Kennt man im voraus den Länge unterschied zwischen dem Beobachtungsorte und dem Orte, f welchen die Mondstafeln oder Ephemeriden gelten, so gen

als erforderlich ist um die Hülfsgröfsen der vorstehenden Gleichungen, welche von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängen, mit erforderlicher Schärfe berechnen zu können, so ist diese Aufgabe direct. Kennt man im Voraus diesen Längenunterschied weniger genau oder gar nicht, so kommt man durch Annäherungen zum Ziele, die man im Falle, wo der Längenunterschied gänzlich unbekannt ist, damit anfängt, dafs man die Werthe der Hülfsgröfsen, welche für die Zeit $T - T'$ statt finden, substituirt.

11.

Zur vollständigen Längenberechnung gehört noch die Berechnung des Einflusses, welchen fehlerhafte Data auf die Zeit $T_{,}$ verursachen. *Bessel* hat am angeführten Orte auch diesen Einflufs für Sternbedeckungen vollständig zu berücksichtigen gelehrt, und die Anwendung seiner Formeln auf die Sonnenfinsternisse und die andern in diese Cathegorie gehörigen Erscheinungen erfordert keinen gröfseren Zusatz, als dafs ihn jeder Rechner selbst wird entwickeln können. Da aber in den Gleichungen (20) die Hülfsgröfsen nicht alle mit den *Bessel*schen Hülfsgröfsen identisch sind, so mufs ich, um hier keine Lücke zu lassen, die Formeln zur Berechnung des genannten Einflusses ableiten. Ich nehme an, dafs α, δ, r, l und l' fehlerhaft seyen, und bezeichne deren Fehler durch dr, $d\delta$ u. s. w. Nun geben die Gleichungen (17) durch die Differentiation

$$du = dl \sec f + l \frac{\sin f}{\cos^2 f} df + (Z - \rho \sin\varphi \sin d - \rho \cos\varphi \cos d \cos(15t' + \alpha')) \frac{df}{\cos^2 f}$$

$$du \sin\theta + d\theta u \cos\theta = -dp(t' + T' - T_{,}) + p\,dT_{,} - p\,dT'$$

$$du \cos\theta - d\theta u \sin\theta = dU + dq(t' + T' - T_{,}) - q\,dT_{,} + q\,dT'$$

Eliminirt man aus den beiden letzten dieser Gleichungen $d\theta$, schreibt man $n' \sin N'$ für p, $n' \cos N'$ für q und $\psi' - N'$ für θ, so erhält man

$$dT_{,} = \frac{\cos(\psi' - N')}{n' \cos\psi'} dU + (t' + T' - T_{,}) \frac{dq \cos(\psi' - N') - dp \sin(\psi' - N')}{n' \cos\psi'} + dT' - \frac{du}{n' \cos\psi'}$$

Die Gleichungen (14) geben

$$dU = dQ_0 + \frac{q}{p} dP_0 + \frac{qP_0}{p^2} dp - \frac{P_0}{p} dq$$

$$dT' = \frac{dP_0}{p} - \frac{P_0}{p^2} dp$$

und aus den im Art. 6 für P_0 und Q_0 gegebenen Ausdrücken erhalten wir, wenn wir in den Coefficienten die kleinen von $\alpha - a$ und $\delta - d$ abhängigen Glieder vernachlässigen,

$$dP_0 = P_0 d \log r + r \cos\delta\, d\alpha$$
$$dQ_0 = Q_0 d \log r + r\, d\delta$$

Wenn wir aber fortwährend in den Coefficienten die Glieder $\alpha - a$ und $\delta - d$ übergehen, so können wir p und q als die Differentialquotienten der Gröfsen P_0 und Q_0 in Beziehung auf die Zeit ansehen, und wir haben daher, da wir für diesen Zweck auch die stündliche Bewegung von r übergehen können,

$$p = r \cos\delta \frac{d(\alpha - \alpha')}{dt}$$

$$q = r \frac{d(\delta - \delta')}{dt}$$

und hieraus, wenn wir annehmen, dafs die Fehler $d\alpha$ und $d\delta$ sich während der Dauer der Verfinsterung nicht ändern,

$$dp = p\, d \log r; \quad dq = q\, d \log r$$

wo, so wie oben, $d \log r$ den Fehler des hyperbolischen Logarithmus von r bedeutet. Substituiren wir diese Werthe von dP_0, dQ_0, dp und dq in die obigen Ausdrücke für dU und dT', so ergiebt sich

$$dU = \frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{\sin N'} d \log r - r \operatorname{cotg} N' \cos\delta\, d\alpha + r\, d\delta$$

$$dT' = \frac{r \cos\delta}{n' \sin N'} d\alpha$$

und hiemit durch den für $dT_{,}$ gefundenen Ausdruck

$$dT_{,} = \left(\frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{\sin N'} \cdot \frac{\cos(\psi' - N')}{n' \cos\psi'} + t' + T' - T_{,}\right) d \log r - r \frac{\sin(\psi' - N')}{n' \cos\psi'} \cos\delta\, d\alpha + r \frac{\cos(\psi' - N')}{n' \cos\psi'} d\delta - \frac{du}{n' \cos\psi'}$$

Die Gleichung (11) giebt aber, wenn wir die kleine Gröfse l in Beziehung auf l' vernachlässigen,

$$df \cos f = \pm \frac{dl'}{R}$$

und somit giebt die erste Gleichung dieses Artikels, wenn wir auch hier die unbedeutenden Glieder weglassen, und

$$Z_{,} = Z - \rho \sin\varphi \sin d - \rho \cos\varphi \cos d \cos(15t' + \alpha')$$

setzen,

$$du = dl \pm \frac{Z_{,}}{R} dl'$$

wo, wie immer, das obere Zeichen für äufsere und das untere Zeichen für innere Berührungen gilt.

Die vorstehende Gleichung für $dT_{,}$ besteht aus Gliedern zweierlei Gattung, nemlich aus Gliedern, die vom Beobachtungsorte abhängen und aus Gliedern, die von demselben unabhängig sind. Um diese Glieder von einander zu trennen mufs man $\sin(\psi' - N')$ und $\cos(\psi' - N')$ auflösen. Wenn dies geschehen ist, so setze man

$$\frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{n' \operatorname{tg} N'} \, d \log r + \frac{r \sin N' \cos \delta}{n'} d\alpha + \frac{r \cos N'}{n'} d\delta = \eta$$

$$\frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{n'} \, d \log r - \frac{r \cos N' \cos \delta}{n'} d\alpha + \frac{r \sin N'}{n'} d\delta = \zeta$$

dann wird mit Zuziehung des obigen Werthes von du,

$$dT_{,} = \eta + \zeta \operatorname{tg} \psi' + (\ell + T' - T_{,}) \, d \log r - \frac{dl}{n' \cos \psi'} \mp \frac{Z_{,}}{R n' \cos \psi'} \, dl$$

wo η alle Glieder enthält, die von dem Beobachtungsorte unabhängig sind. Die unbekannte Gröfse bei den Längenbestimmungen ist jetzt $T_{,} + dT_{,}$ und die Fehler η, ζ, $d \log r$, dl und dl' der Rechnungselemente müssen, wenn man sie nicht gleich Null setzen kann, entweder durch die Beobachtungen der Sonnenfinsternifs an verschiedenen Orten, oder durch anderweitige Beobachtungen bestimmt werden. Die Gröfse η kann nie auf die erstgenannte Art bestimmt werden, wenn die Längen aller Beobachtungsörter unbekannt sind, sie äufsert aber auch keinen Einflufs auf die Bestimmung der Längenunterschiede. Wenn aber die Länge Eines der Beobachtungsörter bekannt ist, so kann man sie bestimmen, wenn die Gröfsen ζ, $d \log r$ u. s. w. bestimmt worden sind, denn wir erhalten in diesem Falle durch die Rechnung

$$T_{,} + dT_{,} = (T_{,}) + \eta$$

wo $(T_{,})$ der berechnete numerische Werth von $T_{,} + dT_{,}$ mit Weglassung der Gröfse η ist. Da nun T durch die Tafeln gegeben ist, und da $T_{,} + dT_{,} = \lambda + T$ ist, so haben wir

$$\eta = \lambda + T - (T_{,})$$

in welcher Formel für λ die vorher bekannte Länge substituirt werden mufs. Hat man ζ und dlr so wie η auf diese Art bestimmt, so geben die obigen Formeln

$$d\alpha = \frac{n' \sin N'}{r \cos \delta} \eta - \frac{n' \cos N'}{r \cos \delta}$$

$$d\delta = \frac{n' \cos N'}{r} \eta + \frac{n' \sin N'}{r} \zeta - \frac{Q_0 \sin N' - P_0 \cos N'}{r \sin N'} \, d \log r$$

Am häufigsten trifft es sich, dafs man $d \log r$, dl und dl' nicht mit Sicherheit durch die Beobachtungen einer Sonnenfinsternifs bestimmen kann, und in diesem Falle bleibt nichts weiter übrig als sie in diesen Formeln gleich Null zu machen. Diese Formeln sind mit den *Bessel*schen identisch, obgleich sie eine etwas veränderte äufsere Gestalt haben.

12.

Es sind noch einige der Hülfsgröfsen weiter zu entwickeln. Für die Einheit der Entfernungen, welche in den vorstehenden Formeln willkührlich ist, nehme ich den Halbmesser des Erdäquators an. Nennt man nun die Aequatoreal-Horizontalparallaxe des Mondes π und die der Sonne π', so ist

$$r = \frac{1}{\sin \pi}; \quad r' = \frac{1}{\sin \pi'}$$

und ρ mufs in Theilen des Halbmessers des Erdäquators au gedrückt werden. Hiemit haben wir nun

$$\frac{\cos \delta_n \sin(\alpha_n - a_n)}{\sin \pi_n} = P_n$$

und nach einer bekannten Umwandlung

$$\frac{\sin(\delta_n - d_n) \cos^2 \tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n) + \sin(\delta_n + d_n) \sin^2 \tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n)}{\sin \pi_n} = Q$$

und ebenso

$$\frac{\cos(\delta_n - d_n) \cos^2 \tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n) - \cos(\delta_n + d_n) \sin^2 \tfrac{1}{2}(\alpha_n - a_n)}{\sin \pi_n} = Z$$

In den Formeln des vorhergehenden Artikels mufs ebenfal $\frac{1}{\sin \pi}$ für r gesetzt werden, und wir haben für diese Forme aufserdem

$$d \log r = - d \log \sin \pi$$

Um π' zu berechnen braucht man die mittlere Horizontalparalla der Sonne und den Radiusvector derselben so wie ihn die T feln geben. Nennt man jene Π' und diesen R', so ist

$$\sin \pi' = \frac{\sin \Pi'}{R'}$$

Die Gleichungen (8) geben näherungsweise, aber für die streng Berechnung in jedem Falle hinreichend genau

$$\alpha' - a = a' = \frac{\sin \Pi'}{R' \sin \pi} (\alpha - \alpha')$$

$$d = \delta' - \frac{\sin \Pi'}{R' \sin \pi} (\delta - \delta')$$

$$G = 1 - \frac{\sin \Pi'}{R' \sin \pi}$$

wenn man $G = R \sin \pi'$ macht. Durch die Auffindung u Einführung dieser Gröfsen ist es vorzüglich, dafs *Bessel* d genaue Berechnung der Sonnenfinsternisse auf einen bisher nic gekannten Grad von Einfachheit gebracht hat. Die Gl chung (11) giebt jetzt

$$\sin f = \sin \pi' \frac{l \pm \ell}{G}$$

Aber wenn man den Winkel, unter welchem der Halbmes der Sonne in der mittleren Entfernung von der Erde geseh wird, Δ' nennt, so ist

$$l' = \frac{\sin \Delta'}{\sin \Pi'}$$

und l bezeichnet ebenfalls das constante Verhältnifs des Mon halbmessers zu seiner Parallaxe, somit wird

$$\sin f = \frac{l \sin \Pi' \pm \sin \Delta'}{R' G} \ldots\ldots\ldots\ldots (2$$

wo der Zähler eine constante Gröfse ist. Es ist aus den besten Quellen

$$\Delta' = 15'59''788$$
$$l = 0{,}2725$$
$$\Pi' = 8''5776$$

und hiemit hat man nach *Bessels* Berechnung in Nr. 321 der Astr. Nachr. für die äufseren Berührungen

$$\log(l \sin \Pi' + \sin \Delta') = 7{,}6688050$$

und für die innern Berührungen

$$\log(l \sin \Pi' - \sin \Delta') = 7{,}6666896_n$$

Will man in die Formel für dT, auch R' und G statt R und $d\Delta'$ stat dl' einführen, so hat man

$$\frac{Z_1}{R}\, dl' = \frac{Z_1}{R'G}\, d\Delta'$$

Wenn h die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, in Theilen des Halbmessers der Erde ausgedrückt, φ' dessen Polhöhe und c die Abplattung des Erdellipsoids bezeichnet, so wird

$$\rho \cos \varphi = (1+h)\frac{\cos \varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2 \sin^2\varphi')}};$$
$$\rho \sin \varphi = (1+h)\frac{(1-c)^2 \sin \varphi'}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2 \sin^2\varphi')}}$$

Behufs der Vorausberechnungen kann man einige der vorstehenden Formeln abkürzen und setzen

$$P_0 = \frac{\alpha_0 - \alpha'_0}{\pi}\cos\delta \qquad p = \frac{\cos\delta}{\pi}\cdot\frac{d(\alpha-\alpha')}{dt}$$
$$Q_0 = \frac{\delta_0 - \delta'_0}{\pi} \qquad q = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{d(\delta-\delta')}{dt}$$

wo $\frac{d(\alpha-\alpha')}{dt}$ und $\frac{d(\delta-\delta')}{dt}$ die stündliche relative Bewegung für die Zeit T in grader Aufsteigung und in Abweichung bedeuten

$$Z\,tg\,f = \frac{f}{\pi}$$
$$\alpha' = 0$$
$$d = \delta'.$$

13.

Die vorhergehenden Gleichungen lösen sehr leicht die Aufgaben, welche sich auf die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen beziehen. Diese Aufgaben bestehen theils in Auffindung isodynamischer, theils in Auffindung isochronischer Linien auf der Erdoberfläche, und theils in Auffindung von Linien oder Punkten, welche gewissen Maximis oder Minimis entsprechen; auch kann man Linien zu finden aufgeben, welche mehrere dieser Eigenschaften in sich vereinigen. Ich stelle zuerst die Aufgabe:

1. Die Linie der centralen Verfinsterung auf der Erdoberfläche zu finden.

Nehmen wir die Gleichungen (17) wieder vor. Wenn wir in diese

$$p = n' \sin N'$$
$$q = n' \cos N'$$

setzen, so erhalten wir aus denselben durch Multiplicationen mit $\sin N'$ und $\cos N'$ die folgenden

$$u \sin(\theta + N') = U \sin N' - \rho \sin\varphi \cos d \sin N' + \rho \cos\varphi \cos N' \sin(15t' + a') + \rho\cos\varphi \sin d \sin N' \cos(15t' + a')$$
$$u \cos(\theta + N') = n'(t' - \lambda + T' - T) + U \cos N' - \rho \sin\varphi \cos d \cos N' - \rho\cos\varphi \sin N' \sin(15t' + a') + \rho \cos\varphi \sin d \cos N' \cos(15t' + a')$$

Setzt man ferner

$$\theta + N' = \psi'; \qquad \sin d \sin N' = g \sin G; \qquad \sin N' = k \sin K$$
$$\cos N' = g \cos G; \qquad \sin d \cos N' = k \cos K$$
$$G + a' = G'; \qquad K + a' = K'$$

so gehen die vorstehenden Formeln in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} u \sin\psi' &= U \sin N' - \rho \sin\varphi \cos d \sin N' + g\,\rho \cos\varphi \sin(15t' + G') \\ u \cos\psi' &= n'(t' - \lambda + T' - T) + U \cos N' - \rho \sin\varphi \cos d \cos N' + k\,\rho\cos\varphi \cos(15t' + K') \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (22)$$

Während einer centralen Verfinsterung sind aber nothwendig die Umstände der Erscheinung eben so, wie sie seyn würden, wenn von zwei Körpern, deren Halbmesser unendlich klein sind, der eine den andern bedeckte. Wir haben also in diesem Falle $u = 0$.

Setzen wir nun

$$\cos d \sin N' = a \sin A$$
$$g \sin(15t' + G') = a \cos A$$

und führen wir die Bedingung $u = 0$ in die Gleichungen (22) ein, so erhalten wir

$$\left.\begin{aligned} \cos(\varphi + A) &= -\frac{U \sin N'}{a\rho} \\ \lambda &= t' + T' - T + \frac{U \cos N'}{n'} - \rho\sin\varphi\frac{\cos d \cos N'}{n'} + \rho\cos\varphi\,\frac{k}{n'}\cos(15t' + K') \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (23)$$

welche zusammen die Gleichung der verlangten Curve sind. Wählt man irgend einen Werth des Stundenwinkels t', und sucht damit die Hülfsgröfsen a und A, so giebt die erste Gleichung (23) die Breite φ auf welcher unter dem Stundenwinkel t' die Verfinsterung central gesehen wird, und alsdann giebt die zweite Gleichung (23) die zur Breite φ gehörende

Länge λ, womit der Ort der Oberfläche der Erde völlig bestimmt ist. Die erste Gleichung (23) giebt zu jedem substituirten Werthe des Stundenwinkels zwei Werthe des Bogens $\varphi + A$ und somit auch zwei Werthe von φ, aber die Grenzen $-90°$ und $+90°$ dieses Bogens verursachen, daſs in der That jedem Stundenwinkel nur Eine Breite correspondirt. Substituirt man nach und nach alle Werthe des Stundenwinkels durch den ganzen Umkreis in die vorstehenden Formeln, so bekommt man eine Curve, die sich rings um die Erdoberfläche erstreckt und in sich selbst zurückgeht, denn die Gleichungen geben alle Punkte der Erdoberfläche, in welchen diese von der graden durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehenden Linie geschnitten wird. Aber für einen Theil dieser Punkte ist die Sonne unter dem Horizonte und die centrale Verfinsterung wird also nicht auf allen Punkten unserer Curve gesehen. Um den Theil unserer Curve, auf welchem die centrale Verfinsterung in der That gesehen wird, von dem übrigen Theile abzusondern, wollen wir die beiden Oerter suchen, welche diese Erscheinung zuerst und zuletzt sehen.

Die Gleichungen (17) gehen für den Augenblick der centralen Verfinsterung, das ist wenn man $u = 0$ macht, in folgende über:

$$(24)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}0 &= -p(t'-\lambda+T'-T) + \rho\cos\varphi\,\sin(15t'+a')\\ 0 &= U+q(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin\varphi\,\cos d + \rho\cos\varphi\,\sin d\,\cos(15t'+a')\end{aligned}\right.$$

Sucht man hieraus das Maximum oder Minimum in Beziehung auf die absolute Zeit, das heiſst in Beziehung auf die Zeit eines fest bestimmten Ortes, so muſs man t', φ und λ als veränderlich ansehen, und nach der Differentiation $dt' = d\lambda$ machen. Die Veränderungen von ρ und von den Hülfsgröſsen übergehe ich hiebei, weil sie unbedeutend sind. Die beschriebene Rechnung giebt

$$0 = -\rho\sin\varphi\,\sin(15t'+a')\,d\varphi + 15\rho\cos\varphi\,\cos(15t'+a')\,d\lambda$$
$$0 = -\rho\cos\varphi\,\cos d\,d\varphi - \rho\sin\varphi\,\sin d\,\cos(15t'+a')\,d\varphi - 15\rho\cos\varphi\,\sin d\,\sin(15t'+a')\,d\lambda$$

und wenn man hieraus die Differentiale eliminirt, so erhält man

$$(25)\ldots\ldots 0 = \cos\varphi\cos d\cos(15t'+a') + \sin\varphi\sin d$$

als Bedingungsgleichung zwischen dem Stundenwinkel und der Breite der Oerter, welche die centrale Verfinsterung zuerst und zuletzt sehen. Diese Gleichung zeigt an, daſs für diese beiden Oerter der Punkt (a, d) im Horizonte liegt, woraus hervorgeht, daſs die durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehende grade Linie die Erdoberfläche tangirt, und es läſst sich leicht einsehen, daſs dieses in der That die Bedingung der gröſsten und kleinsten absoluten Zeit der gesuchten Erscheinung seyn muſs.

Wir müssen jetzt den Winkel $15t'+a'$ durch Hülfe der Gleichung (25) aus den Gleichungen (24) eliminiren. Um dieses auf die einfachste Art zu bewerkstelligen, schreibe ich die Gleichungen (24) folgendermaſsen:

$$(26)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}0 &= -p(t'-\lambda+T'-T)+A\\ 0 &= U+q(t'-\lambda+T'-T)-B\end{aligned}\right.$$

wo also

$$A = \rho\cos\varphi\,\sin(15t'+a')$$
$$B = \rho\sin\varphi\,\cos d - \rho\cos\varphi\,\sin d\,\cos(15t'+a')$$

Sey ferner

$$C = \rho\sin\varphi\,\sin d + \rho\cos\varphi\,\cos d\,\cos(15t'+a')$$

Erhebt man diese drei Gleichungen ins Quadrat und addirt, so erhält man

$$A^2+B^2+C^2 = \rho^2$$

Also, da die Bedingungsgleichung (25) $C = 0$ giebt,

$$A^2+B^2 = \rho^2$$

Hieraus folgt, daſs wir setzen können

$$A = -\rho\cos H$$
$$B = \rho\sin H$$

wo H ein neuer Hülfswinkel ist. Hiemit, und nachdem man für p und q ihre Werthe, durch n' und N' ausgedrückt, substituirt hat, gehen die Gleichungen (26) in folgende über:

$$\left.\begin{aligned}0 &= -n'\sin N'(t'-\lambda+T'-T)-\rho\cos H\\ 0 &= U+n'\cos N'(t'-\lambda+T'-T)-\rho\sin H\end{aligned}\right\}\ldots(27)$$

woraus

$$0 = U\sin N' - \rho\cos(H-N')$$
$$0 = U\cos N' + n'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\sin(H-N')$$

sich ergiebt. Wir haben ferner aus dem doppelten Werthe von B

$$\sin H = \sin\varphi\,\cos d - \cos\varphi\,\sin d\,\cos(15t'+a')$$

woraus vermittelst (25) sich $15t'+a'$ leicht eliminiren läſst. Wir erhalten somit

$$\sin\varphi = \cos d\,\sin H$$

Für die Bestimmung des Stundenwinkels haben wir durch die Gleichung (25)

$$\operatorname{cotg}\varphi\,\cos(15t'+a') = -\operatorname{tg} d$$

und der doppelte Werth von A giebt

$$\cos\varphi\,\sin(15t'+a') = -\cos H$$

welche durch die vorhergehende Gleichung dividirt werden muſs. Sammeln wir nun die Gleichungen für die Bestimmung der in Frage stehenden zwei Punkte, so haben wir, wenn wir $H-N' = W$ machen,

$$\left.\begin{aligned}\cos W &= \frac{U}{\rho}\sin N'\\ \operatorname{cotg}\varphi\,\sin(15t'+a') &= -\frac{\operatorname{cotg}(W+N')}{\cos d}\\ \operatorname{cotg}\varphi\,\cos(15t'+a') &= -\operatorname{tg} d\\ \lambda &= t'+T'-T+\frac{U}{n'}\cos N'-\frac{\rho}{n'}\sin W\end{aligned}\right\}(28)$$

Die erste dieser Gleichungen giebt, wenn sie nicht etwa unmöglich ist, in welchem Falle gar keine centrale Verfinsterung statt findet, zwei Werthe von W, somit geben die zweite und dritte Gleichung zwei Werthe von φ und t', wobei die Regel zu merken ist, dafs φ positiv ist, wenn $W+N'$ im ersten Halbkreise liegt, dafs aber φ negativ ist, wenn $W+N'$ im zweiten Halbkreise liegt. Die vierte Gleichung giebt endlich zu jedem der beiden Werthe von t' einen correspondirenden Werth von λ. Wir haben somit zwei Punkte der Erdoberfläche, und es gehört derjenige, für welchen $15t'+a'$ im zweiten Halbkreise liegt, der kleinsten Zeit oder dem Anfange, derjenige aber, für welchen $15t'+a'$ im ersten Halbkreise liegt, der gröfsten Zeit oder dem Ende der centralen Verfinsterung an, denn es ist an sich klar, dafs der Ort, welcher diese Erscheinung zuerst sieht, sie bei aufgehender, und der Ort, welcher sie zuletzt sieht, sie bei untergehender Sonne sieht.

Um nun die Curve zu berechnen, auf welcher in der That die centrale Verfinsterung sichtbar ist, fängt man damit an, dafs man vermittelst der Gleichungen (28) die beiden Endpunkte dieser Curve berechnet. Hierauf nimmt man eine beliebige Anzahl von Stundenwinkeln an, welche von dem eben gefundenen im zweiten Halbkreise liegenden Stundenwinkel ausgehend, sich bis zu dem eben gefundenen im ersten Halbkreise liegenden Stundenwinkel erstrecken. Rechnet man hiemit durch die Gleichungen (23) die Breiten und Längen, so hat man die Curve, auf welcher die centrale Verfinsterung in der That gesehen wird. Es ist übrigens leicht einzusehen, dafs diese Curve, von dem Punkte der kleinsten Zeit ausgehend, sich auf der Erdoberfläche von Westen nach Osten erstreckt.

Die erste Gleichung (28) zeigt an, dafs wenn

$$\frac{U}{\rho}\sin N' > 1 \quad \text{oder} \quad < -1$$

keine centrale Verfinsterung statt findet. Die Gleichung aber

$$\frac{U}{\rho}\sin N' = 1 \quad \text{oder} \quad = -1$$

giebt zu erkennen, dafs blofs an Einem Punkte der Erde diese Erscheinung statt findet, sie giebt mit andern Worten zu erkennen, dafs die, durch den Mittelpunkt der Sonne und des Mondes gehende grade Linie die Erdoberfläche tangirt, ohne sie zu schneiden. Aus der ersten Gleichung (23) folgt, dafs man die gröfste Breite, auf welcher die Verfinsterung central gesehen wird, erhält, wenn man den Stundenwinkel so annimmt, dafs $15t'+G' = 90°$ oder $= 270°$ wird.

2) Die Grenzcurven der Sichtbarkeit einer Sonnenfinsternifs auf der Erdoberfläche zu finden.

Der Schattenkegel, welcher vom Monde, indem dieser zwischen der Erde und der Sonne durchgeht, auf der Erde erzeugt wird, scheidet, während er auf dieser hinstreift, eine Zone ab, auf welcher allein die Verfinsterung gesehen wird, und es ist an sich klar, dafs an den Oertern, welche an der südlichen und nördlichen Grenze dieser, durch den Schattenkegel erzeugten Zone liegen, blofs eine äufsere Berührung der Ränder der Sonne und des Mondes gesehen wird. Wir müssen also, um die südliche und die nördliche Grenzcurve zu finden, die analytische Bedingung der blofsen Berührung der Ränder suchen. Wir haben aus der Gleichung (21) für äufsere Berührungen

$$\sin f = \frac{l \sin \Pi' + \sin \Delta'}{R'G}$$

und wenn wir in dieser Gleichung die wahren Werthe der darin vorkommenden Gröfsen substituiren, so können wir den Gleichungen (17) oder den Gleichungen (22), wenn sie auf einen bestimmten Ort angewandt werden, nur genügen, wenn wir die Ein- oder die Austrittszeit, darin substituiren. Substituiren wir hingegen in die vorstehende Gleichung für den mittleren Sonnenhalbmesser Δ' einen, von dem wahren Werthe dieser Gröfse abweichenden Werth, so können wir den Gleichungen (17) oder (22) durch Zeiten Genüge leisten, die keine Ein- oder Austrittszeiten sind. Betrachten wir nun die Sache umgekehrt, und substituiren wir in die genannten Gleichungen alle Zeitmomente, die zwischen der, einem gewissen Orte zukommenden, Ein- und Austrittszeit liegen, so können wir diesen Gleichungen immer dadurch Genüge leisten, dafs wir für Δ' einen von dem wahren Werthe abweichenden, passenden, und zwar kleineren Werthe substituiren. Die Zeit, für welche wir solchergestalt den kleinsten Werth von Δ' substituiren müssen, um den Gleichungen (17) oder (22) Genüge zu leisten, gehört nothwendig der gröfsten Phase an, die an dem vorbestimmten Orte gesehen wird. Das Minimum von Δ' bedingt daher, wenn diese Gröfse als veränderlich angesehen wird, die Zeit der gröfsten Phase, welche an einem vorbestimmten Orte gesehen wird, und der Werth, welchen Δ' in seinem Minimum hat, bedingt die Gröfse der gröfsten Phase. Dieses Minimum wollen wir zuerst suchen. Uebergehen wir hiebei die kleinen Veränderungen, welche während der Dauer der Verfinsterung die von der eigenen Bewegung der Sonne und des Mondes abhängigen Gröfsen erleiden, so zeigt die vorstehende Gleichung, dafs das Minimum von Δ' das Minimum von f nach sich zieht. Differentiiren wir daher die Gleichungen (17) in Beziehung auf f, u, θ und t' und setzen wir nach der Differentiation $df = 0$. so erhalten wir

$$\begin{aligned} du &= x'\rho \cos\varphi \cos d \sin(15t'+a')\, tg f \\ \sin\theta\, du + u \cos\theta\, d\theta &= -p\, dt' + x'\rho \cos\varphi \cos(15t'+a') \\ \cos\theta\, du - u \sin\theta\, d\theta &= q\, dt' - x'\rho \cos\varphi \sin(15t'+a') \end{aligned}$$

wo wie früher $x' = \frac{15(3600'')}{206265''}$ ist. Eliminiren wir aus diesen Gleichungen die Differentiale, so ergiebt sich

$$(29) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} 0 = \{q - \varkappa' \rho \cos\varphi \sin d' \sin(15t'+a')\} \cos\theta - \{p - \varkappa' \rho \cos\varphi \cos(15t'+a')\} \sin\theta \\ \qquad - \varkappa' \,tg f\, \rho \cos\varphi \cos d \sin(15t'+a') \end{cases}$$

als Bedingungsgleichung für die Zeit der gröfsten Phase. Wenn man also für einen gegebenen Ort der Erde dieser Gleichung und den Gleichungen (17) und (22) zugleich Genüge leistet, so erhält man die Zeit, in welcher an diesem Orte die gröfste Phase gesehen wird, und der Werth von f, den man, um diesen Gleichungen Genüge leisten zu können, hat anwenden müssen, steht mit der Gröfse der gröfsten Phase in enger Beziehung. Hat man für f seinen wahren Werth substituiren müssen, so ist nothwendig die Gröfse der gröfsten Phase Null, und es wird blofs eine äufsere Berührung der Ränder gesehen. Substituiren wir also von Anfang an den wahren Werth von f und sehen wir φ und λ als unbestimmt an, so geben die Gleichung (29) und die Gleichungen (17) oder statt deren (22) alle Oerter, welche blofs eine äufsere Berührung der Ränder sehen, und folglich die südliche und die nördliche Grenzcurve der Verfinsterung.

Lösen wir vermittelst der Gleichung $\theta = \psi' - N'$ $\sin\theta$ und $\cos\theta$ in der Gleichung (29) auf, so findet man leicht, dafs sie sich vermittelst der im Art. 12 eingeführten Hülfswinkel in folgende verwandeln läfst:

$$0 = \left\{\frac{n'}{\varkappa'} - \rho \cos\varphi\, k \sin(15t'+K')\right\} \cos\psi' + \rho\cos\varphi\, g \cos(15t'+G') \sin\psi' - tg f\, \rho \cos\varphi \cos d \sin(15t'+a')$$

Zwischen dieser Gleichung und der ersten Gleichung (22) müssen wir, wenn wir eine directe Auflösung unserer Aufgabe erhalten wollen, den Winkel ψ' eliminiren, einfacher ist es aber bei der indirecten Auflösung, die in den bereits entwickelten Gleichungen enthalten ist, stehen zu bleiben. Ich substituire daher den Werth von u aus der ersten Gleichung (17) in die erste Gleichung (22), wodurch ich erhalte:

$$\rho\cos\varphi \{g \sin(15t'+G) + \sin\psi'\, tg f \cos d \cos(15t'+a')\}$$
$$-\rho \sin\varphi \{\cos d \sin N' - \sin\psi'\, tg f \sin d\} = u' \sin\psi' - U \sin N'$$

Führen wir nun zur bequemeren Rechnung die Hülfsgröfsen $c_{,}$, $\psi'_{,}$, a' und A' ein, so haben wir mit Zuziehung der zweiten Gleichung (22) die folgenden Formeln für die strenge Berechnung der südlichen und der nördlichen Grenzcurven:

$$(30) \ldots\ldots \begin{cases} g \sin(15t'+G) + \sin\psi'\, tg f \cos d \cos(15t'+a') = a \cos A' \\ \cos d \sin N' - \sin\psi'\, tg f \sin d = a' \sin A' \\ \cos(\varphi + A') = \dfrac{u' \sin\psi' - U \sin N'}{\rho a'} \\ \dfrac{n'}{\varkappa'} - \rho\cos\varphi\, k \sin(15t'+K') = c \sin\psi'_{,} \\ -\rho\cos\varphi\, g \cos(15t'+G') = c \cos\psi'_{,} \\ \sin(\psi' - \psi'_{,}) = -\dfrac{tg f\, \rho \cos\varphi \cos d \sin(15t'+a')}{c} \\ u = u' - tg f\, \rho \sin\varphi \sin d - tg f\, \rho\cos\varphi \cos d \cos(15t'+a') \\ \lambda = t' + T' - T + \dfrac{U \cos N'}{n'} - \rho \sin\varphi \dfrac{\cos d \cos N'}{n'} + \rho\cos\varphi \dfrac{k}{n'} \cos(15t'+K') - \dfrac{u}{n'} \cos\psi' \end{cases}$$

Da während der gröfsten Phase, also auch für die Oerter, welche blofs eine Berührung der Ränder sehen, $\sin\psi'$ sich nie beträchtlich von $+1$ oder -1 entfernen kann, so gewähren diese Formeln eine sehr schnelle Annäherung zum richtigen Resultate, wenn man in der ersten Annäherung $\sin\psi = 1$ oder beziehungsweise $= -1$ setzt. Hiemit geben die ersten drei Gleichungen (30) einen genäherten Werth von φ, substituirt man diesen in die zweiten drei Gleichungen (30), so erhält man einen genaueren Werth von ψ', welcher, wenn er in die ersten drei Gleichungen substituirt worden ist, einen genaueren Werth von φ giebt, und so fort, worauf man durch die beiden letzten Gleichungen (30) λ rechnet. Es ist aus dem Inhalt des Art. 9 leicht zu erkennen, dafs ψ' während der gröfsten Phase im ersten Halbkreise liegt, wenn der Mittelpunkt des Mondes nördlich, und dafs ψ' im zweiten Halbkreise liegt, wenn der Mittelpunkt des Mondes südlich vor dem Mittelpunkte der Sonne vorbeigeht. Wir erhalten demnach die südlichen Grenzcurve, wenn wir in den vorstehenden Gleichungen anfänglich $\sin\psi' = 1$, und die nördliche Grenzcurve, wenn wir anfänglich $\sin\psi' = -1$, substituiren, und im Verlaufe der Rechnung den Bogen $\psi' - \psi'_{,}$, welcher durch seinen Sinus bestimmt wird, in demjenigen Quadranten annehmen, welcher dem anfänglich substituirten Werth von $\sin\psi'$ entspricht. Wir hätten die Transformationen in den vorstehenden Formeln etwas anders einrichten können. Wir hätten nemlich statt der Hülfsgröfsen a' und A' die Gröfsen a und A, die wir in der vorhergehenden Aufgabe gebraucht haben, anwenden können. Dadurch wäre in den Formeln keine weitere Veränderung erfolgt, als dafs in der Gleichung für $\cos(\varphi + A)$ die Gröfse u statt u' vorgekommen wäre, und da die Rechnung ohnehin indirect ist, so wäre hieraus kein Nachtheil erwachsen. Der Grund aber, weshalb ich die Gröfsen a' und A' gewählt habe,

ist der, dafs $\sin\psi'$ fast nie oder vielleicht gar nie so beträchtlich von der positiven oder negativen Einheit abweicht, dafs es, wenn man nicht etwa die Resultate auf Secunden genau haben will, nöthig wäre, den genaueren Werth dieser Gröfse in der zweiten Annäherung in die Formeln für a' und A' zu substituiren. Man kann, wenn man die Resultate nur bis auf Eine Minute genau verlangt, und dies ist in der That immer mehr wie hinreichend, a' und A' unverändert so lassen, wie diese Gröfsen sich durch die erste Annäherung, wo $+1$ oder -1 für $\sin\psi'$ substituirt worden ist, ergeben haben. Wollte man sich aber erlauben, die kleinen von $tg\,f$ abhängigen Glieder zu übergehen, so würde der Fehler in der Breite bis auf mehr wie $\frac{1}{2}$ Grad gehen können, und würde man gar ψ' unbedingt $= 90°$ oder $= 270°$ annehmen, wie oft und vielleicht immer geschehen ist, so kann die Abweichung der sich so ergebenden Curve von der wahren Grenzcurve mehrere Grade betragen. Es kann aber nützlich werden, die Curven für $\psi' = 90°$ und $\psi' = 270°$ zu berechnen. Denn, wie leicht einzusehen, ist der Theil der Erdoberfläche, welcher zwischen der Curve, wo $\psi' = 90°$ und der südlichen Grenzcurve eingeschlossen ist, und der Theil der Erdoberfläche, welcher zwischen der Curve, wo $\psi' = 270°$ und der nördlichen Grenzcurve eingeschlossen ist, die Fläche der Erde, auf welcher bei dem Anfang und bei dem Ende der Verfinsterung $\cos\psi'$ dasselbe Zeichen hat. Es kann in Beziehung auf die zu den Gleichungen (20) gemachte Bemerkung, wenn man die Längen von Beobachtungsörtern, wo die Verfinsterung klein war, zu berechnen hat, nützlich seyn, diesen Theil der Erdoberfläche im Voraus zu kennen.

Substituirt man nun nach und nach in die Gleichungen (30) für t' alle Werthe durch den ganzen Umkreis, und setzt man dabei anfänglich einestheils $\sin\psi' = 1$ und anderntheils $\sin\psi' = -1$, so bekommt man (vorausgesetzt, dafs beide Curven reel werden) die südliche und die nördliche Grenzcurve der Verfinsterung. Diese beiden Curven scheiden eine Zone der Erdoberfläche von dem übrigen Theile derselben ab, auf welchen die Verfinsterung nicht gesehen wird. Aber auch auf der ganzen Fläche dieser Zone wird die Verfinsterung nicht gesehen, denn die Gleichungen (30) geben alle Punkte der Erdoberfläche, welche von der äufseren Begrenzung des Schattenkegels durchschnitten werden, und für einen Theil dieser Punkte, mithin auch für einen Theil unserer Curven, ist die Sonne nothwendig unter dem Horizonte. Der Bereich der Sichtbarkeit einer Verfinsterung wird also auch durch eine westliche und durch eine östliche Grenzcurve begrenzt.

Um die Gleichungen dieser Curven zu finden, bemerke ich, dafs da nach dem Vorhergehenden an der südlichen Grenzcurve, wo nur eine Berührung des nördlichen Sonnenrandes stattfindet, ψ' nahe 90° ist, und an der nördlichen Grenzcurve, wo nur eine Berührung des südlichen Sonnenrandes stattfindet, ψ' nahe 270° ist, zwischen diesen Grenzcurven für den Anfang und beziehungsweise für das Ende der Verfinsterung ψ' alle Werthe durch den ganzen Umkreis annehmen wird. Ferner bemerke ich, dafs der Zeitraum, in welchem der Schattenkegel die Erdoberfläche trifft, begrenzt ist. Wir finden daher die Gleichungen für die östliche und die westliche Grenzcurve, wenn wir die Oerter suchen, für welche bei willkührlich gelassenen ψ' die absolute Zeit des Anfangs oder des Endes der Verfinsterung ein Maximum oder ein Minimum ist. Da $\theta + N' = \psi'$ ist, und da N' als constant betrachtet wird, so bedingt ein willkührliches ψ' ein willkührliches θ. Wir müssen daher, um die verlangten Curven zu finden, die vollständigen Gleichungen (17), ohne auf die Veränderung von θ Rücksicht zu nehmen, nach λ, t' und φ differentiiren und nach der Differentiation $dt' = d\lambda$ machen. Da u von φ und t' abhängt, so ist diese Gröfse bei der gegenwärtigen Aufgabe veränderlich, und um diesen Umstand auf die einfachste Art berücksichtigen zu können, nehme ich die Gleichung

$$A^2 + B^2 + C^2 = \rho^2$$

die wir in der vorhergehenden Aufgabe fanden, vor. In dieser Gleichung ist

$$\left.\begin{aligned} A &= \rho\cos\varphi\sin(15t'+a') \\ B &= \rho\sin\varphi\cos d - \rho\cos\varphi\sin d\cos(15t'+a') \\ C &= \rho\sin\varphi\sin d + \rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a') \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(31)$$

Wir können nun der obigen Gleichung zufolge annehmen, dafs

$$\begin{aligned} A &= -\rho\cos V\cos H \\ B &= \rho\cos V\sin H \\ C &= \rho\sin V \end{aligned}$$

sey, wo V und H zwei Hülfswinkel sind, deren astronomische Bedeutung leicht zu erkennen ist, die aber anzuführen für unsern Zweck ganz überflüssig ist. Hiemit und wenn man für p und q ihre Werthe $n'\sin N'$ und $n'\cos N'$ substituirt, verwandeln sich die Gleichungen (17) in folgende:

$$\left.\begin{aligned} u &= u' - \rho\sin V\,tg\,f \\ u\sin\theta &= -n'\sin N'(t'-\lambda+T-T) - \rho\cos V\cos H \\ u\cos\theta &= U + n'\cos N'(t'-\lambda+T''-T) - \rho\cos V\sin H \end{aligned}\right\}\ldots(32)$$

wo t', λ, V, H und u unsere veränderlichen Gröfsen sind. Nach der Differentiation haben wir also

$$\begin{aligned} du &= -\rho\cos V\,tg\,f\,dV \\ du\sin\theta &= \rho\sin V\cos H\,dV + \rho\cos V\sin H\,dH \\ du\cos\theta &= \rho\sin V\sin H\,dV - \rho\cos V\cos H\,dH \end{aligned}$$

Eliminiren wir erst du, so erhalten wir

$$\begin{aligned} (tg\,f\cos V\sin\theta + \sin V\cos H)\,dV &= -\cos V\sin H\,dH \\ (tg\,f\cos V\cos\theta + \sin V\sin H)\,dV &= \cos V\cos H\,dH \end{aligned}$$

Multipliciren wir die erste dieser Gleichungen mit $cos\, H$, die zweite mit $sin\, H$ und addiren wir sie, so ergiebt sich

(33)............ $tg\, V = -tg\, f\, sin\,(H+\theta)$

welche die gesuchte Bedingungsgleichung ist. Da $\theta + N' = \psi'$ ist, so gehen die Gleichungen (32) durch Multiplicationen mit $sin\, N'$ und $cos\, N'$, und wenn wir überdies $H - N' = W$ machen,

$$u\, sin\, \psi' = U\, sin\, N' - \rho\, cos\, V\, cos\, W$$
$$u\, cos\, \psi' = U\, cos\, N' + n'(t'-\lambda+T'-T) - \rho\, cos\, V\, sin\, W.$$

Multipliciren wir nun die dritte und zweite der Gleichungen (31) nach einander mit $sin\, d$ und $cos\, d$, so bekommen wir durch Addition und Subtraction statt deren die folgenden drei

$$\rho\, cos\, \varphi\, sin\,(15\, t'+a') = A$$
$$\rho\, cos\, \varphi\, cos\,(15\, t'+a') = C\, cos\, d - B\, sin\, d$$
$$\rho\, sin\, \varphi = C\, sin\, d + B\, cos\, d$$

Setzen wir ferner $\frac{C}{B} = tg\, l$, so erhalten wir hieraus

$$cotg\, \varphi\, sin\,(15\, t'+a') = \frac{A\, cos\, l}{B\, cos\,(d-l)}$$
$$cotg\, \varphi\, cos\,(15\, t'+a') = -tg\,(d-l)$$

wo A, B und C vermittelst ihrer obigen Werthe durch V und W ausgedrückt werden müssen. Wir haben nun alle Gleichungen die für die Berechnung der östlichen und der westlichen Grenzcurve nöthig sind. Stellen wir sie zusammen, so ergiebt sich

(34)................

$$\left\{\begin{aligned} tg\, V &= -tg\, f\, sin\,(W+\psi') \\ u &= u' - \rho\, sin\, V\, tg\, f \\ cos\, W &= \frac{U\, sin\, N'}{\rho\, cos\, V} - \frac{u\, sin\, \psi'}{\rho\, cos\, V} \\ tg\, l &= -\frac{tg\, V}{sin\,(W+N')} \\ cotg\, \varphi\, sin\,(15\, t'+a') &= -\frac{cos\, l\, cotg\,(W+N')}{cos\,(d-l)} \\ cotg\, \varphi\, cos\,(15\, t'+a') &= -tg\,(d-l) \\ \lambda &= t'+T'-T+\frac{U\, cos\, N'}{n'} - \rho\,\frac{cos\, V\, sin\, W}{n'} - \frac{u}{n'}\, cos\, \psi' \end{aligned}\right.$$

Diese Auflösung ist indirect, indem die ersten drei Gleichungen nur durch mehrere auf einander folgende Störungen berechnet werden können. Nachdem man einen willkührlichen Werth von ψ' angenommen hat, setzt man zuerst $V = 0$, und berechnet durch die dritte Gleichung einen genäherten Werth von W, hiemit geben die beiden ersten Gleichungen genauere Werthe von V und u, mit welchen die Rechnung wiederholt werden mufs. Wenn man die Secunden in den Winkeln übergeht, so wird die Rechnung durch den Umstand direct, dafs V und $u-u'$ immer so klein sind, dafs sie alsdann gar keinen Einflufs auf die Berechnung von W äufsern. Hat man W, V und u gefunden, so geben die vier letzten Gleichungen φ und λ. Für das Zeichen von φ folgt aus den vorhergehenden Gleichungen die Regel, dafs, vorausgesetzt dafs man l immer im ersten oder im vierten Quadranten annimmt, φ positiv ist, wenn entweder $W+N'$ im ersten Halbkreise liegt und zugleich $d-l$ im ersten oder vierten Quadranten, oder wenn $W+N'$ im zweiten Halbkreise liegt und zugleich $d-l$ im zweiten oder dritten Quadranten, und dafs φ negativ ist, wenn entweder $W+N'$ im zweiten Halbkreise und zugleich $d-l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $W+N'$ im ersten Halbkreise und zugleich $d-l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt.

Man kann die dritte Gleichung auch so stellen

$$sin\, \psi' = \frac{U\, sin\, N'}{u} - \rho\,\frac{cos\, V\, cos\, W}{u}$$

Bei Anwendung dieser Gleichung substituirt man einen willkührlichen Werth von W, worauf man durch Annäherungen, die man damit anfängt, dafs man $V = 0$ macht, ψ' und u erhält, worauf die vier letzten Gleichungen, wie vorher, φ und λ geben. In einem Theile der Curven ist es am zweckmäfsigsten, anfänglich ψ', in einem andern Theile derselben ist es am zweckmäfsigsten anfänglich W anzunehmen. Für jeden anfänglich substituirten Werth von ψ' oder W geben diese Gleichungen, da dem $cos\, W$ in dem einen und dem $sin\, \psi'$ in dem andern Falle zwei Bögen angehören, zwei Werthe von φ und λ und somit zwei Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der westlichen und der andere der östlichen Grenzcurve angehört; und zwar gehört der Punkt, für welchen $15\, t'+a'$ im ersten Halbkreise liegt, der östlichen, und der Punkt, für welchen $15\, t'+a'$ im zweiten Halbkreise liegt, der westlichen Grenzcurve an. Wenn u, U und N' so beschaffen ist, dafs jeder reelle Werth von ψ' einen reellen Werth von $cos\, W$ giebt, so geben diese Gleichungen zwei von einander abgesonderte Curven, deren jede in sich selbst zurückkehrt. In diesem Falle ist sowohl die nördliche wie die südliche Grenzcurve reel, und jede dieser wird von jenen beiden berührt. Um diese vier Berührungspunkte zu finden, ist nichts weiter nöthig, als die Gleichung (29) mit den Gleichungen (34) zu verbinden. Führen wir zu dem Ende die Winkel V und W in die Gleichung (29) ein, so verwandelt sich diese in

$$0 = \left\{\frac{n'}{x'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V\right\} \cos\psi'$$
$$- \left\{\rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V\right\} \sin\psi'$$
$$+ \rho \, tg f \cos d \cos V \cos(W + N')$$

woraus, wenn man

$$(35)\begin{cases} \frac{n'}{x'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V = c \sin\psi_{,}' \\ \rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V = c \cos\psi_{,}' \end{cases}$$

setzt,

$$\sin(\psi' - \psi_{,}') = \frac{\rho \, tg f \cos d \cos V \cos(W + N')}{c}$$

hervorgeht. Man substituirt nun, um die gemeinschaftlichen Punkte unserer Curven zu erhalten, zuerst $\psi' = 90^\circ$ und $u = u'$ in die dritte Gleichung (34), mit den so erhaltenen beiden Werthen von W rechnet man aus den beiden ersten Gleichungen (34) V und u und somit aus den Gleichungen (35) einen genaueren Werth von ψ'; hiemit wiederholt man die Rechnung, wenn dieses nöthig seyn sollte. Wenn man die Secunden vernachlässigt, wird diese Rechnung sehr einfach, man kann alsdann in den Gleichungen (35) $V = 0$ setzen, und man bekommt alsdann gewöhnlich durch die erste Annäherung einen Werth für ψ', an welchem nichts zu verbessern nöthig ist. Rechnet man nun mit diesem Werthe von ψ' durch die Gleichungen (34) die zwei ihm entsprechenden Oerter, so hat man zwei Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der östlichen und der südlichen und der andere der westlichen und der südlichen Grenzcurve gemeinschaftlich ist. Führt man nun dieselbe Rechnung wieder durch, indem man anfänglich $\psi' = 270^\circ$ in die dritte Gleichung (34) substituirt, so erhält man zwei andere Punkte der Erdoberfläche, wovon der eine der östlichen und der nördlichen, und der andere der westlichen und der nördlichen Grenzcurve gemeinschaftlich ist. Somit ist der ganze Theil der Erdoberfläche, auf welchem die Verfinsterung gesehen wird, zwischen den Grenzcurven eingeschlossen, und außerhalb dieser wird die Verfinsterung nicht gesehen. Um nun nur denjenigen Theil der nördlichen und der südlichen Curve zu erhalten, welcher wirkliche Grenzcurve ist, mufs man in die Gleichungen (30) nur diejenigen Werthe des Stundenwinkels substituiren, welche zwischen den, den eben beschriebenen gemeinschaftlichen Punkten zukommenden Stundenwinkeln liegen, indem man von dem im zweiten Halbkreise liegenden Stundenwinkel durch 360° oder 0° zu dem im ersten Halbkreise liegenden Stundenwinkel übergeht.

Der ganze Umfang der so eben gefundenen östlichen und westlichen Grenzcurve bildet nicht die östliche und westliche Grenze der Verfinsterung, sondern von der westlichen Curve ist nur der Theil, welcher sich vom Berührungspunkte mit der südlichen Grenzcurve bis zum Berührungspunkte mit der nördlichen Grenzcurve erstreckt und in welchem ψ' den ersten und den vierten Quadranten durchläuft, also der Theil, auf welchem das Ende der Verfinsterung bei aufgehender Sonne gesehen wird, eigentliche Grenzcurve, und von der östlichen Curve ist nur der Theil, welcher sich von deren Berührungspunkte mit der südlichen Grenzcurve bis zum Berührungspunkte mit der nördlichen Grenzcurve erstreckt und in welchem ψ' den zweiten und den dritten Quadranten durchläuft, also der Theil, auf welchem der Anfang der Verfinsterung bei untergehender Sonne gesehen wird, eigentliche Grenzcurve. Die übrigen Theile dieser Curven fallen in den Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung, sind aber auch merkwürdige Linien. Der Theil der westlichen Grenzcurve, welcher in den Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung fällt, giebt die Oerter, welche den Anfang derselben bei aufgehender Sonne sehen, und der homologe Theil der östlichen Grenzcurve giebt die Oerter, welche das Ende der Verfinsterung bei untergehender Sonne sehen.

Auf diesen Theilen dieser Curven liegen zwei merkwürdige Punkte; nemlich auf der westlichen Curve der Ort, an welchem die Verfinsterung auf der Erde überhaupt anfängt, und auf der östlichen Curve der Punkt, wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt aufhört. Um diese Punkte zu finden müssen wir das Maximum und Minimum der Gleichungen (34) in Beziehung auf die absolute Zeit suchen. Differentiiren wir die erste, zweite, dritte und siebente derselben, und machen wir nach der Differentiation $dt' = d\lambda$, so erhalten wir

$$\begin{aligned} dV &= -tg f \cos^2 V \cos(W + \psi')(dW + d\psi') \\ du &= -\rho \, tg f \cos V \, dV \\ u \cos\psi' \, d\psi' + \sin\psi' \, du &= \rho \sin V \cos W \, dV + \rho \cos V \sin W \, dW \\ 0 &= \rho \sin V \sin W \, dV - \rho \cos V \cos W \, dW - \cos\psi' \, du + u \sin\psi' \, d\psi'. \end{aligned}$$

Eliminirt man zwischen diesen Gleichungen du und dV, so erhält man

$$0 = \left\{u \cos\psi' - \rho \, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W + \psi') \sin W\right\} d\psi' - \rho \cos V \left\{1 + tg^2 f \cos^2 V \cos^2(W + \psi')\right\} \sin W \, dW$$
$$0 = \left\{u \sin\psi' - \rho \, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W + \psi') \cos W\right\} d\psi' - \rho \cos V \left\{1 + tg^2 f \cos^2 V \cos^2(W + \psi')\right\} \cos W \, dW$$

woraus

$$\frac{u \cos\psi' - \rho \, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W + \psi') \sin W}{u \sin\psi' - \rho \, tg^2 f \cos^3 V \cos^2(W + \psi') \cos W} = tg W$$

Diese Gleichung giebt

$$W+\psi' = 90^\circ \quad \text{und} \quad W+\psi' = 270^\circ$$

denn hiemit haben wir $\cos(W+\psi') = 0$, und alsdann aus der vorstehenden Gleichung $\operatorname{cotg}\psi' = \operatorname{tg} W$, welcher die angeführten Werthe von $W+\psi'$ ebenfalls Genüge leisten. Substituiren wir nun diese Werthe von $W+\psi'$ in die Gleichungen (34), so erhalten wir erstlich $V = \mp f$ und sodann

$$(35^*)\left\{\begin{aligned} u &= u' \pm \rho \sin f \operatorname{tg} f \\ \sin\psi' &= \frac{U \sin N'}{u \pm \rho \cos f} \\ \operatorname{tg} l &= \frac{\operatorname{tg} f}{\cos(\psi' - N')} \\ \operatorname{cotg}\varphi \sin(15t'+a') &= -\frac{\cos l \operatorname{tg}(\psi'-N')}{\cos(d+l)} \\ \operatorname{cotg}\varphi \cos(15t'+a') &= -\operatorname{tg}(d+l) \\ \lambda &= t'+T'-T+\frac{U\cos N'}{n'}-\frac{u \pm \rho\cos f}{n'}\cos\psi' \end{aligned}\right.$$

wobei zu bemerken ist, dafs bei Anwendung der oberen Zeichen φ negativ ist, wenn entweder $\psi'-N'$ im zweiten oder dritten Quadranten und zugleich $d+l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $\psi'-N'$ im ersten oder vierten Quadranten und zugleich $d+l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt, dafs φ hingegen positiv ist, wenn entweder $\psi'-N'$ im ersten oder vierten Quadranten und zugleich $d+l$ im ersten oder vierten Quadranten liegt, oder wenn $\psi'-N'$ sowohl wie $d+l$ im zweiten oder dritten Quadranten liegen. Bei Anwendung der unteren Zeichen ist die Regel für das Zeichen von φ das Entgegengesetzte der eben gegebenen Regel; diese Regeln setzen aber voraus, dafs man immer l im ersten oder im vierten Quadranten annehme.

Diese Gleichungen geben nun, wenn man die oberen Zeichen anwendet, die beiden verlangten Oerter, und die Rechnung ist, wie man sieht, direct. Durch Anwendung der unteren Zeichen erhält man, wenn die südliche und die nördliche Grenzcurve beide reel sind, die beiden Oerter der Erde, an deren einem das Ende der Verfinsterung bei aufgehender Sonne unter allen zuletzt, und an deren anderem der Anfang der Verfinsterung bei untergehender Sonne unter allen zuerst gesehen wird. Wenn entweder die südliche oder die nördliche Grenzcurve imaginär ist, so werden diese beiden Punkte auch imaginär.

Die absolute Zeit, wann diese sowohl wie die übrigen in diesem Artikel abgehandelten Erscheinungen statt finden, erhält man aus den gefundenen Werthen von t' und λ durch die Gleichung

$$t = t' - \lambda.$$

Ich füge hinzu, dafs die Gleichungen (34), mithin die östliche und die westliche Grenzcurve die Oerter geben, an welchen der Anfang oder beziehungsweise das Ende der Verfinsterung in dem Augenblick gesehen wird wo der Punk[t] des Sonnenrandes, an welchem die Verfinsterung anfängt ode[r] aufhört, im Horizonte liegt; es ist leicht einzusehen, dafs dies[e] Oerter in der That die Grenze der Sichtbarkeit der Verfin[-] sterung im Osten und Westen bilden müssen.

14.

Im Vorhergehenden habe ich angenommen, dafs beide[s] die südliche und die nördliche Grenzcurve, reel seyen, und die[s] ist möglich, denn der Halbmesser des Schattenkegels an de[r] Erde ist immer kleiner, wie der Halbmesser dieser. Aber i[n] den meisten Fällen wird entweder die südliche oder die nörd[-] liche Grenzcurve imaginär; es reicht alsdann der Schattenkeg[el] über den einen Erdpol hinaus. In diesem Falle gelten die ent[-] wickelten Formeln alle noch, aber die östliche und die west[-] liche Grenzcurve gestalten sich ganz anders, sie vereinigen sic[h] in eine Curve, welche die Gestalt einer 8 annimmt, und als einen doppelten Punkt hat. Wir wollen diesen Fall etwa[s] näher betrachten. Das Kennzeichen dafür können wir aus de[r] dritten Gleichung (34) entnehmen, denn es mufs alsdann fü[r] gewisse Werthe von ψ' entweder

$$\frac{U\sin N' - u\sin\psi'}{\rho\cos V} > 1$$

oder

$$\frac{U\sin N' - u\sin\psi'}{\rho\cos V} < -1$$

seyn, so dafs ψ' nicht alle Werthe durch den ganzen Umkrei[s] annehmen kann. Die beiden Grenzwerthe von ψ' werden al[s-] dann entweder durch die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} \sin\psi' &= \frac{U\sin N'}{u} - \frac{\rho\cos V}{u} \\ &\text{oder durch die Gleichung} \\ \sin\psi' &= \frac{U\sin N'}{u} + \frac{\rho\cos V}{u} \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots (3[6])$$

gegeben.

Uebergehen wir die unbedeutende Variation von l, so gie[bt] die vorletzte Gleichung (34) zu erkennen, dafs das Maximu[m] der Breite, welche die östlich-westliche Grenzcurve, wie ich d[ie] jetzt nennen werde, erreicht, eintritt wenn $\cos(15t'+a') = \pm$[1]. Hiemit giebt die fünfte Gleichung (34) entweder $W+N' = 9[0^\circ]$ oder $W+N' = 270^\circ$, woraus

$$\sin\psi' = \frac{U \mp \rho\cos V}{u}\sin N' \ldots\ldots\ldots\ldots (3[7])$$

folgt. Das obere Zeichen kann nur statt finden, wenn U p[o-] sitiv, also wenn die nördliche Grenzcurve imaginär ist, und d[as] untere Zeichen kann nur statt finden, wenn U negativ i[st,] also wenn die südliche Grenzcurve imaginär ist. Da aber [in] diesen Fällen U und φ gleiches Zeichen haben müssen, [...]

haben wir im ersten Falle, wenn U und d gleiches Zeichen haben aus den Gleichungen (34)

$$\varphi = 90^\circ - d + V$$
$$15t' + a' = 180^\circ$$

und wenn U und d entgegengesetzte Zeichen haben,

$$\varphi = 90^\circ + d - V$$
$$15t' + a' = 0.$$

Im zweiten Falle ergiebt sich, wenn U und d gleiche Zeichen haben,

$$\varphi = -90^\circ - d - V$$
$$15t' + a' = 180^\circ$$

und wenn U und d entgegengesetzte Zeichen haben.

$$\varphi = -90^\circ + d + V$$
$$15t' + a' = 0.$$

Es reicht also in beiden Fällen unsere Curve bis an den Parallelkreis, für welchen der Punkt des Sonnenrandes, wo die Verfinsterung anfängt oder aufhört, in der Mitternacht oder beziehungsweise im Mittage im Horizonte steht, und da der ...igen Breite und dem Stundenwinkel jedenfalls zwei Längen, vermöge der Gleichungen (34) angehören, so hat unsere Curve auf dem höchsten Parallel, den sie erreicht immer zwei Punkte. Wir müssen jetzt aber, um das Weitere zu erklären, zwei Fälle abgesondert betrachten,

a) Wenn U und d gleiche Zeichen haben.

Ich werde nun die beiden Punkte unserer Curve, welche dem Maximo der Breite correspondiren, A und B nennen, und werde annehmen, dafs A der Zeitfolge nach der frühere Punkt ist. Ein Bewohner des Punktes A sieht, nun den Anfang der Verfinsterung, indem die Sonne im Mitternachtspunkte und, wie überall auf unserer Curve, indem sie im Horizonte steht. Auf jedem Punkte also dieses Zweiges unserer Curve, welcher der Zeitfolge nach früher wie A ist, wird der Anfang der Verfinsterung bei **aufgehender**, und auf jedem Punkte, welcher später wie A ist, wird der Anfang der Verfinsterung bei **untergehender** Sonne gesehen. Im Punkte A fängt also, der Erklärung des vorigen Artikels zufolge, die östlich-westliche Grenzcurve an eigentliche Grenzcurve zu werden. Nach Verlauf eines gewissen Zeitraums (bei der Sonnenfinsternifs dieses Jahrs betrug er $1^h{,}2$) sieht ein Bewohner des Punkts B das Ende der Verfinsterung, während die Sonne im Mitternachtspunkte steht. An jedem Punkte dieses (andern) Zweiges der Curve, welcher einer frühern Zeit angehört wie B, wird das Ende der Verfinsterung bei **untergehender**, und an jedem Punkte, welcher einer späteren Zeit angehört wie B, wird das Ende bei **aufgehender** Sonne gesehen, im Punkte B fängt die östlich-westliche Grenzcurve also wieder an eigentliche Grenzcurve zu werden. Da nun aber B einer späteren Zeit angehört wie A, und da im Mitternachtspunkte in A Aufgang der Sonne in Untergang und in B Untergang in Aufgang übergeht, so folgt, dafs zwischen den Punkten A und B die Zweige unserer Curve, welche **eigentliche Grenzcurven** sind, einander schneiden. Es ist somit in diesem Falle der Theil der Erdoberfläche, welcher die Verfinsterung sieht, durch die östlich-westliche Grenzcurve, und durch die reelle südliche oder nördliche Grenzcurve völlig eingeschlossen. Denn es ist ohne Weiteres aus den vorhergehenden Formeln klar, dafs die östlich-westliche Grenzcurve immer mit der reellen südlichen oder nördlichen Grenzcurve **zwei** Punkte gemeinschaftlich hat, und zwar zwei von den vier Punkten, deren Berechnung durch die Gleichung (35) in Verbindung mit den Gleichungen (34) geführt wird.

Der Punkt, wo die beiden Zweige der östlich-westlichen Grenzcurve einander schneiden, hat das Eigenthümliche, dafs ein Bewohner desselben den Anfang der Verfinsterung bei untergehender, und das Ende derselben an dem darauf folgenden Morgen bei aufgehender Sonne sieht.

b) Wenn U und d ungleichnamig sind.

In diesem Falle gestaltet sich die Sache etwas anders. Ein Bewohner des Punktes A sieht den Anfang der Verfinsterung während die Sonne im Mittelpunkte und im Horizonte steht; vorher wurde an diesem Zweige der Curve der Anfang bei aufgehender Sonne gesehen, und nach diesem Punkte A wird auf diesem Zweige der Curve der Anfang bei untergehender Sonne gesehen, es fängt also, wie im vorigen Falle, im Punkte A der Zweig der östlich-westlichen Grenzcurve, dem dieser Punkt angehört, an, eigentliche Grenzcurve zu werden. Eben so findet man leicht, dafs bis hieher im Punkte B der Wechsel der Erscheinungen sich gleichfalls eben so gestaltet, wie im vorigen Falle. Aber es findet zwischen den beiden Fällen der wesentliche Unterschied statt, dafs in jenem Falle der Wechsel im Mitternachtspunkte, in diesem Falle aber derselbe im Mittagspunkte vor sich geht. Hieraus folgt, dafs in diesem Falle die beiden Zweige der östlich-westlichen Grenzcurve einander in einem Punkte schneiden, welcher den **eigentlichen Grenzcurven nicht** angehört. Während also in jenem Falle die eigentlichen Grenzcurven in einander geschoben sind und mithin eine geschlossene Grenze bilden, sind sie in diesem Falle auseinander gezogen, und lassen im Norden, wenn U positiv ist, und im Süden, wenn U negativ ist, ein Stück der Erdoberfläche ohne Begrenzung offen. Die eigentliche Grenzcurve in diesem Stück der Erdoberfläché ist aber weiter nichts wie der Theil des Parallelkreises, welcher die Punkte A und B, wo die eigentlichen Grenzcurven anfangen, mit einander verbindet, denn die Sonne scheint bis auf diesen Parallelkreis und kann über denselben nicht hinaus scheinen.

Der Durchschnittspunkt der beiden Zweige unserer Curve hat in diesem Falle das Eigenthümliche, dafs ein Bewohner desselben den Anfang der Verfinsterung bei aufgehender, und das Ende derselben an demselben Tage bei untergehender Sonne sieht.

Die Länge und Breite des Durchschnittspunktes findet man aus den Gleichungen (34), wenn man sie auf Anfang und Ende einer Verfinsterung, für welche φ und λ dieselben unbekannten Gröfsen bleiben, anwendet. Die Auflösung kann aber nur durch Näherungen bewerkstelligt werden, weil die Gleichungen in Beziehung auf den Stundenwinkel transcendent sind. Wenn man mehrere Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve, die in der Nähe des Durchschnittspunktes liegen, durch Hülfe der Gleichungen (34) berechnet hat, so findet man die Länge und Breite des Durchschnittspunktes am leichtesten durch Interpolation.

3) Die Curve zu finden, die in irgend einem gegebenen Zeitmomente der Schattenkegel auf der Erde beschreibt.

Substituiren wir in die Gleichungen (32) für $t'-\lambda$ seinen Werth t, und für $n' \sin N'$ und $n' \cos N'$ ihre Werthe p und q, so erhalten wir

$$u = u' - \rho \sin V \, tg f$$
$$u \sin \theta = \quad -p(t+T'-T) - \rho \cos V \cos H$$
$$u \cos \theta = U + q(t+T'-T) - \rho \cos V \sin H$$

Setzen wir nun

$$p(t+T'-T) = S \sin \Sigma$$
$$U + q(t+T'-T) = S \cos \Sigma$$

so haben wir

$$(38) \ldots\ldots \begin{cases} u \sin \theta = -S \sin \Sigma - \rho \cos V \cos H \\ u \cos \theta = \quad S \cos \Sigma - \rho \cos V \sin H \end{cases}$$

Erheben wir diese Gleichungen ins Quadrat und addiren sie um θ zu eliminiren, so ergiebt sich nach einer leichten Umstellung

$$(39) \ldots . \sin(H-\Sigma) = \frac{S^2 + \rho^2 \cos^2 V - (u' - \rho \, tg f \sin V)^2}{2 S \rho \cos V}$$

welches die Gleichung unserer Curve ist, deren Coordinaten V und H sind. Für jeden Zeitpunkt t, den man innerhalb der durch die Gleichungen (35) mit Anwendung der oberen Zeichen gefundenen zwei Zeiten auswählt, giebt diese Gleichung zu jedem Werthe von V, den man in dieselbe substituirt, im Allgemeinen zwei Werthe von H, und somit die Coordinaten eines jeden Punktes unserer Curve. Aus V und H findet man durch die vierte, fünfte und sechste der Gleichungen (34), welche für unsern jetzigen Fall folgendermafsen geschrieben werden müssen:

$$\left.\begin{aligned} tg\, l &= \frac{tg V}{\sin H} \\ \cot g \varphi \sin(15\lambda + 15t + a') &= -\frac{\cos l \cot g H}{\cos(d-l)} \\ \cot g \varphi \cos(15\lambda + 15t + a') &= -tg(d-l) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (40)$$

die Länge und Breite. Für die Erkennung des Zeichens von φ dient die Regel, die bei den Gleichungen (34) gegeben wurde. Die Gleichung (39) giebt alle Punkte der Erdoberfläche, welche zu gleicher Zeit vom Schattenkegel durchschnitten werden, sie giebt also auch diejenigen, welche in diesem Zeitpunkte von der Sonne nicht beschienen werden, und wo also in der Wirklichkeit die Curve nicht statt findet. Um den wirklich statt findenden Theil der Curve von dem übrigen Theile abzusondern, ist es nöthig, dafs die Grenzwerthe von V bestimmt werden. Die Gleichung

$$\sin \varphi \sin d + \cos \varphi \cos d \cos(15t' + a') = \sin V$$

zeigt an, dafs der Punkt (a, d), also auch nahe der Mittelpunkt der Sonne sich über dem Horizonte befindet, wenn $\sin V$ positiv, und unter dem Horizonte, wenn $\sin V$ negativ ist. Hieraus folgt beiläufig, dafs wir, um den wirklich statt findenden Theil unserer Curve zu erhalten, V im ersten Halbkreise annehmen müssen. Es ist aber an sich klar, dafs das genaue Minimum von V so bestimmt werden mufs, dafs der diesem Minimum entsprechende Punkt unserer Curve den Gleichungen für die östliche oder westliche Grenzcurve ebenfalls genügt. Wir haben also aus der vorhergehenden Aufgabe für das Minimum von V die Bedingungsgleichung

$$tg V = -tg f \left\{ \sin H \cos \theta + \cos H \sin \theta \right\}$$

Eliminirt man aus dieser Gleichung θ vermittelst der Gleichungen (38), so verwandelt sie sich in

$$tg V = \frac{tg f}{u} \left\{ \rho \cos V - S \sin(H-\Sigma) \right\} \ldots\ldots\ldots (41)$$

Die Berechnung des Minimums von V ist also indirect. Man substituirt erstlich $V = 0$ in die Gleichung (39), und mit dem so erhaltenen Werthe von $\sin(H-\Sigma)$ berechnet man durch die vorstehende Gleichung einen genäherten Werth von V, mit welchem die Rechnung, wo nöthig, wiederholt werden mufs. Wir haben somit das Minimum von V, und von diesem Minimum aufangend wächst V im ersten Halbkreise bis zu einem gewissen Maximum, von wo dieser Bogen wieder bis zum Minimum abnimmt. Um das Maximum, dessen V fähig ist, zu finden, sey $V_{,}$ irgend ein specieller Werth von V, und $H_{,}$ und $H_{,,}$ die zwei correspondirenden Werthe von H, so dafs die Substitution $V = V_{,}$ in die Gleichung (39) $H = H_{,}$ und $= H_{,,}$ giebt. Dies vorausgesetzt, findet man leicht, dafs die Substitution von $V = 180° - V_{,}$ in die Gleichung (39) nothwendig die Werthe $H = 180° + H_{,}$ und $= 180° + H_{,,}$ geben mufs. Substituirt man aber einestheils $V = V_{,}$ und $H = H_{,}$, und

anderntheils $V = 180° - V_{,}$ und $H = 180° + H_{,}$ in die Gleichungen (40), so ergiebt sich leicht, dafs diese beiden Substitutionen den nemlichen Werth für φ und für λ geben, und eben so müssen die Substitutionen $V = V_{,}$, $H = H_{,,}$ und $V = 180° - V_{,}$, $H = 180° + H_{,,}$ ein und dasselbe Resultat geben. Hieraus folgern wir, dafs der Werth $V = V_{,}$ mit den ihm correspondirenden Werthen von H, und der Werth $V = 180° - V_{,}$ mit den ihm correspondirenden Werthen von H zwei nemlichen Punkten auf der Erdoberfläche angehört. Wir erhalten also alle Punkte des wirklich stattfindenden Theils unserer Curve, wenn wir V von dem durch die Gleichung (41) gegebenen Minimum bis zum Maximum $V = 90°$ wachsend annehmen.

Aber diese Grenzwerthe von V können in gewissen Fällen vermöge der Beschaffenheit der Gleichung (39) imaginär werden, denn es ist durch diese klar, dafs denjenigen Werthen von V, für welche die rechte Seite derselben nicht in den Grenzen ± 1 eingeschlossen ist, keine reellen Punkte unserer Curve genügen können. Setzen wir einestheils $\sin(H - \Sigma) = -1$, so erhalten wir

(42) ....
$$\cos(V \mp f) = \frac{\pm u' - S}{\rho \cos f}$$
setzen wir $\sin(H - \Sigma) = +1$, so ergiebt sich
$$\cos(V \pm f) = \frac{\mp u' + S}{\rho \cos f}$$

und diese beiden Gleichungen geben die Grenzwerthe von V wenn jene Grenzwerthe imaginär werden. Die doppelten Zeichen der rechten Seite müssen allemal so gewählt werden, dafs der Cosinus der linken Seite positiv wird, und dieser Umstand bewirkt, dafs diese beiden Gleichungen, welche vier Grenzwerthe geben zu können scheinen, in der That nur höchstens zwei reelle Grenzwerthe, für den Theil unserer Curve, welcher wirklich statt findet, geben. Wenn beide diese Grenzwerthe reel sind, so ist der eine derselben das Maximum und der andere das Minimum von V, und unsere Curve ist alsdann eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie; in diesem Falle fallen die beiden vorher bestimmten Grenzwerthe von V weg. Wenn aber die vorstehenden Gleichungen nur einen reellen Grenzwerth von V geben, so ist dieser das Maximum, und das vorher bestimmte Maximum $V = 90°$ fällt weg, aber das durch die Gleichung (41) bestimmte Minimum von V findet statt.

Der Grenzwerth $V = 90°$ findet nur statt, wenn der Zähler der Gleichung (39) verschwindet, das ist, wenn für einen gewissen Werth von t

$$u' - \rho \operatorname{tg} f = \pm S$$

ist. In diesem Falle wird $\sin(H - \Sigma) = \frac{0}{0}$; betrachten wir aber die Gleichungen (40), so zeigt sich, dafs alsdann W aus denselben verschwindet, und dafs wir erhalten

$$\varphi = d$$
$$\lambda = -t - \frac{a'}{15}$$

Diese Gleichungen geben den Ort, welcher den Anfang oder das Ende der Verfinsterung sieht, während der Punkt (a, d) im Zenith steht. Die obigen Gleichungen zeigen, dafs die Möglichkeit dieser Erscheinung hauptsächlich von der Gröfse von U abhängt.

Die Grenzcurve, welche wir in dieser Aufgabe bestimmt haben, ist isodynamisch und isochronisch zugleich, sie giebt die Oerter, welche in einem und demselben Augenblick den Anfang oder beziehungsweise das Ende der Verfinsterung sehen. Die vorher bestimmten Grenzcurven sind blofs isodynamisch.

15.

Durch Hülfe der im Vorhergehenden entwickelten Gleichungen wird es uns leicht auf der Erdoberfläche, auf welcher die Verfinsterung gesehen wird, isodynamische und isochronische Curven verschiedener Gattung zu ziehen. Ich stelle zuerst die Aufgabe:

4) Die Curven zu ziehen, auf welchen eine gewisse vorbestimmte Phase als gröfste Phase gesehen wird.

Wir haben im Art. 11 den mittleren Halbmesser der Sonne Δ' genannt; wenn wir aber annehmen, dieser Halbmesser sey $x\Delta'$, wo x eine Zahl bedeutet die kleiner wie Eins ist, so ist leicht einzusehen, dafs an dem Orte, an welchem in der That während der gröfsten Phase der $\frac{1-x}{2}$te Theil des Sonnendurchmessers vom Monde bedeckt wird, eine äufsere Berührung der Ränder gesehen werden würde, und dafs an dem Orte, an welchem in der That der $\frac{1+x}{2}$te Theil des Sonnendurchmessers während der gröfsten Phase verdeckt wird, eine innere Berührung der Ränder gesehen werden würde. Setzen wir daher statt der Gleichung (21)

$$\sin f = \frac{l \sin \Pi' + \sin x\Delta'}{R' G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

und rechnen wir mit diesem Werthe von f, nachdem darin für x ein bestimmter zwischen den Grenzen ∓ 1 liegender Werth substituirt worden ist, die Gröfse u', so erhalten wir durch die für die Auflösung der zweiten Aufgabe gegebenen Gleichungen, die der gröfsten Phase vom $\frac{1-x}{2}$ten Theile des Sonnendurchmessers entsprechenden Curven. Wir erhalten also, wenn alles reel ist, für jede Phase vier Curven, eine nördliche, eine südliche, eine östliche und eine westliche. Wenn aber eine der beiden ersten Curven imaginär wird, so erhalten wir statt der beiden letzten eine östlich-westliche Phasencurve. Wenn die nördliche oder die südliche Grenzcurve imaginär ist, so wird auch für einen Werth von x,

welcher nur sehr wenig kleiner wie Eins ist, die nördliche oder beziehungsweise die südliche Phasencurve imaginär werden, aber wenn eine centrale Verfinsterung auf der Erde überhaupt statt findet, so werden von einem gewissen Werthe von x an alle vier Phasencurven reel werden. Setzt man nach und nach in die obige Formel

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{5}{6} \\ \quad = \frac{4}{6} \\ \quad = \frac{3}{6} \\ \quad = \frac{2}{6} \\ \quad = \frac{1}{6} \\ \quad = 0 \\ \quad = -\frac{1}{6} \\ \quad = -\frac{2}{6} \\ \quad = -\frac{3}{6} \\ \quad = -\frac{4}{6} \\ \quad = -\frac{5}{6} \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{so erhält man die} \\ \text{Phasencurven für} \\ \text{die gröfste Phase} \\ \text{von}\end{array} \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{12} \text{ des Sonnendurchmessers} \\ \frac{2}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{3}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{4}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{5}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{6}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{7}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{8}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{9}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{10}{12} \text{ ——— ———} \\ \frac{11}{12} \text{ ——— ———} \end{array}\right.$$

Die Substitution von $x = -1$ in die obige Formel giebt die Grenzcurven des Anfangs und des Endes der totalen oder der ringförmigen Verfinsterung, welche hier für die Phasencurve von $\frac{12}{12}$ des Sonnendurchmessers gerechnet werden.

5) Die Curve auf der Erdoberfläche zu ziehen, auf welcher eine vorbestimmte gröfste Phase in einem und demselben Zeitmomente gesehen wird.

Die Auflösung dieser Aufgabe ist in dem Vorigen ganz enthalten. Wenn wir nemlich den in der vorigen Aufgabe entwickelten Werth von f in die Gleichungen der dritten Aufgabe substituiren, so erhalten wir ohne Weiteres die Auflösung unserer Aufgabe.

6) Die Curve zu finden, auf welcher die gröfste Phase, welche statt findet, im Horizonte gesehen wird, auf welcher also nur entweder eine Abnahme oder eine Zunahme der Verfinsterung gesehen wird.

Auf den Curven, die wir bis jetzt berechnet haben, war die gröfste Phase allemal eine beständige gegebene Gröfse, in der gegenwärtigen Aufgabe hingegen ist die Gröfse der gröfsten Phase längs unserer Curve veränderlich; es ist daher jetzt f und mithin auch u, eine veränderliche und unbekannte Gröfse. Die Bedingungsgleichung für die gröfste Phase haben wir schon in der Auflösung der zweiten Aufgabe entwickelt, und eben daselbst auch durch die westliche und die östliche Grenzcurve die Gleichungen für den Anfang und das Ende der Verfinsterung, während der Punkt der Sonnenscheibe, wo die Erscheinung anfängt oder sich endigt im Horizonte liegt, gegeben. Wenn wir also in diesen Gleichungen ψ' und u, welche dort dem Anfang und beziehungsweise dem Ende der Verfinsterung angehören, dergestalt bestimmen, dafs sie der gröfsten Phase entsprechen, so haben wir die Auflösung unserer Aufgabe. Wir können demnach die Formeln sogleich hinschreiben.

$$(44) \ldots\ldots \left\{\begin{array}{rcl} \frac{n'}{\pi'} + \rho \sin d \cos V \cos W - \rho \cos d \sin N' \sin V & = & c \sin\psi'_{,} \\ \rho \sin d \cos V \sin W - \rho \cos d \cos N' \sin V & = & c \cos\psi'_{,} \\ \sin(\psi' - \psi'_{,}) & = & \rho \frac{tg\, f \cos d \cos V \cos(W + N')}{c} \\ u & = & \frac{U \sin N' - \rho \cos V \cos W}{\sin\psi'} \\ \sin f & = & \frac{u \cos f - l}{Z - \rho \sin V} \\ tg\, V & = & - tg\, f \sin(W + \psi') \\ tg\, l & = & \frac{tg\, V}{\sin(W + N')} \\ cotg\, \Phi \sin(15\, t' + a') & = & - \frac{\cos l\, cotg(W + N')}{\cos(d - l)} \\ cotg\, \Phi \cos(15\, t' + a') & = & - tg(d - l) \\ \lambda & = & t' + T' - T + \frac{U \cos N'}{n'} - \rho \frac{\cos V \sin W}{n'} - \frac{u}{n'} \cos\psi' \end{array}\right.$$

Die Rechnung ist, strenge genommen, indirect, sie wird aber, wenn man die Secunden vernachlässigt, durch den Umstand direct, dafs V und f immer sehr klein sind und in einigen Formeln keine Wirkung äufsern. Man nimmt eine Reihe von Werthen von W an, am einfachsten dieselben, welche bei der Berechnung der östlichen und westlichen Grenzcurve gedient haben. Jeder dieser Werthe giebt, wenn er in die vorstehenden Formeln substituirt worden ist, Einen Werth von Φ und λ, also Einen Punkt unserer Curve. Die ersten Gleichungen geben mit Uebergehung von V die Gröfsen c und $\psi'_{,}$, die dritte Formel giebt vorläufig $\psi' - \psi'_{,}$ entweder $= 0$ oder $= 180°$, und man wählt denjenigen dieser beiden Werthe, durch welchen bewirkt wird, dafs vermittelst der vierten Gleichung u positiv wird. Man wählt daher $\psi' - \psi'_{,}$ so, dafs ψ' im ersten Halbkreise zu liegen kommt, wenn $U \sin N > \rho \cos V \cos W$, und man wählt $\psi' - \psi'_{,}$ so, dafs ψ' im

... Halbkreise zu liegen kommt, wenn $U \sin N < \rho \cos V \cos W$. Man erkennt hieraus leicht, dafs ψ' im ersten Halbkreise liegt, wenn der gesuchte Punkt unserer Curve südlich, und dafs ψ' im zweiten Halbkreise liegt, wenn dieser Punkt nördlich von der Curve der centralen Verfinsterung liegt. Hat man u gefunden, so berechnet man durch die folgenden Formeln f, F, l, t und φ; durch Hülfe des gefundenen Werthes von f kann man den Werth von $\psi' - \psi'_l$, also auch ψ' berichtigen und sodann durch die letzte Formel λ rechnen. Unsere Curve erstreckt sich im Inneren der östlichen und der westlichen Grenzcurve, und ihre Grenzpunkte sind dieselben vier Berührungspunkte der südlichen, westlichen, nördlichen und östlichen Grenzcurven, die wir in der Auflösung der zweiten Aufgabe bestimmt haben. Wenn also die nördliche und die südliche Grenzcurve beide reel sind so besteht unsere Curve aus zwei von einander abgesonderten Theilen. Wenn aber die Eine, etwa die nördliche, Grenzcurve imaginär wird, so erstreckt sie sich von dem einen Berührungspunkte der östlich-westlichen Grenzcurve mit der südlichen Grenzcurve bis zum andern Berührungspunkte dieser beiden Curven. Sie erstreckt sich in diesem Falle gröfstentheils im Inneren der östlich-westlichen Grenzcurve, sie trätt aber in der Nähe des Punktes, wo sie ihre gröfste Breite hat, aus der östlich-westlichen Grenzcurve heraus, und bald darauf wieder in dieselbe hinein; sie durchschneidet also in der Nähe dieses Punktes die östlich-westliche Curve immer zweimal. Die gröfste Breite und der dazu gehörende Stundenwinkel hat in den vier möglichen Fällen die nämlichen Ausdrücke, die oben für die östlich-westliche Grenzcurve gegeben wurden, die diesem Punkte zugehörige Länge, weicht aber von den Längen der beiden homologen Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve ab.

Unsere Curve hat noch eine wesentliche Eigenthümlichkeit, sie ist nicht stetig. Das Gesetz der Stetigkeit ist in jedem Zweige derselben in dem Punkte, wo die Verfinsterung central gesehen wird, unterbrochen. Für jeden dieser beiden Punkte geben die Gleichungen (44) zwei Werthe von φ und λ, indem man für diese Punkte (wo u Null ist) ψ' sowohl im ersten als im zweiten Halbkreise annehmen kann. Man erhält somit für jeden dieser beiden Punkte zwei Oerter der Erdoberfläche die sehr nahe um die Gröfse des Monddurchmessers von einander entfernt sind. An dem einen dieser beiden Oerter knüpft sich in jedem Zweige unserer Curve der südliche, und an dem andern Orte der nördliche Theil derselben an, und in der Mitte zwischen diesen beiden Oertern liegt an dem einen Zweige unserer Curve der eine, und an dem andern Zweige der andere Grenzpunkt der Curve der centralen Verfinsterung, welche in der Auflösung der ersten Aufgabe bestimmt wurden. Die Ursache dieses Sprunges ist leicht zu erklären. Von dem einen, etwa dem südlichen Endpunkte unserer Curve an bis zu dem Punkte, welcher von dem Punkte der centralen Verfinsterung nur um ein unendlich kleines Theilchen entfernt liegt, liegen die Punkte der Sonnenscheibe, welche die gröfste Phase bestimmen, in einer stetigen Reihenfolge, von diesem Punkte aber bis zu dem Punkte, welcher um ein unendlich kleines Theilchen über den Punkt der centralen Verfinsterung hinaus liegt, überspringt der Punkt der Sonnenscheibe, welcher die gröfste Phase bestimmt, mit einenmale den Dürchmesser des Mondes und von da an bis zur andern Grenze unserer Curve liegen wieder die Punkte der Sonnenscheibe, welche die gröfste Phase bestimmen, in einer stetigen Reihenfolge. Es mufs daher nothwendig auch in dem Punkte der centralen Verfinsterung die Stetigkeit unserer Curve unterbrochen werden.

Aus dem Werthe von f, den die fünfte der Gleichungen (44) giebt, erhalten wir die Gröfse der gröfsten Phase, die in jedem beliebigen Punkte unserer Curve stattfindet. Die Gleichung (43) giebt nemlich

$$\sin x\Delta' = R'G \sin f - l \sin \Pi'$$

hieraus bekommen wir unmittelbar $x\Delta'$, woraus vermittelst des bekannten Werthes von Δ' die Gröfse x folgt; hieraus bekommen wir zufolge der in der Auflösung der vierten Aufgabe gegebenen Erklärung die gröfste Phase $= 6(1-x)$ Zwölftheilen des Sonnendurchmessers. Statt dieser strengen Formeln kann man die Gröfse der gröfsten Phase durch folgende Näherungsformel berechnen, die leicht aus denselben abgeleitet werden kann.

$$\text{Gröfse der gröfsten Phase} = 6 - 6(u-l)\frac{\pi}{\Delta'}$$

7) Die Curve zu finden, auf welcher unter einem gegebenen Stundenwinkel die gröfste Phase, welche statt findet, gesehen wird.

Wie in der vorhergehenden Aufgabe, so ist auch hier f, und folglich auch u, längs unserer Curve veränderlich. Die Bedingungsgleichung für die gröfste Phase haben wir in der Auflösung der zweiten Aufgabe auch durch φ und t' ausgedrückt. Substituiren wir nun in dieser aufser dem gegebenen Werthe von t' einen beliebigen Werth von φ, so erhalten wir den Werth von ψ', welcher unter der Breite φ der gröfsten Phase zugehört. Die Hülfsgröfsen a' und A' der zweiten Aufgabe, oder statt deren die Hülfsgröfsen a und A, sind vermittelst des gegebenen, beständigen Werthes von t' auch gegeben, und somit ist, durch die dritte Gleichung (30) u bestimmt. Hiemit endlich, und mit dem angenommenen Werthe von φ und dem beständigen Werthe von t' giebt die letzte Gleichung (30) die Länge λ. Unsere Aufgabe wird also durch die Gleichungen der südlichen und der nördlichen Grenzcurve gelöst. Ich werde diese Gleichungen in der Ordnung wie sie jetzt angewandt werden müssen, hier hinschreiben und ziehe in der gegenwärtigen Aufgabe vor, die Hülfsgröfsen a und A statt a' und A' anzuwenden. Unsere Gleichungen sind also folgende:

$$
(45)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}
\frac{u}{n'} - \rho\cos\varphi\; k\sin(15t'+K') &= c\sin\psi'_{,} \\
-\rho\cos\varphi\; g\cos(15t'+G') &= c\cos\psi'_{,} \\
\sin(\psi'-\psi'_{,}) &= -\rho\,\frac{tg\,f\cos\varphi\cos d\sin(15t'+a')}{c} \\
g\sin(15t'+G') &= a\cos A \\
\cos d\sin N' &= a\sin A \\
u &= \frac{\rho a\cos(\varphi+A)+U\sin N'}{\sin\psi'} \\
\sin f &= \frac{u\cos f - l}{Z-\rho\sin\varphi\sin d-\rho\cos\varphi\cos d\cos(15t'+a')} \\
\lambda &= t'+T'-T+\frac{U\cos N'}{n'}-\rho\sin\varphi\,\frac{\cos d\cos N'}{n'}+\rho\cos\varphi\,\frac{k}{n'}\cos(15t'+K')-\frac{u}{n'}\cos\psi'
\end{aligned}\right.
$$

Diese Auflösung ist der Strenge nach, wie die übrigen, indirect, weil man den Winkel f, von welchem $\psi'-\psi'_{,}$ abhängt, erst erhalten kann, nachdem man u gerechnet hat. Sie wird aber direct, wenn man die Secunden übergeht, weil man alsdann mit hinreichender Genauigkeit, in der Gleichung für u die Differenz $\psi'-\psi'_{,}$ vernachlässigen kann. Hier, wie in der vorhergehenden Aufgabe wird $\psi'-\psi'_{,}$ so genommen, dafs für alle Punkte unserer Curve die südlicher liegen, wie die Curve der centralen Verfinsterung ψ' im ersten Halbkreise, und für alle Punkte die nördlicher liegen, wie die Curve der centralen Verfinsterung ψ' im zweiten Halbkreise zu liegen kommt. Wenn beides, die nördliche und die südliche Grenzcurve, reel sind, so schliefst sich unsere Curve für diejenigen Werthe von t', welche innerhalb der Grenzwerthe von t' für die südliche und nördliche Grenzcurve liegen, mit ihren Endpunkten an diese beiden Curven an. Man mufs also in diesem Falle, um die ganze Curve zu erhalten, für φ nach und nach Werthe substituiren, welche zwischen den Punkten der südlichen und der nördlichen Grenzcurve, die dem Stundenwinkel t' entsprechen, liegen. Für die Werthe hingegen von t', welche aufserhalb jener Grenzwerthe liegen, schliefst unsere Curve sich mit dem einen Ende an die Curve der vorhergehenden Aufgabe an. Ist die eine, etwa die nördliche Grenzcurve imaginär, und haben zugleich U und d entgegengesetzte Zeichen, so schliefst sich unsere Curve immer mit dem einen Ende an die Curve der vorhergehenden Aufgabe an, mit dem andern Ende aber schliefst sie sich, je nachdem t' innerhalb oder aufserhalb der Grenzwerthe von t' für die südliche Grenzcurve liegt, an diese oder jene Curve an. Haben in diesem Falle U und d gleiches Zeichen, so endigt unsere Curve an dem einen ihrer Endpunkte in dem Erdpole, welcher alsdann immer innerhalb des Bereichs der Sichtbarkeit der Verfinsterung liegt. Die Fortsetzung der Curve über den Pol hinaus bildet alsdann die homologe Curve für den Stundenwinkel $t'+12^h$.

Die Endpunkte unserer Curve, welche die südliche oder die nördliche Grenzcurve schneiden, können unmittelbar aus den Gleichungen (30) für diese Grenzcurven berechnet werden, für die Berechnung der Endpunkte aber, welche die Curve der vorigen Aufgabe schneiden, bedürfen die dortigen Formeln einer kleinen Umwandlung, welche darin besteht, dafs man die beiden vorletzten Gleichungen (45) durch einander dividiren mufs. Wir erhalten demnach

$$\operatorname{cotg}(W+N') = \frac{\sin(d-l)\,tg\,(15t'+a')}{\cos l}\ldots\ldots(46)$$

Hieraus berechnet man erst, durch Hülfe des gegebenen Stundenwinkels t' und indem man $l=0$ macht, einen genäherten Werth von W. Mit diesem führt man durch die Gleichungen (45) die Rechnung bis l fort, und somit bekommt man durch die vorstehende Formel einen genaueren Werth von W, womit man durch die Gleichungen (45) φ und λ berechnen kann. Sollte der so erhaltene Werth von W nicht für genau genug gehalten werden, so mufs die Berechnung von l, und alsdann die Berechnung von W vermittelst der vorstehenden Formel wiederholt werden.

Die Berechnung der Gröfse der Phase, welche in jedem beliebigen Punkte statt findet, wird durch die Formeln, die für diesen Zweck in der Auflösung der vorhergehenden Aufgabe abgeleitet wurden, bewerkstelligt.

16.

Es lassen sich über die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen noch viele Aufgaben aufstellen, und den hier gelösten Aufgaben lassen sich noch mancherlei Bemerkungen hinzufügen. Ich habe mich aber, um diese Abhandlung nicht allzuweit auszudehnen, nur auf das Wesentlichste beschränkt, und werde hiemit über diesen Gegenstand schliefsen. Ich werde indefs eine Aufgabe, welche sich auf einen gegebenen Ort bezieht, hinzufügen, weil die Auflösung, die ich gefunden habe, etwas Merkliches darbietet.

Zu den bisher gelösten Aufgaben bemerke ich noch, dafs man, wenn man auf die Abplattung der Erde keine Rücksicht nehmen will, überall $\rho = 1$ setzen mufs. Will man die Ab-

pinnung berücksichtigen, so kann dieses geschehen, aber die Auflösungen werden, in so fern die Breite der betreffenden Oerter gefunden werden mufs, nuch in dieser Beziehung indirect. Man mufs in der ersten Annäherung $\rho = 1$ substituiren; nachdem man damit einen genäherten Werth von φ berechnet hat, berechnet man einen Werth von ρ, mit welchem man die Rechnung wiederholt. Vermittelst des genaueren Werthes von φ, den man nun erhält, kann man einen genaueren Werth von ρ berechnen und damit nochmals die Rechnung wiederholen, und so fort, bis man das genaue Resultat erhält.

17.

Ich stelle schliefslich die Aufgabe:

7) Für einen gegebenen Ort auf der Erde die Zeit der gröfsten Phase und die Gröfse derselben zu finden.

Die Auflösung dieser Aufgabe könnten wir aus den Gleichungen (22) entnehmen, da aber die Gleichung, aus welcher die Zeit bestimmt werden mufs, transcendent ist, so wende ich mich lieber an die Gleichungen des Art. 7. Aus diesem Artikel nehme ich die folgenden Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
u &= l \sec f + Z \operatorname{tg} f - \rho \sin \varphi \sin d \operatorname{tg} f - \rho \cos \varphi \cos d \operatorname{tg} f \cos (15\, t' + a') \\
u \sin \theta &= m \sin M - n \sin N (t' - \tau) \\
u \cos \theta &= m \cos M + n \cos N (t' - \tau)
\end{aligned}
$$

Wir haben in der Auflösung der zweiten Aufgabe erklärt, dafs wir, um die Zeit der gröfsten Phase zu erhalten, das Minimum von f in Beziehung auf t' suchen müssen. Nun ergiebt sich aus dem Art. 7, dafs m und M von t' unabhängig sind, dafs aber n und N die Gröfse t' enthalten; ich werde aber demungeachtet in der Differentiation der vorstehenden Gleichungen n und N als constant ansehen. Somit erhalten wir für das Minimum von f, oder für die Zeit der gröfsten Phase

$$
\begin{aligned}
du &= x' \rho \operatorname{tg} f \cos \varphi \cos d \sin (15\, t' + a')\, dt' \\
\sin \theta\, du + u \cos \theta\, d\theta &= - n \sin N\, dt' \\
\cos \theta\, du - u \sin \theta\, d\theta &= n \cos N\, dt'
\end{aligned}
$$

Wenn wir hieraus die Differentiale eliminiren, so erhalten wir, da $t' + N = \psi$ ist,

(47).....$\cos \psi = \dfrac{x'}{n} \rho \operatorname{tg} f \cos \varphi \cos d \sin (15\, t' + a')$

als Bedingungsgleichung für die gröfste Phase, welche mit den Gleichungen (19) und der vorstehenden Gleichung für u, also mit folgenden Gleichungen:

(48).......................

$$
\left\{
\begin{aligned}
\sin f &= \frac{u \cos f - l}{Z - \rho \sin \varphi \sin d - \rho \cos \varphi \cos d \cos (15\, t' + a')} \\
u &= \frac{m \sin (M + N)}{\sin \psi} \\
t' &= \tau - \frac{m}{n} \cos (M + N) + \frac{u}{n} \cos \psi
\end{aligned}
\right.
$$

verbunden werden mufs. In dieser Rechnung haben wir absichtlich einen Fehler gemacht, indem wir n und N, welche Gröfsen Functionen von t' sind, als unveränderlich angesehen haben. Es ist aber an sich klar, dafs wir diesen Fehler dadurch unschädlich machen können, dafs wir über die willkührliche Zeit τ so verfügen, dafs $n \sin N$ und $n \cos N$ entweder Maxima oder Minima werden, oder dafs auf den Curven, deren Abscissen t' und deren Ordinaten beziehungsweise $n \sin N$ und und $n \cos N$ sind, zur Zeit der gröfsten Phase ein Wendepunkt statt findet, denn wenn einer dieser Fälle eintritt, so ist in der That die Variation von $n \sin N$ und $n \cos N$ gleich Null. Differentüren wir für diesen Zweck die Gleichungen (18), nachdem für a sein Werth in dieselben substituirt worden ist, so erhalten wir folgende Bedingungsgleichungen:

$$
\begin{aligned}
0 = {} & 15 \sin 15 \frac{t' - \tau}{2} \sin \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right)(t' - \tau) - 15 \cos 15 \frac{t' - \tau}{2} \cos \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right)(t' - \tau) \\
& + 2 \sin 15 \frac{t' - \tau}{2} \cos \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right) \\
0 = {} & 15 \sin 15 \frac{t' - \tau}{2} \cos \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right)(t' - \tau) + 15 \cos 15 \frac{t' - \tau}{2} \sin \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right)(t' - \tau) \\
& - 2 \sin 15 \frac{t' - \tau}{2} \sin \left(15 \frac{t' + \tau}{2} + a'\right)
\end{aligned}
$$

Und diesen Gleichungen wird durch die Annahme $\tau = t'$ Genüge geleistet. Die Gleichung $t' = \tau$ ist also in Verbindung mit dem Vorhergehenden die Auflösung unserer Aufgabe. Wir erhalten somit aus der dritten Gleichung (48) und der Gleichung (47)

$$m \cos (M + N) = x' \frac{u}{n} \rho \operatorname{tg} f \cos \varphi \cos d \sin (15 \tau + a')$$

als eigentliche Bedingungsgleichung für die gröfste Phase und die Gleichungen (47) und (48) dienen, um durch mehrere auf einander folgende Näherungen der vorstehenden Gleichung Genüge leisten zu können. Die Werthe von $n \sin N$ und $n \cos N$, welche angewandt werden müssen, sind also die folgenden:

$$n \sin N = p - \varkappa' \rho \cos \varphi \cos(15\tau + a')$$
$$n \cos N = q - \varkappa \rho \cos \varphi \sin d \sin(15\tau + a')$$

und in die erste Gleichung (48), so wie in die Gleichung (47) mufs ebenfalls τ statt t' gesetzt werden. In der ersten Annäherung substituirt man für τ entweder die auf den Meridian des Ortes, für welchen man rechnet, reducirte Conjunctionszeit, oder, wenn man die Ein- und Austrittszeit schon berechnet hat, das arithmetische Mittel aus diesen Zeiten; hiebei setzt man $f = 0$, und also auch $\cos\psi = 0$, und rechnet dann durch die letzte Gleichung (48) t'. Dieser Werth von t' kommt dem wahren Werthe dieser Gröfse immer schon sehr nahe. Indem man nun für τ den so eben gefundenen Werth von t' annimmt, berechnet man in der zweiten Annäherung alle vier Gleichungen (47) und (48), wobei man für ψ den Halbkreis so wählt, dafs u positiv wird. Der so sich ergebende Werth von t', welcher in der dritten Annäherung für τ angenommen werden mufs, kommt dem wahren Werthe noch näher; diese Rechnung wird so lange wiederholt, bis man $t' = \tau$ findet, welches nach wenigen Annäherungen immer der Fall ist.

Aus f oder aus u findet man durch die in der Auflösung der sechsten Aufgabe entwickelten Formeln die Gröfse der gröfsten Phase, und wenn ψ im ersten Halbkreise angenommen werden mufste, so wird der nördliche, wenn aber ψ im zweiten Halbkreise angenommen werden mufste, so wird der südliche Theil der Sonnenscheibe vom Monde bedeckt.

18.

Um die hier entwickelten Formeln durch ein Beispiel zu erläutern, wähle ich die Sonnenfinsternifs von 1836 Mai 15. Die Sonnen- und Mondörter entnehme ich aus *Bessels* Rechnungen in Nr. 321 der Astr. Nachr. Statt der dort angeführten Pariser mittleren Zeiten führe ich aber in Gemäfsheit der hier entwickelten Formeln die entsprechenden Berliner wahren Zeiten an. Somit haben wir

W. Z. Berlin.	α	δ	π	α'	δ'	log R'
3h 3' 56"	52° 13' 48"225	+19° 22' 40"300	54' 24"118	52° 20' 41"635	+18° 57' 50"025	0,0050316
4 3 56	43 57,239	32 37,643	23,440	23 9,853	58 25,161	50353
5 3 56	53 14 9,192	42 29,722	22,768	25 38,085	59 0,226	50389
6 3 56	44 24,113	52 16,496	22,106	28 6,335	59 35,335	50426

und hieraus für die nemlichen Zeiten

n'	d	log G
−1,1	+18° 57' 46"162	9,9988703
+ 3,3	58 19,828	88701
+ 7,6	58 53,469	88699
+12,0	59 27,081	88696

Ich habe nun $T = 4^h 3' 56''$ angenommen, und somit durch die Formeln des Art. 6 berechnet:

$$P_{-1} = -0{,}1197942; \quad Q_{-1} = +0{,}4578004$$
$$P_0 = +0{,}3611606; \quad Q_0 = +0{,}6309383$$
$$P_1 = +0{,}8421548; \quad Q_1 = +0{,}8038004$$
$$P_2 = +1{,}3231590; \quad Q_2 = +0{,}9763785$$

und hieraus, so wie aus den übrigen betreffenden Gröfsen;

W. Z. Berlin.	p	q	T'	U	log Z
3h 3' 56"	+0,4809548	+0,1731379	+0h7509240	+0,5009249	1,8006650
4 3 56	+0,4809794	+0,1730014	+0,7508858	+0,5010340	1,8007389
5 3 56	+0,4809942	+0,1728621	+0,7508626	+0,5011426	1,8007834
6 3 56	+0,4809992	+0,1727201	+0,7508546	+0,5012506	1,8007981

	äufsere Berühr.	innere Berühr.				
W. Z. Berlin.	log tg f	log tg f	log sin d	log cos d	log n'	N'
3h 3' 56"	7,6649084	7,6627930n	9,5118227	9,9757670	9,7085650	70° 12' 6"3
4 3 56	7,6649049	7,6627896n	9,5120289	9,9757426	9,7085453	70 13 1,4
5 3 56	7,6649015	7,6627862n	9,5122348	9,9757182	9,7085171	70 13 56,4
6 3 56	7,6648981	7,6627827n	9,5124406	9,9756939	9,7084804	70 14 51,0

	Für äufsere Berührungen.			Für innere Berührungen.		
W. Z. Berlin.	u'	log sin d tg f	log cos d tg f	u'	log sin d tg f	log cos d tg f
3h 3' 56"	+0,5646310	7,17673	7,64069	−0,0182069	7,17462n	7,63857n
4 3 56	+0,5646784	7,17694	7,64066	−0,0182529	7,17482n	7,63853n
5 3 56	+0,5647060	7,17713	7,64063	−0,0182804	7,17502n	7,63851n
6 3 56	+0,5647136	7,17735	7,64060	−0,0182880	7,17523n	7,63848n

Dies sind also die vorbereitenden Gröfsen für die Längenbestimmungen aus den Beobachtungen dieser Sonnenfinsternifs; ich führe sie hier an, weil ich die Beobachtungen in Altona des Herrn Etatsraths *Schumacher* und die Beobachtungen in Tondern des Herrn *Petersen* berechnet habe. Das Resultat der Beobachtungen in Altona ist:

$T_{,} = 3^h 50' 13''66$ aus dem Anfang
$= 3\ 50\ 14{,}80$ aus dem Ende.

Das Resultat aus den Beobachtungen in Tondern habe ich gefunden:

$T_{,} = 3^h 45' 57''92$ aus dem Anfang der Verfinsterung.
$= 3\ 45\ 57{,}71$ ——— ——— des Ringes
$= 3\ 45\ 55{,}85$ aus dem Ende ———
$= 3\ 45\ 53{,}11$ ——— ——— der Verfinsterung.

In dieser Rechnung habe ich die Abplattung $\frac{1}{302,02}$ angenommen; die Differentialquotienten habe ich nicht berechnet. Nimmt man mit Weglassung des letzten in Tondern beobachteten, von Herrn *Petersen* in Nr. 311 der Astr. Nachr. als unsicher bezeichneten Momenta, aus jeder Gruppe das Mittel, so ergiebt sich der Längenunterschied zwischen Altona und Tondern

$= 4'\ 17''11$

um welche Gröfse Tondern westlicher liegt.

19.

Als Data für die Vorausberechnung des Anfanges und des Endes dieser Sonnenfinsternifs haben wir aus dem Vorhergehenden die folgenden Zahlenwerthe

W. Z. Berlin.	u'	log tg f	log sin d	log cos d	p	q	T'—T	U
3h 3' 56''	+0,5646	7,665	9,5118	9,9758	+0,4810	+0,1731	−3h315	+0,5009
4 3 56	+0,5647	7,665	9,5120	9,9757	+0,4810	+0,1730	−3,315	+0,5010
5 3 56	+0,5647	7,665	9,5122	9,9757	+0,4810	+0,1729	−3,315	+0,5011
6 3 56	+0,5647	7,665	9,5124	9,9757	+0,4810	+0,1727	−3,315	+0,5013

Die angesetzte Anzahl von Decimalen ist für diesen Zweck hinreichend, weil 0^h001 nur 0'06 oder 3"6 beträgt. Dieses Täfelchen zeigt aber, dafs die Veränderungen dieser Hülfsgröfsen so geringe sind, dafs für den Zweck der Vorausberechnung die Angabe derselben für Ein Zeitmoment hinreichend ist. Um dies zu zeigen, habe ich diese Zahlen angeführt, die jetzt nach der Erscheinung dieser Sonnenfinsternifs übrigens kein Interesse haben können. Ich werde kein Beispiel für die Vorausberechnung des Anfanges und des Endes geben, da diese Rechnung bekannt ist; statt dessen werde ich aber die Zeit und die Gröfse der gröfsten Phase nach der Auflösung der achten Aufgabe für den Seeberg berechnen.

Wir haben für den Seeberg

$$\log \rho \sin \Phi = 9{,}8881$$
$$\log \rho \cos \Phi = 9{,}8004$$
$$\lambda = -10' 39'' = -0^h 1775.$$

Ich setze nun in der ersten Annäherung $\tau = \lambda - T' + T$; $f = 0$; $\cos \psi = 0$; und somit erhalten wir $\tau = 3^h 137$ $M = 101° 1'$; $N = 70° 3'$; $M + N = 171° 4'$, $\log m = 9{,}6731$; $\log n = 9{,}5932$ und $t' = 4^h 325$.

In der zweiten Annäherung ist nun $\tau = 4^h 325$, und hiemit erhalten wir $M = 0° 44'$; $N = 73° 9'$; $M + N = 73° 53'$; $\log m = 8{,}7980$; $\log n = 9{,}6326$; $u = 0{,}0603$; $\log \sin f = 7{,}526\,n$; $\log \cos \psi = 7{,}044\,n$; $\sin \psi = +1$ und $t' = 4^h 284$.

Hiemit kann man die Annäherungen schon als geendigt betrachten, und ich habe, um dies zu zeigen, eine dritte Annäherung berechnet. In dieser ist also $\tau = 4^h 284$, und somit $M = 16° 40'$; $N = 73° 4'$; $M + N = 89° 44'$; $\log m = 8{,}7805$; $\log n = 9{,}6312$; $u = 0{,}0603$; $\log \sin f = 7{,}526\,n$; $\log \cos \psi = 7{,}044\,n$; $\sin \psi = +1$ und $t' = 4^h 283$.

Die Zeit der gröfsten Phase, die wir in dieser dritten Annäherung erhalten haben, weicht, wie man sieht, nur um Eine Einheit in der letzten Stelle von dem Resultat der zweiten Annäherung ab, und u oder f, wovon die Gröfse der gröfsten Phase abhängt, sind durch die dritte Annäherung gar nicht verändert worden. Da nun im vorliegenden Falle $6\frac{\pi}{\Delta'} = 20{,}9$ ist, so haben wir durch die in der Auflösung der sechsten Aufgabe gegebene Näherungsformel die Gröfse der gröfsten Phase $= 10{,}44$ Zwölftheile des Sonnendurchmessers, sie findet statt $4^h 17'0$ Seeberger w. Z., und der nördliche Theil der Sonnenscheibe wird bedeckt.

In dieser Rechnung haben die in dem Nenner der ersten Gleichung (48) enthaltenen von dem Beobachtungsorte abhängigen Glieder, so wie das letzte Glied der dritten Gleichung (48) gar keinen Einflufs geäufsert. Das erstere wird immer der Fall seyn, wenn man mit Logarithmen von nur vier Decimalen rechnet, das andere Glied kann aber unter gewissen Umständen einen kleinen Einflufs äufsern.

Die Ein- und Austrittszeiten dieser Sonnenfinsternifs sind für den Seeberg $2^h 902$ und $5^h 528$, wovon das arithmetische Mittel $4^h 215$. Legt man dieses bei der Berechnung der Zeit der gröfsten Phase anfänglich zu Grunde, so hat man $\tau = 4^h 215$ und hiemit $M = 42° 53'$, $N = 72° 54'$, $M + N = 115° 47'$ $\log m = 8{,}8244$, $\log n = 9{,}6286$, $u = 0{,}0601$, woraus $t' = 4^h 283$ und die Gröfse der gröfsten Phase $= 10{,}44$, sogleich sich ergiebt, so dafs mit der ersten Annäherung schon die Rechnung als geendigt betrachtet werden kann.

20.

Ich gehe jetzt zu dem Beispiel der Aufgaben, die sich auf die Erscheinung einer Sonnenfinsternifs im Allgemeinen beziehen, über. Ich werde hierbei um mehrerer Einfachheit willen $\rho = 1$ setzen, das heifst ich werde die Abplattung der Erde übergehen, auch werde ich die kleinen Veränderungen der Hülfsgröfsen, welche von der eigenen Bewegung des Mondes und der Sonne abhängen, nicht berücksichtigen. Um diese Hülfsgröfsen in diesem Falle, wo deren Veränderungen übergangen werden, möglichst genau auszuwählen, mufs man diejenigen Werthe derselben auswählen, welche für die Mitte der ganzen Erscheinung auf der Erde gelten. Nun ist aber die Mitte der Zeit der ganzen Erscheinung sehr nahe die Zeit des Minimums der geocentrischen Entfernung der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes, und diese erhält man durch folgende Formel

$$t_{,} = T - \frac{P_{\varphi}}{n'} \sin N' - \frac{Q_{\varphi}}{n'} \cos N'$$

wo $t_{,}$ die gesuchte Zeit ist. Die Substitution der oben gegebenen numerischen Werthe der Gröfsen der rechten Seite dieser Gleichung giebt

$$t_{,} = 2^{h}\, 58'.$$

Für diese Zeit habe ich die Hülfsgröfsen alle in den folgenden Rechnungen ausgewählt.

Wir haben somit erstens für die Berechnung der Curve der centralen Verfinsterung

$$\frac{U}{\rho} \sin N' = +0{,}4713$$

$$15\left(T' - T + \frac{U}{n'} \cos N'\right) = -44^{\circ}75$$

$$\log 15 \frac{\rho}{n'} = 1{,}4675$$

Hiemit geben die Gleichungen (28) $W = \pm 61^{\circ}\, 53'$ und somit für die westliche oder Anfangsgrenze der Curve der centralen Verfinsterung $15\,t' = 267^{\circ}\, 16'$; $\varphi = +7^{\circ}\, 53'$, $15\lambda = 248^{\circ}\, 24'$; $15\lambda' = 279^{\circ}\, 28'$, und für die östliche oder Endgrenze dieser Curve $15\,t' = 109^{\circ}\, 47'$; $\varphi = +44^{\circ} 34'$; $15\lambda = 39^{\circ}\, 10'$; $15\lambda' = 70^{\circ}\, 13'$. Hier verstehe ich unter $15\lambda'$ die östliche Länge von Ferro in Bogentheilen ausgedrückt, und werde im Folgenden nur diese Länge anführen, weil auf den Globen und Karten die Längen gewöhnlich von diesem Punkte an gerechnet sind. Die angeführten Stundenwinkel dienen uns nun als Grenzwerthe, um vermittelst der Gleichungen (23) nur den wirklich statt findenden Theil der Curve der centralen Verfinsterung zu erhalten. Die beständigen Hülfsgröfsen dieser Gleichungen sind für unser Beispiel:

$\log g = 9{,}6592$; $G' = 42^{\circ}\, 4'$; $\log \cos d \sin N' = 9{,}9493$;

$\log 15 \frac{k}{n'} = 1{,}4440$; $K' = 83^{\circ} 20'$; $\log 15 \frac{\cos d \cos N'}{n'} = 0{,}9731$;

$15\left(\lambda' - \lambda + T' - T + \frac{U}{n'} \cos N'\right) = -13^{\circ}70.$

Hiemit habe ich die folgenden Punkte dieser Curve berechnet

Curve der centralen Verfinsterung.

$15\,t'$	φ	$15\lambda'$	$15\,t'$	φ	$15\lambda'$
267° 16′	+ 7° 53′	279° 28′	20°	+ 53° 13′	353° 56′
270	8 44	282 10	30	54 26	2 16
280	12 51	291 16	40	55 6	9 51
290	17 31	299 16	47 56	55 16	15 37
300	22 36	306 14	50	55 15	17 43
310	27 51	328 26	60	54 53	25 47
320	33 4	318 7	70	54 0	34 6
330	37 55	323 37	80	52 33	42 39
340	42 14	329 13	90	50 30	51 29
350	45 59	335 5	100	47 49	60 42
0	49 2	341 19	109 47	+ 44 34	70 13
10	51 27	347 52			

Dem Stundenwinkel 47° 56′ gehört das Maximum der Polhöh an. Gehen wir jetzt zu den Grenzcurven über. Wir hatte oben $\frac{U}{\rho} \sin N' = +0{,}4713$, da nun $u' = +0{,}5646$ ist, s ist $U \sin N' + u > 1$, und es ist daher die nördliche Grenzcurve imaginär. Die Grenzwerthe von ψ' werden somit, durch Hülfe der ersten Gleichung (36), worin $\cos V = 1$ und $u = u$ gesetzt werden kann, folgende

$$\psi' = 249^{\circ}\, 28' \text{ und } = 290^{\circ}\, 32'$$

und da $U = +0{,}5009$ ist, so erhalten wir durch die Gleichung (37), wo im jetzigen Falle das obere Zeichen angewandt werden mufs, die Werthe von ψ', welche dem Maximo de Polhöhe auf der östlich-westlichen Grenzcurve entsprechen wie folgt:

$$\psi' = 236^{\circ}\, 15' \text{ und } = 303^{\circ}\, 45'$$

Durch Hülfe der Gleichungen (35) habe ich die Werthe von ψ für die beiden Punkte berechnet, in welchen die östlich-westliche Grenzcurve die südliche Grenzcurve berührt und gefunden

$$\psi' = 80^{\circ}\, 19' \text{ und } = 99^{\circ}\, 41'$$

Nach diesen Vorbereitungen habe ich die folgenden Punkte dieser Curve berechnet, denen ich einige Hülfsgröfsen hinzufüge, damit man sehe, welche Werthe diese annehmen. In dem einen Theile der Curve habe ich willkührliche Werthe von ψ und in dem andern Theile derselben willkührliche Werthe von H fäanglich angenommen.

Oestlich-westliche Grenzcurve.

ψ	V	W	15*t*	φ	15λ′	
249°28′	+14′9	0° 0′	228°19′	+63° 1′	220°26′	
248 22	14,2	− 5 0	235 15	59 18	230 13	
245 30	13,1	10 0	240 44	55 16	239 0	
241 10	11,5	15 0	245 12	51 3	247 5	
238 44	10,5	17 30	247 7	48 52	250 15	
236 15	9,4	19 48	248 45	46 51	254 11	
233 18	8,2	22 30	250 31	44 26	257 57	
230 27	6,8	25 0	252 1	42 12	261 13	
224 22	+ 4,0	30 0	254 43	37 19	267 32	
211 30	− 2,3	40 0	259 15	28 24	278 32	
197 42	8,5	50 0	263 3	19 0	287 37	
180	14,0	61 53	267 3	+ 7 47	295 47	
165	15,9	71 1	270 1	− 0 51	300 3	
162 28			270 29	2 14	300 33	*
150	15,0	79 6	272 40	8 30	302 8	
135	12,0	85 52	275 1	14 51	302 17	
120	7,8	91 0	276 54	19 40	300 49	
110	4,6	93 24	277 51	21 55	299 7	
99 41	− 1,3	94 53	278 28	23 16	296 47	
90	+ 1,5	95 21	278 42	23 42	294 13	
80 19	4,0	94 53	278 34	23 14	291 19	
70	6,3	93 24	278 2	21 50	287 57	
60	8,2	91 0	277 10	19 35	284 31	
45	10,4	85 52	275 23	14 44	279 15	
30	12,0	79 6	273 6	8 21	273 52	
15	13,2	71 1	270 28	− 0 42	268 31	
0	14,0	61 53	267 30	+ 7 56	263 7	
342 18	14,7	50 0	263 25	19 9	256 25	
328 30	15,1	40 0	259 33	28 30	250 35	
315 38	15,3	30 0	254 57	37 44	244 5	
309 33	15,5	25 0	252 12	42 16	240 24	A
306 42	15,5	22 30	250 40	44 30	238 19	
303 45	15,5	19 48	248 53	46 54	235 55	
301 16	15,5	17 30	247 15	48 55	233 46	
298 50	15,5	15 0	245 18	51 5	231 13	
294 30	15,4	10 0	240 48	55 18	225 20	
291 38	15,2	+ 5 0	235 16	59 18	218 1	
290 32	14,9	0 0	228 19	63 1	208 49	
291 38	14.2	5 0	219 28	66 18	197 6	
294 30	13,1	10 0	208 15	68 55	182 36	
298 50	11,5	15 0	194 38	70 39	165 20	
301 16	10,5	17 30	187 7	71 5	155 59	†
303 45	9,4	19 48	180 0	71 11	147 10	
306 42	8,2	22 30	171 44	70 50	136 51	
309 33	6,8	25 0	164 16	70 28	127 40	
315 38	+ 4,0	30 0	150 57	68 37	110 44	
328 30	− 2,3	40 0	131 30	62 33	84 49	
342 18	8,5	50 0	119 23	54 44	67 26	
0	14,0	61 53	110 5	44 28	53 56	
15	15,9	71 1	104 56	36 13	47 29	
17 32			104 13	34 54	46 45	*
30	15,0	79 6	101 12	28 46	44 20	
45	12,0	85 52	98 25	22 29	43 44	
60	7,8	91 0	96 26	17 42	45 7	
70	4,6	93 24	95 32	15 28	46 52	

ψ	V	W	15*t*	φ	15λ′	
80°19′	− 1′3	−94°53′	94°58′	+14° 5′	49°15′	
90	+ 1,5	95 21	94 46	13 40	51 52	
99 41	4,0	94 53	94 53	14 7	54 44	
110	6,3	93 24	95 22	15 32	58 3	
120	8,2	91 0	96 11	17 48	61 26	
135	10,4	85 52	98 2	22 37	66 46	
150	12,0	79 6	100 42	28 56	72 32	
165	13,2	71 1	104 23	36 25	78 57	B
180	14,0	61 53	109 30	44 41	86 29	
197 42	14,7	50 0	118 49	54 58	98 25	
211 30	15,1	40 0	131 4	62 44	112 38	
224 22	15,3	30 0	150 42	68 47	134 10	
230 27	15,5	25 0	164 9	70 37	148 33	
233 18	15,5	22 30	171 38	71 7	156 35	†
236 15	15,5	19 48	180 0	71 18	165 34	
238 44	15,5	16 30	187 8	71 10	173 13	
241 10	15,5	15 0	194 41	70 43	181 23	
245 30	15,4	10 0	208 19	68 58	196 23	
248 22	15,2	+ 5 0	219 30	66 19	209 21	
249 28	+14,9	0 0	228 19	+63 1	220 26	

Die mit * bezeichneten Punkte sind durch Hülfe der Formeln (35*) berechnet, und sind, der erste der Ort, wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt anfängt und der zweite der Punkt wo die Verfinsterung auf der Erde überhaupt aufhört. Der mit A bezeichnete Theil der Curve ist die eigentliche Grenzcurve, die sich von Westen nach Norden erstreckt, und der mit B bezeichnete Theil ist die eigentliche Grenzcurve, welche sich von Osten nach Norden erstreckt. Die übrigen Theile unserer Curve liegen in dem Bereich der Sichtbarkeit der Verfinsterung, sie begrenzen aber den Theil der Erdoberfläche, wo die Verfinsterung vollständig gesehen wird.

Man sieht aus diesem Täfelchen, dafs der Punkt, wo die beiden Zweige unserer Curve einander schneiden, sehr nahe an den mit † bezeichneten Oertern liegen mufs. Um diesen Punkt durch Interpolation zu finden, haben wir aus dem einen mit † bezeichneten Orte die in der Nähe desselben liegenden Punkte unserer Curve durch folgende Gleichungen

$$15\lambda' = 155°59' + 568'.x$$
$$\varphi = +71\ \ 5' - 16'.x$$

wo die höheren Potenzen der willkührlichen, kleinen Zahl x übergangen sind. Der andere mit † bezeichnete Ort giebt ebenso

$$15\lambda' = 156°35' - 490'.y$$
$$\varphi = +71\ \ 7 - 20'5.y$$

Da nun im Durchschnittspunkte Länge und Breite auf jedem Zweige der Curve einander gleich seyn müssen, so geben diese Gleichungen

$$0 = 36' - 490'.y - 568'.x$$
$$0 = 2' - 20'5.y + 16'.x$$

und hieraus findet man

$$x = -0{,}0124$$
$$y = +0{,}0879$$

Mit diesen Werthen geben die obigen Gleichungen übereinstimmend für den Durchschnittspunkt

$$15\lambda' = 155°52'$$
$$\varphi = +7t \quad 5$$

Für die Berechnung des Theils der südlichen Grenzcurve, welche wirklich stattfindet, dienen nun die obigen Stundenwinkel 278° 28′ und 94° 58′ als Grenzwerthe. Ich habe vermittelst der Gleichungen (30) die folgenden Punkte dieser Curve berechnet.

Südliche Grenzcurve.

$15t'$	ψ	φ	$15\lambda'$
278° 28′	99° 41′	− 23° 16′	296° 47′
280	100 1	22 42	298 25
290	102 29	18 27	308 31
300	105 1	13 34	317 36
310	107 25	8 12	325 34
320	109 22	− 2 40	332 24
330	110 34	+ 2 43	338 13
340	110 41	7 38	343 13
350	109 36	11 49	347 41
0	107 23	15 10	351 52
10	104 12	17 46	355 55
20	100 15	19 43	0 2
30	96 27	21 3	4 29
40	92 37	21 48	9 23
47 56	89 52	21 59	13 37
50	89 11	21 58	14 50
60	86 18	21 27	21 3
70	83 57	20 17	28 0
80	82 8	18 21	35 48
90	80 48	15 41	44 31
94 58	80 19	+ 14 5	49 15

Dem Stundenwinkel 47° 56′ gehört wieder das Maximum der Polhöhe an. Hiemit ist also die Grenze der Sichtbarkeit dieser Sonnenfinsternifs auf der Erde völlig gegeben. Man sieht hieraus, dafs während eine blofse Berührung der Ränder stattfindet, ψ' mehr wie 20° von 90°, abweichen kann.

Um den Theil der Erdoberfläche zu bestimmen, auf welchem beim Ein- und Austritte $\cos\psi'$ dasselbe Zeichen hat, habe ich die Curve für $\psi' = 90°$ berechnet. Man erhält diese, indem man zu den in der ersten Annäherung für die südliche Grenzcurve gefundenen Werthen von φ die Längen aus der letzten Gleichung (30), nachdem man darin $\cos\psi' = 0$ gesetzt hat, rechnet. Zu den folgenden Punkten dieser Curve gehören dieselben Stundenwinkel, die bei der südlichen Grenzcurve vorkommen, mit Ausnahme der Grenzwerthe. Diese sind hier die beiden Punkte der östlich-westlichen Grenzcurve, die zu $\psi' = 90°$ gehören.

Curve für $\psi' = 90°$.

φ	$15\lambda'$	φ	$15\lambda'$	φ	$15\lambda'$
−23° 42′	294° 13′	+ 5° 17′	337° 52′	+21° 59′	13° 38
23 13	295 31	9 44	342 34	21 58	15 5
19 17	304 56	13 33	347 14	21 24	22 7
14 47	313 23	16 46	352 2	20 6	29 44
9 52	320 47	19 9	357 10	18 2	38 4
− 4 44	327 14	20 50	2 40	15 14	47 11
+ 0 23	332 50	21 46	8 37	+13 40	51 52

Die Erdoberfläche also, welche zwischen dieser Curve und de südlichen Grenzcurve, wozu an den Endpunkten noch zwe kleine Stückchen der östlich-westlichen Grenzcurve zu rechne sind, eingeschlossen ist, enthält die in Rede stehenden Oerter

Um das Resultat meiner Formeln für den Fall zu zeigen, w alle vier Grenzcurven reel werden, habe ich die Phasencurve für die gröfste Phase von 6 Zwölftel berechnet. Wir haben h diesem Falle zufolge der vierten Aufgabe $x = 0$, und som für diese Rechnung hinlänglich genau $f = 0$. Es wird als $u' = l$, und in den Gleichungen (34) wird $V = 0$, folglich auc $u' = u$. Die Gleichungen (35) geben nun

$$\psi = 98°58'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der südlichen und der west lichen Curve,

$$\psi' = 81°2'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der südlichen und der öst lichen Curve,

$$\psi' = 275°40'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der nördlichen und der west lichen Curve, und

$$\psi' = 264°20'$$

für den gemeinschaftlichen Punkt der nördlichen und der öst lichen Curve. Somit habe ich die folgenden Punkte dieser vie Curven berechnet.

Westliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

ψ'	W	$15t'$	φ	$15\lambda'$	
180°	−61° 49′	267° 15′	+ 7° 56′	287° 25′	
195	57 11	265 42	12 19	284 23	
210	52 34	264 6	16 40	280 38	
225	48 23	262 35	20 36	276 30	
240	44 59	261 17	23 46	272 20	
250	43 20	260 38	25 19	269 49	
260	42 17	260 13	26 18	267 40	
264 20′	42 3	260 8	26 30	266 52	
270	41 56	260 5	26 37	265 59	
275 40	42 3	260 8	26 30	265 17	
280	42 17	260 13	26 18	264 52	
290	43 20	260 38	25 19	264 20	
300	44 59	261 17	23 46	264 20	
315	48 23	262 35	20 36	265 11	
319 36		263 2	19 26	265 35	
330	52 34	264 6	16 40	266 46	
345	57 11	265 42	12 19	268 56	
0	61 49	267 15	7 56	271 25	
15	66 22	268 45	+ 3 38	274 12	A
30	70 25	270 4	− 0 12	277 5	
45	73 48	271 10	3 23	280 0	
60	76 23	272 0	5 50	282 48	
70	77 34	272 24	6 57	284 37	
80	78 17	272 39	7 38	286 18	
81 2	78 20	272 40	7 41	286 27	
90	78 32	272 44	7 52	287 47	
98 58	78 20	272 40	7 41	288 57	
100	78 17	272 39	7 38	289 5	
110	77 34	272 24	− 6 57	290 6	

ψ′	W	15t′	φ	15λ′
120	—76°23′	272° 0′	— 5°50′	290°48′
135	73 48	271 10	3 23	291 19
150	70 25	270 4	— 0 12	290 57
158°15′		269 22	+ 1 52	290 22
165	66 22	268 45	3 38	289 40
180	—61 49	267 15	+ 7 56	287 25

Oestliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

ψ′	W	15t′	φ	15λ′	
0°	+61°49′	109°50′	+44°37′	62°16′	
15	66 22	107 6	40 33	58 47	
21 45′		106 4	38 50	37 40	*
30	70 25	104 56	36 51	56 39	
45	73 48	103 17	33 45	55 44	
60	76 23	102 6	31 22	55 52	
70	77 34	101 35	30 16	56 29	
80	78 17	101 16	29 37	57 26	
81 2	78 20	101 15	29 35	57 34	
90	78 32	101 10	29 23	58 41	
98 58	78 20	101 15	29 35	60 4	
100	78 17	101 16	29 37	60 13	
110	77 34	101 35	30 16	61 58	
120	76 23	102 6	31 22	63 52	
135	73 48	103 17	33 45	67 4	
150	70 25	104 56	36 51	70 31	
165	66 22	107 6	40 33	74 15	A
180	61 49	109 50	44 37	78 16	
195	57 11	113 2	48 42	82 24	
210	52 34	116 47	52 39	86 43	
220 24		119 34	55 8	89 37	*
225	48 23	120 48	56 8	90 49	
240	44 59	124 39	58 50	94 12	
250	43 20	126 42	60 5	95 36	
260	42 17	128 8	60 53	96 4	
264 20	42 3	128 29	61 5	95 55	
270	41 56	128 37	61 8	95 19	
275 40	42 3	128 29	61 5	94 20	
280	42 17	128 8	60 53	93 17	
290	43 20	126 42	60 5	90 7	
300	44 59	124 39	58 50	86 12	
315	48 23	120 48	56 8	79 29	
330	52 34	116 47	52 39	72 52	
345	57 11	113 2	48 42	66 56	
0	+61 49	109 50	+44 37	68 16	

Südliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

15t′	ψ′	φ	15λ′
272°40′	98°58′	— 7°41′	288°57′
280	100 42	4 53	296 14
290	103 5	— 0 29	305 14
300	105 20	+ 4 26	313 8
310	107 12	9 39	319 59
320	108 24	14 55	325 56
330	108 43	19 56	331 16
340	108 2	24 28	336 14
350	106 25	28 24	341 6
0	104 2	31 41	346 2
10	101 11	34 18	351 13
20°	98° 6′	+36°17′	356°42′
30	95 1	37 39	2 32
40	92 6	38 25	8 47
47 56′	90 0	38 37	14 0
50	89 28	38 36	15 26
60	87 9	38 9	22 34
70	85 9	37 7	30 20
80	83 29	35 25	38 14
90	82 9	33 3	46 56
101 15	81 2	+29 35	57 34

Nördliche Phasencurve für 6 Zwölftel.

15t′	ψ′	φ	15λ′
260° 8′	275°40′	+26°30′	265°17′
270	277 21	30 13	274 25
280	278 47	35 3	282 24
290	279 44	40 29	289 25
300	280 1	46 16	295 46
310	279 40	51 59	301 51
320	278 47	57 24	308 4
330	277 27	62 6	314 43
340	276 8	65 52	321 58
350	274 53	68 54	329 43
0	273 48	71 9	337 55
10	272 50	72 47	346 26
20	271 59	73 56	355 13
30	271 14	74 43	4 10
40	270 32	75 7	13 13
47 56	270 0	75 13	20 25
50	269 52	75 12	22 22
60	269 13	75 0	31 34
70	268 34	74 27	40 47
80	267 54	73 32	49 58
90	267 12	72 11	59 17
100	266 28	70 17	68 32
110	265 43	67 48	77 59
120	264 57	64 30	87 32
128 29	264 20	+61 5	95 55

Die auf der westlicheu und östlichen Phasencurve mit A bezeichneten Theile sind die eigentlichen Grenzcurven. Sie schliessen also in Verbindung mit der südlichen und der nördlicheu Phasencurve ein Stück der Erdoberfläche ein, aufserhalb dessen nur eine gröfste Phase gesehen wird, welche kleiner wie 6 Zwölftel ist. Auf dem mit A bezeichneten Theile der westlichen Phasencurve wird bei aufgehender Sonne die Phase von 6 Zwölftel gesehen und die Verfinsterung ist im Abnehmen begriffen; auf dem mit A bezeichneten Theile der östlichen Phasencurve wird bei untergehender Sonne diese Phase gesehen, aber die Verfinsterung war vorher kleiner; sie ist im Zunehmen begriffen. Auf den unbezeichneten Theilen dieser beiden Curven findet die nemliche Erscheinung statt, aber für diese Punkte jener Curve ist die Verfinsterung im Zunehmen, und für diese Punkte dieser Curve ist sie im Abnehmen begriffen, so dafs auf diesen Theilen dieser Curven in der That eine gröfsere Phase wie 6 Zwölftel gesehen wird. Die mit * bezeichneten Punkte dieser Curven sind durch die Gleichungen (35*) berechnet. Sie geben die

Oerter der Erde, wo die obigen Erscheinungen zuerst oder beziehungsweise zuletzt gesehen werden.

Dieselben Werthe, welche dem Bogen *W* bei der Berechnung der östlich-westlichen Grenzcurve beigelegt wurden, werden mit Vortheil bei der Berechnung der Curve der sechs Aufgabe angewandt. Es wird dadurch bewirkt, dafs ein Th jener Rechnung bei dieser unverändert angewandt werden ka Ich habe somit die folgenden Punkte dieser Curve erhalten.

Curve der gröfsten Phase im Horizonte.

W	f	V	ψ′	15 t′	φ	15 λ′	gr. Ph.
−94°53′	+15′9	− 1′3	99°41′	278°25′	−23°16′	296°47′	0,0
93 24	14,5	1,6	99 39	277 54	21 53	296 10	0,4
91 0	12,2	1,8	99 34	277 0	19 38	295 3	1,4
85 52	7,2	1,7	99 22	275 11	14 48	292 42	3,2
79 6	+ 0,7	− 0,2	99 0	272 54	8 25	289 20	5,7
78 20	0,0	0,0	98 58	272 40	7 41	288 57	6,0
71 1	− 6,8	+ 3,1	98 27	270 19	− 0 45	285 1	8,6
61 53	−14,8	± 8,6	97 17 277 31	267 25 267 8	+ 7 54 7 49	279 36 279 19	11,7
50 0	− 5,4	− 3,9	276 37	263 7	19 2	271 20	8,1
42 3	0,0	0,0	275 40	260 8	25 30	265 17	6,0
40 0	+ 1,3	+ 1,0	275 24	259 18	28 25	263 39	5,5
30 0	6,7	6,0	274 8	254 45	37 40	254 54	3,4
25 0	8,8	8,2	273 27	252 3	42 12	249 59	2,6
22 30	9,8	9,3	273 7	250 32	44 27	247 22	2,2
19 48	10,8	10,3	272 45	248 46	46 51	244 21	1,9
17 30	11,4	11,0	272 25	247 9	48 52	241 41	1,6
15 0	12,1	11,8	272 4	245 13	51 3	238 36	1,4
10 0	13,1	13,0	271 22	240 44	55 16	231 46	1,0
5 0	13,7	13,7	270 41	235 13	59 17	223 54	0,7
0 0	14,0	14,0	269 58	228 18	63 1	214 37	0,7
+ 5 0	13,7	13,7	269 15	219 27	66 17	203 42	0,7
10 0	13,1	13,0	268 34	208 15	68 56	189 49	1,0
15 0	12,1	11,8	267 52	194 37	70 39	173 50	1,4
17 30	11,4	11,0	267 32	187 6	71 5	165 10	1,6
19 48	10,8	10,3	267 12	180 0	71 12	157 1	1,9
22 30	9,8	9,3	266 50	171 41	71 0	147 28	2,2
25 0	8,8	8,2	266 30	164 15	70 29	138 55	2,6
30 0	6,7	6,0	265 50	150 54	68 38	123 21	3,4
40 0	+ 1,3	+ 1,0	264 35	131 26	62 35	99 41	5,5
42 3	0,0	0,0	264 20	128 29	61 5	95 55	6,0
50 0	− 5,4	− 3,9	263 24	119 17	54 46	83 41	8,1
61 53	−14,8	∓ 8,6	262 31 82 41	109 59 109 37	44 30 44 39	70 24 70 2	11,7
71 1	− 6,8	+ 3,1	81 33	104 35	36 20	62 30	8,5
78 20	0,0	0,0	81 2	101 15	29 35	60 4	6,0
79 6	+ 0,7	− 0,2	81 0	100 55	28 52	57 5	5,7
85 52	7,2	1,7	80 37	98 14	22 33	53 19	3,2
91 0	12,2	1,8	80 26	96 21	17 43	50 54	1,4
93 24	14,5	1,6	80 20	95 30	15 28	49 52	0,4
+94 53	+15,9	− 1,3	80 19	94 58	+14 5	49 15	0,0

Die letzte Columne giebt die Gröfse der gröfsten Phase in Zwölftheilen des Sonnendurchmessers. Als Beispiel der siebent Aufgabe habe ich berechnet:

Die Curve der gröfsten Phase im wahren Mittage.

φ	ψ′	15 λ′	gr. Ph.	φ	ψ′	15 λ′	gr. Ph.
+15°10′	107°35	351°52′	0,0	+50° 0′	279°10′	341° 6′	11,4
20	106 35	350 5	1,8	60	276 31	339 17	8,6
30	104 27	347 10	5,4	70	274 4	338 2	6,2
31 41	104 2	346 2	6,0	71 9	273 48	337 55	6,0
40	101 54	343 34	8,8	80	271 53	337 16	4,4
49 2		341 19	11,7	90	270 0	336 54	3,0

Die hier bei der Polhöhe 90° angeführte Länge ist so zu verstehen, dafs sie auf dieser Curve bei einer Polhöhe die unendlich wenig kleiner ist wie 90°, statt findet.

Als Beispiel zur dritten Aufgabe habe ich erstlich die Curve berechnet, welche der Schattenkegel auf der Erdoberfläche in dem Zeitmomente, wo die Verfinsterung an dem oben berechneten Orte im Mittage central gesehen wird, beschreibt; es ist leicht einzusehen, dafs dieses Zeitmoment die Conjunctionszeit seyn mufs. Wir haben somit $t + T' - T = 0$, und daher $\Sigma = 0$ und $S = U$. Nun giebt die erste Formel (42) für das Maximum

$$V = 86° 37'$$

und das Minimum wird vermittelst dieser Formeln imaginär. Wir haben daher durch die Gleichung (41) für das Minimum

$$V = +15'0$$

Somit habe ich folgende Punkte dieser Curve durch die Formeln der Auflösung der dritten Aufgabe berechnet:

Grenzcurve des Schattenkegels für die Conjunctionszeit.

V	H	φ	15λ'
0°15'0	68°30'	+61°48'	212°11'
2 30	68 26	63 14	215 56
5 0	67 58	64 23	221 7
7 30	67 14	65 1	226 28
10 0	66 16	65 22	233 19
12 30	65 2	65 9	239 57
15 0	63 33	64 25	246 30
20	60 10	61 53	258 27
25	56 20	58 18	268 25
30	52 3	53 56	276 33
35	47 40	49 23	283 22
40	42 54	44 36	289 19
45	87 59	39 54	294 43
50	32 50	35 22	299 51
55	27 32	31 8	304 52
60	21 53	27 15	309 52
65	15 50	23 48	314 56
70	9 4	20 53	320 8
75	0 56	18 32	325 29
80	359 12	16 48	331 3
84	330 17	15 55	335 54
86 37	270 0	15 35	341 19
84	209 43	15 55	346 44
80	190 48	16 48	351 35
75	179 4	18 32	357 9
70	170 56	20 53	2 30
65	164 10	23 48	7 42
60	158 7	27 15	12 46
55	152 28	31 8	17 46
50	147 10	35 22	22 47
45	142 1	39 54	27 55
40	137 6	44 36	33 19
35	132 20	49 23	39 16
30	127 57	+53 56	46 5

V	H	φ	15λ'
25°	123°40'	+58°18'	54° 3'
20	119 50	61 53	64 11
15	116 27	64 25	76 8
12 30'	114 58	65 9	82 41
10 0	113 44	65 22	89 19
7 30	112 46	65 1	96 10
5 0	112 2	64 23	101 31
2 30	111 34	63 14	106 42
0 15,0	111 30	+61 48	110 27

Um ferner ein Beispiel einer solchen Curve zu geben, welche ganz auf der von der Sonne beschienenen Fläche der Erde enthalten ist, habe ich die demselben Zeitmomente angehörende Curve der Phase von 6 Zwölftel berechnet. Hier haben wir $f = 0$, ferner wie oben $\Sigma = 0$ und $S = U$. Nun geben die Gleichungen (42) für das Maximum

$$V = 76° 47'$$

und für das Minimum

$$V = 39° 19'$$

und somit haben wir folgende Punkte dieser Curve:

Curve der Phase von 6 Zwölftel für die Conjunctionszeit.

V	H	φ	15λ'
39° 19'	90° 0'	+69° 39'	341° 19'
39 30	87 32	69 21	335 55
40	84 22	68 25	329 31
41	80 44	66 35	323 30
43	76 13	63 18	318 30
45	72 47	60 18	316 21
50	66 22	53 42	315 31
55	61 39	48 2	317 17
60	58 24	43 10	320 15
65	57 4	39 3	324 8
70	58 57	35 38	328 47
74	66 16	33 27	333 40
76 47	90 0	32 11	341 19
74	113 44	33 27	348 58
70	121 8	35 38	353 51
65	122 56	39 3	358 30
60	121 36	43 10	2 23
55	118 21	48 2	5 21
50	113 38	53 42	7 7
45	107 13	60 18	6 17
43	103 47	63 18	4 8
41	99 16	66 35	359 8
40	95 38	68 25	353 7
39 30	92 28	69 21	346 43
39 19	90 0	+69 39	341 19

Um endlich zu zeigen, wie diese Curve unter anderen Verhältnissen beschaffen ist, habe ich die Grenzcurve des Schattenkegels für 0^h849 W.Z. Berlin, und die Curve der Phase von 6 Zwölftel für 4^h067 W. Z. Berlin berechnet. Ersteres Moment ist die Zeit der Anfangsgrenze der südlichen Grenzcurve, also die Zeit, wo der südlichste Punkt des Schatten-

kegels die Erde zu berühren anfängt, letzteres Moment ist die Zeit, wo der vorangehende Punkt des der Phase von 6 Zwölftel zukommenden Kegels im Begriff ist, die Oberfläche der Erde zu verlassen. Für die erstere Curve geben die Gleichungen (42) das Maximum

$$V = 51^\circ\, 8'$$

und die Gleichung (41) giebt das Minimum

$$V = -1'3$$

Für die andere Curve geben die Gleichungen (42) das Maximum und das Minimum

$$V = 62^\circ\, 56'$$
$$V = 0.$$

Grenzcurve des Schattenkegels für 0ʰ849 W. Z. Berlin.

V		H		Φ		15λ'	
— 0°	1'3	335°	19'	—23°	16'	296°	47'
+ 5	0	335	21	21	23	301	49
10		335	27	19	18	306	40
15		335	38	17	1	311	21
20		335	57	14	32	315	53
25		336	29	11	48	320	13
30		337	22	8	48	324	19
35		338	48	5	23	328	14
40		341	14	— 1	24	331	47
45		345	27	+ 3	33	335	1
47	30	348	57	6	44	336	26
50		355	4	11	20	337	32
51	8	3	34	16	51	337	26
50		12	4	22	6	335	36
47	30	18	11	26	3	332	44
45		21	41	28	29	329	55
40		25	54	31	42	324	14
35		28	20	33	39	318	18
30		29	46	34	41	312	13
25		30	39	35	3	306	4
20		31	11	34	50	299	56
15		31	30	34	9	293	55
10		31	41	33	4	288	3
+ 5		31	47	31	39	282	23
— 0	1,3	31	49	+29	54	276	53

Curve der Phase von 6 Zwölftel für 4ʰ067 W. Z. Berlin.

V		H		Φ		15λ'	
0°		119°	49'	+55°	8'	89°	37'
5		116	49	60	21	84	44
10		113	49	65	18	77	58
15		110	45	69	47	68	8
20		107	54	73	6	53	34
25		105	16	74	38	34	13
30		102	46	74	0	14	0
35		100	41	71	23	358	28
40		98	59	67	35	348	20
45		97	56	63	9	342	32
50		97	56	58	20	339	47
55		99	45	53	13	339	23
60		105	29	48	1	341	46
62	56'	119	49	41	31	347	38

V	H		Φ		15λ'	
60°	134°	9'	+38°	22'	356°	25'
55	139	53	38	0	3	53
50	141	41	38	44	10	21
45	141	41	40	7	16	34
40	140	39	41	56	22	50
35	138	57	44	3	29	18
30	136	52	46	15	36	8
25	134	22	48	36	43	26
20	131	44	50	45	51	22
15	128	53	52	40	60	0
10	125	49	54	15	69	27
5	122	49	55	6	79	24
0	119	49	+55	8	89	37

Durch diese Beispiele meine ich die Anwendung der Formeln dieser Abhandlung hinlänglich erläutert zu haben. Es kann jeder aus den berechneten Punkten dieser Curven sie leicht auf einem Globus construiren, und dadurch zur genaueren Kenntnifs ihrer Figur gelangen.

Hansen.

Z u s a t z.

In der vorstehenden Abhandlung habe ich unter andern gezeigt, dafs in der rein analytischen Behandlung der Theorie der Verfinsterungen die Wahl der Lage der Coordinaten vermittelst der Gleichungen $x_{,} = x'_{,}$, $y_{,} = y'_{,}$ und $x_{,} = 0$ der wesentliche Punkt ist, auf dem die einfachste und strenge Auflösung dieser Aufgabe beruht. Diese Gleichungen, oder mit andern Worten, die diesen Gleichungen entsprechende Lage der Coordinaten bedingt unmittelbar die grade Aufsteigung und Abweichung des entfernteren Gestirns vom näheren aus gesehen, wodurch das Endresultat auf seine einfachste und für die Anwendung vortheilhafteste Gestalt gebracht wird. Man kann zwar hier, so wie in allen Fällen, auf viele verschiedene Arten das Endresultat ableiten, aber die Gleichungen $x_{,} = x'_{,}$, $y_{,} = y'_{,}$ und $x_{,} = 0$ kann man nur durch Umwege oder durch Einmischung von geometrischen Betrachtungen vermeiden. Ich werde in den folgenden Zeilen zeigen, dafs das nemliche in der Parallaxenrechnung der nautischen Aufgabe der Distanzen statt findet, und dafs dieselben Gleichungen, welche in der Theorie der Verfinsterungen durch die Bedingungsgleichungen $x_{,} = x'_{,}$, $y_{,} = y'_{,}$, $x_{,} = 0$ entstehen, von *Bessel* angewandt sind, um die Parallaxenrechnung in der Aufgabe der Längenbestimmungen durch Monddistanzen auszuführen. Nur sind in diesem Falle, weil die unbekannte Gröfse eine andere ist, diese Gleichungen anders aufgelöst.

Die genannten drei Bedingungsgleichungen führten in der vorstehenden Abhandlung auf folgende drei Grundgleichungen:

$$u = l \sec f + z_1 \operatorname{tg} f$$
$$u \sin\theta = -r\cos\delta \sin(\alpha - a) + \rho \cos\varphi \sin(\mu - a)$$
$$u \cos\theta = r(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) - \rho(\sin\varphi \cos d - \cos\varphi \sin d \cos(\mu - a))$$

wo

$$z_1 = r(\sin\delta \sin d + \cos\delta \cos d \cos(\alpha - a)) - \rho(\sin\varphi \sin d + \cos\varphi \cos d \cos(\mu - a))$$

ist. Diese Gleichungen drücken überhaupt die, von der Oberfläche der Erde aus (ohne Rücksicht auf die Refraction) gesehene Entfernung der Mittelpunkte zweier Himmelskörper durch Gröfsen, die sich auf den Mittelpunkt der Erde beziehen, aus. Diese scheinbare Entfernung wurde im Art. 1 P genannt und als aus der Summe oder Differenz zweier Längen Δ und Δ' zusammengesetzt betrachtet, die in der Theorie der Verfinsterungen die scheinbaren Halbmesser bedeuten. In dieser Theorie waren, wenn man die Aufgabe der Bestimmung der gröfsten Phase ausnimmt, P sowohl wie Δ und Δ' immer gegebene Gröfsen und es waren theils die Zeit, theils die Länge und theils überhaupt die geographische Lage des Beobachtungsortes die unbekannte Gröfse. Im Problem der Distanzen hingegen, so wie es von *Bessel* durchgeführt worden ist, ist die scheinbare Distanz die unbekannte Gröfse, und die Zeit, so wie die geographische Lage des Beobachtungsortes sind gegebene Gröfsen. Der Bogen P ist also jetzt unsere unbekannte Gröfse, und da, wenn wir uns blofs an die unteren Zeichen der betreffenden Gleichungen halten, die Bögen Δ und Δ' durch nichts weiteres als durch die Gleichung

$$P = \Delta - \Delta'$$

bestimmt werden, so ist Eine derselben willkührlich und kann so bestimmt werden, dafs die Auflösung am einfachsten werde.

In den vorstehenden Formeln beziehen sich alle Gröfsen auf den Mittelpunkt der Erde, und es ist also namentlich φ die geocentrische Breite des Beobachtungsortes. Da aber weiter unten die Zenithdistanz des Punktes (a, d) erscheinen wird, und man für die Berechnung des Einflusses der Refraction auf die Distanz der Zenithdistanzen vom wahren und nicht vom geocentrischen Zenith bedarf, so ist es vortheilhaft, sogleich statt φ die Polhöhe φ' einzuführen. Nennt man den Halbmesser des Erdäquators a, die Abplattung c, und vernachlässigt man die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, so ist

$$\rho \cos\varphi = a' \cos\varphi', \quad \rho \sin\varphi = a' \sin\varphi - a' i$$

wo zur Abkürzung

$$a' = \frac{a}{\sqrt{(\cos^2\varphi' + (1-c)^2 \sin^2\varphi')}}, \quad i = (2c - c^2) \sin\varphi'$$

gesetzt ist. Die obigen Formeln gehen hiemit in folgende über

$$\text{(A)} \quad \begin{cases} u = l \sec f + z_1 \operatorname{tg} f \\ u \sin\theta = -r\cos\delta \sin(\alpha - a) + a' \cos\varphi' \sin(\mu - a) \\ u \cos\theta = r(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) + a' i \cos d - a'(\sin\varphi' \cos d - \cos\varphi' \sin d \cos(\mu - a)) \\ z_1 = r(\sin\delta \sin d + \cos\delta \cos d \cos(\alpha - a)) + a' i \sin d - a'(\sin\varphi' \sin d + \cos\varphi' \cos d \cos(\mu - a)) \end{cases}$$

Setzt man nun

$$\text{(B)} \quad \begin{cases} r' \sin D \sin Q = r \cos\delta \sin(\alpha - a) \\ r' \sin D \cos Q = r(\sin\delta \cos d - \cos\delta \sin d \cos(\alpha - a)) + a' i \cos d \\ r' \cos D = r(\sin\delta \sin d + \cos\delta \cos d \cos(\alpha - a)) + a' i \sin d \\ \sin Z \sin q = \cos\varphi' \sin(\mu - a) \\ \sin Z \cos q = \sin\varphi' \cos d - \cos\varphi' \sin d \cos(\mu - a) \\ \cos Z = \sin\varphi' \sin d + \cos\varphi' \cos d \cos(\mu - a) \end{cases}$$

Dann gehen die Gleichungen (A) in folgende über:

$$u = l \sec f + z_1 \operatorname{tg} f$$
$$\frac{u}{r'} \sin\theta = -\sin D \sin Q + \frac{a'}{r'} \sin Z \sin q$$
$$\frac{u}{r'} \cos\theta = \sin D \cos Q - \frac{a'}{r'} \sin Z \cos q$$
$$\frac{z_1}{r'} = \cos D - \frac{a'}{r'} \cos Z$$

deren zweite und dritte man durch Multiplicationen mit $\sin Q$ und $\cos Q$ leicht in folgende verwandelt:

$$\frac{u}{r'} \sin(\theta + Q) = \frac{a'}{r'} \sin Z \sin(q - Q)$$
$$\frac{u}{r'} \cos(\theta + Q) = \sin D - \frac{a'}{r'} \sin Z \cos(q - Q)$$

Diese Gleichungen habe ich in der vorstehenden Abhandlung schon bei mehreren Aufgaben angewandt, nur wurde dort die rechte Seite derselben etwas anders ausgedrückt. Um nun im gegenwärtigen Falle die einfachste Auflösung zu erhalten, verfüge ich über die Bögen Δ und Δ' so, dafs

$$f = 0$$

wird. Hiemit haben wir $u = l$, oder, da im Art. 1 l für $r_, \sin\Delta$ gesetzt wurde,

$$u = r_, \sin\Delta$$

Hiemit und vermittelst der Gleichung $r_,^2 = u^2 + z_,^2$, die aus den Gleichungen $y_, = u$ und $x_, = 0$ folgt, ergiebt sich

$$z_, = r_, \cos\Delta.$$

Wir haben also, wenn wir $\frac{a'}{r'} = \sin\pi_,$ und $\frac{r_,}{r'} = a_,$ machen, für die Bestimmung der Gröfsen $a_,$, Δ und θ die drei folgenden Gleichungen:

$$a_, \sin\Delta \sin(\theta + Q) = \sin\pi_, \sin Z \sin(q - Q)$$
$$a_, \sin\Delta \cos(\theta + Q) = \sin D - \sin\pi_, \sin Z \cos(q - Q)$$
$$a_, \cos\Delta = \cos D - \sin\pi_, \cos Z$$

wenn im Voraus die Gröfsen r', D, Q, Z und q aus den Gleichungen (B) berechnet worden sind.

Die Gleichung $f = 0$ giebt

$$l = l$$

und hiemit

$$\sin\Delta' = \frac{r_,}{r'_,} \sin\Delta$$

woraus, wenn man $r'_,$ durch die Gleichungen

$$r'^2_, = u^2 + z'^2_,, \quad z'_, = z_, + R, \quad u = r_, \sin\Delta, \quad z_, = r_, \cos\Delta$$

eliminirt, sich ergiebt

$$\sin\Delta' = \frac{r_,}{\sqrt{(r_,^2 + R^2 + 2 r_, R \cos\Delta)}} \sin\Delta$$

hat man hieraus Δ' berechnet, so ist die scheinbare Distanz des Mittelpunktes des Mondes von dem des zweiten Gestirnes

$$P = \Delta - \Delta'$$

Diese ist in den wesentlichen Theilen die *Bessel*sche Auflösung der betreffenden Aufgabe, und man sieht hieraus, dafs, obgleich *Bessel* sich in seiner Ableitung, die zum Theil auf geometrischen Betrachtungen beruht, nicht der Gleichungen $x_, = x'_,$, $y_, = y'_,$, $x_, = 0$ bedient hat, diese der Auflösung dennoch zu Grunde liegen, und dieselbe auf die einfachste Art aus den allgemeinen Gleichungen der Aufgabe herbei führen. Sie sind also auch in dieser Aufgabe der wesentliche Punkt der Auflösung, denn hätte man sie vermeiden wollen, so hätte man nur durch neue Transformationen, also durch Umwege zum Ziele gelangen können.

Hansen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber.

Dorpat, den $\frac{1.\ \text{Nov.}}{20.\ \text{Oct.}}$ 1837.

Mit den Operationen zwischen dem schwarzen und caspischen Meere ist es in diesem Sommer ganz vortrefflich gegangen. Die letzten Nachrichten waren vom August aus Mosdock. Damals war $\frac{3}{4}$ der Arbeit fertig und im October hofften sie das caspische Meer zu erreichen. Eine ausführlichere Nachricht habe ich so eben für das Bulletin scientifique der Akademie nach St. Petersburg gesandt, die Ihnen gewifs auch bald zukommen wird. Vielleicht finden Sie sie dann geeignet für die Astr. Nachr.

Feodoroff ist auch glücklich nach mehr als 5jährigem Aufenthalte in Sibirien zurückgekehrt. Ich sprach ihn schon in Petersburg und erwarte ihn in diesen Tagen in Dorpat. Das Resultat seiner Reise ist die astronomische Bestimmung von mehr als 50 Puncten, von denen 22 Hauptpuncte sind, deren Länge auf einer Reihe von Mondsculminationen beruhen, abgesehen von einigen gelegentlich beobachteten Sternbedeckungen. Die übrigen Puncte sind für die Länge chronometrisch mit den Hauptpuncten verbunden. Alle Polhöhen sind mit dem astronomischen Theodoliten bestimmt. Mehrere trigonometrische Operationen verbanden ausgezeichnete Bergspitzen und gaben deren Höhen, sowohl im Uralgebirge als im Altai. An 12 Puncten wurde mit *Gambey*schen magnetischen Apparaten die Declination und Inclination der Magnetnadel beobachtet und aufserdem Intensitätsversuche gemacht. Ich werde ihnen wohl nächstens etwas ausführlicheres mittheilen über diese Reise.

Der Bau in Pulkowa rückt rasch vorwärts und wird mit einer Sorgfalt und Einsicht geführt, die nichts zu wünschen übrig läfst. Am Schlufs des Jahres 1838 wird alles bis auf einige Einzelnheiten, die sich auf die Aufstellung der Instrumente beziehen, fertig seyn, und mit dem 1. Jan. 1839 wird ohnfehlbar der jährliche Etat der Sternwarte in Wirksamkeit treten.

W. Struve.

Altona 1837. December 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 343.

Ueber den Doppelstern *p* Ophiuchi.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Der Stern p Ophiuchi gehört bekanntlich zu den Doppelsternen, welche eine fortschreitende Bewegung und zugleich eine Umlaufsbewegung, beide von ungewöhnlicher Schnelligkeit, zeigen. Die letztere änderte, zwischen den beiden äufsersten, etwa 25 Jahre voneinander entfernten Beobachtungen *Herschels* I, den Positionswinkel um 131°, und hat ihn jetzt, nach fernern 33 Jahren, wieder um 191° geändert. Es sind zwar noch andere Doppelsterne von gleich schneller, oder noch schnellerer Umlaufsbewegung bekannt geworden, allein p Ophiuchi zeigt sie bei einer so grofsen scheinbaren Entfernung der beiden, ihn zusammensetzenden Sterne, dafs man hoffen kann, diese nicht allein bis auf einen kleinen Winkel, sondern auch bis auf einen kleinen Theil ihrer Gröfse, durch die Beobachtungen zu bestimmen. Die Auszeichnung, welche dieser Stern hierin vor anderen besitzt, begründet die Erwartung, dafs Beobachtungen desselben, vergleichungsweise früh, zur Kenntnifs der Bahnen der beiden Sterne um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt führen werden. Wenn indessen diese Kenntnifs nicht die rohste Annäherung bleiben soll, so werden die Beobachtungen den höchsten Grad von Genauigkeit besitzen müssen, welche die Mittel der gegenwärtigen Zeit ihnen geben können; denn auch in dem gegenwärtigen Falle, dem günstigsten unter den bis jetzt bekannten, sollen die sieben Elemente der Bahn aus einer Bewegung erkannt werden, welche in dem engen Raume weniger Secunden vor sich geht. Die bis jetzt vorhandenen Beobachtungen sind gröfstentheils weit entfernt, eine solche Genauigkeit zu besitzen; auch sind sie erst seit 20 Jahren so häufig geworden, dafs man hoffen kann, durch ihre Zahl zu ersetzen, was ihnen an Genauigkeit abgeht. Soll die Zeit des Gelingens der Versuche, die Bahnen der beiden Sterne von p Ophiuchi zu bestimmen, so schnell als möglich herbeigeführt werden, so müssen die Astronomen, die mit genügenden Messapparaten ausgerüstet sind, nicht nur häufige Beobachtungen dieses Doppelsterns machen, sondern sich auch bemühen, ihnen eine Sicherheit im Ganzen zu geben, welche die einzelnen wirklich so genau macht, als ihre zufälligen, in den Unterschieden zwischen mehreren, nahe gleichzeitigen, sichtbaren Fehler sie erscheinen lassen. Ich beabsichtige gegenwärtig, einen Beitrag zu den Beobachtungen des Doppelsterns p Ophiuchi zu liefern, und zugleich die Beobachtungsart der Doppelsterne mit dem, von mir angewandten grofsen Heliometer, näher zu erörtern, als bisher geschehen ist.

1.

Die Beobachtungen von 38 Doppelsternen, welche ich in den Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften für 1833 bekannt gemacht habe, und von welchen sich auch in Nr. 240 dieser Zeitschrift eine Nachricht befindet, beruhen, bis auf einige Ausnahmen, auf Messungen der vierfachen Entfernung der Sterne. Obgleich ich diese Beobachtungsart schon früher beschrieben habe, so erlaube ich mir doch, hier, des Folgenden wegen, darauf zurückzukommen.

Während eine der Objectivhälften des Heliometers (I) willkührlich gestellt ist, wird ihr die andere (II) so weit genähert, und das Heliometer so um die Axe des Fernrohrs gedrehet, dafs die beiden in demselben erscheinenden Bilder eines Doppelsterns, vier in gleichen Entfernungen und in gerader Linie liegende einzelne Sterne darstellen; nach der Ablesung der Angaben der Schraube (II) und des Positionskreises, wird die Objectivhälfte (II) fortbewegt, bis die beiden Bilder, nachdem sie sich einander gedeckt haben, wieder so erscheinen wie vorher; dieses kann durch alleinige Bewegung der Objectivhälfte (II) erlangt werden, wenn ihr optischer Mittelpunkt sich in einer geraden Linie bewegt, in welcher auch der optische Mittelpunkt der Objectivhälfte (I) liegt; ist dieses aber nicht der Fall, oder sind, mit anderen Worten, die beiden Objectivhälften nicht vollkommen centrirt, so liegen die vier Sterne, die nach der Bewegung der Objectivhälfte (II) wieder gesehen werden, nicht mehr in gerader Linie, sondern müssen, durch eine Drehung des Heliometers um die Axe des Fernrohrs, in dieselbe gebracht werden. Die durch die Schraube (II) gemessene Bewegung der Objectivhälfte (II), durch den Cosinus des halben Unterschiedes beider Ablesungen des Positionskreises dividirt, ist die vierfache Entfernung der beiden Sterne; die halbe Summe der beiden Ablesungen des Positionskreises, vom Indexfehler desselben befreit, ist der Positionswinkel. Nach der Beendigung einer vollständigen Beobachtung dieser Art pflege ich sie einigemal zu wiederholen, indem ich bei jeder Wiederho-

lung von der Stellung ausgehe, welche die Objectivhälfte (II) am Ende der vorigen Beobachtung erlangt hat, also die Schraube von (I) benutze, um durch ihre Drehung die zu beobachtende Erscheinung hervorzubringen. Dieses ist die gewöhnliche Beobachtungsart der Doppelsterne; ich werde jetzt alle Beobachtungen von p Ophiuchi mittheilen, welche ich auf diese Art gemacht habe:

		Entfern.	Positionsw.	Zahl.
1830 Mai 16	1830,37	5"49	136° 2'	2
18	0,38	5,41	134 28	2
24	0,39	5,40	135 38	4
Juni 6	0,43	5,50	136 33	2
7	0,43	5,45	136 19	3
8	0,44	5,44	135 57	3
11	0,44	5,48	136 26	4
16	0,46	5,50	135 21	5
Sept. 2	0,67	5,52	136 2	5
20	0,72	5,51	135 23	4
1831 Mai 19	1,38	5,62	133 0	4
22	1,39	5,76	133 14	4
23	1,39	5,65	134 10	4
24	1,40	5,69	134 35	4
Juli 21	1,55	5,70	134 4	5
Oct. 9	1,77	5,70	134 27	5
10	1,77	5,76	133 56	4
1832 Juli 10	2,52	5,68	134 3	5
13	2,53	5,73	133 11	5
Oct. 13	2,78	5,83	132 53	5
18	2,80	5,83	132 36	5
19	2,80	5,90	132 12	5
1834 Juni 23	4,48	6,11	129 50	5
25	4,48	6,05	130 23	5
Juli 3	4,50	6,13	130 35	5
8	4,52	6,14	131 14	5
Sept. 19	4,72	6,18	131 18	5
Oct. 5	4,76	6,13	131 42	5
12	4,78	6,15	130 17	5
1836 Juni 23	6,48	6,28	128 6	5
Juli 4	6,51	6,36	129 56	5
7	6,52	6,38	130 23	5
13	6,53	6,36	130 11	5
21	6,55	6,34	129 9	5
1837 Juni 14	7,45	6,49	128 48	5
17	7,46	6,50	128 44	5
28	7,49	6,28	128 39	5
Juli 6	7,51	6,51	129 9	5
20	7,55	6,39	128 44	5
Aug. 3	7,59	6,46	129 15	5
6	7,60	6,44	129 1	5
18	7,63	6,50	127 55	5
20	7,63	6,56	128 3	5
28	7,66	6,49	127 23	5
Sept. 8	7,69	6,49	128 15	5
9	7,69	6,46	128 7	5
11	7,70	6,34	127 55	5
20	7,72	6,47	127 50	5
Oct. 2	7,75	6,48	128 4	5
3	7,76	6,44	127 40	5

Diese Beobachtungen sind, bis zum Jahre 1832 incl. schon an dem angeführten Orte bekannt gemacht, werden aber hier wiederholt, damit man den Ueberblick über alle erhalte. Vereinigt man die in jedem der früheren Jahre gemachten, in ein arithmetisches Mittel, die im letzten Jahre gemachten aber in zwei arithmetische Mittel, so erhält man:

1830,50	5"474	135°49'	34
1831,53	5,679	133 57	30
1832,69	5,794	132 59	25
1834,61	6,127	130 47	35
1836,52	6,344	129 33	25
1837,52	6,439	128 54	35
1837,69	6,470	127 55	45

2.

Struve hat, in seinem grofsen Werke über die Messungen der Doppelsterne, seine Beobachtungen von p Ophiuchi gleichfalls in arithmetische Mittel zusammengezogen. Davon werde ich die hier aufführen, welche, der Zeit nach, mit den meinigen nahe zusammentreffen und daher mit diesen verglichen werden können:

1830,84	5"310	135°45'	2 Tage.
1831,68	5,410	134 42	5 —
1832,75	5,553	133 58	3 —
1834,47	5,852	131 9	4 —
1835,60	6,108	130 46	5 —

Diese Beobachtungen stimmen in der Zunahme der Entfernung und in der Abnahme des Positionswinkels, welche sie andeuten, nahe mit den vorher angeführten überein, allein sie ergeben die Entfernung immer kleiner und den Positionswinkel immer gröfser; die Unterschiede sind im Mittel, etwa $= -0''23$ und $= +41'$. Dafs ein Unterschied der gemessenen Entfernungen sich nicht etwa bei diesem Sterne allein, sondern bei den Doppelsternen im Allgemeinen findet, geht aus der Vergleichung hervor, welche zwischen den Königsberger und Dorpater Messungen von 37 Doppelsternen, in Nr. 240 der Astr. Nachr., und auch in der Einleitung des *Struve*schen Werkes (P. CXL) gemacht worden ist: die Dorpater Entfernungen sind im Allgemeinen kleiner als die Königsberger, und *Struve* bemerkt darüber, dafs sich ein gewisses Gesetz in den Unterschieden zu zeigen scheint, nach welchen sie für ganz kleine Entfernungen, so wie auch wieder für Entfernungen von 20" und darüber, fast verschwinden, und bei der Entfernung von 6" ihr, etwa 0"27 betragendes Maximum erreichen. So klein diese Unterschiede an sich sind, so läfst ihr Vorkommen bei so vielen Sternen und die nahe Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen untereinander, doch nicht bezweifeln, dafs sie aus einer bestimmten Ursache hervorgehen, deren Folge ist, dafs entweder in Königsberg immer zu grofs, oder in Dorpat immer zu klein gemessen wird. Dafs der bestim-

ie Unterschied zwischen den, an beiden Orten beobachteten [Pos]itionswinkeln von p Ophiuchi, sich bei allen Doppelsternen, [und] stets in demselben Sinne zeigen sollte, ist weder zu erwarten, [no]ch wird es durch die Vergleichung der 37 Doppelsterne angedeutet. Ich werde aber unten auf die Positionswinkel zurückkommen und darüber etwas mittheilen, was, wenn auch vielleicht nicht beständige, doch gröfsere zufällige Fehler der einzelnen Beobachtungen hat erzeugen können, als der Kraft [d]es in Königsberg angewandten Apparates angemessen erscheinen.

Wenn man an dem Stattfinden eines beständigen Unterschiedes der von *Struve* und von mir gemessenen Entfernungen der Doppelsterne nicht zweifeln kann, so kann man auch nicht zweifeln, dafs wenigstens einer der beiderseitigen Apparate, den dadurch erlangten Resultaten nicht alle die Genauigkeit giebt, welche die Kleinheit der zufälligen Beobachtungsfehler erwarten läfst. So klein der Unterschied ist, so kann man ihn dennoch nicht für unerheblich halten; denn die Auffindung seiner Ursache wird entweder eine Vervollkommnung der Beobachtungsmethode der kleinen Entfernungen ergeben, oder, wenn der Fehler sich von dem einen Apparate unzertrennlich zeigen sollte, zur vorzugsweisen Benutzung des anderen auffordern. In Beziehung auf die Doppelsterne ist der Unterschied gleichfalls nicht unerheblich, da er, trotz seiner Kleinheit, ein nicht unbedeutendes Verhältnifs zu den kleinen Gröfsen besitzt, bei welchen er sich zeigt, und welche der eigentliche Gegenstand der Beobachtungen sind.

Dieses ist auch die Ansicht gewesen, welche *Struve* verfolgt hat, indem er der Ursache des Unterschiedes weiter nachgespürt hat. Er hat weifse Punkte auf schwarzem Grunde, in bekannten Entfernungen von einander und von dem Fernrohre angebracht, und sich durch die Messung der Winkel zwischen ihnen überzeugt, dafs das Fadenmicrometer seines Fernrohrs diese Winkel richtig angiebt. Die unmittelbare Prüfung der Richtigkeit der Angaben des Fadenmikrometers, welche man hierdurch erhält, ist ohne Zweifel wünschenswerth, indem sie eine der Möglichkeiten beseitigt, durch deren Verfolgung man die Erklärung des Fehlers zu versuchen geneigt seyn könnte. Allein die Beobachtung des Winkels zwischen zwei festen Punkten wird durch das Fadenmikrometer durch ein so einfaches Verfahren ergeben, dafs ich glaube, die Möglichkeit eines beständigen Fehlers derselben zu den unwahrscheinlicheren zählen zu müssen, wenn ich auch damit nicht läugnen will, dafs ich, trotz dieser Ansicht, nicht unterlassen haben würde, dieselbe Prüfung vorzunehmen, wenn ich von demselben Apparate einen ausgedehnten Gebrauch gemacht hätte und später ein Zweifel hervorgetreten wäre. Das von *Struve* angewandte Verfahren bei der Messung der Entfernung zweier festen Punkte ist nämlich folgendes: man drehet das Mikrometer zuerst so um die Axe des Fernrohrs, dafs die gerade Linie zwischen beiden Punkten senkrecht auf seinen beiden Fäden steht, dann bringt man einen, mitten zwischen beiden zu messenden Punkten befindlichen dritten Punkt unter den festen Faden, den beweglichen aber zuerst auf den einen, dann auf den andern Punkt und liest die Angaben der Schraube ab. Der Unterschied zwischen beiden Ablesungen ist die doppelte Entfernung jedes der äufseren Punkte von dem mittleren. Vorausgesetzt, dafs man die Schraube beidemale in einer Richtung gedrehet hat, glaube ich nicht, dafs die Messung durch etwas anderes, als durch Unvollkommenheit des Sehens im Fernrohr und durch Unregelmäfsigkeiten der Schraube unrichtig gemacht werden kann; diese Ursachen können zufällige, übrigens bei dem schönen Dorpater Apparate nur kleine, nicht aber beständige Fehler erzeugen. Dieses ist auch das Ergebnifs von *Struve's* unmittelbaren Versuchen, welche also auch den leisesten Zweifel an der Richtigkeit des Mikrometers selbst verscheuchen.

Dagegen macht *Struve* eine Bemerkung, welche einen Zweifel an der Richtigkeit der Messungen mit dem Königsberger Heliometer erzeugt. Er erinnert, dafs, indem die im 1sten § beschriebene Beobachtungsart auf der, durch Augenmaafs erlangten Vergleichung des zweiten Zwischenraumes zwischen den vier, sich im Fernrohre zeigenden Sternen, mit den beiden äufseren Zwischenräumen beruhet, und die letzteren nicht, wie der zweite, beiderseits durch zwei Sterne eingeschlossen sind, bezweifelt werden kann, ob das Augenmaafs ein, durch diese Verschiedenheit nicht beeinträchtigtes Urtheil ablege. Ich erkenne diese Bemerkung vollkommen an, und würde, wenn ich selbst sie gemacht hätte, auch vor dem Anfange der Beobachtungen der Doppelsterne nicht unterlassen haben, unmittelbare Prüfungen anzustellen, aus welchen sich hätte ergeben müssen, ob wirklich ein Einflufs der angegebenen Ursache vorhanden ist, oder nicht. Solche Prüfungen habe ich jetzt vorgenommen und werde ihr Ergebnifs in den beiden folgenden Paragraphen mittheilen. Vorher aber werde ich den Grund angeben, welcher mich veranlafst hat, meine Messungen auf die Vergleichung des mittleren Zwischenraumes mit den beiden äufseren zu gründen. Ich hätte nämlich jenen auch mit einem der äufseren vergleichen und den anderen absichtlich ganz übersehen können; denn es ist gar nicht schwierig, dem vierten Sterne, vielleicht mit der Ausnahme sehr naher Doppelsterne, die Aufmerksamkeit ganz zu entziehen und sich eben so wenig dadurch stören zu lassen, als wenn er gar nicht vorhanden wäre. Dafs ich nicht diese Beobachtungsart, sondern die andere, welche von der *Struve*schen Bemerkung getroffen wird, vorgezogen habe, geschah, weil bekanntlich die Entfernung zweier Punkte desto kleiner beurtheilt wird, je näher sie bei dem Scheitelpunkte stehen, welches falsche

Urtheil sowohl bei dem Sehen im Fernrohre, als bei dem mit bloſsen Augen stattfinden kann und dann in der Beurtheilung der Gleichheit zweier Entfernungen, mit Ausnahme des Falles, daſs sie in horizontaler Richtung liegen, einen Fehler erzeugen muſs. Um diesen Fehler zu vermeiden, vergliech ich den mittleren Zwischenraum mit den beiden äuſseren. Allein seitdem mir der Zweifel gegen diese Beobachtungsart bekannt geworden ist, habe ich die Beobachtungen von p Ophiucbi, vom 18[ten] August 1837 an, so gemacht, daſs ich immer nur den Zwischenraum zwischen beiden Bildern des kleinen Sterns, durch das zwischen ihnen liegende Bild des gröſseren, in zwei gleiche Hälften getheilt und das zweite Bild des letzteren gar nicht berücksichtigt habe. Bemerkbaren Einfluſs auf die Messung der Entfernung hat diese Aenderung aber nicht hervorgebracht, wie die Vergleichung der beiden letzten arithmetischen Mittel im vorigen § zeigt. Ich glaube überzeugt zu seyn, daſs mich das übersehene Bild des gröſseren Sterns, bei diesen Beobachtungen, bei welchem ich es nicht beachten wollte, wirklich nicht im mindesten gestört hat und bin daher geneigt, in der Uebereinstimmung der nach beiden Methoden erhaltenen Resultate einen Grund der Annahme zu finden, daſs es auch die Richtigkeit der Beurtheilung der Entfernungen nicht stört, wenn man es nicht übersehen will.

3.

Die Natur des Heliometers bringt es mit sich, daſs man gröſsere Entfernungen mit derselben Sicherheit messen kann, mit welcher kleine gemessen werden. Hieraus kann man Vortheil ziehen, wenn es darauf ankömmt, unmittelbar zu prüfen, ob die Messung einer kleinen Entfernung richtig, oder mit einem, aus einer unbekannten Ursache hervorgehenden, immer wiederkehrenden Fehler behaftet ist: man kann nämlich die kleine Entfernung aus dem Unterschiede zweier gröſseren ableiten und dadurch den etwanigen beständigen Fehler der Messung der ersteren ganz umgehen. Sowohl dieser Prüfung wegen, als auch um eine neue, von den angeführten Beobachtungen und der dabei angewandten Methode ganz unabhängige Bestimmung der Entfernung der beiden Sterne von p Ophiucbi zu erlangen, habe ich eine aweite Beobachtungsart angewandt, welche ich jetzt mittheilen werde.

Ich suchte einen Stern in der Nähe des Doppelstern und näherungsweise in der Richtung seiner beiden Sterne, i der Absicht, die Entfernungen beider Sterne des Doppelstern von ihm zu messen und von ihrem Unterschiede auf die Ent fernung derselben zu schlieſsen. Ein solcher Stern (*a*) d 7.8[ten] Gröſse findet sich in der Entfernung 45′ 12″ und im Po sitionswinkel 116° 49′, also, wenn man für den Positionswink des Doppelsterns das letzte der im 1[sten] § erhaltenen Resultat annimmt, 11° 6′ aus der Richtung desselben ausweichen Die eine Objectivhälfte des Heliometers wurde etwa um d Hälfte der Entfernung rechts, die andere eben so weit link gestellt, wodurch ein Bild von *a* in die Nähe eines Bildes d Doppelsterns gebracht wurde; dann wurde, durch Drehung d Heliometers und durch Drehung der Schraube der zweiten Ob jectivhälfte, das Bild von *a* in die Richtungslinie des Doppe sterns und in dieselbe Entfernung von seinem Hauptsterne g bracht, in welcher der Gefährte auf der anderen Seite stan so daſs die drei Bilder einen dreifachen Stern in gerader Lin und beiderseits gleichen Entfernungen, darstellten; nach d Ablesung der Angabe der Schraube der Objectivhälfte II wurd sie weiter vorwärts gedrehet und auch das ganze Heliomet so um die Axe des Fernrohrs bewegt, daſs sich wieder e dreifacher Stern, wie vorher, nun aber in der Ordnung Comes, *a* zeigte. Der Unterschied der vorigen Ablesung v der jetzigen war die Projection der dreifachen Entfernu des Doppelsterns auf die ihn mit *a* verbindende Linie. Um d Beobachtung zu wiederholen, wurde die Schraube der Object hälfte I und das Heliometer selbst gedrehet, so daſs die ers Erscheinung wieder hervorgebracht wurde; dann die Objecti hälfte II u. s. w., um die zweite hervorzubringen. Auf die Art wurden an jedem Tage 5 Beobachtungen der dreifach Projection der Entfernung gemacht, nach deren Beendigung d Objectivhälften auf die entgegengesetzten Seiten der Axe d Fernrohrs gebracht und nun wieder zu fünfmaliger Wiederholu der Beobachtung angewandt wurden. Ich habe im Jahre 18 10 Reihen solcher Sätze von 10 Beobachtungen gemacht, u werde die daraus hervorgegangenen 100 einzelnen Bestimmung der dreifachen Projection der Entfernung jetzt anführen:

Aug. 3	Aug 6	Aug. 7	Aug. 16	Aug. 18	Aug. 20	Aug. 28	Aug. 30	Sept. 4	Sept 8
r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
0,371	0,350	0,362	0,368	0,360	0,360	0,368	0,369	0,360	0,359
0,363	0,358	0,358	0,346	0,360	0,364	0,366	0,362	0,358	0,357
0,366	0,366	0,360	0,360	0,352	0,355	0,360	0,370	0,357	0,371
0,353	0,365	0,370	0,359	0,351	0,352	0,362	0,362	0,365	0,360
0,371	0,358	0,360	0,364	0,356	0,368	0,358	0,370	0,359	0,361
0,371	0,362	0,357	0,372	0,363	0,380	0,366	0,365	0,359	0,362
0,354	0,360	0,362	0,360	0,347	0,361	0,353	0,361	0,368	0,368
0,350	0,358	0,350	0,350	0,345	0,364	0,364	0,360	0,360	0,369
0,378	0,353	0,370	0,356	0,355	0,360	0,355	0,365	0,350	0,366
0,370	0,356	0,370	0,347	0,356	0,365	0,349	0,347	0,360	0,365

Das arithmetische Mittel hieraus ist $= 0^r,36062$ und sein mittlerer Fehler $= \pm 0^r,000716$. Die Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit dem Sterne a verbindende Linie ist also:

$$= 0^r,12021; \quad \text{m. F.} = \pm 0^r,000239$$

und die Entfernung selbst, in Secunden ausgedrückt:

$$1837,63 \ldots = 6''482; \quad \text{m. F.} = \pm 0''0129.$$

Ich bemerke bei diesem Resultate, dafs die 4 ersten Beobachtungsreihen bei sehr unruhiger Luft gemacht worden sind, so wie sie bei grofser, damals stattfindender Wärme gewöhnlich ist: später wurde es kühler und die Luft ruhiger; allein ich zweifle nicht, dafs Beobachtungen dieser Art noch beträchtlich besser übereinstimmen werden, wenn sie bei ganz ruhiger Luft (die hier freilich selten ist) gemacht werden können.

4.

Ich habe noch eine dritte Beobachtungsart angewandt, um der Entfernung des Doppelsterns noch sicherer zu werden. Diese beruhet, wie die vorige, auf der Vergleichung desselben mit dem Sterne a, ist aber dadurch von jener verschieden, dafs das Bild dieses Sterns nicht in Entfernungen von dem Hauptsterne und dem Gefährten, welche der Entfernung des Doppelsterns gleich sind, gebracht, sondern im Zusammenfallen mit beiden beobachtet wurde. Diese Beobachtungsart giebt also die einfache Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit a verbindende Linie. Es versteht sich, dafs die Bilder der Sterne nicht unmittelbar zur Deckung gebracht wurden, sondern dafs ich das Stattfinden derselben durch kleine Drehungen des Heliometers um die Axe des Fernrohrs beurtheilte, welche den Bildern kleine Bewegungen gaben, deren Annäherung und Entfernung in einer Linie man weit genauer beobachten kann als ihre Deckung selbst. Auch diese Beobachtungsart habe ich an 10 Tagen, an jedem 10mal, angewandt und dadurch Folgendes erhalten:

Juli 28	Juli 29	Sept. 11	Sept. 14	Sept. 20	Sept. 21	Sept. 24	Sept. 25	Oct. 2	Oct. 3
r	r	r	r	r	r	r	r	r	r
0,121	0,120	0,115	0,117	0,122	0,122	0,123	0,121	0,111	0,121
0,123	0,120	0,121	0,125	0,115	0,111	0,124	0,112	0,118	0,115
0,116	0,120	0,119	0,118	0,121	0,116	0,114	0,119	0,124	0,123
0,121	0,122	0,112	0,112	0,114	0,126	0,118	0,120	0,120	0,122
0,116	0,121	0,121	0,126	0,123	0,124	0,124	0,121	0,125	0,119
0,126	0,122	0,117	0,120	0,121	0,120	0,120	0,117	0,119	0,119
0,116	0,125	0,117	0,110	0,120	0,115	0,109	0,120	0,116	0,118
0,125	0,121	0,124	0,127	0,125	0,117	0,116	0,123	0,122	0,117
0,111	0,125	0,119	0,116	0,119	0,133	0,117	0,116	0,118	0,119
0,115	0,115	0,124	0,120	0,117	0,113	0,121	0,128	0,117	0,124

Diesen Beobachtungen zufolge ist die Projection der Entfernung des Doppelsterns auf die ihn mit dem Sterne a verbindende Linie:

$$0^r,11945; \quad \text{m. F.} = \pm 0^r,000434$$

und die Entfernung selbst, in Secunden ausgedrückt;

$$1837,70 \ldots 6''442; \quad \text{m. F.} = \pm 0''0234.$$

Die beiden letzten dieser Resultate, welche mir entscheidend zu seyn scheinen, vereinigen sich mit dem zweiten, um die Annahme eines beständigen Fehlers des ersten so unwahrscheinlich erscheinen zu lassen, als etwas durch Beobachtungen gemacht werden kann. Ich glaube wirklich, dafs die Richtigkeit der Beobachtungsart, welche diesem zum Grunde liegt, keine strengere Prüfung als die gegenwärtige, erfahren konnte, und zweifle also nicht länger, dafs der, wenn auch mit Recht befürchtete, Einflufs der beiden äufseren Zwischenräume auf die Beurtheilung des mittleren Zwischenraumes, nicht wirklich vorhanden ist.

5.

Reducirt man alle im Jahr 1837 gemessenen Entfernungen auf 1837,69, indem man die jährliche Aenderung $= + 0''12$ annimmt, und trennt man die bis zum 6ten August, nach der gewöhnlichen Beobachtungsart gemachten, von den späteren, bei welchen die im 2ten § angezeigte Aenderung derselben stattfand, so erhält man folgende Zusammenstellung:

1ste Beobachtungsart	6″459	m. F. $= \pm 0''0250$	140 einfache Entfernungen.
〃 〃	6,470	$\pm 0,0220$	180 〃 〃
2te 〃	6,489	$\pm 0,0129$	300 〃 〃
3te 〃	6,441	$\pm 0,0234$	100 〃 〃

Für den Doppelstern p Ophiuchi wird hierdurch eine Bestimmung der Entfernung gewonnen, deren Genauigkeit, bei den gegenwärtig vorhandenen Beobachtungsmitteln, schwer wird übertroffen werden können, nämlich:

$$1837,69 \ldots 6''474; \quad \text{m. F.} = \pm 0''00935;$$

der Ursache des Unterschiedes zwischen den Dorpater und Königsberger Messungen der Entfernungen der Doppelsterne aber, kommt man durch diese Untersuchung nur in sofern näher, als daraus hervorgeht, wo sie nicht zu suchen ist.

Ich glaube jetzt, zu der Aufklärung dieses Gegenstandes beigetragen zu haben, was ich von meiner Seite dazu beitragen

konnte. *Struve* hat gleichfalls einen Beitrag dazu geliefert, indem er gezeigt hat, dafs sein Fadenmikrometer an sich selbst richtig mifst. Was noch zu wünschen ist, scheint mir die Untersuchung zu seyn, ob die mit dem richtig messenden Fadenmikrometer erlangte Messung der Entfernung zweier festen Punkte, und die Messung der Entfernung zweier Sterne, aus einander so gleichen Verfahrungsarten hervorgehen, dafs das, was in dem ersteren Falle stattfindet, auch in dem anderen als gültig angenommen werden mufs. Ein Unterschied zwischen den, in beiden Fällen anzuwendenden Verfahrungsarten, ist aber, wenn das Fernrohr, durch sein Uhrwerk, den Sternen nicht vollkommen, sondern nur näherungsweise folgend gemacht werden kann, offenbar vorhanden; dann wird es nämlich nothwendig, die Bisection beider Sterne durch die Fäden zugleich zu beurtheilen, statt dafs die Bisection jedes der festen Punkte, ohne Rücksicht auf den anderen, beurtheilt wird. Während man, in dem letzten Falle, das Auge immer nur auf einen Punkt, nämlich auf einen der zu messenden und den ihn bisecirenden Faden, zu richten braucht, mufs es, in dem ersten, in zwei Richtungen zugleich sehen und ein Urtheil über das Gesehene vermitteln. Dafs es wirklich nothwendig ist, die Bisectionen der beiden Sterne eines Doppelsterns zugleich im Auge zu haben, geht aus verschiedenen Stellen der Einleitung des grofsen *Struve*schen Werkes hervor; ganz unzweideutig aus der Angabe (P. LIX), dafs sie desto sicherer beobachtet werden kann, je kleiner die Entfernung der Sterne ist; so dafs 24 bis 32″ voneinander entfernte Sterne, auch nicht mehr mit den stärker vergröfsernden Ocularen gemessen werden können, indem die Richtung des Auges nach weit voneinander entfernten Punkten des Sehefeldes, der Genauigkeit der Messung zu sehr schaden würde. Die gröfsere oder geringere Entfernung fester Punkte hat dagegen, wenn sie nur den Raum des deutlichen Sehens im Felde des Fernrohrs nicht überschreitet, keinen Einflufs auf die Genauigkeit ihrer Messung, was sowohl zu erwarten ist, als auch durch *Struve's* unmittelbare Versuche bestätigt wird. Was also, meiner Meinung nach, vorzüglichen Anspruch auf Untersuchung hat, ist die Frage, ob der zwischen den Messungsarten der Entfernungen der festen Punkte und der Doppelsterne wirklich vorhandene Unterschied, nur gröfsere zufällige Fehler, oder auch beständig wirkende, erzeugt. Die Möglichkeit, dafs das Auge entweder eines Beobachters, oder aller Beobachter, zwei gleichzeitig, und ebendeshalb aufser der Richtung seiner Axe wahrzunehmende Bisectionen an verschiedenen Punkten des Sehefeldes, als vorhanden annimmt, wenn die Fäden wirklich nicht central, sondern entweder innerhalb oder aufserhalb der Mittelpunkte sind, ist wenigstens denkbar, vorausgesetzt dafs nur von einem so kleinen Unterschiede die Rede ist, wie der, um welchen es sich hier handelt. Ob aber dieser Unterschied wirklich vorhanden ist, kann nur durch Versuche mit dem Apparate selbst, dessen unmittelbare Angaben von der Voraussetzung seines Nichtvorhandenseyns befreit werden sollen, entschieden werden. Wenn *Struve* die hier angedeutete Möglichkeit der Ausgleichung eines vorhandenen Widerspruches, der Verfolgung werth hält, so werden wir von seiner Seite noch einen Beitrag zu den Verhandlungen über diesen Gegenstand erwarten dürfen. Ich lasse in dieser Beziehung nicht unerwähnt, dafs das Verschwinden des Unterschiedes in gröfseren Entfernungen, von 20″ und darüber, gegen die Wahrscheinlichkeit der hier angedeuteten möglichen Erklärung zu seyn scheint. Um auch diese Uebereinstimmung in dem einen Falle mit dem Unterschiede in dem anderen zu vereinigen, müfste man annehmen, dafs entweder die erstere nur scheinbar, bei einer verhältnifsmäfsig kleinen Anzahl von Sternen stattfindet und durch die in beiden Beobachtungsarten bei gröfseren Entfernungen gröfser werdenden zufälligen Fehler, hervorgebracht ist; oder dafs das Fadenmikrometer gröfsere Entfernungen durch ein anderes Verfahren ergiebt, als kleinere. Wenn die Entfernung die Grenze überschreitet, bis zu welcher man beide Sterne noch zugleich sehen kann, mufs die hierauf gegründete Beobachtungsart verlassen und dagegen eine andere gewählt werden, welche darin besteht, dafs man zuerst den einen Stern an einen der Fäden bringt, dann den anderen an den andern Faden und nun darauf rechnet, dafs die Bewegung des Fernrohrs auch den ersteren auf dem Faden erhalten habe; findet sich dieses, bei der Wiederholung des Blickes nach diesem, nicht bestätigt, so ist die Beobachtung nicht gelungen und man versucht eine neue; findet es sich bestätigt, so wird die erlangte Messung wenigstens nicht durch einen Fehler entstellt, welchen man für beständig in gleichem Sinne wiederkehrend ansehen könnte.

6.

Bei Gelegenheit der allgemeinen Beschreibung des Heliometers (Astr. Nachr. Nr. 189 S. 410) habe ich schon bemerkt, dafs die beiden Bilder eines Sterns, welche man durch eine kleine Entfernung der beiden Objectivhälften nebeneinander erhält, nicht mehr vollkommen rund, sondern durch zerstreutes Licht, welches sich in der auf den Durchschnitt derselben senkrechten Richtung zeigt, etwas entstellt erscheinen; dieses ist vorzüglich bei ruhiger Luft und mit starken Vergröfserungen bemerkbar und entsteht aus der unvollkommenen Compensation der optischen Aberration in der Hälfte eines Objectivs, und der Inflexion des Lichtes an den Rändern des Durchschnittes. In wiefern diese Unvollkommenheit der Bilder Einflufs auf die Beobachtungen der Doppelsterne erhält, werde ich jetzt näher untersuchen.

Aus dieser Ursache stellt ein, aus zwei Sternen von verschiedener Helligkeit zusammengesetzter Doppelstern, wenn d

Durchschnitt der beiden Objectivhälften sich in der Ebene der beiden Sterne befindet, und ihre optischen Mittelpunkte noch einmal so weit von einander entfernt sind als die Sterne, sich etwa so dar, wie Fig. 1, der Deutlichkeit wegen stark vergrößert, zeigt; nämlich es ist mehr zerstreutes Licht nach der Seite der Objectivhälfte, als nach der entgegengesetzten vorhanden; und mehr bei dem helleren Sterne, als bei dem weniger hellen. Wenn dieses zerstreuete Licht auch nur bei ruhiger Luft deutlich unterschieden werden kann, so ist doch auch an seinem Vorhandenseyn nicht zu zweifeln, wenn es, bei zitternder Bewegung der Luft, sich mit der Unbestimmtheit der Begrenzung der Bilder vermischt. Sein Einflufs mufs darin bestehen, dafs die Mittelpunkte der links gezeichneten Bilder beider Sterne über der Linie mn, auf welcher sie wirklich liegen, angenommen werden, während das Entgegengesetzte bei den rechts gezeichneten Bildern stattfindet; die Ausweichungen aus dieser Linie sind bei dem helleren Sterne gröfser als bei dem weniger hellen. Man glaubt also die vier Bilder nicht in der Linie mn, sondern aufser derselben zu sehen, etwa wie Fig. 2 darstellt.

Durch die Bewegungen des Heliometers, sowohl der Objectivhälften, als auch des ganzen um seine Axe, kann man das Bild der beiden Sterne, welches die eine Objectivhälfte macht, beziehungsweise auf das durch die andere gemachte, verschieben, ohne dafs jedoch dadurch der Winkel, in welchem die Richtungen $\beta\alpha$ und $\delta\gamma$ sich durchschneiden, erheblich geändert würde. Man kann also nicht hervorbringen, dafs alle vier Sterne in gerader Linie erscheinen, aufser in dem Falle der gleichen Helligkeit derselben, in welchem Falle $a\alpha = b\beta = c\gamma = d\delta$ seyn würde. Sehr oft ist diese Ausweichung der vier Sterne aus einer geraden Linie nicht zu bemerken; oft, und zwar gerade unter den Umständen, welche einer Beobachtung am günstigsten sind, ist sie mir aber aufgefallen und würde eine Verlegenheit erzeugt haben, wenn nicht vorher eine bestimmte Erscheinung, als die zu beobachtende, ausgewählt werden wäre.

Um die Beobachtungsart der Doppelsterne durch ein Heliometer vollständig zu verstehen, mufs man die Ortsveränderungen der vier Sterne aufsuchen, welche durch Verschiebung der einen Objectivhälfte und durch Drehung des ganzen Heliometers um seine Axe hervorgebracht werden. Die durch die erstere erlangte Entfernung der optischen Mittelpunkte der beiden Objectivhälften werde ich durch e, den Winkel, um welchen die Drehung ihre Durchschnittslinie von der durch beide Sterne des Doppelsterns gehenden Ebene entfernt hat, durch u bezeichnen, die Entfernung der beiden Sterne durch d, die Entfernungen $a\alpha = -c\gamma$ durch k, $b\beta = -d\delta$ durch $k+i$. Die dritte Figur ist, um ihre Deutlichkeit zu vermehren, unter der Annahme sehr grofser Werthe von k und i gezeichnet.

Drehet man die Durchschnittslinie der Objectivhälften, während man den optischen Mittelpunkten derselben die Entfernung $ac = e$ gegeben hat, um den optischen Mittelpunkt der einen a, so würde hieraus keine Ortsveränderung des Bildes $\alpha\beta$ entstehen, wenn das Heliometer die Sterne nicht entstellte, also ihre Mittelpunkte in a und b gesehen würden; unter derselben Voraussetzung würde c nach c' gelangen ($ac = ac'$), und d nach d', wo $c'd'$ gleich und parallel cd ist. Da aber die Objectivhälften die Mittelpunkte der vier Sterne, senkrecht auf die Durchschnittslinie, um $a\alpha = k$, $b\beta = k+i$, $c\gamma = -k$, $d\delta = -k-i$ verrücken, ohne parallel mit ihr eine Aenderung hervorzubringen, so erhält man die Oerter, wo die Bilder wirklich gesehen werden, indem man die Linien $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, $d\delta$, senkrecht auf die neue Durchschnittslinie, an die Punkte a, b, c', d' ansetzt. Hierdurch findet man die Punkte α', β', γ', δ', wo die vier Sterne erscheinen. Die Coordinaten dieser Punkte, bezogen auf die neue Durchschnittslinie, welche mit der vorigen den Winkel $oan = u$ macht, sind:

$$\begin{aligned} x &= 0 & y &= k \\ x' &= d\cos u & y' &= -d\sin u + k + i \\ x'' &= e & y'' &= -k \\ x''' &= d\cos u + e & y''' &= -d\sin u - k - i \end{aligned}$$

Nachdem hierdurch die Punkte bestimmt sind, an welchen man die vier Sterne sieht, kann man jede gewählte Beobachtungsart leicht verfolgen. Die, welche ich angewandt habe, besteht darin, dafs ich die vier Bilder so gelegt habe, dafs 1) das 2te und 4te, von der durch das 1ste und 3te gelegten geraden Linie, nach entgegengesetzten Seiten, gleichweit entfernt erschienen und 2) der Zwischenraum zwischen dem 2ten und 3ten so grofs wurde, wie das Mittel der Zwischenräume zwischen dem 1sten und 2ten und zwischen dem 3ten und 4ten. Ich habe schon bemerkt, dafs sich gewöhnlich keine Ausweichung der vier Bilder aus der geraden Linie zeigt; glaubte ich sie aber zu sehen, so war es die zuerst ausgesprochene Regel, welcher gemäfs ich den Positionswinkel zu beobachten suchte; es versteht sich, dafs in den Fällen, in welchen eine Ausweichung aus der geraden Linie sichtbar wurde, die zweite, sich auf die Beobachtung der Entfernung beziehende Regel, nicht auf die Bilder selbst, sondern auf ihre Projectionen auf die angegebene Linie, angewandt wird.

Legt man eine gerade Linie durch α' und γ', d. h. durch die beiden Bilder des kleineren Sterns, so sind die auf sie projicirten Entfernungen: ($r = \sqrt{(ee + 4kk)}$)

$$\alpha'\beta' = \frac{d}{r}(e\cos u + 2k\sin u) - \frac{2ki}{r}$$

$$\beta'\gamma' = \frac{ee}{r} - \frac{d}{r}(e\cos u + 2k\sin u) + \frac{2k(2k+i)}{r}$$

$$\gamma'\delta' = \frac{d}{r}(e\cos u + 2k\sin u) + \frac{2ki}{r}$$

und die Entfernungen des 2ten und 4ten Bildes von ihr

$$\frac{d}{r}(-e\sin u + 2k\cos u) + \frac{si}{r}$$

und .... $\frac{d}{r}(-e\sin u + 2k\cos u) - \frac{si}{r}$.

Die befolgte Beobachtungsart fordert also: 1) dafs die beiden letzten Ausdrücke von gleicher Gröfse, aber entgegengesetzten Zeichen seyen, und 2) dafs $\frac{1}{2}[\alpha'\beta' + \gamma'\delta'] = \beta'\gamma'$ sey. Durch diese Bedingungen erhält man die Gleichungen:

$$0 = e\sin u - 2k\cos u$$
$$0 = se - 2d(e\cos u + 2k\sin u) + 2k(2k+i)$$

welche

$$\tang u = \frac{2k}{e}$$

$$2d = \frac{s}{\cos u} + \frac{2ki}{e}\cos u = \frac{e}{\cos u} + i\sin u$$

ergeben. Die Beobachtung, welche ich hier verfolgt habe, ist die erste Hälfte einer vollständigen; die andere Hälfte derselben wird auf genau gleiche Art erlangt; nachdem der optische Mittelpunkt der einen Objectivhälfte vor dem der anderen vorüber bewegt worden ist. Für diese zweite Hälfte verwandeln sich k und i in $-k$ und $-i$, also auch u in $-u$; der Ausdruck von d bleibt ungeändert. Indem man das Mittel der beiden abgelesenen Positionswinkel annimmt, erhält man also die Richtung des Doppelsterns richtig; allein die Division der abgelesenen Entfernung, durch den Cosinus des halben Unterschiedes der beiden Ablesungen des Positionswinkels, giebt immer eine zu kleine Entfernung, falls nicht entweder k oder i verschwinden, welches der Fall ist, wenn einer der Sterne sehr klein ist, oder beide von gleicher Helligkeit sind. Die noch hinzuzufügende Verbesserung kann man nicht berechnen, da man i nicht kennt; auf die Erfindung seiner Gröfse für Sternenpaare von allen Helligkeitsverschiedenheiten auszugehen, halte ich zwar nicht für unmöglich, aber für unausführbar. Jedenfalls ist die Gröfse, um welche die befolgte Beobachtungsart die Entfernungen zu klein ergiebt, unter der Grenze, bis zu welcher man die Genauigkeit der Messung zu treiben hoffen kann.

Ich hätte noch eine andere Beobachtungsart wählen, nämlich den Positionswinkel so beobachten können, dafs der 2te Stern auf die gerade Linie zwischen dem 1sten und 3ten, und die Entfernung so, dafs er in die Mitte dieser Linie gelegt worden wäre. Diese Beobachtungsart beruhet auf den beider Gleichungen:

$$x' - x = x'' - x'$$
$$y' - y = y'' - y'$$

oder, wenn man die obigen Ausdrücke dieser Gröfsen setzt auf

$$d\cos u = s - d\cos u$$
$$-d\sin u + i = d\sin u - 2k - i$$

Diese Gleichungen ergeben:

$$\tang u = \frac{2(k+i)}{e}$$

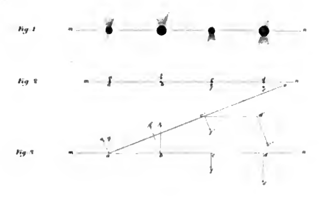
$$2d = \frac{s}{\cos u}$$

woraus hervorgeht, dafs der Unterschied des in beiden Hälfte einer vollständigen Beobachtung gesehenen Positionswinkels zwa gröfser ist, als bei der vorigen Beobachtungsart, jedoch a das Mittel aus beiden keinen Einflufs behält, und dafs d Entfernung, durch die Division mit dem Cosinus des halbe Unterschiedes, vollständig gefunden wird.

Den Grund, welcher mich veranlafst hat, der ersten B obachtungsart, insofern es sich um die Messung der Entfe nung handelt, den Vorzug zu geben, habe ich im 2ten § a gegeben; auch in Beziehung auf den Positionswinkel glau ich sie, der gröfseren Länge der Linie wegen, deren Ric tung das Auge auffafst, vorziehen zu müssen. In dieser B ziehung fürchte ich aber, mich geirrt und den beobachtet Positionswinkel dadurch geschadet zu haben. Wenigstens i mir die zweite Beobachtungsart der Positionswinkel, welc ich, dem 2ten § zufolge, bei meinen letzten Beobachtunge von p Ophiuchi befolgt habe, so viel leichter geworden, a die erste, dafs ich sie auch für sicherer zu halten genei bin. Auch scheint dieses durch die Uebereinstimmung d dadurch erhaltenen, im 1sten § angeführten Resultate, bestäti zu werden. Dafs das Mittel aus diesen letzten Beobachtunge dem aus den frühern des Jahres 1837 gezogenen, etwa 4 gröfseren, vorzuziehen ist, bezweifele ich nicht; wenn au der Beobachtungsart kein Vorzug eingeräumt werden soll, besitzen die späteren Beobachtungen ihn doch sicher in d weit günstigeren Beschaffenheit der Luft, welche, wie i schon oben angeführt habe, nach der Mitte des Augusts e trat Für Sternenpaare von gleicher Helligkeit sind beide I obachtungsarten nicht voneinander unterschieden.

Bessel.

Altona 1837. December 28. (Hiebei eine Kupfertafel.)



Zu N° 343 der Astron. Nachr.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 344.

Eine Bemerkung über die Aufstellungsart beweglicher Instrumente.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Unter den Instrumenten der hiesigen Sternwarte befindet sich ein, von Herrn *Repsold*, dem Sohne, verfertigtes Passageninstrument von 20 Zoll Brennweite, welches ich für ein vortreffliches Instrument halte. Dieses Urtheil beruhet nicht nur auf dem schönsten Ebenmaafse, der meisterhaften Ausführung und der sorgfältigen Verbindung aller einzelnen Theile des Instruments, sondern auch auf Resultaten, welche ich dadurch in Fällen erhalten habe, in welchen die Erlangung einer beträchtlichen Sicherheit die Aufgabe war. Den ersten dieser Gründe würde ich nur durch genaue Zeichnung und Beschreibung des Instruments anschaulich machen können; über den anderen aber kann ich das Urtheil feststellen, indem ich die Zenithdistanzen von 8 Sternen anführe, welche ich an den beiden äufsersten Punkten der hier ausgeführten Gradmessung, mit diesem Instrumente, durch seine, auf den Meridian senkrechte Aufstellung erhalten habe. Ich führe sie, auf 1833 reducirt, hier an:

	Trunz.	Memel.	Polhöhenunterschied.	Abw. vom Mittel.
β Draconis	1° 47′ 30″861	3° 18′ 0″484	1° 30′ 29″623	+ 0″643
γ ——	2 42 30,270	4 12 58,909	28,639	— 0,341
XVIII. 170	2 10 41,985	3 41 11,128	29,143	+ 0,163
κ Cygni . . .	1 9 24,727	2 39 53,601	28,874	— 0,106
ι ——	2 14 13,625	3 44 41,932	28,307	— 0,673
ξ ——	2 50 35,174	4 21 4,354	29,180	+ 0,200
θ ——	4 22 56,546	5 53 25,428	28,882	— 0,098
ψ ——	2 13 18,144	3 43 47,337	29,193	+ 0,213
	Mittel	. . . .	1 30 28,980	

Die Beobachtungen, worauf diese Bestimmungen beruhen, sind in Trunz in den heiteren Nächten, welche zwischen den 24sten Juli und 11ten Aug. 1832 fielen, in Memel zwischen dem 15ten und [illegible]ten Juli 1834, gemacht worden; das Buch über die Gradmessung, welches jetzt unter der Presse ist, wird die Beobachtungen selbst enthalten.

Indessen mufste man, bei der Anwendung des Instruments, auf die Bequemlichkeit Verzicht leisten, seinen Collimationsfehler, durch Umlegung unmittelbar zu bestimmen, oder zu berichtigen. Denn die Umlegung liefs sich, auch mit der gröfsten Vorsicht, nicht bewerkstelligen, ohne dafs man Gefahr lief, das Azimuth der Axe dadurch zu verändern. Versuche dieser Art, bei welchen das Instrument auf ein festes Zeichen gerichtet, dann umgelegt und wieder umgelegt wurde, zeigten gewöhnlich, dafs es nicht genau, sondern nur mehr oder weniger näherungsweise, zu dem Zeichen zurückkam. Aber beliebige Drehungen des Fernrohrs um seine Axe änderten ihre Lage nicht, wie das Zeichen und die Wasserwage eben so oft zeigten, als man den Versuch wiederholte. Durch diese Bemerkungen war die Anwendungsart des Instruments bestimmt: man mufste die Beobachtungen so anordnen, dafs die Voraussetzung, die Axe habe vor und nach einer Umlegung eine gleiche Lage, nicht in ihr Resultat überging. Die Befreiung von dieser Voraussetzung wurde, bei den angeführten Anwendungen, durch errichtete, bei Nacht erleuchtete Zeichen erlangt, auf welche man den mittleren Faden, nach jeder Umlegung neu einstellte, unbekümmert darum, ob die Ursache einer wahrgenommenen Abweichung von dem Zeichen ein Collimationsfehler, oder eine Veränderung des Azimuths der Axe, während der Umlegung, sey. Die Absehenslinie des Fernrohrs schnitt also, im Horizonte, stets denselben Punkt und die Nivellirung der Axe brachte hervor, dafs sie sich, bei der Drehung um dieselbe, in einem Kreise der Himmelskugel bewegte, welcher sich, falls ein Collimationsfehler vorhanden war, in beiden Lagen der Axe gleich weit, aber nach entgegengesetzten Seiten, von dem Verticalkreise des Zeichens entfernte. Dafs das Mittel aus zwei Beobachtungen eines Sterns, in entgegengesetzten Lagen der Axe gemacht, eben so frei von dem Einflusse eines Collimationsfehlers wurde, als wenn sie mit dem von demselben befreieten Instrumente gemacht worden wären, auch dafs durch ihre Vergleichung der Collimationsfehler bestimmt wurde, leuchtet ein. Der Einflufs der Veränderlichkeit des Azimuths, während der Umlegung, war also vollkommen, und ohne Nachtheil für die Resultate, vermieden. So lange man den Grund der Veränderlichkeit nicht auffinden und wegschaffen konnte, mufste man ihren Einflufs vermeiden; wenn man dieses nicht vernachlässigte, gab sie gar keinen Grund, die durch das Instrument erlangten Resultate für weniger zuverlässig zu halten, als sie ohne die Veränderlichkeit gewesen seyn würden.

Da diese Vermeidung keine Schwierigkeit hat, auch ihre Nothwendigkeit nicht erst durch nachtheilige Erfahrungen erkannt werden durfte, sondern schon bekannt war, so hielt ich das Instrument für geeignet, auch den Zeitbestimmungen zum Grunde gelegt zu werden, welche meine im Jahre 1835 in Berlin zu machenden Pendelversuche erforderten. Herr Prof. *Encke*, der sich nicht nur zu diesen Zeitbestimmungen bereit erklärte,

sondern sie auch mit einem Fleifse ausführte, von welchem meine Abhandlung über die Pendellänge von Berlin und das Astron. Jahrbuch für 1839 den Beweis liefern, nahm, da die eben fertig werdende neue Sternwarte noch keine feste Instrumente besafs, das Anerbieten meines Instruments an und benutzte es auch während eines Monats, worauf er es, da er mit seinen Leistungen wenig zufrieden war, gegen ein kleineres, aber das Azimuth, während der Umlegung, nicht merklich veränderndes Instrument von *Ertel* vertauschte. Uebrigens war die Veränderlichkeit des Azimuths der Axe des Repsoldschen Instruments während der Umlegung, bei seiner Aufstellung, auf der Berliner Sternwarte eben sowohl vorhanden, als sie in Trunz und Memel vorhanden gewesen war.

Als ich das Instrument hieher zurück erhielt, sollte es zu einer Reihe von Beobachtungen derselben Sterne benutzt werden, welche ich in Trunz und Memel beobachtet hatte. Um den Grund der Unbequemlichkeit aufzufinden, welche sein Gebrauch, durch die oft erwähnte Veränderlichkeit besafs, zerlegte ich es in seine einzelnen Theile und untersuchte jeden derselben möglichst aufmerksam, fand aber keinen, der mir einen Zweifel gegen die Festigkeit des Instruments selbst hätte beibringen können. Ich setzte es daher mit der Ueberzeugung wieder zusammen, dafs der gesuchte Grund aufser dem Instrumente liegen müsse. Indem ich nun aufser dem Instrumente suchte, fand ich das Mittel gegen das Uebel. Die Mittheilung derselben ist eine der Veranlassungen dieses Aufsatzes. Ich halte sie für nicht überflüssig, da wenigstens ich lange vergebens gesucht habe.

Dieses Mittel besteht darin, dafs ich die drei Fufsplatten, auf welchen das Instrument steht, lose auf den Pfeiler legte, während ich sie vorher darauf festgekittet hatte. Sobald dieses geschehen war, war die Veränderlichkeit während der Umlegung verschwunden, und man konnte jetzt auch diejenigen Anwendungen des Instruments machen, welche auf der Voraussetzung der Unveränderlichkeit während der Umlegung, beruhen. Die Beobachtungen, welche diese neue Untersuchung des Instrumentes veranlafsten und die Auffindung des Fehlers herbeiführten, konnten nicht besser gerathen, als die früheren gerathen waren; denn bei allen war der Fehler gleich vollständig vermieden. Sie wurden von Herrn Major *Baeyer* gemacht und es ergaben sich daraus die Zenithdistanzen, auf 1833 und auf den Meridiankreis der Sternwarte reducirt, folgendermafsen:

	Z. D.	Polhöhenunterschied. Trunz.	Polhöhenunterschied. Memel.
β Draconis..	2° 17′ 9″922	− 0° 29′ 39″061	+ 1° 0′ 50″562
γ ——— .	3 12 9,191	38,921	49,718
XVIII. 170	2 40 21,519	39,534	49,609
κ Cygni....	1 39 3,614	38,887	49,987
7 ——....	2 43 52,119	38,494	49,813
i —— ...	3 20 14,279	39,105	50,075
θ ——....	4 52 35,598	39,052	49,830
ψ ——....	2 42 57,365	39,221	49,972
Mittel	....	− 0 29 39,034	+ 1 0 49,946

Um die Art, wie das Festkitten der Fufsplatten des Instruments eine Veränderlichkeit erzeugen konnte, zu erläutern, mufs ich etwas von seiner Einrichtung sagen. Es steht auf 3 Fufsschrauben von Messing, deren, in einer Neigung von 45° gegen ihre Axe abgedrehete kegelförmige Spitzen, in ähnlich geformte Löcher der Unterlegeplatten passen. Diese sind gleichfalls von Messing und ruhen nicht, wie bei den Münchner Instrumenten und vielen anderen auf drei Spitzen, sondern auf ihrer ebenen Grundfläche selbst. Die Absicht der Anbringung der 3 Spitzen scheint die Eindrückung derselben in das Holz, worauf man die Theodoliten oft aufstellt, zu seyn; ihre Weglassung wird dadurch gerechtfertigt, dafs ein Passageninstrument auf einer Grundfläche von Stein stehen soll. Indem ich die untere Fläche der Unterlegeplatten mit Kitt bestrich und sie so auf den Stein aufdrückte, beabsichtigte ich, sie gegen horizontale Verschiebungen zu schützen. Man bemerkt leicht, dafs diese Befestigung so geschehen mufs, dafs die Axen der Fufsschrauben mit den Axen der kegelförmigen Löcher zusammenfallen; denn wenn dieses nicht der Fall ist, so stehen die Schrauben nicht sowohl in den Löchern, als sie die, im 45sten Grade gegen den Horizont geneigte Fläche derselben nur in einem Punkte berühren. Ich glaubte für diese Centrirung hinreichend zu sorgen, indem ich das Instrument aufstellte, während der Kitt noch weich war und nun seine Verhärtung abwartete. Allein dieses Mittel ist entweder nicht hinreichend gewesen, oder die Veränderungen der Wärme haben seinen Erfolg später vernichtet, oder die Drehung der Fufsschrauben nach der Verhärtung des Kittes, hat eine Excentricität erzeugt; die Ursache mag eine von diesen, oder eine andere seyn, die Wirkung des Festkittens der Fufsplatten war aber dieselbe, die erwartet werden konnte, wenn die Füfse des Instruments nicht in den kegelförmigen Löchern standen, sondern an ihre Seitenflächen nur angelehnt waren. Das Abheben und Wiederauflegen des Fernrohrs, so wie auch die kleinen Erschütterungen, womit dieses wohl immer verbunden ist, konnten hinreichen, die unsicher stehenden Füfse in Bewegung zu bringen. Vielleicht ist diese Bewegung weniger zu fürchten, wenn die Füfse weniger stumpfe Kegel sind und wenn sie Spitzen von Stahl haben, welcher sich ohne Zweifel in das Messing der Unterlegeplatten eindrückt. Liegen dagegen die Unterlegeplatten lose auf der Ebene des Steins, so ist nicht zu bezweifeln, dafs sie ihren Ort, den Aenderungen der Entfernung der Füfse gemäfs, jedesmal verändern und nie eine Excentricität erhalten werden; das Gewicht des darauf stehenden Instruments ist aber hinreichend, sie vor denjenigen zufälligen Verschiebungen zu schützen, welche die Behandlung des Instruments während der Beobachtungen zu fürchten Veranlassung geben könnte.

Herr Professor *Encke* erklärt sich, in dem Astronomischen Jahrbuche 1839 S. 268—269 über diesen Gegenstand, auf ein

st, welche auf den höchst ausgezeichneten Künstler, der das Instrument verfertigt hat, einen Schatten wirft. Mein gegenwärtiger Aufsatz wird ihn davon befreien, indem er zeigt, dafs nicht „mangelhafte Festigkeit des Instruments an sich" sondern eine äufsere Ursache, die Veränderlichkeit der Aufstellung erzeugte.

Mir selbst wird bei dieser Gelegenheit eine weit härter klingende Beschuldigung aufgebürdet: ich soll eine Erklärung der an dem Apparate bemerkten Veränderlichkeit gegeben haben, welche nichts Geringeres als „einen innern Widerspruch" enthalte. Ob die Erklärung, welche man in diesem Aufsatze kennen gelernt hat, und welche ich Herrn Professor *Encke* schon früher mitgetheilt hatte, wahrscheinlich oder unwahrscheinlich ist, darüber steht Jedem, dem sie vorgelegt wird, das eigene Urtheil zu; aber als unvernünftig darf man sie nicht bezeichnen, ohne ihren inneren Widerspruch nachzuweisen. Herr Professor *Encke* hat dieses, auch sogar die Mittheilung der von ihm so bezeichneten Erklärung unterlassen, so dafs der Leser seiner Aeufserung darüber nicht im Stande ist zu beurtheilen, ob diese die Erklärung selbst trifft oder die Art, wie er sie verstanden hat. Da sie gegenwärtig vorliegt, so mag Jeder, nach seiner eigenen Ansicht, errathen, wodurch der Angriff, den ich jetzt zurückweise, hervorgerufen sein kann; ob durch den Glauben: die Aufhebung der Befestigung eines Theiles könne nicht zur Befestigung des Ganzen gereichen, oder durch irgend etwas von ähnlicher Art. In der Hoffnung, Herr Professor *Encke* werde ähnliche Angriffe, in der Folge, als unangemessen erkennen, vermeide ich jede weitere Beleuchtung des gegenwärtigen.

Bessel.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve.*

Im Jahre 1835 erhielt ich aus der mechanischen Werkstäte der Herren Gebrüder *Repsold* in Hamburg ein tragbares Durchgangsinstrument eigenthümlicher Bauart, welches für die astronomischen Beobachtungen der russischen Gradmessung bestimmt ist. Die Idee dieses Instruments war von mir den Künstlern mitgetheilt und wurde darauf von Herrn *Adolf Repsold* durchgearbeitet. Nach dem von ihm entworfenen und die zu gegenseitiger Uebereinkunft besprochenen Plane wurde das Instrument zur Ausführung gebracht.

Der Zweck des Instruments war ein gedoppelter. Es sollte erstlich Durchgangsinstrument sein und namentlich zur Beobachtung der Zenithdistanzen nahe beim Scheitel durchgehender Sterne durch Aufstellung im ersten Vertical dienen. Für diesen Zweck mufs das Instrument so gebaut seyn, dafs die Wasserwage in jeder Richtung des Fernrohres auf der Achse stehen bleibt, um in jedem Augenblick die wirkliche Neigung der Achse erkennen zu lassen. Das Fernrohr wurde über an das eine Ende der horizontalen Achse versetzt und durch ein ans andere Ende angebrachtes Gegengewicht aufgehoben. Bei dieser Einrichtung liefs sich die Micrometerbewegung um die horizontale Achse in die Mitte derselben bringen, und jede Torsion der Achse, so wie jede Durchbiegung ist vermieden, wenn die Achse frei auf den Lagern liegt und nicht durch einen aufsitzenden Albidadenkreis mit den Lagern in Verbindung steht. Das Instrument sollte zweitens zur Beobachtung aller Zenithdistanzen von 0 bis 90° eingerichtet seyn, um vorzugsweise in der Nähe der Meridianebene angewandt zu werden, und mufste daher mit einem der Gesichtslinie parallelen eingetheilten Vertikalkreise und der Vorrichtung zur Ablesung der Theilung versehen seyn. Bei beiden Zwecken war Bewegung und Ablesung im Azimute zur Einrichtung erforderlich.

In dem auf 3 Schrauben ruhenden eingetheilten Horizontalkreise dreht sich eine ringsum aufliegende Scheibe durch eine Schraube ohne Ende, welche aber auch ausgelöst werden kann, um eine raschere Drehung zu gestatten. Diese Scheibe führt die beiden Nonien der Azimutaltheilung, die 5" angeben, und trägt die beiden Stützen, auf welchen die Lager des Obertheils angebracht sind. Dieser Obertheil besteht nun aus der Horizontalachse mit dem Fernrohr an dem einen und dem Gegengewichte an dem andern Ende, beide aufserhalb der Stützen, und aus zwei Vertikalkreisen von gleicher Masse, welche innerhalb der Stützen symmetrisch auf der Achse sitzen. Der Druck dieses Obertheils auf den Lagern wird durch Frictionsrollen vermindert, welche von der untern Scheibe aus durch eingeschlossene Spiralfedern angedrückt werden. Von den beiden Lagern hat dasjenige, auf welchem immer das Fernrohrende der Achse ruht, die erforderliche feine vertikale Verstellung und trägt aufserdem zwei Indices, durch welche auf dem nähern Aufsuchekreise die Zenithdistanzen eingestellt werden.

Mit dem andern Lager ist der mikroskopische Ableseapparat für den Kreis, der die Hauptheilung trägt, verbunden. Dieser Apparat besteht aus einem aus Röhren verbundenen quadratischen Rahmen, in dessen Winkelpunkten die Mikroskope angebracht sind. Er hat zwei Verstellungen; eine, um die Mikroskope nahezu concentrisch zu machen, welche einmal angewandt nicht wieder gebraucht wird, und eine zweite, wodurch ihm eine kleine drehende Bewegung gegeben werden kann, um die gleiche Stellung der Mikroskope gegen die Scheitellinie vermittelst der Wasserwagen zu gewinnen. Der Wasserwagen sind zwei an die horizontalen Röhren des Rahmen angebracht, die obere kann auf stählernen Ringen umgestellt werden, die untere ist fest. An beiden sind die nöthigen Verbesserungsschrauben. Es ist zu bemerken, dafs die horizontale Hauptachse des Oberthells durch den Mikroskopenapparat ganz frei durchgeht, indem letzterer auf einem mit der Achse concentrischen festen Cylinder sitzt, der ans Lager angeschraubt ist. Um den Limbus in einer constanten Entfernung von den Mikroskopen zu erhalten, wird die Achse durch eine Feder immer gegen das eine Lager angezogen. Der Kreis, auf den die Mikroskope gerichtet sind, hat zwei Theilungen, die eine äufsere feinere von 4 zu 4 Minuten, welche unter den Mikroskopen gesehen wird, und eine innere stärkere, an welcher durch einen Index, welcher von einer der senkrechten Röhren des Mikroskopenapparats ausgeht, die Ablesung von 4 zu 4 Minuten geschieht. Erstere nenne ich die Hauptheilung, diese die Hülfstheilung. Der Azimutalkreis und die beiden Vertikalkreise haben nahezu 14 Pariser Zoll Durchmesser. Das Fernrohr hat 2 Zoll Oeffnung und 24 Zoll Focallänge. Die Vergröfserung des gebrochenen Okulars ist eine 40fache, etwas zu schwach an einem solchen Fernrohre, das eine 60 oder 80fache vertragen kann. Im Focus befinden sich 9 Verticalfaden, die 8 Intervalle, jedes von 9 Zeitsecunden, bilden. Aufser den beiden nahen Horizontalfaden von 12 Bogensecunden Entfernung im Lichten, zwischen welchen bei Messung der Zenithdistanzen eingestellt wird, ist noch ein dritter in 75 Bogensecunden Abstand vorhanden. In der Mitte zwischen diesem und dem nächsten der beiden andern werden die Durchgänge der Gestirne durch die Verticalfaden im ersten Vertikale beobachtet.

Wenn die Versetzung des Fernrohrs ans Ende der Achse für den Gebrauch im ersten Vertikal den wesentlichen Vortheil gewährt, dafs die Neigungen der Achse sicherer erkannt werden, so kann sie aber auch eine Biegung erzeugen, wodurch der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Umdrehungsachse sich bei verschiedener Neigung gegen den Horizont um ein kleines ändert. Auf die Messung der Zenithdistanzen durch den Vertikalkreis hat diese Biegung keinen Einflufs. Aber auch bei der Anwendung als Durchgangsinstrument wird diese Biegung durch den Gebrauch in entgegengesetzten Lagen gänzlich eliminirt. Die Veränderung der Lage des Instruments geschieh übrigens nicht durch Umlegung der Achse in den Lagern, sondern durch Drehung um 180° im Azimute.

Es ist mir bisher noch nicht die Mufse geworden, di Leistungen des Instruments bei der Aufstellung im ersten Ve tikale aus der Erfahrung zu beurtheilen. Dagegen habe ic kürzlich Untersuchungen an demselben und Beobachtungen a gestellt, um zu erfahren, was es als Vertikalwinkelmesser le stet. Ich glaube, dafs eine Nachricht hierüber den Astronom eine angenehme sein wird, da so viel ich weifs von *Repsol* schen Instrumenten in dieser Hinsicht nur wenig bekannt g worden ist. Dafs die *Repsold*schen Instrumente, was die G nauigkeit der Ausführung in andern Rücksichten betrifft, ein hohen Grad der Vollendung besitzen, ist anerkannt; aber wen Kreistheilungen sind bisher von diesen Künstlern ausgefül worden oder in Anwendung gebracht.

Der mittlere Radius der Hauptheilung des Vertikalkreis ist 6 Zoll 8 Linien = 80 Linien Pariser Maafs. Der Limb ist unmittelbar von 4' zu 4' getheilt, so dafs auf der Periphe 5400 Theilstriche sind, jeder von dem nächsten um 0,093 od nahezu $\frac{1}{11}$ Linie abstehend. Die Striche sind alle von gleich Länge, da wegen der Hülfstheilung keine Unterscheidung n thig ist, und so fein, dafs das unbewaffnete Auge sie kau zu erkennen vermag. Die zur Ablesung dienenden Mikrosko vergröfsern sehr stark, nehmlich linearisch fast 120mal. Die M krometer derselben führen 2 parallele Spinnefäden, die im Lic ten 13 Bogensecunden von einander abstehen. Die Striche d Theilung werden in die Mitte der Parallelfäden gefafst, e Beobachtung, die bei der starken Vergröfserung der höchs Schärfe fähig ist, wenn man die hellen Räume auf beiden S ten des Strichs vergleicht. Ein Umgang der Mikrometerschrau entspricht fast genau einer Bogenminute, und die 60 Theile Scheibe sind daher sehr nahezu Secunden, deren Zehntel w abgelesen werden. Kreisförmige Illuminatoren aus weifsem P piere von 2½ Zoll Durchmesser, auf die Objectivfassung gekle befördern bei Tag und bei Nacht die Erleuchtung hinreiche und bei einiger Uebung geschieht die Ablesung eben so ra als sicher.

Die Sicherheit der Ablesung d. h. der Einstellung des M krometers auf den einzelnen Strich hängt von der Schärfe Strichs, von der Aufmerksamkeit des Beobachters und von Beleuchtung ab. Die Schärfe der Striche ist selbst unter ausgezeichneten Vergröfserung dieser Mikroskope, eine so a serordentliche, dafs sie nichts zu wünschen übrig läfst. Du wiederholte Einstellung auf denselben Strich läfst sich nun Sicherheit der Ablesung ermitteln. Eine sehr sorgfältige U tersuchung, wo an 131 verschiedenen Strichen bei Tage je mal nach einander 2 Einstellungen gemacht wurden, gab gende Abweichungen dieser Einstellungen unter einander:

22mal	den Unterschied	0,0
20	— — ———	0,1
24	— — ———	0,2
22	— — ———	0,3
13	— — ———	0,4
13	— — ———	0,5
8	— — ———	0,6
3	— — ———	0,7
1	— — ———	0,8
3	— — ———	0,9
2	— — ———	1,0

Hieraus ergiebt sich der wahrscheinliche Fehler einer einmaligen Einstellung 0″177. Bei Nacht ist der Ablesefehler etwas größer. Aus 48 Einstellungen fand ich denselben 0″287. Diesen 0″177 und 0″287 entsprechen linearische Größsen von [illegible] und [illegible] Linie. Es folgt für das Mittel aus 4 Mikroskopen der wahrscheinliche Fehler der Ablesung = 0″088 und 0″143, insofern er von der Schärfe des Sehens abhängig ist. Die eigentliche Genauigkeit der Ablesung hängt aber überdies noch von der Zuverlässigkeit ab, mit welcher die Schraube das Intervall von 4 Minuten zu theilen im Stande ist, wovon weiter unten.

Die Betrachtung der Theilungsstriche an verschiedenen Stellen des Limbus läfst bei der Kraft der Mikroskope leicht erkennen, dafs die Breite der Striche nicht ganz gleich ist. Die feinsten Striche sind zwischen 270° und 0° des Limbus; allmählig werden sie etwas stärker, aber sehr unbedeutend, nur erst von 180° bis 270° ist die gröfsere Breite leicht erkennbar. Die feinsten Striche fand ich kaum 4 Secunden breit, oder kaum 0,00155 = $\frac{1}{645}$ Linie, bei 180° war die Breite noch kleiner als 5″, stieg aber nun gegen 270° his auf 6″6 wo [illegible] Linie. Die Schärfe der Striche blieb aber immer dieselbe. Die Zunahme der Breite der Theilstriche kann nur einer allmählichen, zuletzt rascheren Abstumpfung des für die Theilung gebrauchten Messers zugeschrieben werden, und es ist klar, dafs die Theilung mit 270° 0′ angefangen und mit 269° 56′ geendet wurde. Jeder Zweifel hierüber fällt weg, wenn man die ersten und die letzten Striche mit einander vergleicht, indem die Breiten derselben sich ohngefähr wie 3 : 5 verhalten *).

Bei der Untersuchung einer von der Theilmaschine abgetragenen Theilung ist es wichtig zu wissen, mit welchem Striche begonnen ist. Findet nehmlich im Laufe der Theilung eine allmählige Veränderung in der Lage der einzelnen Theile des Apparats statt, namentlich des Einstellungsmikroskops und des Messers oder des Limbus der Theilmaschine gegen den des zu theilenden Kreises, so wird sie sich im Intervalle zwischen dem letzten und dem zuerst gezogenen Striche aussprechen. In diesem Falle wird das Gesetz der Continuität mit dem letzten Striche aufhören, und in dem letzten Intervalle ein Sprung sein. Auf diesen Sprung mufs bei der Untersuchung und Bestimmung der Theilungsfehler gehörige Rücksicht genommen werden. Es seien für unsern Kreis ^{-2}I, ^{-1}I, I^1, I^2 die Intervalle, welche mit den Strichen 269° 48′, 52′, 56′, 270° 0′, 4′ anheben, so ergab die Messung derselben an derselben Stelle der Mikrometerschraube des ersten Mikroskops durch doppelte Einstellung:

^{-2}I	=	238^r1	K	=	240^r15
^{-1}I	=	237,85		=	240,0
I^1	=	237,65		=	239,7
I^2	=	237,05		=	240,25
Mittel I	=	237^r66	Mittel K	=	240^r02

und hiemit $K = I + 2^r36$ mit dem Gewichte $\frac{4.4}{4+4} = 2,0$.

Um mich zu überzeugen, dafs dieser Unterschied nicht ein zufälliger sei, mafs ich nun an 12 um nahezu 30° von einander abstehenden Stellen ein beliebiges Intervall jedesmal wieder aus geduppelten Einstellungen, wie folgt:

		Abweichungen.
bei 270° der Theilung I =	238^r0	+ 0,06
300 — ———	237,75	— 0,19
330 — ———	237,9	— 0,04
0 — ———	238,1	+ 0,16
30 — ———	238,55	+ 0,61
60 — ———	237,7	— 0,24
90 — ———	237,9	— 0,04
120 — ———	237,7	— 0,24
150 — ———	237,8	— 0,14
180 — ———	237,85	— 0,09
210 — ———	238,15	+ 0,21
240 — ———	237,9	— 0,04

Im Mittel aus 12 Beob. $I = 237^r94$
5 Beobb. vorher u. nachher gaben $K = 240^r13$

und hieraus: $K = I + 2^r19$ mit d. Gew. $\frac{12.5}{12+5} = 3,5$.

Ich setzte diese Vergleichungen noch weiter fort, indem ich I

*) Eine interessante Vergleichung gewährt hier der Meridiankreis von *Reichenbach*, den unsere Sternwarte besitzt. Auf allen in der Münchener Anstalt von *Reichenbach* und nachher von *Ertel* getheilten Instrumenten ist der Strich 340° 0′ der erste, der gezogen wird, nach einer Anordnung des Herrn *von Reichenbach*, die sich auf die Gewohnheit bezog, dafs man bei Repetitionskreisen häufig mit der Einstellung des ersten Verniers bei Null begann. Dieses Verfahren ist bis auf die neueste Zeit unabänderlich befolgt worden und spricht sich auch an unserm Meridiankreise deutlich aus, indem unter dem Mikroskope betrachtet die Striche vor 340° entschieden etwas breiter sind, als die nach 340°, und der Unterschied gerade bei den benachbarten Strichen 339° 57′ und 340° 0′ am auffallendsten ist, indem sich die Breite der Striche hier wie 3 : 4 verhält. Uebrigens sind die Striche auf unserm Meridiankreise wenigstens linearisch 3mal so breit, als die auf dem *Repsold*schen Kreise, wie es für die Ablesung mit Vernieren unter verhältnifsmäfsig schwachen Loupen erforderlich ist, und der Unterschied der Breiten des ersten und letzten Strichs linearisch ist an beiden Instrumenten nicht sehr verschieden, am *Repsold*schen wohl etwas geringer, aber wegen der Feinheit der Striche auffallender.

nach und nach an 36 um 10° verschiedenen Stellen mafs und damit wiederholte Messungen von K verband. Der Raumersparnifs wegen stelle ich hier nur die Resultate aller Messungen her:

1)	In der Nähe von 270°:	$I = 237^t66$ (4 Beobb.);	$K = 240^t02$ (4 Beobb.);	$K = I + 2^t36$ mit dem Gewicht 2,0
2)	An 12 Stellen der Peripherie:	$I = 237,94$ (12 Beobb.);	$K = 240,13$ (5 Beobb.);	$K = I + 2,19$ ——— ——— 3,5
3)	An 8 Stellen von 270°—340°:	$I = 237,33$ (8 Beobb.);	$K = 240,02$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,69$ ——— ——— 2,7
4)	An 6 Stellen von 350°—40°:	$I = 237,32$ (6 Beobb.);	$K = 240,09$ (6 Beobb.);	$K = I + 2,77$ ——— ——— 3,0
5)	An 7 Stellen von 50°—110°:	$I = 237,71$ (7 Beobb.);	$K = 240,05$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,34$ ——— ——— 2,5
6)	An 15 Stellen von 120°—260°:	$I = 237,74$ (15 Beobb.);	$K = 240,11$ (4 Beobb.);	$K = I + 2,37$ ——— ——— 3,2
	Mittel:	$I = 237^t67$ (52 Beobb.);	$K = 240^t07$ (27 Beobb.);	$K = I + 2^t449$ mit dem Gewicht 16,9.

Für das Endresultat: $K = I + 2^t45$ ist der wahrscheinliche Fehler 0^t064. Da der Winkelwerth von $I = 240''$ ist, so folgt $\iota = 1''0098$, so dafs für kleine Gröfsen von ein Paar Secunden $\iota = 1''$ angenommen werden kann. Wir haben demnach:

$$K = I + 2''449 \text{ mit dem wahrscheinl. Fehler } 0''064;$$
$$= I + \tfrac{1}{1044} \text{ Linie} \quad \text{———} \quad \text{———} \quad \tfrac{1}{39470} \text{ Linie.}$$

So klein dieser Unterschied von K und I ist, so ist er doch auf keinen Fall einer blofs zufälligen Abweichung oder Unregelmäfsigkeit der beiden ihn einschliefsenden Striche zuzuschreiben. Die bisherigen Untersuchungen geben uns nehmlich die Mittel an die Hand, die zufälligen Fehler der einzelnen Striche der Wahrscheinlichkeit nach zu bestimmen. Es ist von mir das Intervall I an 12 und 36 symmetrisch auf der Peripherie vertheilten Stellen jedesmal durch gedoppelte Einstellungen mit dem Mikrometer gemessen. Setzen wir den von der Unregelmäfsigkeit der Striche herrührenden wahrscheinlichen Fehler eines Intervalles $= f$, den einer einmaligen Einstellung des Mikroskops $= g$, so ist bei gedoppelten Einstellungen der wahrscheinliche Fehler eines beobachteten Intervalls $= \sqrt{(f^2 + g^2)}$. Die Vergleichung der einzelnen gefundenen 48 I mit den 5 gleichzeitigen Mitteln, die einzeln verglichen werden müssen, weil zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Stellen der Schraube gemessen wurde, geben die Summe der 48 Quadrate der Abweichungen $= 4,8076$; und daher:

$$\sqrt{(f^2 + g^2)} = 0,6745 \sqrt{\left(\frac{4,8076}{43}\right)} = 0''225.$$

Aber aus den doppelten Einstellungen läfst sich g erkennen und ist oben $= 0''177$ gefunden worden, woraus sich $f = \sqrt{(0,225^2 - 0,177^2)} = 1''139$ ergiebt und der wahrscheinliche zufällige Fehler eines einzelnen Strichs:

$$h = \frac{f}{\sqrt{2}} = 0''0983 = \tfrac{1}{26230} \text{ Linie.}$$

So klein dieses h ist, so ist es doch eher zu grofs als zu klein gefunden worden, indem eine vielleicht nicht völlig stattfindende Constanz der messenden Mikrometerschraube während der zusammengehörenden Messungen von K u. I vorausgesetzt wird. Bewunderungswürdig erscheint aber diese Sicherheit der Theilung und setzt eine in dieser Hinsicht ganz ausgezeichnete Vollendung der Theilmaschine und eine höchst sorgfältige Einstellung des Mikroskops bei der Abtragung der Theilung voraus. Wenn nun aber der wahrscheinliche zufällige Fehler eines Intervalles nur 0''139 ist, so kann eine Abweichung von 2''45 als 17,6 mal so grofs als jener auf keine Weise mehr zufälligen Ursachen zugeschrieben werden, indem die Wahrscheinlichkeit, dafs sich unter 5400 Fehlern einer findet, der den mittleren mehr als 17 mal übersteigt, nur $\frac{1}{94 \cdot 10^{24}}$ oder der 94ste Theil eines Quadrillionttheils ist *).

Ich schritt hierauf zur Untersuchung der eigentlichen Fehler der Theilung, die nicht als zufällige Abweichungen einzelner Striche angesehen werden können, und befolgte dabei zuerst die Methode, welche *Bessel* für den *Carry*schen Kreis mit so ausgezeichnetem Erfolge angewandt hatte. Zu dem Ende nahm ich das Mikroskop IV von seiner Stelle und liefs eine Vorrichtung für dasselbe anfertigen, die an den Mikroskopenträger so angebracht wurde, dafs das Mikroskop IV in jeder beliebigen Entfernung zwischen den Mikroskopen I und II auf der Theilung gehörig gerichtet und festgestellt werden konnte. Der Anfangspunkt der ganzen Untersuchung mufste bei 270° des Limbus seyn. Richtet man das Mikroskop I auf diesen Strich, so giebt der Index, an dem die gröfseren Abtheilungen bis auf 4 Minuten auf der Hülfstheilung abgelesen werden, genau 315° an. In nachfolgender Untersuchung sind die Angaben immer auf diese Angabe des Hülfsindex bezogen, so dafs also wenn diese x ist, der Strich $x - 45°$ sich unter dem ersten Mikroskop befindet. Da die Mikroskope I, II, III genau um Quadranten

*) Am *Reichenbach*schen Meridiankreise hat auf meinen Wunsch Herr Astronom *Preufs* das zwischen 339° 57' und 340° 0' liegende Intervall K mit dem zwischen 340° 0' und 340° 3' liegenden I' verglichen und aus 40 Messungen mit einem der *Pistor*schen Mikroskope, welche zur Untersuchung der Theilungsfehler dieses Instruments gedient hatten, $K = I$ 0''28 gefunden, mit dem wahrscheinlichen Fehler 0''05. Dieser Unterschied ist so geringe, dafs wir ihn den zufälligen Fehlern der Striche zuschreiben können und so ist bei unserm Meridiankreise kein bemerkbarer Sprung am Schlusse der Theilung vorhanden.

von einander abstehen, so läfst sich durch Vergleichungen der beiden Bogen von 315° bis 135° und von 135° bis 315° unter den Mikroskopen I und III die Correction der Ablesung für $x = 135°$ finden, indem der Anfangsstrich, bei dem der Index auf 315° steht, als richtig vorausgesetzt wird. Durch die Mikroskope I und II erhielt ich die Correctionen der Ablesung für $x = 45°$, 135° und 225°. Das ausgenommene Mikroskop wurde darauf in eine Entfernung von genau 45° vom ersten angebracht und durch diese beiden die Correctionen der Ablesungen an den Octantenstrichen 0°, 45° u. s. w. bis 270° ermittelt. Die so gefundenen Correctionen wurden gegen einander ausgeglichen, da sich für die Quadrantenstriche gedoppelte und für den 180° vom Anfang abstehenden ein einfacher Werth ergab. Die schöne Uebereinstimmung dieser verschiedenen Werthe verbürgte die Sicherheit der Resultate. Ich bemerke hierbei, dafs jeder Bogen durch den Hauptstrich x, den vorhergehenden $x - 4'$ und den nachfolgenden $x + 4'$ untersucht wurde und zwar jedesmal durch 4 unabhängige Ablesungsreihen, in denen die Folge der Bogen geändert wurde. Hierbei ist zu erwähnen, dafs, wenn eine Ablesung den Strich $315° - 4'$ traf, diese erst nach der gehörigen Verbesserung von 2″45 in Anwendung gebracht wurde, um für die Correction der Theilung von 315° 0′ angebracht zu werden. Nachdem die Correctionen der 8 Cardinalpunkte so gefunden waren, stellte ich das veränderliche Mikroskop 18° vom ersten ab und ging so, von 315° beginnend, erst durch die Punkte 333°, 351°, 9°, 27°, 45° u. s. w. und nachher von 0° aus durch die Punkte 18°, 36°, 54°, 72° u. s. w. Auch hier wurden die Beobachtungen vervielfältigt durch einmalige Ablesung bei x, $x - 4'$, $x + 4'$ $x + 8'$. Diese Vergleichungen gaben die relativen Correctionen der um 18° abstehenden Punkte jedes Quadranten und unter Anwendung der bekannten Correctionen für die Quadranten die absoluten Correctionen in 2 Folgen, durch welche die Correctionen von 40 um 9° von einander abstehenden Bogen als Resultat gewonnen wurden. Die nachfolgende Tafel stellt die so für die Puncte x gewonnenen Δx dar, welche so zu verstehen sind, dafs wenn in einem Mikroskop x abgelesen wird, die verbesserte Ablesung $x + \Delta x$ ist.

x	Δx	x	Δx	x	Δx	x	Δx
315°	0″00	45°	+0″67	135°	−6″04	225°	−9″35
324	−0,30	54	−0,03	144	−7,09	234	−9,74
333	−0,45	63	−0,81	153	−6,08	243	−7,86
342	+1,96	72	−1,85	162	−6,91	252	−7,71
351	+1,38	81	1,90	171	−7,07	261	−7,12
0	+2,17	90	−2,28	180	−8,06	270	−6,49
9	+2,15	99	−3,29	189	−7,91	279	−5,46
18	+1,20	108	−4,17	198	−9,79	288	−4,22
27	+1,06	117	−5,20	207	−9,57	297	−4,02
36	+0,86	126	−5,71	216	−10,06	306	−2,94
						314 56	−2,45

Die durch den Gebrauch der Mikroskope gefundenen Δx schliefsen die Theilungsfehler und den Einflufs der Excentricität in sich. Wären keine Theilungsfehler vorhanden, so mufsten sich die obigen Zahlen, wenn wir $x - 315° = u$ setzen, durch die Formel: $\Delta x = p + p' \cos u + q' \sin u$ darstellen lassen. Nehmen wir aber zugleich an, dafs der am letzten Intervalle K' erkannte Sprung von 2″45 allmählig eingetreten ist, und führen wir dafür eine dem Bogen proportionirte Correction ein, so mufs: $\Delta x = p - \frac{u}{360°} \cdot 2''449 + p' \cos u + q' \sin u$ die Formel seyn, in die die Δx sich fügen. Die Behandlung obiger 40 Werthe von Δx, unter Voraussetzung eines gleichen Gewichts derselben, giebt:

$$\Delta x = -2''750 - \frac{u}{360°} 2''449 + 2''217 \cos u + 4{,}079 \sin u$$

$$= -2{,}750 - \frac{u}{360°} 2''449 + 4''642 \sin(x + 73°{,}32) \quad \text{(I)}$$

und zeigt eine Excentricität von 4″642 an, um welche der Mittelpunkt der Umdrehung von dem der Theilung nach einer Richtung abliegt, für welche $x = 253°\ 32'$ ist, oder nach dem Punkte 208° 32′ des Limbus.

Vergleichen wir nun die einzelnen Werthe Δx mit dieser Formel I, so sind die übrigbleibenden Abweichungen der Δx von der Formel, die wir mit dx bezeichnen wollen, als die nach Abziehung des Einflusses der Excentricität und nach Ausgleichung der Incontinuität am Schlusse übrigbleibenden eigentlichen Theilungsfehler anzusehen, welche folgende Tage darstellt:

x	dx	x	dx	x	dx	x	dx
315	+0″53	45°	−0″05	135°	+0″15	225°	−0″68
324	−0,32	54	−0,29	144	0,23	234	−1,41
333	−0,95	63	−0,52	153	+1,38	243	+0,04
342	+1,06	72	−0,94	162	+1,06	252	−0,31
351	+0,19	81	−0,29	171	+1,34	261	−0,29
0	+0,78	90	+0,08	180	+0,67	270	−0,29
9	+0,67	99	−0,17	189	+1,03	279	+0,10
18	−0,27	108	−0,25	198	−0,74	288	+0,64
27	−0,27	117	−0,50	207	−0,54	297	+0,13
36	−0,22	126	−0,25	216	−1,16	306	+0,65

Kein dx reicht hier bis an 1″5. Sehen wir diese Fehler als keinem Gesetze folgend an, so würde aus der $\Sigma dx^2 = 17{,}56$ der wahrscheinliche Theilungsfehler in einer Gegend $= 0''468 = \frac{1}{5510}$ Lin. folgen. Dafs diese dx aber nicht ganz gesetzlos sind, ersieht man bald, wenn man sie durch eine Function der doppelten Bogen darstellt und dafür den Ausdruck

$$+0''410 \cos 2u + 0''347 \sin 2u = 0''538 \sin(2x + 319°\ 48')$$

erhält, wonach die übrigbleibenden Abweichungen von der Formel sich so weit reduciren, dafs die Summe der Quadrate derselben 11,80 wird. Hiernach wäre der vollständigere Ausdruck der ursprünglich gefundenen Theilungsfehler, wenn man das neue Glied mit den vorigen vereinigt:

$$\Delta x = -2''750 - \frac{x - 315^\circ}{360^\circ} . 2''449 + 4''642 \sin(x + 73^\circ 32') + 0''538 \sin(2x + 319^\circ 48') \quad \text{(II)}$$

Die durch diesen Ausdruck gefundene Correction einer Ablesung x hat den wahrscheinlichen Fehler 0"392, und wir sind berechtigt nach Anwendung derselben eine Ablesung im Mittel aus den 4 Mikroskopen für bis auf 0"196 richtig zu halten.

Es ist aber noch zu bemerken, dafs die von uns auf die oben beschriebene Weise gefundenen Δx nur dann die reinen Fehler der Excentricität und der Theilung sind, wenn der verticale Durchschnitt des Zapfens am Kreisende ein vollkommner Kreis ist. Ist dies nicht der Fall, so sind sie mit dem Einflufs der Unregelmäfsigkeiten der Zapfen behaftet. Nun ist es zwar durch Beobachtung der Wasserwage gewifs, dafs die Zapfen unseres Instruments, wie alles, was Herr *Repsold* abdreht, im hohen Grade vollkommen sind, aber dennoch ist es möglich, dafs in ihnen Fehler sind, die als von derselben Ordnung wie die dx angesehen werden müssen. Wenn aber die Zapfen auf rechtwinkligen Unterlagen sich drehen, wie bei unserm Instrumente der Fall ist, so läfst sich leicht beweisen, dafs der Einflufs der Unregelmäfsigkeiten der Zapfen für den mittleren Theilungsfehler von 4 um die Quadranten von einander abliegenden Punkten sich gänzlich wieder aufhebt, und dafs wir also die gefundenen Δx mit völliger Sicherheit zur Bestimmung der fürs Mittel der Ablesungen an 4 Mikroskopen übrig bleibenden Correctionen anwenden können.

Bekanntlich wird der Einflufs der Excentricität bei der Bestimmung der Theilungsfehler gänzlich eliminirt, wenn man durch die Anwendung von 2 um 180° von einander entfernten Mikroskopenpaaren die mittleren Theilungsfehler der um 180° abliegenden Punkte untersucht. Ich hielt es für geeignet, nach dieser Methode eine neue von der frühern ganz unabhängige Untersuchung der Theilungsfehler zu unternehmen, deren Ergebnisse ich jetzt darstellen werde. Die 4 Mikroskope in ihrer ursprünglichen Stellung gaben zuerst die Correctionen der beiden Quadrantenpunkte, dann blieben die Mikroskope I u. III an ihrer Stelle, II und IV wurden aber ausgenommen und in die Entfernungen von 45° von I und III angebracht. Auch jetzt wurden mehrere, aber blofs zunächst nachfolgende Striche untersucht, um den Sprung bei 314° 56′ ganz zu vermeiden. Nenne ich δx die mittlere Correction für die Ablesung an 2 um 180° von einander abstehenden Mikroskopen, die auf x und $180° + x$ gestellt sind, wobei $\delta\, 315° = \delta\, 135° = 0$ vorausgesetzt wird, so erhielt ich zuerst, bei Entfernung der Mikroskope um 90°, aus den einzelnen Ablesefolgen bei den verschiedenen nahe l[iegen]den Strichen:

$\delta\, 45°\ (\delta\, 225°) =$	− 1″02	(A)
	− 1,77	
	− 1,90	
	− 1,01	
	− 1,36	
Mittel	− 1″26;	

darauf, indem die Mikroskope II und IV um 45° von I und I[II] abstanden, für die Octanten:

	$\delta\, 0°$	$\delta\, 45°$	$\delta\, 90°$	
	+ 0″15	− 0″94	− 0″90	(B)
	+ 0,04	− 1,48	− 1,55	
	+ 0,27	− 1,11	− 1,06	
	− 0,49	− 2,16	− 1,38	
	+ 0,18	− 1,46	− 0,94	
	− 0,74	− 2,35	− 1,79	
	+ 0,21	− 1,48	− 0,97	
	+ 0,57	− 1,68	− 1,72	
Mittel	+ 0,02	− 1,58	− 1,29	

Jetzt berichtigte ich die beweglichen Mikroskope II und IV vo[n] neuem, mit vorzüglicher Sorgfalt für die senkrechte Stellung d[er] optischen Achse gegen den Limbus und erhielt noch einmal fü[r] die Octanten folgende Gröfsen:

	$\delta\, 0°$	$\delta\, 45°$	$\delta\, 90°$	
	+ 0″29	− 1″14	− 0″95	(C)
	− 0,54	− 1,78	− 2,05	
	+ 0,19	− 1,32	− 1,31	
	− 0,23	− 2,36	− 1,69	
	+ 0,58	− 0,99	− 1,06	
	− 0,42	− 1,34	− 1,51	
	− 0,36	− 1,17	− 1,55	
	− 0,92	− 1,74	− 1,67	
Mittel	− 0,16	− 1,48	− 1,47	

Somit waren für die Cardinalpunkte folgende Correctionen e[r]halten, die ich mit ihrer Ausgleichung zusammenstelle:

x	(A) δx	(B) δx	(C) δx	Ausgleichung δx
315°	0″00	0″00	0″00	0″00
0		+ 0,02	− 0,16	− 0,03
45	− 1,26	− 1,58	− 1,48	− 1,44
90		− 1,29	− 1,47	− 1,34
135	0,00	0,00	0,00	0,00

(Der Beschlufs folgt.)

Altona 1838. Januar 25. (Hiebei eine Beilage.)

B E I L A G E
ZU
№ 344. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Beitrag zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung.

Von Herrn *Fr. W. Barfufs.*

Vorwort.

Der Herausgeber der Astr. Nachr. hat mich an dem Vergnügen Theil nehmen lassen, welches die Bekanntschaft eines jungen Astronomen, der sich durch eine Arbeit einführt, welche von eigenem Nachdenken zeugt, ihm gemacht hat; er hat mir den Aufsatz, welcher hier gedruckt erscheint, vor dem Abdrucke mitgetheilt. Seinem Wunsche, den Aufsatz durch ein Paar Worte einzuleiten, entspreche ich, indem ich den Lesern *empfehle auch* eine Arbeit nicht zu übersehen, deren Verfasser ihnen zwar noch nicht bekannt ist, jedoch durch seine Leistung selbst die Hoffnung begründet, dafs er den Astronomen nicht unbekannt bleiben werde.

Königsberg 1837. Nov. 11. *Bessel.*

§. 1.

Wenn ein Lichtstrahl aus dem Himmelsraume in die dichtere Atmosphäre der Erde eintritt, so mufs er nach den bekannten Gesetzen der Brechung von seinem ursprünglichen Wege abgelenkt und mehr nach dem Mittelpuncte der Erde zu gebogen werden. Da aber die Luft, welche die Erde umgiebt, von oben herab immer dichter wird, so entsteht natürlich in jedem Moment eine neue Brechung, und der Lichtstrahl wird genöthigt, eine krumme Linie zu beschreiben, welche gegen den Mittelpunct der Erde hohl ist. Er wird dabei immer in derselben Ebene bleiben, weil Einfalls- und Brechungswinkel in einerlei Ebene liegen. Die Tangente der krummen Linie in dem Puncte, wo sie das Auge trifft, giebt die Richtung an, in welcher das Gestirn gesehen wird, woraus folgt, dafs die Strahlenbrechung eine gröfsere Erhebung über den Horizont hervorbringt, als sie die Stellung des Himmels gemäfs seyn sollte. Die Theorie der astronomischen Strahlenbrechung soll nun zeigen, wie der Unterschied zwischen wahrer und scheinbarer Höhe (Refraction) gefunden werden kann.

§. 2.

Man denke sich die Atmosphäre in lauter concentrische Schichten zerlegt, deren Dicke unendlich klein ist, so wird in jeder Schicht gleiche Dichtigkeit vorausgesetzt werden dürfen, und folglich auch gleiches Brechungsvermögen der Luft. Nun sey i der Einfallswinkel für irgend eine Schicht, i', i'', i''' u. s. w. derselbe für die nächstfolgenden Schichten, nach unten hin; ferner l, l', l'' u. s. w. die den Einfallswinkeln i, i', i'' u. s. w. zugehörigen Refractionswinkel, endlich m, m', m'' u. s. w. die Brechungsverhältnisse der Luftschichten in Bezug auf den leeren Raum, und x, x', x'' u. s. w. ihre Höhe vom Mittelpuncte der Erde an gerechnet, so ist:

$$\begin{aligned} \sin i : \sin l &= m' : m \\ \sin i' : \sin l' &= m'' : m' \\ \sin i'' : \sin l'' &= m''' : m'' \text{ u. s. w.} \\ \sin l : \sin i' &= x' : x \\ \sin l' : \sin i'' &= x'' : x' \\ \sin l'' : \sin i''' &= x''' : x'' \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

woraus durch Zusammensetzung dieser Verhältnisse folgt:

$$\sin i : \sin i''' = m''' x''' : mx.$$

Setzt man hier für i''' den Winkel, welchen der Strahl in der untersten Schicht mit der Scheitellinie macht, d. i. die scheinbare Zenithdistanz z, so wird m''' dem Brechungsverhältnifs der Luft an der Erde gleich, welches wir mit μ bezeichnen wollen, x''' aber ist dann der Erdhalbmesser $= 1$. Demgemäfs ist:

$$\sin i : \sin z = \mu : mx.$$

Der Winkel, den der Strahl beim Eintritt in die Atmosphäre mit der Scheitellinie bildet, ist die wahre Zenithdistanz. Die Refraction $= r$ ist also der Unterschied der Richtungen des Strahles beim Eintritt in die Atmosphäre und beim Austritt aus derselben. Hieraus ergiebt sich der Brechungswinkel $l = i - dr$, und aus:

$$\sin i : \sin(i - dr) = m' : m$$

folgt $\sin i - \sin(i - dr) : m' - m = \sin(i - dr) : m)$

d. i. $\cos i \, dr : dm = \sin i : m$

also $$dr = \frac{dm}{m} \operatorname{tg} i$$

oder wenn wir $\operatorname{tg} i$ aus der Proportion $\sin i : \sin z = \mu : mx$ ableiten

$$dr = \frac{\mu \, dm \sin z}{m \sqrt{(m^2 x^2 - \mu^2 \sin z^2}}$$

Hierbei bemerken wir, dafs m durch die Formel $\sqrt{(1 + k\omega)}$ ausgedrückt wird, wo $k = 0{,}0005891 7$, und ω die Dichtigkeit der Luft in der Höhe $= x$ bedeutet, wenn sie an der Erde $= 1$ ist. Der Werth von k ist der Dichtigkeit der Luft an der Erde proportional, der oben angeführte gilt für 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe, und folglich ist für jede andere Temperatur T nach *Celsius* und den Luftdruck $= b$,

$$k = 0{,}00058917 \cdot \frac{b}{0{,}76} \cdot \left(\frac{1 - \frac{T}{6412}}{1 + 0{,}00375\, T}\right).$$

§. 3.

Um nun den so gefundenen Ausdruck für das Differential der Strahlenbrechung integriren zu können, müfste man wissen, was für eine Function ω von x sey, d. h. man müfste das Gesetz der Abnahme der Dichtigkeit der Luft nach den höheren Regionen kennen, welches Gesetz uns jedoch noch sehr im Dunkeln liegt oder eigentlich ganz unbekannt ist. Man hat daher zu Hypothesen seine Zuflucht genommen und aus einer angenommenen Function für ω durch x einen Ausdruck für die Refraction zu gewinnen gesucht, welcher sodann durch Vergleichung der Rechnung mit der Beobachtung geprüft, und mehr oder minder bestätigt wurde.

Bezeichnet p den Luftdruck in der Höhe $x = 1 + y$, t die Temperatur nach der hunderttheiligen Scale daselbst, R den Erdhalbmesser in demselben Maafse, in welchem die Barometerhöhe P an der Erde gegeben ist, und ist m die Dichtigkeit der Luft an der Erde, die des Quecksilbers $= 1$ gesetzt, so ist bekanntlich

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P} \cdot \frac{dy}{(1 + 0{,}00375 \cdot t)(1+y)^2}$$

Um diese Gleichung integriren zu können, müfste man wissen, was t für eine Function von y ist. Die aerostatischen Auflüge von *Gay-Lussac* und *Sacharow* haben bewiesen, dafs die Temperatur in den höheren Regionen abnimmt, und dafs die Temperaturdifferenzen schneller als die Differenzen der Höhen wachsen. Dafs indefs diese Progression durch die ganze Atmosphäre gelten sollte, ist nicht wahrscheinlich, vielmehr ist es glaublich, dafs in einer gewissen Höhe die Temperaturdifferenzen wieder abnehmen, oder wohl gar die Temperatur constant bleibt. Es scheint daher, dafs man zum Behuf der Berechnung der Refraction am wenigsten von der Wahrheit sich entfernen werde, wenn man die Temperaturdifferenzen mit den Höhen gleichförmig wachsend annimmt. Diefs ist die *Euler*sche Hypothese, nach welcher $y = \frac{(T-t)a}{(1 + 0{,}00375\, T)}$ ist, wo T die Temperatur an der Erdoberfläche nach *Celsius*, und a eine Constante bedeutet. Hieraus folgt, wenn wir die Zahl 0,00375 kurzweg α nennen, $t = T - (1 + \alpha T) \cdot \frac{y}{a}$, und daher $1 + \alpha t = (1 + \alpha T)\left(1 - \frac{\alpha y}{a}\right)$, oder wenn $\frac{a}{\alpha} = \sigma$ gesetzt wird, $1 + \alpha t = (1 + \alpha T)\left(1 - \frac{y}{\sigma}\right)$. Setzen wir dieses in die obige Gleichung zwischen dp und dy: so erhalten wir

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P(1+\alpha T)} \cdot \frac{dy}{\left(1 - \frac{y}{\sigma}\right)(1+y)^2}$$

Um hier bequem integriren zu können, setzen wir abkürzend $(1+y)^2 = 1 + 2y$, und erhalten sodann

$$-\frac{dp}{p} = \frac{mR}{P(1+\alpha T)} \cdot \frac{dy}{1 - \left(\frac{1}{\sigma} - 2\right)y + \frac{2y^2}{\sigma}}, \text{ und dahe[r]}$$

$$\log p = \frac{mR\sigma}{P(1+\alpha T)(1+2\sigma)} \log \left[\frac{1 - \frac{y}{\sigma}}{1+2y}\right] + \text{Const.}$$

Bestimmen wir hier die Const. so, dafs für $y = 0$, p den Luftdrucke V an der Erdoberfläche gleich wird, so haben wi[r] $V =$ Const., und daher, weil $\frac{p}{V} = \omega$:

$$\omega = \left[\frac{1 - \frac{y}{\sigma}}{1+2y}\right]^{\frac{mR\sigma}{P(1+\alpha T)(1+2\sigma)}}.$$

Diesen Ausdruck für ω legt *J. C. E. Schmidt* seiner Theori[e] der astronomischen Strahlenbrechung zu Grunde. Es komm[t] nur noch darauf an, ihn numerisch zu entwickeln.

Zu diesem Behuf wird von den Datis ausgegangen, welch[e] *Gay-Lussac* bei seinem aerostatischen Auflluge gefunden hatt[e]. Das Thermometer zeigte unten 30°8 C, in der Höhe vo[n] 7000 Meter —9°5 C; daselbst gab auch das Barometer ein[e] Dichtigkeit der Luft $= 0{,}432$, die an der Erde stattfindend $= 1$ gesetzt.

Hier ist also $y = \frac{1}{909{,}457}$, $T - t = 40°3$, worau[s] $\sigma = 0{,}008116$ folgt.

Ferner ist bei 0° Temperatur und 28,0754 P. Z. Barometerstand $= P$, die Dichtigkeit der Luft $m = \frac{1}{10485}$, worau[s] $\frac{mr\sigma}{P(1+2\sigma)} = 6{,}3806$ folgt, so dafs

$$\omega = \left[\frac{1 - \frac{y}{0{,}008116}}{1+2y}\right]^{\frac{6{,}3806}{1+0{,}00375\, T}}.$$

Setzen wir hier statt y und T die Werthe bei *Gay-Lussac* Luftfahrt, so finden wir $\omega = 0{,}438$, welches von dem beobachteten Werthe 0,432 um 0,006 abweicht.

Da für $y = 0{,}008116$, $\omega = 0$ wird, welches am End[e] der Atmosphäre stattfindet, so könnte man σ die Höhe d[er] Atmosphäre nennen.

§. 4.

Wir wollen nun unser Augenmerk wieder auf die Strahle[n]brechung selbst wenden, und, um auf einen endlichen Ausdru[ck] für dieselbe zu gelangen, die Wurzelgröfse $(m^2x^2 - \mu^2 \sin z^2)^{-}$ in eine Reihe nach den Potenzen von $\mu^2 \sin z^2$ auflöse[n]. Dadurch wird:

$$r = \mu \sin z \int \frac{dm}{m^2 x} + \tfrac{1}{2}\mu^3 \sin z^3 \int \frac{dm}{m^4 x^3} + \tfrac{3}{8}\mu^5 \sin z^5 \int \frac{dm}{m^6 x^5} \text{ et[c.]}$$

Hier sind also nun die Integralia $\int \frac{dm}{m^2 x}$ u. s. w., allgeme[in] $\int \frac{dm}{m^{n+1} x^n}$, von $y = 0$ bis $y = \sigma$ zu finden, wenn $1 + y =$

Da nun $\frac{dm}{m^{n+1}} = -\frac{1}{n}\, d(m^{-n})$, und $m = \sqrt{(1+k\omega)}$: so hat man $\frac{dm}{m^{n+1}} = \frac{1}{2}k.d\omega - \frac{1}{8}(n+2)k^2\omega\, d\omega$, wenn wir die Reihenentwickelung für $(1+k\omega)^{-\frac{n}{2}}$ bis zur zweiten Potenz von k nehmen. Das fragliche Integral V stellt sich also nun dar durch

$$\tfrac{1}{2}k.\int\frac{d\omega}{(1+y)^n} - \frac{n+2}{4}k^2\int\frac{\omega\, d\omega}{(1+y)^n} = \frac{k}{2}\left[\frac{\omega}{x^n} + n\int\frac{\omega\, dy}{(1+y)^{n+1}}\right] - \tfrac{1}{8}(n+2)k^2\left[\frac{\omega^2}{x^n} + n\int\frac{\omega^2\, dy}{(1+y)^{n+1}}\right]$$

Nun ist $\int\frac{\omega\, dy}{(1+y)^{n+1}} = \int\omega\, dy - (n+1)\int\omega y\, dy$ u. s. w. wenn man $(1+y)^{-(n+1)}$ in eine Reihe auflöst. Ist nun ω die Barometerhöhe in der Höhe y, δ das Verhältniſs der Dichtigkeit der Luft zu der des Quecksilbers an der Erde, so ist $-\delta r\omega\, dy = d\omega$, also $\int\omega\, dy = -\frac{\omega}{\delta R}$; und wenn h die Barometerhöhe an der Erdoberfläche bedeutet, $\int\omega\, dy = -\frac{h}{\delta R}$, von $y = 0$ bis $y = \sigma$.

Da ferner $\omega = \left[\frac{1-\frac{y}{\sigma}}{1+2y}\right]^\nu$, so hat man $\int\omega y\, dy = \int\left(1-\frac{y}{\sigma}\right)^\nu y\, dy$, wo wir den Nenner $(1+2y)^\nu$ dann weglassen, weil er nur auf die dritte und höhere Potenzen von σ führen würde. Es ist aber

$$\int\left(1-\frac{y}{\sigma}\right)^\nu y\, dy = -\frac{\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} \text{ von } y = 0 \text{ bis } y = \sigma.$$

Also $\int\frac{\omega\, dy}{x^{n+1}} = -\frac{nh}{\delta R} + \frac{n.n+1}{\nu+1.\nu+2}\sigma^2$.

Für das Integral $\int\frac{\omega^2 dy}{(1+y)^{n+1}}$ lassen wir ebenfalls de Nenner weg, und finden $\int\omega^2 dy = \frac{-\sigma}{2\nu+1}$. Demnach ist

$$V = \frac{k}{2}\left[1 - \frac{nh}{\delta R} + \frac{n.n+1}{\nu+1.\nu+2}\sigma^2\right] - \frac{n+2}{8}k^2\left(1 - \frac{n\sigma}{2\nu+1}\right).$$

Hiernach ist also das Integral erst dann von dem Gesetz der Abnahme der Brechungen abhängig, wenn die zweite Potenz von σ zu wirken beginnt.

Setzen wir nun nach und nach $n = 1$, $n = 3$, $n = 5$, so erhalten wir:

$$\int\frac{dm}{m^2 x} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{h}{\delta R} + \frac{2\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right] - \tfrac{3}{8}k^2\left(1 - \frac{\sigma}{2\nu+1}\right) = a$$

$$\int\frac{dm}{m^4 x^3} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{3h}{\delta R} + \frac{12\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right] - \tfrac{5}{8}k^2\left(1 - \frac{3\sigma}{2\nu+1}\right) = b$$

$$\int\frac{dm}{m^6 x^5} = \tfrac{1}{2}k\left[1 - \frac{5h}{\delta R} + \frac{30\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right] - \tfrac{7}{8}k^2\left(1 - \frac{5\sigma}{2\nu+1}\right) = c$$

Diese Ausdrücke sind noch mit den Potenzen von μ zu multipliciren, um die Coefficienten der obigen Entwickelung für r vollständig zu erhalten. Da nun $\mu = \sqrt{(1+k)} = 1 + \frac{1}{2}k$ so wird

$$\mu a = A = \frac{k}{2}\left(1 - \frac{h}{\delta R} + \frac{2\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right) - \tfrac{1}{8}k^2\left(1 + \frac{2h}{\delta R} - \frac{3\sigma}{2\nu+1}\right)$$

$$\mu^3 b = B = \tfrac{1}{2}k\left(1 - \frac{3h}{\delta R} + \frac{12\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right) + \tfrac{1}{8}k^2\left(1 - \frac{18h}{\delta R} + \frac{15\sigma}{2\nu+1}\right)$$

$$\mu^5 c = C = \tfrac{1}{2}k\left(1 - \frac{5h}{\delta R} + \frac{30\sigma^2}{\nu+1.\nu+2}\right) + \tfrac{1}{8}k^2\left(3 - \frac{50h}{\delta R} + \frac{35\sigma}{2\nu+1}\right)$$

§. 5.

Man sieht aber schon auf den ersten Blick, daſs die im vorigen § für r entwickelte Reihe wenig convergiren werde. Um sie convergenter zu machen, setze man $\frac{tg\, z}{\sqrt{(1+tg\, z^2}}$ statt $\sin z$, so wird

$$r = A\, tg\, z - \tfrac{1}{2}(A-B)\, tg\, z^3 + \tfrac{3}{8}(A - 2B + C)\, tg\, z^5 \text{ u. s. w.}$$

Setzen wir nun hierin statt A, B und C die obigen Werthe ein, und vernachlässigen zugleich die Glieder, welche den Factor σ^2 oder $k^2\sigma$ enthalten, so wird:

$$r = \left(1 - \frac{h}{\delta R} - \frac{k}{4}\right).\frac{k}{2}\, tg\, z - \left(\frac{h}{\delta R} - \frac{k}{4}\right)\frac{k}{2}\, tg\, z^3;$$

und es ist klar, daſs die Refraction, in so weit sie sich durch diese Formel berechnen läſst, von dem Gesetz der Abnahme der Brechungen gar nicht abhängig ist.

Um nun diesen Ausdruck numerisch zu entwickeln, so kennt man k schon aus § 2. Ferner ist bei 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe die Dichtigkeit der Luft $= \frac{1}{10485}$ von der des Quecksilbers, also für die Barometerhöhe h, und die Temperatur T nach *Celsius*

$$\delta = \frac{h}{0{,}76\times 10485}\cdot\frac{1-\frac{T}{5412}}{1+0{,}00375\, T} = \frac{h}{0{,}76\times 10485\,(1+0{,}00393\, T)}$$

Da nun $R = 6366200$ Meter, so berechnet sich

$$\frac{h}{\delta R} = 0{,}0012517(1 + 0{,}00393\,T) = 0{,}0012517 + 0{,}0000049\,T.$$

Setzt man nun die Dichtigkeit der Luft bei 0° Temperatur und 0,76 Meter Barometerhöhe = 1, und die bei jedem andern Zustand der Atmosphäre stattfindende = D: so findet sich

$$r = D\,(60''6864 - 0''0003\,T - 0''0089\,D)\,\mathrm{tang}\,z$$
$$-D\,(0''0761 + 0''0003\,T - 0''0089\,D)\,\mathrm{tang}\,z^3.$$

So wäre denn auf diesem Wege eine Formel für die astronomische Strahlenbrechung gefunden, bei der man nicht einmal das Gesetz zu kennen braucht, nach welchem die Brechungen in den höheren Luftschichten abnehmen. Jetzt wollen wir untersuchen, bis zu welcher Grenze genau die Refractionen mit Hülfe derselben sich berechnen lassen. Da wir nun die Glieder mit σ^2 vernachlässigt haben, so ist klar, daſs die Differenzen von einem Gliede mit σ^2 oder mit $\left(\frac{h}{\delta R}\right)^2$ abhängig seyn müssen, und diese Differenzen werden sich gewiſs mittelst der in §. 4 für A, B und C aufgestellten Werthe so genau berechnen lassen, als nöthig ist, um die Genauigkeit der Formel für r zu beurtheilen.

Vernachlässigen wir also die Glieder mit σ^2, $k^2\sigma$ und $k^2\left(\frac{h}{\delta R}\right)$ nicht mehr, so findet sich, daſs durch die obige Formel für r folgender Fehler begangen wird:

$$\tfrac{1}{2}k\left[\frac{2\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} - \tfrac{1}{2}k\,.\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{8\nu+4}\right] tg\,z$$
$$+\tfrac{1}{2}k\left[\frac{5\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} - 2k\,.\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{4\nu+2}\right] tg\,z^3$$
$$+\tfrac{1}{2}k\left[\frac{3\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2} - \tfrac{3}{2}k\left(\frac{h}{\delta R}\right) + \frac{3k\sigma}{8\nu+4}\right] tg\,z^5$$

Wird hier $n = 5$ gesetzt, welches für 69°8 C stattfindet, so wird $\frac{1}{2}k = 47''5$, und der in Rede stehende Fehler

$$= 0''00014\,tg\,z + 0''00033\,tg\,z^3 + 0''00018\,tg\,z^5$$

Für diese hohe Temperatur dürfte dieses wohl ein Gröſstes werden. Wenn nun bei der Berechnung der Refraction ein Fehler von 0"05 für Nichts geachtet wird, so setze man obigen Ausdruck = 0"05, oder $14\,tg\,z + 33\,tg\,z^3 + 18\,tg\,z^5 = 500$, woraus $tg\,z = 3{,}04$ gefunden wird, wozu eine Zenithdistanz >70° gehört. Also lassen sich durch obige Formel für r die Refractionen aller Zenithdistanzen bis 70° genauer als bis 0"05 berechnen.

§. 6.

Somit wären denn die Refractionen bis 70° Zenithdistanz von dem Gesetze, nach welchem die Brechungen in den höheren Luftschichten abnehmen, gar nicht abhängig, und das ist in der That für die practische Astronomie ein bedeutender Vortheil, der nicht auseinandergesetzt zu werden braucht. Aber für gröſsere Zenithdistanzen wird die Sache weit schwieriger, weil nun das Gesetz der Abnahme der Brechungen immer stärker zu wirken anfängt, und seinen Einfluſs nicht bloſs in einzelnen Secunden, sondern sogar in Minuten äuſsert. Jene Abnahme der Brechungen hängt auf bekannte Weise von der Abnahme der Dichtigkeit der höheren Luftschichten, und diese wieder von dem Gesetz der Wärmeabnahme ab, welches eben bis jetzt noch nicht enträthselt worden ist. Wenn aber auch diese Schwierigkeit je beseitigt würde, so würden zwar die Refractionen kleiner Höhen sich berechnen lassen, aber diese Rechnungen würden in der practischen Astronomie dennoch nicht anwendbar seyn, weil sie immer einen ruhigen, geregelten Zustand voraussetzen müſsten, der keinesweges stattfindet. In den untersten Luftschichten walten nämlich diejenigen Ursachen, von welchen auſser dem Drucke von oben die Dichtigkeit der Luft abhängt, z. B. Temperatur, Feuchtigkeit u. dergl. so gut wie ohne Regel, und diese Regellosigkeit in der Luft, muſs auch eine Regellosigkeit in der Strahlenbrechung bewirken, welche um so stärker wird, je gröſser die Zenithdistanzen werden. Diese Betrachtungen leiten uns zu dem Entschlusse, die Refractionen gröſserer Zenithdistanzen, als etwa 86° aus den Tafeln, welche für die practische Astronomie bestimmt sind, gänzlich auszuschlieſsen, und noch fehlenden Refractionen der Zenithdistanzen von 70° bis 86 Grad weniger durch ein hypothetisches Gesetz der Abnahme der Brechungen, sondern mehr auf einem empirischen, durch die Theorie gehörig unterstützten Wege zu bestimmen. Zu dem letzteren sind wir um so mehr genöthigt, wenn die Behauptung wahr ist, daſs für jeden besonderen Beobachtungsort besondere Refractionstafeln entworfen werden müssen.

§. 7.

Nun wäre denn die Aufgabe, auf welche Weise die Refractionen der Zenithdistanzen von 70° bis 87° am bequemsten gefunden werden können. Das schwierigste Geschäft ist hier, einen Ausdruck für r zu gewinnen, welcher die Refraction durch die Zenithdistanz genau genug darstellt, in dem aber auch so wenig wie möglich constante Factoren vorkommen. Aus der Gleichung $r = \mu\,\sin z \int \frac{dm}{m^2 x} + \frac{1}{2}\mu^3 \sin z^3 \int \frac{dm}{m^4 x^3}$ u. s. w. $= \mu a \sin z + \frac{1}{2}\mu^3 b \sin z^3 \ldots\ldots$ folgt durch Umkehrung $\sin z = \frac{r}{\mu a} - \frac{b r^3}{2\mu a^4} \ldots$ Nun ist $(1-\lambda)\sin z + \frac{1-\lambda^3}{2.3}\sin z^3 + \frac{3(1-\lambda^5)}{2.4.5}\sin z^5 \ldots = z - \mathrm{arc}\sin\lambda\sin z$, also wenn wir statt $\sin z$ seinen Werth durch r substituiren.

$$\frac{1-\lambda}{\mu a}r - \left[\frac{(1-\lambda)b}{2\mu a^4} - \frac{(1-\lambda^3)}{6\mu^3 a^3}\right]r^3 = z - \mathrm{arc}\sin m \sin z,$$

oder etwas anders geschrieben und das Quadrat des kleinen Bruches $1-\lambda$ weggelassen:

$$\frac{1-\lambda}{\mu a}r - \frac{1-\lambda}{2\mu^3 a^3}\left[\frac{\mu^2 b}{a} - 1 - (1-\lambda)\right]r^3 = z - \mathrm{arc}\sin\lambda\sin z.$$

Diese Gleichung kommt mit derjenigen überein, welche *Simpson* für die astronomische Strahlenbrechung gegeben hat, wenn man das Glied mit r^3 wegläfst.

Der Werth von λ ist nach dieser Darstellung ganz willkührlich, wenn er nur kleiner als 1 ist; welche Zahl jedoch für λ zu setzen sey, damit jene Gleichung bei ihrer Abkürzung den Refractionen am besten genüge, mufs durch die Erfahrung ausgemacht werdrn.

Setzen wir nun $\mathfrak{A}r + \mathfrak{B}r^3 = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z$, so sind drei Constanten durch die Beobachtung zu bestimmen. Da indessen $\mathfrak{A} = \frac{1-\lambda}{\mu a}$, und a nach Obigem ohne das Gesetz der Abnahme der Brechungen sich genau genug darstellen läfst, so kommt Alles auf die Bestimmung zweier Constanten an. Ja die Natur der Sache wird es zulassen, selbst die Zahl $\frac{\mu^2 b}{a} - 1 = \frac{\mu^2 b - a}{a}$ in dem Coefficienten von r^3 nach den in §4 für a und b gefundenen Formeln zu berechnen, so dafs blofs das einzige λ durch Beobachtung zu bestimmen ist. Denn wenn auch in jener Zahl noch ein Fehler sich vorfindet, so wird dieser doch dadurch grofsentheils seinen Einflufs verlieren, dafs λ sich ihm anbequemt. Es berechnet sich aber $\mu^2 b - a$ durch

$$-k\left(\frac{h}{\delta r} - \frac{5\sigma^2}{\nu+1\,.\,\nu+2}\right) + \tfrac{1}{2}k^2\left(1 - \frac{6h}{\delta R} + \frac{6\sigma}{2\nu+1}\right).$$

§. 8.

Aus $\frac{1-\lambda}{\mu a} r - \mathfrak{B}r^3 = z - arc\,sin\,\lambda\,sin\,z$ mufs λ versuchsweise bestimmt werden. In den Mailänder Refractionstafeln ist $\frac{1}{\mu a} = 3560{,}19$, und hieraus findet man, wenn man die dortigen Refractionen von 82° und 87° zu Grunde legt, sehr nahe $\lambda = 0{,}99741$, $\frac{1-\lambda}{\mu a} = 9{,}2209$, $\mathfrak{B} = 0{,}000005742$, also für die Refraction die Gleichung

$$9{,}2209\,r - 0{,}00000057422\,r^3 = z - arc\,sin\,0{,}99741\,sin\,z.$$

Ganz vorzüglich wichtig ist hierbei, dafs neben dieser Gleichung noch eine andere von derselben Form, nur mit andern Coefficienten statt findet. Es ist nämlich auch

$$\lambda = 0{,}999464$$
$$\frac{1-\lambda}{\mu a} = 1{,}90825$$
$$\mathfrak{B} = 0{,}0000004706.$$

Die doppelten Werthe ihrer Coefficienten sind der Vortheil der Formel, denn sie prüft sich hierdurch selbst in Bezug auf z. In wie weit nämlich die Resultate beider Rechnungen übereinstimmen, in so weit werden die Refractionen in Beziehung auf ihre Zenithdistanzen richtig dargestellt seyn.

§. 9.

Wie man nun zu verfahren habe, um durch diese Gleichung eine Tabelle aller Refractionen zu entwerfen, ergiebt sich ohngefähr aus Folgendem:

Wenn man voraussetzt, dafs der Werth von $\mu^2 b - a$ in §. 7 sich genau genug finden läfst, ohne ihn aus Beobachtungen abzuleiten, so ist blofs eine einzige Beobachtung nöthig um λ zu finden. Diese mag etwa einer Zenithdistanz $= 86°$ angehören. Dann kann man also für denjenigen Zustand der Atmosphäre, bei dem die Beobachtung gemacht worden ist, eine Refractionstafel berechnen, wofür die doppelten Werthe von λ die Prüfung abgeben. So kann man auch bei anderen Zuständen der Atmosphäre Refractionen beobachten, und aus ihnen Tafeln berechnen.

Wir werden weiter unten sehen, dafs sich die Refractionen bei gleicher Temperatur und gleicher Zenithdistanz sehr nahe wie die Barometerhöhen verhalten müssen. Demgemäfs ist es leicht, die Refractionen auf einen mittleren Stand des Barometers zu bringen.

Sie sind also nur noch auf eine mittlere Temperatur $= T$ zurückzuführen. Zu diesem Behufe darf man wohl voraussetzen, dafs für die Temperatur τ, die Refraction genau genug dargestellt werde durch $r + r'(T-t) + r''(T-t)^2$, wo r die mittlere Refraction bedeutet. Die Werthe von r, r', r'' lassen sich aber für jede Zenithdistanz nach dem Vorigen aus drei Beobachtungen, die bei sehr verschiedenen Temperaturen anzustellen sind, finden.

Es darf kaum bemerkt werden, dafs die Werthe von r, r', r'' durch Vervielfachung der Beobachtungen geprüft und berichtigt werden können.

§. 10.

Wir wollen nun noch sehen, wie sich auf das *Euler*sche Gesetz der Wärmeabnahme eine allgemeine Entwickelung der Refraction gründen lasse. Wir haben in Bezug hierauf schon in §. 3 die Formel entwickelt

$$\omega = \left[\frac{1 - \frac{\gamma}{\sigma}}{1+2\gamma}\right]^{\frac{n}{1+0{,}00375\,\tau}}$$

wollen aber jetzt die Hypothese lieber so stellen, dafs

$$(1+\gamma)^2 = 1 + 2\sigma\left(1 - \omega^{\frac{1}{n}}\right) \text{ sey,}$$

welche Hypothese von der vorigen nicht viel abweicht. In dieser Formel ist nun $n = \frac{m}{P} \cdot \frac{R\sigma}{1+\alpha T}$, wo die Bedeutung der Zeichen aus §. 3 klar ist. Wir wollen hier den Barometercoefficienten $\frac{P}{m}$ und den Erdhalbmesser so wählen, wie sie in *Bessels* Fund. Astr. für Greenwich angegeben sind. Dann folgt

aus den oben angeführten Datis bei *Gay-Lussac's* Luftfahrt $\sigma = 0{,}0092572$, $n = \frac{7{,}408595}{1+0{,}00375}$, indem man nämlich die beobachtete Höhe y, die beobachtete Dichtigkeit ω, und die beobachtete untere Temperatur zu Hülfe nimmt.

Darnach ist nun

$$(1+y)^2 = 1+0{,}0185144\left(1-\omega\frac{1+0{,}00375\,T}{7{,}408595}\right)$$

oder für solche Höhen, die auf der Erde zugänglich sind, schlechtweg

$$y = 181617.\left(1-\omega\frac{1+0{,}00375\,T}{7{,}408595}\right)$$

in Pariser Fufsen. Dieses giebt für $\omega = 0$ die Höhe der Atmosphäre $= 181617$ Par. F., nahe so, wie sie *von Zach* bestimmt.

Nach der letzteren Formel berechnet sich die Höhe des Monte Gregorio auf 5260 F., eben so wie nach den Formeln für barometrische Höhenmessung von Ramond. Ferner die Höhe des Pic de Pigorre bei Tarbes auf 8028 F., wofür die trigonometrische Messung 8044 gab.

§. 11.

Das Differential der Refraction ist $dr = \frac{\mu \sin z\, dm}{m\sqrt{(m^2x^2-\mu^2\sin z^2)}}$ und da $m = \sqrt{(1+kD\omega)}$, wo D die in §. 4 angegebene Bedeutung hat: so ist $dm = \frac{\frac{1}{2}kD\omega}{m}$, und unsere Formel stel sich zunächst so dar $dr = \frac{\frac{1}{2}k\mu D \sin z\, d\omega}{m^3\sqrt{(x^2-\frac{\mu^2}{m^2}\sin z^2)}}$.

Für m^3 nehmen wir das arithmetische Mittel aus seiner gröfsten und kleinsten Werthe 1 und μ^3, und da $\mu = \sqrt{(1+kD}$ so erhalten wir einen constanten Factor der Refractio $\frac{k(1+kD)^{\frac{1}{2}}}{1+(1+kD)^{\frac{3}{2}}}$, wofür sich nahe genug $\frac{\frac{1}{2}k}{1+\frac{1}{4}k}$ setzen läfst.

Den Quotienten $\frac{\mu^2}{m^2} = \frac{1+kD}{1+kD\omega}$ wollen wir abkürzen $= 1+kD(1-\omega)$ setzen. Da nun $x^2 = (1+y)^2 = 1+2\sigma(1-\omega^{\frac{1}{n}}$ so wird:

$$dr = \frac{\frac{1}{2}kD\sin z\, d\omega}{(1+\frac{1}{4}k)\sqrt{(\cos z^2+2\sigma(1-\omega^{\frac{1}{n}})-kD(1-\omega)\sin z^2)}}$$

Wir setzen nun $\omega^{\frac{1}{n}} = t$, also $\omega = t^n$, und $d\omega = nt^{n-1}dt$. Ferner setzen wir $\frac{\cos z}{\sqrt{(2\sigma)}} = \Theta$, $\frac{k}{2\sigma} = s$, und $\frac{k}{\left(1+\frac{k}{4}\right)\sqrt{2\sigma}} = C$

so wird $dr = \frac{\frac{1}{2}DC\sin z\,.\,nt^{n-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-sD\sin z\,(1-t^n))}}$

Dieses müssen wir in eine nach den Potenzen von s geordnet Reihe auflösen, wodurch wir erhalten

$$r = \tfrac{1}{2}DC\sin z\left[\int\frac{nt^{n-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} + \tfrac{1}{2}nsD\sin z^2\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{3}{2}}}\right.$$
$$\left.+\tfrac{3}{8}nsD^2\sin z^4\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{5}{2}}} + \tfrac{5}{16}ns^3D^3\sin z^6\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)^2\,dt}{(1+\Theta-t)^{\frac{7}{2}}}\right]$$

die Integralien von $t = 0$ bis $t = 1$ genommen. So viel Glieder werden wohl zur Berechnung aller Refractionen hinreichend seyn. Zu bemerken ist noch, dafs $C = 892''988$, $s = 0{,}031822$. Die Werthe von n und σ sind aus dem Vorigen bekannt.

§. 12.

Das schwierigste Geschäft bei der Entwickelung der Refraction ist nun die Entwickelung der hier vorkommenden Integralien. Wir wollen zuerst $\int\frac{nt^{n-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} = U$ zu bestimmen suchen, wofür wir $\int\frac{(m+1)\,t^m\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}$ setzen wollen.

Wäre m eine ganze Zahl, so wäre das Integral algebraisch und leicht zu finden. Da aber m gewöhnlich ein Bruch ist, so müssen wir suchen eine Reihe zu erhalten, welche bei jedem Werthe von Θ noch schnell genug convergirt, allein für diesen Zweck weifs ich nichts weiter anzuführen, als fol gendes:

Man setze $1+\Theta^2-t = u$, so ist

$$t = 1+\Theta^2-u^2,$$
$$t^{m+1} = (1+\Theta^2-u^2)^{m+1},$$

und $(m+1)t^m dt = -2(m+1)(1+\Theta^2-u^2)^m u\,du$,

also $U = -2(m+1)\int(1+\Theta^2-u^2)^m du$, welches Integr von $u = \Theta$ bis $u = \sqrt{(1+\Theta^2)}$ genommen werden muf Nun zerfälle man die Potenz $(1+\Theta^2-u^2)^m$ in die Factore $(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m$, so ist

$$U = -2(m+1)\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m.(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m du$$
$$= +2\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m.d(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}$$
$$= 2(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}$$
$$-2m\int(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^{m+1}(\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^{m-1}du$$

und wenn man die Entwickelung in der Weise fortmacht, erhält man die Reihe:

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)}+u]^m[\sqrt{(1+\Theta^2)}-u]^{m+1}\left[1+\frac{m}{m+2}.\frac{\sqrt{(1+\Theta^2)}-u}{\sqrt{(1+\Theta^2)}+u}+\frac{m.m-1}{m+2.m+3}\left(\frac{\sqrt{(1+\Theta^2)}-u}{\sqrt{(1+\Theta^2)}+u}\right)^2\text{u. s. w.}\right]$$

so das Gesetz des Fortganges klar in die Augen springt. Dies wird nun 0 für $u = \sqrt{(1+\Theta^2)}$; aber, wenn $u = \Theta$ gesetzt wird, so erhält man, da alsdann $(\sqrt{(1+\Theta^2)}-u)^m \cdot (\sqrt{(1+\Theta^2)}+u)^m = (1+\Theta^2-u^2)^m = 1$:

$$U = 2(\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta)\left(1+\frac{m}{m+2}\cdot\frac{\sqrt{(1+\Theta^2}-\Theta}{\sqrt{(1+\Theta^2}+\Theta}\text{ u. s. w.}\right)$$

Nun ist $\frac{\sqrt{(1+\Theta^2}-\Theta}{\sqrt{(1+\Theta^2}+\Theta} = [\sqrt{(1+\Theta^2}-\Theta]^2$, und setzen wir $\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta = \vartheta$: so wird endlich

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta = \vartheta]\left(1+\frac{m}{m+2}\vartheta^2+\frac{m.m-1}{m+2.m+3}\vartheta^4+\frac{m.m-1.m-2}{m+2.m+3.m+4}\vartheta^6\text{ u. s. w.}\right)$$

Für die hier vorkommende Reihe führen wir die Bezeichnung $\Psi(m)$ ein, so dafs also

$$U = 2[\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta]\,\Psi(m) \text{ ist.}$$

Die Reihe $\Psi(m)$ bricht ab, sobald m eine ganze Zahl ist, und dann ist das Integral algebraisch. Sie mufs immer convergiren, da ϑ seiner Natur nach ein ächter Bruch ist; und läfst selbst noch in dem Falle ihre Anwendung zu, wenn ϑ seinen gröfsten Werth $= 1$ annimmt, wegen der raschen Convergenz ihrer Coefficienten. Uebrigens wird $\vartheta^2 < \frac{1}{4}$ bei einer Zenithdistanz $z = 87°$, woraus die Brauchbarkeit der Reihe noch mehr hervorgeht.

§. 13.

Das Integral $n\int\frac{t^{n-1}(1-t^n)\,dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}} = U'$ stellt sich zunächst dar durch

$$-\tfrac{1}{2}\int\frac{d(1-t^n)^2}{dt}\cdot\frac{dt}{(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}} = -\int\frac{d(1-t^n)^2}{dt}d.(1+\Theta^2-t)^{-\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{d(1-t^n)^2}{dt}(1+\Theta^2-t)^{-\frac{1}{2}}+\int\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2}\cdot\frac{dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}.$$

Weil aber der Theil ohne Integralzeichen sowohl für $t = 0$, als auch für $t = 1$ verschwindet: so kann man auch blofs setzen: $U' = \int\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2}\cdot\frac{dt}{\sqrt{(1+\Theta-t)}}$.

Nun ist $(1-t^n)^2 = 1-2t^n+t^{2n}$, also $\frac{d^2(1-t^n)^2}{dt^2} = 2n((2n-1)t^{2n-2}-(n-1)t^{n-2})$, und hieraus folgt sogleich:

$$U' = 4n\vartheta[\Psi(2n-2)-\Psi(n-2)].$$

Ganz auf dieselbe Weise findet man die folgenden Integrale:

$$U'' = \tfrac{4}{3}n\vartheta[(3n-1)\Psi(3n-3)+(n-1)\Psi(n-3)-2(2n-1)\Psi(2n-3)]$$
$$U''' = \tfrac{16}{15}n\vartheta[3(2n-1)(2n-2)\Psi(2n-4)-3(3n-1)(3n-2)\Psi(3n-4)-(n-1)(n-2)\Psi(n-4)+(4n-1)(4n-2)\Psi(4n-4)]$$

Daher erhalten wir für die Refraction die Formel:

$$C.D\sin z[\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta]\left\{\begin{array}{l}\Psi(n-1)\\ +\left\{\begin{array}{l}\Psi(2n-2)\\ -\Psi(n-2)\end{array}\right\}nzD\sin z^2\\ +\left\{\begin{array}{l}(3n-1)\Psi(3n-3)\\ +(n-1)\Psi(n-3)\\ -2(2n-1)\Psi(2n-3)\end{array}\right\}\tfrac{1}{2}nz^2D^2\sin z^4\\ +\left\{\begin{array}{l}(4n-1)(4n-2)\Psi(4n-4)\\ +3(2n-1)(2n-2)\Psi(4n-2)\\ -3(3n-1)(3n-2)\Psi(3n-4)\\ -(n-1)(n-2)\Psi(n-4)\end{array}\right\}\tfrac{1}{6}nz^3D^3\sin z^6\\ \text{u. s. w.}\end{array}\right\} = r$$

§. 14.

Die Berechnung der Refraction erfordert demnach hier die Berechnung der Functionen $\Psi(n-1)$, $\Psi(2n-2)$, $\Psi(3n-3)$ und $\Psi(4n-4)$. Wenn aber diese gefunden sind, so lassen sich die übrigen Functionen $\Psi(n-2)$ u. s. w. aus ihnen leichter herleiten, als durch Anwendung der Reihe für $\Psi(m)$ geschehen würde. Man setze

$$\int\frac{mt^{m-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}} = A\int\frac{(m+1)t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}}+Bt^m\sqrt{(1+\Theta^2-t)},$$

so ist, wenn man differentiirt:

$$\frac{mt^{m-1}\,dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t}} = \frac{A(m+1)t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}+mBt^{m-1}dt\sqrt{(1+\Theta^2-t)} - \tfrac{1}{2}Bt^m\,dt\,(1+\Theta^2-t)^{\frac{1}{2}}$$

oder

$$m = \left((m+1)A-\frac{2m+1}{2}B\right)t+mB(1+\Theta^2).$$

Hieraus folgt $B = \frac{1}{1+\Theta^2}$, und $A = \frac{2m+1}{2m+2}\cdot\frac{1}{1+\Theta^2}$.

Folglich ist:

$$\int\frac{mt^{m-1}dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} = \frac{2m+1}{(2m+2)(1+\Theta^2)}\int\frac{(m+1)t^m dt}{\sqrt{(1+\Theta^2-t)}} + \frac{t^m\sqrt{(1+\Theta^2-t)}}{1+\Theta^2}.$$

Dieses gibt von $t = 0$ bis $t = 1$ genommen

$$\Psi(m-1) = \frac{2m+1}{(2m+2).(1+\Theta^2)}\Psi(m)+\frac{\Theta}{2(1+\Theta^2)(\sqrt{(1+\Theta^2)}-\Theta)}.$$

§. 15.

Man wird nicht erwarten, dafs die Formel des §. 13 durchaus mit den Beobachtungen übereinstimmen werde, aber so viel ist doch gewifs, dafs man mit den Beobachtungen übereinstimmende Resultate erhalten werde, die Refractionen am Horizonte ausgenommen, wenn man die Coefficienten aus Beobachtungen der Refractionen selbst bestimmen will. Um doch wenigstens Ein Beispiel zu geben, so wollen wir die Rechnung mit einer in *Bessels* Fund. Astr. angeführten Beobachtung *Swanberg's* in Lappland vergleichen. Dieser beobachtete am 13ten Dec. 1802 die Zenithdistanz des oberen Sonnenrandes $= 89° 43' 45''7$ und die Refraction $= 37' 47''7$ bei einer Temperatur $-13,2$ C. und einer Barometerhöhe von 0,73156 Metern. Daraus berechnet sich die Refraction $= 37' 51''$, welches von der Beobachtung nur $3''3$ abweicht.

Aber solche Uebereinstimmung findet nicht allenthalben statt, namentlich erhält man weit gröfsere Differenzen, wenn man die Rechnung mit den in *Bessels* Fund. Astr. angeführten Beobachtungen *Bradleys* vergleicht, wo die berechneten Refractionen sämmtlich zu grofs ausfallen. Ein Theil des Fehlers könnte hier auf den Werth von k fallen, welcher in *Bessels* angeführter Schrift ohngefähr um 1″ kleiner angegeben wird als der oben angeführte. Da indessen hierdurch der Fehler nicht vollkommen gehoben wird, so mufs zu einer Aenderung der Coefficienten in der Formel §. 13 geschritten werden, welches Geschäft mit vieler Mühe verknüpft ist, die ich nicht über mich nehmen konnte, da mir der nöthige Beistand mangelte. Aus diesem Grunde habe ich es auch unterlassen, Refractionstafeln zu berechnen, zumal da ich hiermit nichts über die *Bessel*sche Arbeit hätte gewinnen können.

Was aber jetzt in Bezug auf die Theorie der astronomischen Strahlenbrechung geleistet worden ist, läfst, so wie auch die *Bessel*schen Refractionstafeln, in der practischen Astronomie nur Anwendung bis etwa 85° oder 86° scheinbarer Zenithdistanz zu. Dieses glaube ich durch die §§. 4 bis 9 auf dem einfachsten und sichersten Wege erreicht zu haben.

Weimar 1837. *Fr. W. Barfufs.*

Ueber die Bahn des Doppelsterns 3062 Struve.

(Im Sternbilde der Cassiopeja, $\alpha = 23° 57'1$, $\delta = +57° 28$.)

Dieses telescopische Sternenpaar hat seit *Herschel* bereits mehr als einen halben Umlauf vollendet und ist deshalb wohl geeignet, die noch sehr geringe Zahl derjenigen Sternsysteme, deren Elemente uns einigermafsen bekannt sind, zu vermehren. Da die Zahl der vorhandenen Beobachtungen kaum gröfser ist als die, welche die Theorie absolut erfordert, so konnte die Darstellung derselben verhältnifsmäfsig sehr genau sein, ohne dafs deshalb auf einen bedeutenden Grad der Sicherheit in den Elementen geschlossen werden kann. Diese Beobachtungen sind:

T	p	d	
1782,65	320° 42′		*Herschel* I
1823,81	(36 42)		*Struve* im 5f. Fernrohr
1831,71	87 30	0″820	*Struve* im grofs. Refractor.
1833,71	108 34	0,557	— — —
1835,66	132 37	0,410	— — —
1836,61	146 23	0,466	— — —

Die nur auf Schätzung beruhende Position von 1823,81 ist bei der definitiven Rechnung nicht mit hinzugezogen worden. Die Elemente sind die folgenden:

Halbe grofse Axe	$= a =$	1″0033
Excentricität	$= e =$	0,53169 $= \sin 32° 7'2$
Abst. des Perihels vom ☊	$= \lambda =$	36° 31′2
Neigung	$= \gamma =$	25 31,6
Aufsteigender Knoten	$=$ ☊ $=$	125 10,0
Umlaufszeit	$=$	84,5140 Jahre.
Zeit des Perihels	$=$	1837,427.

Damit wird erhalten:

T	p	d	Δp	Δd
1782,65	320° 18,9	1″4187	+ 23′1	
1823,81	40 34,8	0,9017	(−231,8)	
1831,71	88 47,0	0,6114	− 77,0	+ 0″208
1833,71	108° 34,0	0″5451	0′0	+ 0″011
1835,66	132 37,1	0,4881	− 0,1	− 0,078
1836,61	146 21,7	0,4672	+ 1,3	− 0,001.

Da möglicherweise zwischen 1782 und 1823 nicht 76° sondern 360° + 76° zurückgelegt seyn konnten, so versuchte ich auch diese Hypothese. Hier ergab sich aber, wie zu erwarten war, ein Perihel auf der entgegengesetzten Seite, und für die beiden erwähnten Epochen so geringe Distanzen, dafs weder *Herschel* (der doch die Distanz = 1 Diameter setzt) noch *Struve* im 5f. Fernrohr ihn hätten doppelt erblicken können.

Wir kennen also jetzt einen Doppelstern, der bei einer Umlaufszeit wie Uranus eine mittlere Distanz von nur 1″ zeigt, und bei dem das Product $\pi \sqrt[3]{M}$, oder die mit der Cubikwurzel der Masse multiplicirte Parallaxe 0″0521 beträgt.

1838,0.	168° 8,2	0″449 (Minimum)
5.	184 27,2	0,452
1839,0.	200 14,3	0,463
5.	214 38,5	0,484
1840,0.	227 14,4	0,520
5.	237 59,1	0,565
1841,0.	247 6,3	0,620
5.	254 48,0	0,676
1842,0.	261 28,2	0,729
5.	267 12,9	0,781
1843,0.	272 15,3	0,831.

Bei dieser Gelegenheit bemerke ich noch, dafs die Umlaufszeit von γ Virginis nicht, wie man bisher angenommen, 5 bis 6 Jahrhunderte, sondern höchstens 180 Jahr ist. Das Nähere darüber behalte ich mir vor, bis eine neue Reihe von Beobachtungen, die im Frühjahr 1838 zu erwarten sind, ein noch fehlendes Berechnungsdatum gegeben haben wird.

Mädler.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 345.

Ueber ein auf der Dorpater Sternwarte befindliches, mit einem Vertikalkreise versehenes tragbares Durchgangsinstrument aus der mechanischen Werkstäte von *Repsold* in Hamburg.

Von Sr. Excellenz dem Herrn Staatsrath und Ritter *v. Struve*.

(Beschlufs.)

Durch Aufstellung der Mikroskope II und IV in Entfernungen von 18° von I und III wurden nun zuerst für den von 315° bis 45° gehenden Quadranten die relativen Verbesserungen für 333°, 351° etc., die ich mit $\delta' x$ bezeichne, so ermittelt, als wenn für die Endpunkte des Quadranten keine Verbesserungen statt fänden. Da aber $\delta 45° - \delta 315° = -1''44$, so sind zu diesen $\delta' x$ für diesen Quadranten noch die Reductionen $-\frac{1}{5}.1''44$; $-\frac{2}{5}.1''44$ etc. hinzugefügt, um die wahren Correctionen δx zu geben. Eben so wurde mit den 3 übrigen Quadranten verfahren. Die erhaltenen Gröfsen sind folgende:

Quadrant von 315° bis 45°.

	x = 333°	x = 351°	x = 9°.	x = 27°
δ'x =	+ 0″38	+ 0″48	+ 0″70	+ 0″15
	+ 0 64	+ 1,23	+ 0,92	− 0,11
	+ 0,85	+ 1,08	+ 1,10	+ 0,26
	+ 0,16	+ 0,35	+ 0,49	− 0,10
Mittel δ'x =	+ 0,51	+ 0,79	+ 0,80	+ 0,05
Reduction =	− 0,29	− 0,58	− 0,87	− 1,16
δx =	+ 0,22	+ 0,21	+ 0,07	− 1,11

Quadrant von 45° bis 135°.

	x = 63°.	x = 81°	x = 99°	x = 117°
δ'x =	− 0″37	− 0″69	− 1″06	− 1″38
	− 0,62	− 0,80	− 1,14	− 1,23
	− 0,31	− 0,57	− 0,61	− 1,30
	− 0,48	− 0,59	− 0,75	− 1,49
Mittel δ'x =	− 0,45	− 0,66	− 0,89	− 1,35
Reduction =	− 1,15	− 0,86	− 0,57	− 0,29
δx =	− 1,60	− 1,52	− 1,46	− 1,64

Quadrant von 0° bis 90°.

	x = 18°	x = 36°	x = 54°	x = 72°
δ'x =	− 0″68	+ 0″11	+ 0″28	− 0″37
	− 0,33	− 0,46	− 0,64	+ 0,28
	− 0,80	− 1,02	− 0,78	− 0,95
	− 1,27	− 0,64	− 0,36	− 0,26
Mittel δ'x =	− 0,77	− 0,50	− 0,37	− 0,32
Reduction =	− 0,29	− 0,55	− 0,81	− 1,07
δx =	− 1,06	− 1,05	− 1,18	− 1,39

Quadrant von 90° bis 180°

	x = 108°	x = 126°	x = 144°	x = 162°
δ'x =	+ 0″31	− 0″02	+ 0″60	+ 0″95
	+ 0,27	+ 0,09	+ 0,09	+ 0,29
	− 0,08	− 0,34	+ 0,40	+ 0,57
	+ 0,27	+ 0,22	+ 0,42	+ 0,62
Mittel δ'x =	+ 0,19	− 0,01	+ 0,38	+ 0,61
Reduction =	− 1,08	− 0,82	− 0,56	− 0,30
δx =	− 0,89	− 0,63	− 0,18	+ 0,31

Wenn wir nun aus den Δx, welche die erste Untersuchung gab, durch Vereinigung der um 180° abstehenden Gröfsen zu arithmetischen Mitteln übergehen, zu denen die aus $\Delta 315° = 0°$ und $\Delta 135° = -6''04$ folgende Constante $+ 3''02$ hinzuzufügen ist, so erhalten wir eine erste Reihe der mittleren Correctionen für Ablesungen an zwei entgegengesetzten Mikroskopen, oder der δx. Aus dieser eben dargestellten Untersuchung ergiebt sich die 2te Reihe derselben. Ich stelle beide hier neben einander, so wie die zur Beurtheilung ihrer Zuverlässigkeit dienenden Unterschiede.

x =	x =	δx nach der ersten Untersuchung.	δx nach der 2ten Untersuchung.	Unterschiede der beiden Bestimm.
315°	135°	0,00	0″00	
324	144	− 0,67	− 0,18	− 0″49
333	153	− 0,24	+ 0,22	− 0,46
342	162	+ 0,55	+ 0,31	+ 0,24
351	171	+ 0,17	+ 0,21	− 0,04
0	180	+ 0,07	− 0,03	+ 0,10
9	189	+ 0 14	− 0,07	+ 0,21
18	198	− 1,27	− 1,06	− 0,21
27	207	− 1,23	− 1,11	− 0,12
36	216	− 1,58	− 1,05	− 0,53
45	225	− 1,32	− 1,44	+ 0,12
54	234	− 1,86	− 1,18	− 0,68
63	243	− 1,31	− 1,60	+ 0,29
72	252	− 1,76	− 1,39	− 0,37
81	261	− 1,49	− 1,52	+ 0,03
90	270	− 1,36	− 1,34	− 0,02
99	279	− 1,35	− 1,46	+ 0,11
108	288	− 1,17	− 0,89	− 0,28
117	297	− 1,62	− 1,64	+ 0,02
126	306	− 1,30	− 0,83	− 0,47
134 56′	314 56′	− 1,22		

Die Uebereinstimmung der beiden Reihen ist eine gewifs sehr befriedigende vorzüglich in den Octanten. Die Summe der Quadrate aller Unterschiede ist 1,9153, woraus sich unter Annahme eines gleichen Gewichts beider Reihen der wahrscheinliche Fehler der Bestimmungen jeder Reihe 0"161 ergäbe. Da aber auf jeden Fall der 2ten Reihe der Vorzug gebührt, indem sie auf mehr Theilstrichen und Ablesungen beruht, auch mit gröfserer Sorgfalt angestellt ist, so vereinige ich beide Reihen zu einem Endresultate unter Annahme eines doppelten Gewichts für die 2te Reihe, und erhalte nun folgende Endwerthe der δx, deren wahrscheinliche Fehler 0"076 betragen:

Endwerthe der mittleren Correctionen δx für 2 um 180° von einander abstehende Punkte.

x		δx	x		δx
315°	135°	0"00	54°	234°	— 1"41
324	144	— 0,34	63	243	— 1,50
333	153	+ 0,07	72	252	— 1,51
342	162	+ 0,39	81	261	— 1,51
351	171	+ 0,20	90	270	— 1,35
0	180	0,00	99	279	— 1,42
9	189	0,00	108	288	— 0,98
18	198	— 1,13	117	297	— 1,63
27	207	— 1,15	126	306	— 0,99
36	216	— 1,23	134 56′	314 56′	— 1,22
45	225	— 1,40			

Vereinigen wir endlich nun noch die um 90° von einander abstehenden δx, so ergeben sich uns nach Abzug der Constanten 0"70 diejenigen Correctionen ξ, welche für das Mittel aus den Ablesungen an 4 Mikroskopen aus unserer Untersuchung unmittelbar hervorgehen, wie folgt:

u	x	x	x	x	Correction ξ beobachtet.
0°	315°	45°	135°	225°	0"00
9	324	54	144	234	— 0,17
18	333	63	153	243	— 0,01
27	342	72	162	252	+ 0,14
36	351	81	171	261	+ 0,05
45	0	90	180	270	+ 0,03
54	9	99	189	279	— 0,01
63	18	108	198	288	— 0,35
72	27	117	207	297	— 0,69
81	36	126	216	306	— 0,41
89 56′	44 56′	134 56′	224 56′	314 56′	— 0,61

Der analytische Ausdruck dieser Correction findet sich, wenn wir nun mit u den Abstand eines jeden x von dem Anfangspunkt seines Quadranten bezeichnen oder respective von 315°, 45°, 135° und 225°:

$$(\odot) \cdots \xi = +0''128 - \frac{u}{90^0} . 0''612 + 0''207 \sin (4u + 70^\circ 51')$$

Die Uebereinstimmung dieser Formel mit den beobachteten ξ ist so genau, dafs die Unterschiede sich so darstellen:

+0"07; +0"12; +0"02; +0"07; —0"03;
+0,01; +0,11; —0,05; —0,20; +0,21;

woraus sich der wahrscheinliche Fehler jedes beobachteten gleich 0"111 ergiebt. Die Werthe der Formel geben folgen Tafel, welche als die an die Ablesungen im Mittel aus 4 M kroskopen anzubringenden Correctionen anzusehen sind, wo zur Constante + 0"068 hinzugefügt ist, um für die respectiv Anfangspunkte des Quadranten Null zu erhalten.

Tafel der an das Mittel der Ablesungen von 4 Mikroskop anzubringenden Verbesserungen nach Formel (⊙).

Ablesung				Correction	Wahrsch
x	x	x	x	ξ.	Fehler.
315°	45°	135°	225°	0"00	
324	54	144	234	+ 0,02	0"034
333	63	153	243	+ 0,08	0,034
342	72	162	252	+ 0,14	0,034
351	81	171	261	+ 0,15	0,035
0	90	180	270	+ 0,09	0,035
9	99	189	279	— 0,05	0,036
18	108	198	288	— 0,24	0,036
27	117	207	297	— 0,42	0,037
36	126	216	306	— 0,55	0,038
44 56′	134 56′	224 56′	314 56′	— 0,61	0,016

Der Ort des Zeniths liegt auf unserem Instrumente s nahe bei 180° und ist 179° 48′. Hiermit ergeben sich die an die durch unser Instrument aus Beobachtung in beid Lagen gezogenen Zenithdistanzen = s anzubringenden von d Theilungsfehlern herrührenden Verbesserungen = ζ, die i hier folgen lasse:

s	ζ	W. F.
0° 0′	0"00	0"026
9 0	— 0,10	0,026
18 0	— 0,19	0,026
27 0	— 0,25	0,026
36 0	— 0,29	0,026
44 48	— 0,31	0,008
44 52	0,00	0,000
45 8	0,00	0,000
45 12	+ 0,31	0,008
54 0	+ 0,29	0,026
63 0	+ 0,25	0,026
72 0	+ 0,19	0,026
81 0	+ 0,10	0,026
90 0	0,00	0,026

Das Resultat dieser Untersuchung ist ungefähr folgendes:

Der Vertikalkreis unsers Instruments von 13½ Zoll Du messer ist so genau getheilt, dafs die gröfsten C rectionen, welche an die bei Ablesungen der 4 Mikrosk in beiden Lagen gewonnenen Zenithdistanzen anzubrin sind, nur ∓ 0"31 betragen. Die Feinheit und Re mäfsigkeit der Theilung ist aber eine so ausgezeichn dafs diese zwischen 0 und ∓ 0"31 liegenden anzubrin den Verbesserungen mit einer Sicherheit erkannt wer die über deren Anwendbarkeit gar keinen Zweifel üb

läfst. Der wichtigste Fehler der Theilung ist der Sprung zwischen dem letzten und ersten Striche, der 2″45 beträgt. Wäre er nicht berücksichtigt, so würde sein Einfluss zwar durch den Gebrauch von 4 Mikroskopen auf 0″61 und bei den Zenithdistanzen bis auf 0″305 reducirt werden. Erkannt wird dieser Sprung völlig unschädlich.

Bei den Instrumenten deutscher Künstler werden die Theilungen von den mit hoher Vollendung gearbeiteten Theilmaschinen übertragen. Die bisher an mehrern Instrumenten aus München und an diesem aus Hamburg angestellten Untersuchungen haben die Genauigkeit dieser Abtragungen erkennen lassen. Für alle tragbaren Instrumente dieser Künstler, die so eingerichtet sind, dafs die Winkelmessung von verschiedenen Punkten aus beginnen kann, ist jede Prüfung der Theilung überflüssig. Soll aber ein Instrument, das seiner Bestimmung und seinem Bau nach dieser Einrichtung entbehren mufs, soll namentlich ein gröfseres Meridianinstrument genaue Declinationen gewähren, so mufs der Astronom die Theilung am zusammengesetzten und aufgestellten Instrumente untersuchen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden aber nur dann völlige Anwendbarkeit haben, wenn das Gesetz der Continuität nirgends unterbrochen ist, oder wenn der Astronom den Punkt oder die Punkte kennt, wo Sprünge eingetreten sind. Er mufs also erstens wissen, wo der Künstler zu theilen angefangen hat. Es ist aber nicht möglich, dafs alle Striche in einem regelmäfsig fortschreitenden Zuge copirt werden. Es werden Pausen gemacht. Bei diesen Pausen können durch Temperaturveränderungen Sprünge entstehen. Die Aufsuchung dieser Sprünge ist bei der grofsen Zahl der Intervalle für den Astronomen unmöglich. Es mufs daher zweitens jeder Strich, bei welchem der regelmäfsige Fortgang der Theilung unterbrochen wurde, angegeben werden. Ja es scheint am besten, wenn bei der Abtragung nur nach bestimmten Intervallen, z. B. nach den Octanten pausirt werde, und der Künstler hat für den Astronomen eine vollständige Geschichte der Theilung des Instrumentes zu geben, in welcher die Zeiten des Anfangs, jedes Abbrechens und Wiederanfanges und andere Umstände, deren Kenntnifs von Wichtigkeit seyn kann, verzeichnet sind.

Endlich bliebe, um Alles, was die Ablesungen der Theilung an unserm Instrumente betrifft, geprüft zu haben, noch zu untersuchen, mit welcher Sicherheit die Micrometerschrauben das Intervall von 4 Minuten zwischen den benachbarten Strichen einzutheilen im Stande sind. Ich gestehe, dafs es mir zweifelhaft ist, dafs bei einem Instrumente von so kleinem Radius, wie das unsrige, die Schraube eine Regelmäfsigkeit hat, die derjenigen Genauigkeit entspricht, mit der die Theilungsfehler erkannt sind und die einzelnen Einstellungen ausgeführt werden können. Hier haben gröfsere Instrumente einen entschiedenen Vorzug vor den kleinern, wenn dieselbe Genauigkeit der Schraube vorausgesetzt wird. Constante Fehler werden aber aus diesen Unvollkommenheiten der Schraube nicht hervorgehen, wenn bei Meridianinstrumenten der Ort des Zeniths oder des Pols von Zeit zu Zeit innerhalb der Grenze eines Intervalls zweier Theilstriche durch Verstellung der Wasserwage verändert wird. Bei dem Gebrauch unseres Instruments eliminiren sie sich durch die Aenderungen der Zenithdistanzen in der Nähe des Meridians, und in dieser Hinsicht ist es vortheilhaft, die Beobachtungen so weit vom Meridian abzubringen, dafs diese Aenderungen sich bis auf einige Minuten, d. h. bis zum Betrage eines Intervalls belaufen. Es versteht sich von selbst, dafs die mittlern Werthe der von der Micrometerschraube angegebenen Theile, die etwas von Bogensecunden abweichen, für alle Schrauben auf ähnliche Weise ermittelt werden müssen, wie es fürs Mikroskop I geschehen ist, für welches wir oben 237″,67 = 240″ oder $t = 1''0098$ gefunden haben; und dafs bei jeder Einstellung die letzte Bewegung eine positive seyn mufs, um den Einflufs des todten Ganges zu vermeiden.

Der Erfolg der mit einem Instrumente angestellten astronomischen Beobachtungen läfst aber erst über die Vollkommenheit desselben ein endliches Urtheil fällen. Durch andere Arbeiten vielfach in Anspruch genommen, kann ich jetzt nur eine geringe Zahl von Beobachtungen vorlegen, die zur Bestimmung der Polhöhe von Dorpat aus den Zenithdistanzen der Polarsterne und Fundamentalsterne an wenig Tagen gemacht sind, Beobachtungen, zu denen ich vorzüglich durch einen Besuch veranlafst wurde, mit dem Sr. Excellenz der Admiral *von Greig*, Präsident der Commission zur Begründung der Sternwarte in Pulkowa, die Dorpater Sternwarte im Augustmonat dieses Jahres erfreute, indem der Herr Admiral das ausgezeichnete Instrument durch eigene Beobachtungen näher kennen zu lernen wünschte.

Die nachfolgenden einzelnen Polhöhen sind aus je 4 Einstellungen nach jedem Sterne abgeleitet worden, von denen 2 bei Kreis links, 2 bei Kreis rechts gemacht sind, die zusammen einen Satz bilden. Ich stelle sie hier der Zeitfolge nach zusammen und bemerke, dafs bei denselben die kleinen oben gefundenen Correctionen der Theilung schon angebracht sind und dafs ich die Declinationen der Polarsterne unmittelbar aus der Berliner Ephemeride nahm, an die Declinationen der Fundamentalsterne aber die kleinen Veränderungen anbrachte, welche die Dorpater Beobachtungen nach Obs. Dorp. Vol. VI fordern, nehmlich:

für Capella	+ 0″,18	für Procyon	+ 1″12
α Orion.	+ 0,37	Arcturus	+ 0,09
Sirius	+ 0,26	γ Aquilae	+ 0,87.

Polhöhen an *Repsold's* Kreise.

	Datum.	Stern.	Polhöhe.	Beobachter.
1)	1836 Juli 29	Polaris 14h 15′	58° 22′ 47″7	*Struve.*
2)		—— ——	47,6	——
3)	1837 Aug. 11	Polaris 14h 25′	47,7	——
4)		—— ——	47,3	——
5)		—— ——	47,2	——
6)		—— ——	46,9	——
7)	Aug. 13	Polaris 15h 50′	48,6	Adm. *Greig.*
8)		—— ——	48,2	—— ——
9)	Aug. 16	Capella unt. Pol.	50,2	*Struve.*
10)		δ Ursae min.	47,0	——
11)		—— ——	49,1	——
12)		γ Aquilae	47,0	——
13)	Aug. 17	Polaris 18h 10′	49,1	*O. Struve.*
14)		Sirius	45,1	*Struve.*
15)		Polaris 7h 35′	46,9	*O. Struve.*
16)		—— ——	46,3	——
17)	Aug. 18	Arcturus	45,6	——
18)		——	46,0	——
19)		Capella unt. Pol.	47,7	*Struve.*
20)		—— ——	49,1	——
21)		α Orionis	44,7	——
22)		Sirius	44,6	——
23)		——	45,2	——
24)		Procyon	45,8	——

Ehe wir aus diesen Angaben ein Endresultat ziehen, wollen wir noch ein Paar Bemerkungen vorangehen lassen.

1) Die Uebereinstimmung det gedoppelten in einem Satze vorkommenden gleichartigen Beobachtungen läfst uns, nachdem sie auf den Meridian, reducirt sind, die Sicherheit der einzelnen Einstellung beurtheilen. Um ein Beispiel zu geben, stelle ich hier die 8 von dem Herrn Admiral gemachten Einstellungen, die oben zu 2 Resultaten vereinigt sind, zusammen.

Meridianort des Polarsterns in der untern Culmination.

Kreis links:		Kreis rechts:
	212° 56′ 53″7	146° 36′ 21″4
	53,5	20,7
	55,5	21,7
	53,0	19,7
Mittel	212° 56′ 53″92	146° 36′ 20″87

Hieraus:

Ort des Zeniths: 179° 46′ 37″40
Meridianzenithdistanz: 33 10 16″52

Aus allen 96 bei den obigen Polhöhen gemachten Einstellungen paarweise verglichen, ergiebt sich:

der wahrscheinl. Fehler einer einmaligen Einstellung $= 0''66$.

In diesem Fehler ist der Einflufs des Zielens auf den Stern, der Ablesung fürs Mittel der 4 Mikroskope, der Unvollkommenheit der Schrauben des Mikrometers und des Mittels der Ablesung beider Wasserwagen enthalten. Woraus sich e[rgiebt], dafs die einzelnen Elemente mit merkwürdiger Genaui[g]keit erkannt werden müssen, da diese Sicherheit selbst [an] einem grofsen Meridianinstrumente genügen würde.

2) Bei jeder einzelnen Beobachtung sind von mir bei[de] Wasserwagen des Mikroskopenträgers abgelesen worden. D[ie] obere ist auf stählernen Ringen umzustellen, ich brauche s[ie] aber ohne Verstellung. Sind O und U die nach jeder Wasse[r]wage anzubringenden Correctionen der Ablesung, so wird d[as] Mittel $\frac{O+U}{2}$ gebraucht und $O-U$ mufs eine Constante sey[n], wenn keine relative Verstellung Statt findet. Ich gebe hier d[ie] $O-U$ bei der allerersten gedoppelten Beobachtungsreihe:

		Diff. v. Mittel.
$O =$	$U + 2''2$	$+ 0''2$
	$+ 2,6$	$+ 0,6$
	$+ 2,0$	$0,0$
	$+ 1,8$	$- 0,2$
	$+ 2,2$	$+ 0,2$
	$+ 2,0$	$0,0$
	$+ 1,4$	$- 0,6$
	$+ 1,9$	$- 0,1$
Mittel $O =$	$U + 2''01$	

Hiernach würde folgen, dafs für $\frac{O+U}{2}$ der wahrscheinlic[he] Fehler nur $0''12$ wäre. Auf jeden Fall ist die Genauigkeit d[es] Mittels beider Wasserwagen eine völlig ausreichende, obw[ohl] achtet sie bei ihrer kleinen Dimension von 4 Zoll nicht zu d[en] empfindlichsten gehören. Ich finde den Bogenwerth einer E[in]theilung von einer Linie $= 4''0$ und $2''4$.

3) Vom 11ten bis auf den 13ten August war am Instr[u]mente in Bezug auf die Mikroskope und die Wasserwag[en] nichts geändert worden. Ebenso vom 17ten bis zum 18ten Augu[st]. In einem solchen Falle müssen die Oerter des Zeniths const[ant] seyn auch bei verschiedenen Sternen, wenn nehmlich das I[n]strument in der Verbindung seiner wirkenden Theile fest i[st]. Ich gebe hier die zusammengehörigen Oerter des Zeniths:

11ten und 13ten August.

			Diff. v. Mittel.
Aug. 11.	Polaris	269° 46′ 37″6	$+ 0''8$
		36,8	$0,0$
		35,8	$- 1,0$
		36,3	$- 0,5$
Aug. 13.	——	37,1	$+ 0,3$
		37,3	$+ 0,5$
	Mittel	269° 46′ 36″82	

17ten und 18ten August.

			Diff. v. Mittel.
Aug. 17.	Sirius	269° 47′ 19″5	+ 1″0
	Polaris	18,4	— 0,1
	———	18,1	— 0,4
Aug. 18.	Arcturus	19,4	+ 0,9
	———	19,1	+ 0,6
	Capella unt. Pol	18,5	0,0
	———	19,5	+ 1,0
	α Orionis	18,0	— 0,5
	Sirius	16,5	— 2,0
	———	17,6	— 0,9
	Procyon	18,9	+ 0,4
	Mittel	269° 47′ 18″50	

Nur bei dem so südlichen und seines Glanzes wegen so schwierigen Sirius findet einmal eine Abweichung von 2″0 vom Mittel statt, sonst kommt keine gröfser als 1″0 vor. Es wäre interessant zu beobachten, wie sich der Ort des Zeniths in längern Perioden hält.

Wenden wir uns nun wieder zu den obigen 24 Polhöhen. Man sieht gleich, dafs der in der Nähe des Nordhorizonts beobachtete Stern Capella die gröfsten Polhöhen giebt, dafs die südlichen Sterne die kleinsten gewähren. Hiedurch ist eine kleine Biegung des Fernrohrs deutlich ausgesprochen. Unter Annahme, dafs diese dem Sinus der Zenithdistanz proportionirt ist, erhalten wir folgende Gleichungen für die Polhöhe, geordnet vom Nordhorizonte an durch den Scheitel bis zum südlichen, wenn b die Constante der Biegung ist.

$\varphi = 58°22'50''2$	$-0,97\,b$
47,7	$-0,97\,b$
49,1	$-0,97\,b$
47,7	$-0,55\,b$
47,6	$-0,55\,b$
47,7	$-0,55\,b$
47,3	$-0,55\,b$
47,2	$-0,55\,b$
46,9	$-0,55\,b$
48,6	$-0,54\,b$
48,2	$-0,54\,b$
49,1	$-0,53\,b$
46,9	$-0,53\,b$
46,3	$-0,53\,b$
47,0	$-0,47\,b$
49,1	$-0,47\,b$
45,6	$+0,62\,b$
46,0	$+0,62\,b$
47,0	$+0,75\,b$
44,7	$+0,78\,b$
45,8	$+0,80\,b$
45,1	$+0,97\,b$
44,6	$+0,97\,b$
45,2	$+0,96\,b$

Woraus sich ergeben als Endwerthe:

$\varphi = 58°22'46''85$, $b = +1''84$

wahrscheinl. Fehler 0,12; 0,18.

Die mit $b = +1''84$ folgenden einzelnen Polhöhen sind:

		Diff. v. allgem. Mittel.	Mittel für die einzeln. Sterne.
Capella unt. d. Pol	$\varphi = 58°22'48''4$	+ 1″5	
	45,9	— 1,0	58° 22′ 47″20
	47,3	+ 0,4	
Polaris	46,7	— 0,2	
	46,6	— 0,3	
	46,7	— 0,2	
	46,3	— 0,6	
	46,2	— 0,7	
	45,9	— 1,0	58 22 46,60
	47,6	+ 0,7	
	47,2	+ 0,3	
	48,1	+ 1,2	
	45,9	— 1,0	
	45,4	— 1,5	
δ Ursae minoris	46,1	— 0,8	
	48,2	+ 1,3	58 22 47,15
Arcturus	46,7	— 0,2	
	47,1	+ 0,2	58 22 46,90
γ Aquilae	48,4	+ 1,5	
α Orionis	46,1	— 0,8	
Procyon	47,3	+ 0,4	
Sirius	46,9	0,0	
	46,4	— 0,5	58 22 46,77
	47,0	+ 0,1	

Allgemeines Mittel $= 58°22'46''85$.

Der wahrscheinliche Fehler einer einmaligen Polhöhe aus einem Satze von 4 Einstellungen ist hiernach 0″58.

Uebrigens kann das gefundene Resultat keinen Anspruch daraufmachen, als eine neue absolute Bestimmung der Dorpater Polhöhe zu gelten, da es mit dem Einflusse der Declinationen behaftet ist. Für eine absolute Bestimmung hätte überdies der Biegungscoefficient direct d. h. durch Messungen zwischen entgegengesetzten Fernröhren ermittelt werden müssen. Hier beruht er vorzugsweise auf den mit einer grofsen Refraction behafteten Zenithdistanzen von Sirius und Capella. Sehr leicht möglich, dafs die Refractionen etwas zu klein berechnet sind, weil das Thermometer an einer Stelle aufgehängt war, wo die Temperatur wohl etwas zu hoch gefunden werden mufste. Wir werden uns daher nicht wundern, wenn unser Resultat mit der aus vielfachen Bestimmungen in meiner Gradmessung abgeleiteten Polhöhe nicht innerhalb der wahrscheinlichen Fehler übereinstimmt. Diese ist für die Mitte des Thurms 58° 22′ 47″30 und für den Ort des *Repsold*schen Kreises, der 0″26 nördlicher steht, 58° 22′ 47″56 um 0″71 gröfser als der *Repsold*sche Kreis sie giebt. Auf jeden Fall ist aber die Uebereinstimmung der mit diesem Instrumente gewonnenen Resultate für sich betrachtet eine bewunderungswürdige.

Dorpat im October 1837. *W. Struve.*

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber.

Modena 1837. Mai 6.

C'est sans doute un des phénomènes les plus remarquables et merveilleux du ciel étoilé que celui des étoiles qu'on appelle changeantes, variables ou périodiques. Et il me semble qu'il seroit même important de l'observer avec beaucoup de soin et de précision pour en saisir et fixer les circonstances qui se renouvellent le plus constamment; parcequ'on parviendroit par ce moyen à démêler les lois de leurs changemens de lumière ou d'aspect, et peut-être aussi on réussiroit à pouvoir assigner la cause physique la plus vraisemblable de ce phénomène singulier, et à étendre ainsi nos connoissances sur cet point reculé du Système du Monde. Pourtant il faut avouer que nous en sommes restés sur cet objet aux observations des siècles précédens et que dans le nôtre, occupé de bien d'autres recherches et découvertes d'Astronomie, on n'a donné presque aucune attention aux étoiles périodiques et on n'a pas profité pour elles des grands perfectionnements des instruments et des Lunettes modernes. Mr. *de Lalande* au sujet de ces étoiles avait dit (Astron. T. I. §. 824) „Ces variations des étoiles sont bien dignes de l'attention des observateurs curieux..... Un jour viendra peut-être où les sciences auront assez d'amateurs pour qu'on puisse suffire à ces détails" à quoi Sir *John Herschel* vint d'ajouter il-y-a quelques années „Assurément ce jour est maintenant arrivé (Traité d'Astr. traduit de l'anglais. Bruxelles. pag. 511)." Mais si cela est vrai à présent pour le nombre des amateurs de la Science, il ne l'est pas de même pour les résultats de ces travaux; et dans les livres récens d'Astronomie, comme celui d'*Herschel* (Chap. XII. §§. 593—597), on ne trouve pas de nouvelles ou de plus exactes indications sur les étoiles périodiques que celles que *Lalande* nous laissa exposées, il y a presqu'un demi-Siècle, dans son Astronomie aux §§. 794—825. C'est d'après ces reflexions que je n'ai pas cru tout-à-fait inutile de vous entretenir, dans cette lettre, sur celle des périodiques qu'on signala la première, qu'on a observé plus que les autres, et qu'on appelle Omicron ou la variable de la Baleine. Pendant quelques années j'en ai remarqué de temps en temps l'éclat ou la grandeur; mais dernièrement j'en ai pu suivre la période et les phases près de son grand éclat, circonstance qui aura lieu aussi pour quelques années à venir: et c'est pourquoi j'espère d'exciter ici la curiosité des autres observateurs à diriger soigneusement les regards à cette étoile, en comparer les apparences, et à vouloir bien vous en communiquer les résultats pour les publier dans votre Journal.

Et premièrement en observant la variable de la Baleine à son passage meridien le jour 1 Févr. 1836 je jugeais qu'elle avait alors atteinte sa plus grande clarté, parce qu'elle me parut ce jour d[e] 3me grandeur; tandis que je l'avais vue un mois auparavant d[e] 10me grandeur, et qu'après elle perdit en force ou intensité d[e] lumière. Or, à ce que dit *Lalande* (§. 794) l'étoile était à so[n] plus grand éclat le 9 Août 1782, et en supposant que de cett[e] époque au 1 Févr. 1836, ou dans l'intervalle de 19532 jours, l[e] nombre de révolutions ou de périodes de l'étoile aie été de 5[8] on en tire la valeur d'une période = 336j,76. De même on di[t] d'après les observations de *Bode*, que l'étoile avait été à son plu[s] grand éclat le 15 Nov. 1779; ce qui comparé à mon observatio[n] ou pour l'interval de jours 20531, et en supposant le nombre de[s] périodes accomplies = 61, donne la valeur de la période = 336j,5[…] En remontant encore plus loin, et en choisissant l'époque du com[-]mencement d'Août 1703, où selon *Cassini* l'étoile se voyait à so[n] maximum de clarté, on en tire avec mon observation l'intervall[e] de jours 48396 (en y comprenant toujours les années bissextiles) et en admettant 144 pour le nombre correspondant des période[s] écoulées, on a la valeur d'une période = 336j,08. Mais si dan[s] ces trois comparaisons au lieu de supposer les nombres des pé[-]riodes écoulées dans les intervalles correspondans 58, 61 et 144 o[n] les avoit supposés respectivement 59, 62 et 146, on en aurai[t] obtenu les valeurs d'une période 331,05; 331,14; 331,48. O[n] voit pourtant que les valeurs d'une période s'accordent bien en[-]tr'eux dans l'une des hypothèses sur le nombre des périodes auss[i] que dans l'autre. Si c'est la première hypothèse qui a réellemen[t] eu lieu, on en déduira que la période des variations de l'étoil[e] s'accroît ou s'allonge successivement; parce que *Boullia[u]* l'assignait de 333 jours dans le 1667; plus tard *Cassini* l'établ[it] de jours 334; *Herschel* la donne de 334j,75 (Traité d'Astr. §. 595) et moi je la trouve d'après les observations plus récentes = 336j,7[…] Si c'étoit l'autre hypothèse qui se serait verifiée, alors au con[-]traire la période aurait soufferte une diminution, on serait dev[e]nue plus rapide. Et si entre les deux hypothèses nous nou[s] en tenons au résultat moyen nous aurons les trois valeurs de l[a] période 333,91; 333,86; 333,78; ce qui s'accorderoit avec la dé[-]termination de *Cassini*, et aussi en supposant de 145 le nombr[e] exact des périodes accomplies dès le commencement d'Août 170[3] à celui de Févr. 1836. Quelle est donc la valeur vraie de la pé[-]riode, si pourtant il y en a une qui soit uniforme ou invariable Pour ne pas se tromper d'une ou plusieurs révolutions il faut r[e]noncer, ce me semble, aux observations anciennes et s'en ten[ir] aux modernes; mais dans celles-ci pour compenser l'avantage d[u] long intervalle entre les termes comparés, il sera nécessaire de fix[er] avec la plus grande précision possible les points mêmes de com[-]paraison, ou le temps et ce que l'on prend pour le maximum d'éclat de l'étoile; car sans cette précaution on pourroit s'égar[er]

de beaucoup dans le résultat. Or je viens de remarquer dans les deux dernières périodes de l'étoile qu'elle acquiert le plus grand éclat assez rapidement, parce que dans un mois à peu-près je l'ai vu passer de la 10me grandeur à la 3me, et ensuite elle s'affaiblit un tant soit peu, mais en reprenant peu après sa vivacité et en oscillant ainsi pendant un intervalle peut-être variable et toutefois assez long, comme on le verra par les observations de la dernière période. C'est donc l'instant, où l'étoile atteint proprement et de premier coup son grand éclat sans aucune oscillation précédente, qu'il faut choisir pour la détermination de la période; et outre cela il sera bon d'observer l'étoile à sa plus grande hauteur, ou dans le méridien, et de notre en même temps l'état de transparence ou de pureté de l'atmosphère: surtout il conviendroit d'employer à ces déterminations un appareil photométrique appliqué à la lunette.

Voici maintenant les observations ou estimes de la grandeur de l'étoile, que j'ai jugée tout simplement à la vue dans le champ éclairé de la lunette, mais après avoir acquis une certaine expérience par un grand nombre d'étoiles observées.

Dates.	Grandeur appar. de l'étoile.	Etat atmosphèrique.	Notes.
1835 Décbr. 12	10.11	Serein.	Toutes ces observations faites au passage mérid. et à la lunette du cercle.
1836 Janv. 5	10+	Idem.	
Févr. 1	3	Idem.	
6	5.6	air un peu voilé.	
9	5	beau serein.	
11	6	Serein.	L'ét. à peine vis.
1836 Novbr. 9	9	Ser. voilé: clair de lune.	Aussi ces observations faites au méridien et à la lunette du cercle
25	8.9	Serein: clair de Lune.	
Décbr. 3	7.8	Serein ombragé.	
8	6	Ser.: dep. brouillard.	
10	6	Serein.	
17	4.5	quelq. nuage: cl. de L.	
22	4.+	Ser. beau: cl. de Lune.	
26	3.4	Serein voilé.	
30	3.4	Serein.	
1837 Janvr. 3	4.5	Idem.	
4	4.5	Idem.	
8	5	Idem.	
12	5	Idem: clair de Lune.	
21	5	Idem: clair de Lune.	
27	5	Idem.	
Févr. 1	4.+	air légèrement couvert.	
3	4.+	air très-pur.	
7	3.4	Serein beau.	
26	5	Serein.	Ces dern. observ. fait. hors du mér. à 6^h de tems vrai et avec des lunettes moindres.
Mars 4	5	Idem.	
8	6	Serein beau.	
10	6	Idem.	
18	5	Idem.	

On a dit en second lieu l'ο de la Baleine a disparu quelquefois antérieurement (v. *Lalande* et *Herschel*. Oeuvres et §§. ci-dessus nommés); et c'est pourquoi on donne l'échelle de ses variations de grandeur de 2 à 0. Qu'il me soit permis de douter ou que cette disparition totale n'est point arrivée, ou que les phénomènes de l'étoile ont fort changé de nos jours. En effet je n'ai pas manqué d'observer la variable au méridien dans les années ci-devant, et, sans en reporter ici les positions, je puis bien en garantir (moins quelque petite différence et incertitude sur le jugement de la grandeur) le tableau suivant de la visibilité de l'étoile.

Dates.	Grand app. de l'étoile.	Dates.	Grand. app. de l'étoile.
1831 Janvier 4	6.7	1833 Octbr. 16	6.7
27	8	Décbr. 11	9 10
Décbr. 4	5	23	10
25	6	1834 Janvr. 6	9.10
1832 Janvier 19	6.7	17	10
Décbr. 16	9.10	Décbr. 5	10.11 *)
27	9	1835 Janvr. 24	10+
1833 Janvier 11	10		
17	10.11		

*) Egale à la suivante.

Si on fait réflexion à présent que l'étoile devait avoir dans l'année 1833 son grand éclat au mois de Mai, et qu'au commencement de l'année par conséquent elle était près de la phase opposée, et que néanmoins elle y était assez visible avec une bonne lunette comme celle de mon cercle, il faut en conclure qu'elle n'avait pas disparu. J'observe encore une circonstance qui n'a été jamais remarquée par les observateurs de la variable, ou dont je ne trouve au moins aucune mention faite; et c'est que dans le champ obscur de la lunette, la variable étant dans le centre et pour un rayon de 11 à 12 minutes en arc, on voit seulement une petite étoile de 11me grandeur, plus australe que la variable de 7″ à 8″ en arc et qui la suive à peu-près de 9″ en tems. Cette petite étoile compagne à la périodique ne change jamais d'éclat et présente en soi même un objet de comparaison aux variations de l'autre, qui dans sa moindre phase lui devient sensiblement égale; comme je le jugeais dans l'observation du 5 Décembre 1834. Or si les anciens observateurs de la variable n'ont point signalé la petite compagne de ο Baleine, cela est un argument qu'ils ne voyaient pas celle-ci dans les points de sa plus faible clarté, et en consequence ils annonçaient que l'étoile avait disparu. Il est convénable donc de rectifier à cet égard la table des périodiques donnée par *Herschel* (pag. 508), ou on lit pour ο de la Baleine les variations de grandeur de 2 à 0; pendant que pour χ du Cygne on y lit des variations de 6 à 11.

Enfin, sur le témoignage d'*Hevelius*, *Lalande* et *Herschel* prétendent que la changeante de la Baleine fut quatre années entières sans paroître; savoir, depuis le mois d'Octobre 1672 jusqu'au mois de Décembre 1676. Je ne puis pas pour le moment consulter l'ouvrage d'*Hevelius* où cela a été dit; mais je me permettrai sur ce point une remarque. La périodique vient d'atteindre son grand éclat au commencement à peu-près de l'année courante. Soit maintenant *t* le nombre des années entre

cette dernière et une autre époque quelconque au commencement de l'année respective. En prenant pour la valeur de la période celle de jours 334, comme la plus généralement reçue, on aura le rapport $\frac{365{,}2425}{334}.t$ pour exprimer le nombre des périodes accomplies par l'étoile de l'une des époques à l'autre, et la partie entière du quotient sera elle même ce nombre; car le numerateur de la partie fractionnaire, ou le résidu exprimé en jours, indiquera pour l'autre époque le jour de l'année correspondente où l'étoile atteignit son éclat maximum, et seulement ce résidu sera additif ou soustractif au commencement de l'année donnée de l'autre époque, selon que cette époque est antérieure ou postérieure au 1837. Cela posé, on trouve que depuis 1672 jusqu'au 1837, 180 périodes des variations de l'étoile se sont écoulées et que 145 jours restent; par conséquent l'étoile brillait à son maximum le 24 Mai 1672, et dans les trois années suivantes cela venait d'arriver vers la fin des mois d'Avril, Mars et Février. Or l'étoile à ces tems et pour nos latitudes moyennes passe au méridien en plein jour après midi, et on ne pouvait pas la voir que vers la moitié de Mars le soir à une petite hauteur occidentale. Lorsque donc *Hevelius* pensa que dans les quatre années ci-dessus l'étoile avait cessé de paroître, ce fut qu'elle pendant les mois de son cours nocturne sur l'horison était de lumière assez foible, ou de 10me grandeur et peut-être moins: et pour dire vrai s'il nous est aisé de la voir même dans un pareil affoiblissement, nous en sommes redovables uniquement à la bonté et perfection de nos modernes lunettes acromatiques.

Pour viser à la périodique, lorsqu'elle est sur l'horison c'est-à-dire visible pendant la nuit, j'ajoute ici une petite table qui donne les heures de son passage méridien et celles de sa présence nocturne dans le coure de l'année: ce qui doit bien s'entendre pour nos lieux de moyenne latitude boréale, et tout en supposant que la pureté de l'air soit favorable à distinguer l'étoile jusqu'à l'angle horaire de 5 heures avec le méridien. Voici cette table qui n'ayant pas d'autre but qu'une indication simple et grossière n'a aucune prétension à une rigoureuse exactitude.

Mois et jour.	L'ét. passe au mér. en tems vrai à peu-près.	L'étoile à l'Est.	L'étoile à l'Ouest.
Janvr. 8	7h	visib. pour 2h av. le mér.	vis. pour 5h après le mé[r.]
24	6	— — 0½ — —	— 5
Févr. 8	5	Invisible	— 4 au coucher
23	4	—	— 3
Mars 10	3	—	— 2
25	2	—	— 0½
Avril 9	1	—	invisible
24	0	—	—
Mai 9	23	—	—
24	22	—	—
Juin 9	21	—	—
24	20	visib. pour 0½ au lever	—
Juillet 9	19	— — 2	—
24	18	— — 3	—
Août 9	17	— — 4	—
24	16	— — 5 av. le mér.	vis. pour 0½ après le mé[r.]
Sept. 8	15	— — 5	— 2
23	14	— — 5	— 3
Oct. 8	13	— — 5	— 4
23	12	— — 5	— 5
Nov. 7	11	— — 5	— 5
22	10	— — 4½	— 5
Déc. 8	9	— — 4	— 5
23	8	— — 3	— 5

Concluons, de cette table et de ce que la variable a été dans s[on] grand éclat au commencement de cette année, que l'étoile reviend[ra] tout-de-suite à la même phase pour quatre ou cinq ans ap[rès] le courant dans les tems ou elle se montre le plus sur l'horis[on] pendant la nuit. Les observateurs en conséquence pourront b[ien] profiter de cette heureuse circonstance pour suivre soigneuseme[nt] les variations de l'étoile; et c'est ce qui m'a paru digne d'avert[is]sement pour exciter et tourner la curiosité astronomique sur [un] phénomène aussi étrange qu'interessant, et dont nous ne co[n]noissons pas bien jusqu'ici, ni les élémens de fait, ni l'ordre [et] les lois, et par là beaucoup moins l'explication ou la cause ph[y]sique la plus vraisemblable; comme on peut s'en convainc[re] d'après les considérations précédentes.

Joseph Bianchi.

Sternbedeckung in Göttingen.

Herr Hofrath *Gaufs* hat mir folgende von ihm beobachtete Bedeckung des Sterns 57 δ Arietis mitgetheilt:

1837 Decbr. 9 Eintritt 5h 2′ 57″0 M. Z.
Austritt 5 20 13,0

Den Eintritt hält er für sehr gut, den Austritt für unzuverlässig.

S.

Altona 1838. Februar 10.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 346.

Schreiben des Herrn *Kreil,* Adjuncten bei der Mailänder Sternwarte, an den Herausgeber.

Mailand 1838. Januar 16.

Beiliegend theile ich Ihnen einige Resultate der im vergangenen Jahre angestellten magnetischen Beobachtungen mit, von denen ich glaube, dafs sie auch der Aufmerksamkeit der Astronomen nicht unwürdig sind. Ich meine die monatliche Periode, die sich in den Schwingungsdauern der horizontalen Nadel schon im vorigen Jahre zeigte, und die von dem Einflusse des Mondes oder der Sonne auf den magnetischen Zustand unseres Planeten hervorgebracht seyn kann. Die Beobachtungen dieses Jahres haben dies Phänomen bestätigt, und wenn auch in der letzten Hälfte viele und gewaltige (in der folgenden Tafel mit Asterisken angedeutete) Störungen der regelmäfsigen Aenderung der Schwingungsdauern einigen Eintrag thaten, so zeigten sich doch in den Monaten August und October die längsten Dauern zur Zeit des Neumondes, wie im vorigen Jahre, wo eben diese Erscheinung auch noch im November statt hatte, während in diesem die drei letzten Neumonde, so wie die der ersten Monate des Jahres von den kürzesten Schwingungsdauern begleitet waren. Der März machte in beiden Jahren, der September, während welchen die Beobachtungen im vorigen unterbrochen waren, in diesem Jahre eine Ausnahme. Die folgende Tafel der fünftägigen Mittel wird dies deutlicher zeigen.

1837.	☾	Dauer.	Inclination.
1836 29 Dec. — 2 Jänner.		22,28150	63° 46′ 44″8
3 Jänner — 7 ——	●	22,26479	46 24,6
8 —— — 12 ——		22,27513	46 28,0
13 —— — 17 ——		22,29562	46 27,7
18 —— — 22 ——		22,27215	46 38,9
23 —— — 27 ——		22,28360	47 10,5
28 —— — 1 Febr.		22,26929	47 24,8
2 Febr. — 6 ——	●	22,26669	47 32,6
7 —— — 11 ——		22,27280	47 23,0
12 —— — 16 ——		22,27851	47 39,1
17 —— — 21 ——		22,28215 *)	48 6,7
22 —— — 26 ——		22,25373	48 18,0
27 —— — 28 ——		22,25916	48 6,3
1 März — 5 März	●	22,36755	47 59,1
6 —— — 10 ——		22,35213	47 29,7
11 —— — 15 ——		22,34253	47 14,3
16 —— — 20 ——		22,33258	47 39,8
21 —— — 25 ——		22,39285	47 31,7
26 —— — 30 ——		22,36476	46 49,0
31 März — 4 April	●	22,32603	63° 46′ 56″3
5 April — 9 ——		22,34269	47 27,0
10 —— — 14 ——		22,33858	47 16,2
16 —— — 19 ——		22,33386	47 15,9
20 —— — 24 ——		22,33779 *)	47 36,7
25 —— — 29 ——		22,32181	47 48,8
30 —— — 4 Mai		22,31775	48 3,1
5 Mai — 9 ——	●	22,33875	47 34,5
10 —— — 14 ——		22,33390	46 22,7
15 —— — 19 ——		22,32389	45 50,3
20 —— — 24 ——		22,34209	45 49,9
25 —— — 29 ——		22,31573	45 50,6
30 —— — 3 Juni		22,31067	46 32,2
4 Juni — 8 ——	●	22,31749	46 16,4
9 —— — 13 ——		22,30163	45 58,5
14 —— — 18 ——		22,28645	46 0,7
19 —— — 23 ——		22,31734	45 2,0
24 —— — 28 ——		22,32455	44 26,1
29 —— — 3 Juli	●	22,33249 *)	44 6,3
4 Juli — 8 ——		22,33929	43 37,0
9 —— — 13 ——		22,33892	43 3,7
14 —— — 18 ——		22,33342	43 8,3
19 —— — 23 ——		22,33531	42 52,7
24 —— — 28 ——		22,33499	
29 —— — 2 Aug.	●	22,34174	
3 Aug. — 7 ——		22,35590	
8 —— — 12 ——		22,34698	
13 —— — 17 ——		22,37877	63 51 12,1
18 —— — 22 ——		22,37830	51 24,4
23 —— — 27 ——		22,38849	51 5,7
28 —— — 1 Sept.	●	22,40567	50 11,1
2 Sept. — 6 ——		22,41890	48 19,8
7 —— — 11 ——		22,41075	47 12,7
12 —— — 16 ——		22,41304	47 39,0
17 —— — 21 ——		22,39986	48 50,3
22 —— — 26 ——		22,42500	49 14,3
27 —— — 1 Oct.	●	22,43497	47 47,1
2 Oct. — 6 ——		22,41664	47 38,8
7 —— — 11 ——		22,41527	47 26,0
12 —— — 16 ——		22,42563	47 30,5
17 —— — 21 ——		22,44054 *)	
22 —— — 26 ——		22,42240	
27 —— — 31 ——	●	22,44058	
1 Nov. — 5 ——		22,44288	
6 —— — 10 ——		22,44974	

1837			☾	Datum.	Inclination.
11 ——	—	15——		22,48344 *)	
16 ——	—	20——		22,47213	
21 ——	—	25——		22,46459	
26 ——	—	30——	●	22,45559	
1 Dec.	—	5——		22,46036	63°54′49″2
6 ——	—	10——		22,46020	54 14,5
11 ——	—	15——		22,47382 *)	56 22,0
16 ——	—	20——		22,47784 *)	55 53,0
21 ——	—	25——		22,46104	56 30,0
26 ——	—	30——	●	22,46248	56 40,2

Der zwischen Februar und März ersichtliche Sprung ist die Folge von einer am Apparate vorgenommenen Aenderung. Ich habe auch die Inclination beigefügt, um zu zeigen, daſs diese Variation der Schwingungsdauern nicht, wie dies bei ihren stündlichen Aenderungen der Fall ist, auf Rechnung der Inclination kommen könne, sondern daſs die Intensität der totalen Kraft selbst ihr unterworfen zu seyn scheint; doch muſs, ehe hierüber etwas entschieden werden kann, noch der Ausspruch der nun besser, d. h. näher am Schwerpunkt aufgehängten Inclinations-Nadel abgewartet werden.

Es ist übrigens höchst wahrscheinlich, daſs eine Ursache, die auf die Schwingungsdauern so kennbar und mit solcher Regelmäſsigkeit einwirkt, auch die Richtung der Nadel ändern müsse, und daſs durch eine zweckmäſsige Combination der über die Declination angestellten Beobachtungen ihre Wirkung, wenn sie überhaupt existirt, ans Licht treten müsse. Allein es ergeben sich hiebei mancherlei Schwierigkeiten: erstens kann diese Wirkung, sie mag nun ihren Grund in dem Einfluſs des Mondes oder eines anderen Gestirnes haben, nicht in der mittleren Declination (im Mittel aus allen an einem Tage beobachteten) erkannt werden, da sie von der Lage des Gestirns gegen den Beobachtungsort abhängt, und dieser an einem Tage alle möglichen Lagen annimmt; zweitens ist die stündliche Aenderung der Declination verschieden nicht nur allein nach den Jahreszeiten, sondern auch nach den Tagesstunden, wie man sich leicht überzeugen kann, aus der in Nr. 328 der Astron. Nachr. gegebenen Tafel, welche die zu verschiedenen Stunden beobachtete Declination für alle Monate des Jahres enthält, und mit welcher auch die Ergebnisse dieses Jahres nahe übereinstimmen. Man sieht, daſs in den Wintermonaten der Unterschied zwischen der gröſsten und kleinsten Declination sich nicht bis auf 6 Minuten erhebt, während er im Sommer über 16 Minuten hinausgeht, daſs im Sommer die um die Mittagsstunden beobachtete Declination merklich gröſser ist, als die um dieselbe Tageszeit im Winter angegebene, und daſs die Abends um 11 Uhr gefundene im Sommer gröſser, im Winter kleiner ist als die Morgens um 8 Uhr beobachtete. Diese Erscheinungen, die ihren Grund wahrscheinlich in der Lage der Erde und des Beobachtungsortes gegen die Sonne haben, zeigen sich so mächtig im Vergleich mit der wahrscheinlich sehr schwachen Wirkung, der ich nachzuspüren vor hatte, und die ich dem Einflusse des Mondes auf den Erdmagnetismus zuschreiben möchte, daſs nur ein einziger Umstand mir einige Hoffnung des Gelingens gewährt. Dieser Umstand ist die Periodicität der genannten Erscheinungen, vermöge welcher sie in einer gröſseren Reihe von Beobachtungen sich aufheben, und die Wirkung einer schwächeren, aber mit ihnen in keinem Zusammenhange stehenden Ursache erscheinen lassen müssen. Indessen muſste man die Idee aufgeben, sie aus den täglichen Mitteln erkennen zu können, welche zu den analogen Resultate in den Schwingungsdauern geführt hatten; man muſste dagegen die Beobachtungen nach den Stunden ordnen, in denen sie waren angestellt worden, und dabei jedesmal die Stellung des Mondes berücksichtigen. Es wurden daher die Beobachtungen jeder Stunde in Reihen getheilt, welche die an mehreren auf einander folgenden Tagen zur selben Stunde angestellten enthielten, so lange nämlich der Mond zur Beobachtungszeit sich auf der einen Seite, z. B. gegen Osten vom magnetischen Meridian, befand; hätte der Mond zur Beobachtungsstunde bereits diesen Meridian überschritten, so begann eine neue Beobachtungsreihe bei Mond West, welche mit einander verglichen den Einfluſs dieses Gestirnes auf die Richtung der Nadel zeigen muſsten, wenn die jährliche Aenderung der Declination in jedem Monate gleichförmig vor sich ginge: da aber vermöge dieser Aenderung die Declination in den ersten Monaten des Jahres wächst, in den letzten abnimmt, so konnte sich der gesuchte Einfluſs nur im Mittel eines ganzen Jahres zeigen, und auch hiebei war es noch sehr ungewiſs, ob eine zweijährige Beobachtungsreihe ausgedehnt genug ist, die Wirkung der periodischen und der scheinbar unregelmäſsigen Aenderungen zu vernichten. Ich war eben so erstaunt als erfreut zu sehen, daſs schon die Beobachtungen des ersten Jahres ein Resultat gaben, daſs kaum einem Zweifel Raum läſst, und welches durch die Beobachtungen des zweiten Jahres noch mehr bestätigt wird, wie man aus der folgenden Tafel ersehen kann. Im vorigen Jahre wurden mehrere Beobachtungsstunden gewechselt, konnten daher nicht in Rechnung gezogen werden, aus derselben Ursache wurden die beiden ersten Monate ausgelassen. Die Combination Juni, Juli ist weggeblieben, weil man am 1sten Juli den Apparat in einem anderen Beobachtungssaale aufstellte, daher die folgenden Beobachtungen nicht gut mit den vorhergehenden verglichen werden konnten. Die Unterstationen der ersten Colonne sind nicht strenge zu nehmen, sondern sollten nur dienen, die Mittel je zwei auf einander folgender Reihenpaare von einander zu sondern.

Declination = 18°

1836.	20h 0′ ☾ Ost.	20h 0′ ☾ West.	22h 30′ ☾ Ost.	22h 30′ ☾ West.	1h 0′ ☾ Ost.	1h 0′ ☾ West.
März u. April	33′ 50″6	32′ 25″0	39′ 22″3	37′ 28″0	47′ 0″1	46′ 50″8
April u. Mai	31 11,6	30 28,8	40 47,2	40 8,5	47 45,7	47 0,5
Mai u. Juni	30 36,7	31 6,7	39 47,1	41 10,6	47 13,6	46 35,1
Juni u. Juli						
Juli u. Aug.	41 7,0	42 12,4	53 6,5	51 45,8	56 9,7	59 16,4
Aug. u. Sept.	42 14,7	40 45,1	53 18,8	51 57,9	56 43,5	59 3,7
Sept. u. Oct.	44 9,9	42 1,5	53 50,5	47 20,7	58 7,4	55 42,2
Oct. u. Nov.	30 36,4	31 2,1	36 54,7	35 37,5	43 15,6	40 53,8
Nov. u. Dec.	31 15,7	31 9,1	34 37,9	34 7,5	39 50,6	37 12,1
Dec. u. Jänner	31 16,0	31 37,0	33 21,6	33 32,3	38 0,7	38 52,1
Mittel	35 8,7	34 45,3	42 47,4	41 27,6	48 14,1	47 56,3
Diff. Ost-West	+23″4		+79″8		+17″8	

	11h 0′ ☾ Ost.	11h 0′ ☾ West.
März	36′ 26″6	36′ 14″9
April	35 57,9	36 37,7
Mai	34 24,7	34 31,5
Juni	35 28,6	35 2,1
Juli	45 51,7	47 36,8
Juli u. Aug.	46 50,3	45 12,1
Aug. u. Sept.	45 51,4	45 49,7
Sept. u. Oct.	32 40,4	30 10,9
Oct. u. Nov.	31 39,2	30 45,8
Nov. u. Dec.	31 9,4	31 36,2
Dec. u. Jänner	31 44,4	33 20,5
Diff. Ost-West Mittel	37 5,9	36 59,8
	+6″1	

Decl. = 18°

1837.	20h 0′ ☾ Ost.	20h 0′ ☾ West.	22h 30′ ☾ Ost.	22h 30′ ☾ West.	1h 0′ ☾ Ost.	1h 0′ ☾ West.	4h 30′ ☾ Ost.	4h 30′ ☾ West.	7h 30′ ☾ Ost.	7h 30′ ☾ West.	11h 0′ ☾ Ost.	11h 0′ ☾ West.
Jan. u. Febr.	31′ 6″1	30′ 13″5	34′ 25″2	31′ 46″0	40′ 30″0	38′ 16″4	36′ 14″9	33′ 40″7	33′ 10″3	32′ 26″4	30′ 20″4	29′ 17″8
Febr. u. März	28 29,2	28 21,7	31 54,4	32 20,3	36 33,6	38 1,4	33 0,8	33 42,1	31 31,8	32 6,4	29 13,0	29 52,9
März u. April	28 0,2	24 3,5	33 40,9	31 36,3	39 20,4	40 46,8	33 49,2	35 13,8	33 29,8	30 27,8	29 23,1	29 17,3
April u. Mai	23 25,4	23 18,1	29 14,8	28 39,9	40 41,5	39 45,7	37 39,9	35 58,2	30 57,1	31 12,0	29 39,1	31 24,3
Mai u. Juni	26 59,3	25 13,7	30 52,4	31 45,1	40 29,7	40 43,1	36 10,2	37 53,4	31 18,5	34 38,5	30 48,0	32 22,9
Juni u. Juli	27 52,8	25 30,0	35 43,5	33 54,3	42 18,2	41 22,8	38 30,1	37 11,8	32 43,7	32 21,2	32 7,1	31 21,6
Juli u. Aug.	26 10,6	25 3,4	32 15,4	32 43,0	39 20,4	38 55,5	36 11,9	34 13,3	32 7,8	29 43,4	30 16,3	28 59,9
Aug. u. Sept.	24 35,9	24 17,4	31 31,1	31 20,0	38 48,7	40 3,5	33 40,8	33 24,7	29 57,3	30 16,3	29 29,8	30 45,7
Sept. u. Oct.	27 53,5	27 21,3	36 13,9	35 26,6	41 38,3	42 13,6	34 48,8	35 15,9	31 6,9	32 27,6	30 19,7	31 0,5
Oct. u. Nov.	30 13,1	27 45,0	33 23,0	32 52,9	40 29,8	39 14,7	35 45,3	34 33,3	31 27,3	30 47,8	28 40,7	28 19,2
Nov. u. Dec.	28 22,2	30 23,7	32 5,1	33 56,4	37 7,8	37 2,4	34 31,5	32 53,1	30 40,2	30 48,8	29 33,1	27 50,3
December	29 56,9	30 53,2	31 16,8	33 12,1	34 27,1	34 41,1	32 24,6	33 1,7				
Mittel	27 45,4	26 52,0	32 43,0	32 27,7	39 18,8	39 15,6	35 14,0	34 45,2	31 41,0	31 34,2	29 59,1	30 3,0
Diff. Ost-West	+53″4		+15″3		+3″2		+28″8		+6″8		−3″9	

Man sieht aus diesen Mitteln und ihren Unterschieden, daſs der Einfluſs des Mondes auf den magnetischen Zustand unseres Planeten sich wie der eines Körpers äuſsert, der den nach Süden gerichteten Pol unserer Magnetnadeln anzieht. Es ist nun die Aufgabe des Inclinatoriums zu entscheiden, ob, wie schon früher erwähnt wurde, dieser Einfluſs sich bloſs auf die Richtung der Nadel beschränkt, oder auch auf die Intensität ausdehnt, und ob auch eine ähnliche, dem Wechsel der Declination des Mondes entsprechende Erscheinung erkannt werden kann. Hierüber werden uns hoffentlich die Beobachtungen dieses Jahres belehren.

Kreil.

Ueber einige Aeuſserungen von *Bessel* in den Astron. Nachrichten Nr. 344.

Die Erklärung über die an dem *Repsold*schen Passage-Instrumente bemerkte Veränderlichkeit, welche *Bessel* mir früher mittheilte, war in den Worten enthalten: Die Fuſsplatten dürfen nicht eingegypst werden, sondern das Instrument muſs frei auf dem Steine stehen, dann steht es unwandelbar fest. Diese Erklärung schien mir unwahrscheinlich und einen innern Widerspruch zu enthalten. Sie thut es noch. Denn die Nothwendigkeit der freien Aufstellung, oder mit andern Worten der Beweglichkeit der Fuſsplatten, als Bedingung für die unwandelbare Festigkeit setzt voraus, daſs alle Ursachen einer Aenderung der Stellung, sey es äuſsere Erschütterung oder Einwirkung der Wärme, vom Centrum ausgehen und gleichmäſsig die Platten verschieben. Wäre das der Fall, so würde zunächst ermittelt werden müssen, welche Reibung der Platten auf der Oberfläche des Steins noch zulässig sey, um nicht durch eben diese dasselbe Uebel herbeizuführen, was man durch Weglassung des Kittes vermeiden wollte.

Die in Nr. 344 enthaltene Erklärung bringt in dieser meiner Ansicht keine Aenderung hervor. Man sieht aus dieser letzten Erklärung, dafs die freie Aufstellung nur als das kleinere Uebel gewählt ward, zur Verhütung des gröfseren, einer Zwängung oder nicht freien Stellung der Fufsschrauben. Wenn es *Besseln* nicht gelungen ist, diese Zwängung zu verhüten, falls er die Fufsplatten befestigt, so mag es für ihn gerathener seyn, das kleinere Uebel zu wählen. Sind die Bewegungen so stark, dafs bei festgekitteten Fufsplatten, wenn auch anfangs keine Zwängung statt fand, diese später doch merklich wird, so kann nach meiner Ansicht das Instrument auch dann nicht im Azimut feststehen, wenn die Fufsplatten frei aufliegen, weil zu diesem festen Stande die regelmäfsige gleichförmige Aenderung einer Bewegung erfordert wird, für welche keine gesetzmäfsige Leitung vorhanden ist, und die auf der rauhen Oberfläche des Steins von selbst nicht statt finden wird. Dafs der Künstler keine solche Leitung angebracht hat, zeigt, dafs er wenigstens von der Ansicht ausging, die Bewegungen werden nicht so stark seyn, um dieses fürchten zu lassen. Zeigt der Erfolg, dafs sie doch sind, und wird deshalb die Beweglichkeit der Fufsplatten nothwendig, so wird eine Veränderlichkeit im Azimuthe eintreten, so lange nicht durch andere Mittel für die gleichförmige Vertheilung auf alle Fufsschrauben gesorgt ist. Ich wiederhole es, die freie Aufstellung kann vortheilhafter seyn, als eine Befestigung der Platten, wenn eine Zwängung der Fufsschrauben schwer zu vermeiden seyn sollte. Voraussetzen, dafs durch sie allein das Instrument plötzlich alle Veränderlichkeit verliert, welche es ohne sie zeigt, ist mir ein innerer Widerspruch, besonders da man höchstens (und auch da nur selten) bei der Einwirkung der Wärme eine etwas gleichförmige Vertheilung erwarten kann, bei den andern Störungen, denen der Kitt hauptsächlich entgegenwirken soll, nothwendig eine ungleichförmige angenommen werden mufs.

Wenn übrigens diese Ursache bei den Berliner Beobachtungen eingewirkt haben sollte, so liegt die Schuld nicht an mir. Bekannt mit der auch bei der Aufstellung anzuwendenden Vorsicht, hielt ich es für gerathen, *Bessel's* Ankunft abzuwarten. *Bessel* hat das Instrument ausgepackt, *Bessel* hat es auf den Stein gestellt und nach seiner Weise die Platten befestigt. Ich übernahm es erst, als es fertig zum Beobachten war. Ganz ähnlich verfuhr ich, als ich selbst bei Gelegenheit der Russischen Chronometerexpedition meinen Gehülfen sorgfältig von mir geprüfte Instrumente übergab. Die Aufstellung übernahm ich ebenfalls selbst.

Mir ist eine andere Erklärung bei weitem wahrscheinlicher. Das *Repsold*sche Instrument entbehrt der zwei Klemmschrauben, durch welche bei andern Instrumenten ähnlicher Art der bewegliche Azimuthalkreis mit den Fufsschrauben festverbunden wird. Der Azimuthalkreis wird bei *Repsold* nur durch ein Schraube ohne Ende gehalten, die durch eine Feder gege den gezahnten Rand des Kreises gedrückt wird. Sie dient zu gleich zur feineren Bewegung. Als unmittelbar vor der Zurück sendung nach Königsberg Herr *Baumann* das Instrument i *Bessels* Auftrag auseinander nahm, zeigte es sich, dafs durc Mangel oder Eintrocknung von Oel, die Feder, welche di Schraube andrückt, nicht ihre volle Wirkung thun konnte Wenn, wie ich glaube, schon an sich diese Art der Befesti gung zu dem Zwecke einer unwandelbar festen Aufstellung i Meridian nicht hinreicht, so ward durch den erwähnten Um stand hier in Berlin (was später mit dem Instrumente vorge nommen ist, ist mir unbekannt) das Uebel noch vergröfser Diese Ursache hätte sich finden und prüfen lassen, wenn nich das hartnäckige Bestehen von *Bessel* auf der Behauptung, di Ursache der Veränderlichkeit müfste aufser dem Instrument liegen, jede Zerlegung und Untersuchung schlechterdings ver weigert hätte, so dafs mir nur die Wahl blieb, bei dem unvoll kommnen Zustande fortzubeobachten, oder das Instrument gan bei Seite zu setzen. Liegt denn aber, selbst wenn man *Bes sel's* Erklärung annimmt, die ganz ungewöhnlich grofse Gefah einer Zwängung der Fufsschrauben aufser dem Instrumente, wi *Bessel* auch jetzt noch annimmt?

In dem Ausdruck von *Bessel*, dafs ich mich über diesen Gegenstand auf eine Art erklärt hätte, welche auf den Künstle einen Schatten wirft, liegt eine Zweideutigkeit, die ich nich übergehen kann. Hoffentlich ist sie keine absichtliche. Di Thatsachen konnte und wollte ich nicht verschweigen, hinzu gefügt ist kein Wort. Wenn *Repsold's* Name dabei vorkommt so hat Niemand die Veranlassung dazu gegeben als *Bessel* Niemand, am wenigsten ich, hat *Bessel* genöthigt ein Instru ment auszuwählen, dessen Eigenthümlichkeiten er damals nich kannte, und bei welchem er das angeblich jetzt gefundene Mit tel, ihnen zu begegnen, noch nicht entdeckt hatte. Astro nomen vom Fach werden das grofse Opfer zu würdigen wisse welches ich dadurch brachte, dafs ich eine so wichtige Beob achtung, wie die der Längenbestimmung von Berlin, mit einem mir fremden Instrumente übernahm. Eine zweite Gelegenheit wie die, welche die über alles Lob erhabene Liberalität de Königlich-Dänischen Regierung mir damals darbot, kehrt n nicht wieder.

Eine tadelnde Aeufserung über ein Instrument kann de ächten Künstler, und ich brauche nicht zu sagen, dafs ich all mögliche Ursache habe *Repsold* dafür zu halten, weder ve wunden noch ihm schaden, wenn sie auf strenger Prüfung b ruht. Ueberhaupt fragt es sich wohl, ob alle die Instrumente welche als vortrefflich ausgegeben werden, auch scharf geprü sind, und ob der Vortheil, den der denkende Künstler durc

das nicht ganz beifällige Urtheil bei einer einzelnen Leistung gewinnen kann, nicht mehr werth ist, als das unbegründete Lob, mit welchem so überaus freigebig zu seyn jetzt häufig Sitte ist.

Bessel beschwert sich, dafs ich seine Erklärung in Zweifel gestellt habe, ohne sie zu erwähnen. Ich wollte, dafs er sie erwähnte. Ich fordere, und werde bei jeder ähnlichen Gelegenheit fordern, dafs der, durch dessen Fehler einem wichtigen Resultate ein auch noch so geringer Nachtheil erwachsen ist, auch diesen seinen Fehler selbst öffentlich vertritt und entschuldigt. Da *Bessel* es bisher nicht gethan, so war eine Erinnerung nothwendig, und es freut mich, dafs diese Erinnerung nicht fruchtlos geblieben ist.

Wenn *Bessel* meine Aeufserung, dafs seine Erklärung mir einen innern Widerspruch zu enthalten scheine, für gleichbedeutend damit hält, dafs ich sie für unvernünftig erklärt habe, so ist das seine Schlufsfolge. Ich wenigstens halte mich nicht für unfehlbar, aber eben so wenig lasse ich mir das Recht nehmen, meine Ansicht über innere Wahrheit oder innern Widerspruch ungescheut auszusprechen.

Den ganzen sonderbaren Schlufs des *Bessel*schen Aufsatzes übersehe ich sehr gern, und lasse ihn als mir gänzlich unverständlich völlig auf sich beruhen. Er zeigt mir nur *Bessel's* Empfindlichkeit, dafs dieser Gegenstand berührt werden mufste. *Bessel* würde es sich und *Repsold* und mir leichter gemacht haben, wenn er von freien Stücken gethan hätte, was ich für seine Pflicht hielt.

Encke.

Beobachtungen in Kopenhagen.

Die folgenden Beobachtungen sind mit dem Passagen-Instrument auf Holkens Bastion und von dem Observator der Sternwarte, Mag. *Pedersen*, gemacht. Bei den Mondsternen zeigt die vorletzte Reihe die Anzahl der Fäden; die letzte giebt die Reduction um die Sternzeit der Mondsbeobachtung zu erhalten.

1833 Jan. 6.	Mond II	7h	53′	18″14	5	+0″95
	42 Cancri	8	10	36,58	5	
Febr. 27.	α Tauri	4	26	20,20	3	
	Mond I	4	38	25,83	5	+0,75
	123 ζ Tauri	5	27	39,91	5	
28.	106 l ——	4	57	55,29	5	
	Mond I	5	38	15,87	5	−0,03
	18 ν Gem.	6	19	2,92	5	
März 4.	8 Cancri	9	27	49,93	5	
	Mond I	9	56	5,62	5	−0,06
31.	83 q Cancri	9	9	39,16	3	
	Mond I	9	27	46,42	4	−0,02
	37 Leonis	10	7	42,74	5	
	42 ——	10	12	51,52	5	
April 3.	7 b Virg.	11	51	24,61	5	
	16 c ——	12	11	58,16	4	
	Mond I	12	24	27,70	5	+0,11
	29 γ′ Virg.	12	33	13,29	4	
4	29 γ′ ——	12	33	13,00	5	
	38 ——	12	44	39,27	4	
	51 θ ——	13	1	19,47	4	
	Mond II	13	22	29,16	5	+0,31
Oct. 25.	30 r Pisc.	23	53	25,95	4	
	Mond I	0	10	45,62	5	−0,87
	120 Pisc.	0	27	1,14	5	
	20 m Ceti	0	44	31,12	5	
26.	120 Pisc.	0	27	1,15	4	
	20 m Ceti	0	44	31,26	5	
	Mond I	0	56	29,47	5	−0,22
	106 ν Pisc.	1	32	47,63	5	
1833 Oct. 27.	106 ν Pisc.	1h	32′	47″55	5	
	Mond I	1	42	59,09	5	−0,34
	65 ξ¹ Ceti	2	4	12,32	5	
	73 ξ² ——	2	19	20,24	5	
29.	4 Ceti	3	2	15,09	5	
	Mond II	3	23	37,04	5	−0,09
	103 Tauri	3	30	2,49	5	
Nov. 23.	33 Ceti	1	2	1,20	3	
	Mond I	1	24	6,25	5	−1,03
	110 ο Pisc.	1	36	38,03	5	
	225 Ceti	1	51	16,81	4	
Dec. 22.	65 ξ¹ ——	2	4	12,21	5	
	Mond I	2	38	17,26	5	−0,58
1834 Jan. 19.	87 μ Ceti	2	35	57,96	3	
	Mond I	3	5	7,25	5	−1,11
	5 f Tauri	3	21	42,73	5	
20.	Mond I	3	56	57,23	5	−1,15
	74 ε Tauri	4	18	55,89	3	
	α ——	4	26	24,19	5	
25.	47 δ Cancr.	8	35	14,82	5	
	Mond II	9	9	1,14	5	−1,41
Febr. 16.	2 ξ Tauri	10	18	10,31	4	
	Mond I	3	34	15,19	5	−0,36
	35 λ Tauri	3	51	28,97	5	
	γ ——	4	10	20,90	5	
20.	43 ζ Gem.	6	54	15,54	5	
	55 δ ——	7	10	12,47	5	
	Mond I	7	27	8,99	5	−0,41
	β Gem.	7	35	9,27	5	
	83 φ ——	7	43	19,91	4	
22.	4 λ Leon.	9	22	16,10	4	
	Mond I	9	36	6,93	5	−0,36
	α Leonis	9	59	31,93	3	
März 18.	β Tauri	5	16	47,63	5	
	123 ζ ——	5	27	23,00	4	
	Mond I	5	58	10,33	5	−1,06
	13 μ Gem.	6	12	54,67	5	

1834 März	18.	27 ε Gem.	6h	33'	42"73	5	
	19.	27 ε ——	6	33	42,68	5	
		Mond I	6	58	25,73	5	— 0,92
		β Gem.	7	35	8,88	5	
	20.	β ——	7	35	8,72	5	
		Mond I	8	0	36,06	4	+ 0,29
		47 δ Cancr.	8	35	14,82	5	
		77 ξ ——	8	59	48,47	5	
	24.	3 ν Virg.	11	37	20,18	5	
		β ——	11	42	3,56	4	
		Mond I	12	5	20,18	5	+ 0,18
		43 δ Virg.	12	47	15,38	5	
April	17.	Mond I	8	38	17,39	2	— 0,23
		77 ξ Cancr.	8	59	47,97	5	
		4 λ Leonis	9	22	14,88	5	
	18.	4 λ Leonis	9	22	14,55	5	
		Mond I	9	38	35,65	5	— 0,22
		α Leonis	9	59	31,75	5	
		γ ——	10	10	49,29	5	
	19.	γ ——	10	10	48,77	5	
		Mond I	10	37	47,04	5	— 0,27
		63 χ Leon.	10	56	47,49	4	
	20.	77 b Leon.	11	12	35,06	5	
		Mond I	11	35	48,46	5	— 0,25
		β Virg.	11	42	3,65	2	
	23.	98 κ ——	14	4	4,28	5	
		99 ι ——	14	7	20,32	5	
		Mond II	14	30	50,27	5	— 0,21
		α² Libr.	14	41	43,60	5	
Mai	20.	α Virg.	13	16	28,58	4	
		79 ζ ——	13	26	15,53	5	
		Mond I	14	0	18,57	5	+ 0,12
		λ Virg.	14	10	9,72	3	
		μ ——	14	24	20,50	5	
		α² Libr.	14	41	43,74	4	
Juni	17.	Mond I	14	34	16,89	5	— 0,08
		27 β Libr.	15	8	6,67	5	
	19.	ω² Scorpii	15	57	42,77	4	
		Mond I	16	31	4,50	5	— 0,29
	21.	13 μ Sagitt.	18	3	52,15	5	
		22 λ ——	18	17	45,63	5	
		Mond II	18	36	51,47	5	+ 0,06
		41 π Sagitt.	18	59	55,18	5	
Juli	20.	α² Capric.	20	8	52,67	4	
		Mond II		11	28,83	4	— 0,11
		16 ψ Capric.		36	17,59	2	
		22 η ——		54	59,27	5	
	21.	22 η ——	20	54	59,27	5	
		Mond II	21	7	36,32	5	— 0,12
		40 γ Capric.		30	55,30	4	
		49 δ ——		37	54,34	5	
Aug.	15.	27 φ Sagitt.	18	35	19,68	3	
		Mond I		49	29,45	5	— 0,17
	16.	Mond I	19	48	17,88	3	+ 0,20
		α² Capric.	20	8	52,64	4	
Sept.	12.	Mond I	19	30	32,88	4	+ 0,13
		62 c Sagitt.	19	52	29,05	5	
		α² Capric.	20	8	52,65	4	
	13.	62 c Sagitt.	19	52	29,03	5	
		α² Capric.	20	8	52,60	4	
		Mond I		27	22,89	4	+ 0,27

1834 Sept.	13.	22 η Capric.	20h	54'	59"57	4	
		25 χ' ——		59	5,12		
	15.	33 i Aquar.	21	57	30,21	5	
		Mond I	22	12	17,74	5	+ 0,47
		76 δ Aquar.	22	45	52,52	5	
	16.	76 δ Aquar.	22	45	52,63	4	
		Mond I	23	0	43,14	5	— 0,47
		20 n Pisc.	23	39	27,10	5	
	17.	20 n Pisc.	23	39	27,22	4	
		Mond I		46	42,68	4	— 0,54
				48	45,51	5	— 0,54
		12 n Ceti	0	21	36,78	2	
Oct.	10.	62 c Sagitt.	19	52	28,24	5	
		α² Capric.	20	8	52,10	4	
		Mond I	20	10	2,57	3	— 0,15
		16 ψ Capr.	20	36	17,41	5	
Nov.	16.	30 e Tauri	3	39	13,55	4	
		Mond II	3	53	28,98	5	— 0,10
		77 θ' Tauri	4	19	0,52	2	
		α ——	4	26	27,16	3	
Dec.	11.	106 ν Pisc.	1	32	50,87	5	
		110 ο ——		36	41,14	5	
		Mond I		58	58,28	2	— 0,64
	12.	87 μ Ceti	2	36	1,51	4	
		Mond I		44	51,32	5	— 0,63
		57 δ Ariet.	3	2	12,22	5	
		2 ξ Tauri		18	14,01	5	
	15.	102 i ——	4	53	14,53	5	
		104 m ——		56	42,51	5	
		Mond I	5	18	13,13	5	— 0,92
		H Gem.		54	5,38	5	
		7 η ——	6	4	55,00	5	
1835 Jan.	6.	Mond I	0	56	31,37	5	— 0,52
		98 μ Pisc.	1	21	32,03	5	
		106 ν ——		32	50,37	4	
	10.	Mond I	4	2	28,23	5	— 0,69
		τ Tauri		32	21,07	5	
	11.	τ ——	4	32	21,15	5	
		Mond I		55	18,54	5	— 0,49
		119 Tauri	5	22	32,70	2	
		123 ζ ——		27	47,28	4	
Febr.	6.	58 ζ Ariet.	3	5	24,73	4	
		5 f ——	3	24	45,36	5	
		Mond I	3	40	36,07	5	— 0,92
	8.	109 n Tauri	5	19	22,17	5	
		Mond I	5	25	58,18	4	— 1,37
		H Gem.		54	5,73	5	
		η ——	6	4	55,48	5	
	9.	Mond I	6	22	33,41	4	— 1,71
		43 ζ Gem.		54	19,54	5	
		55 δ ——	7	10	16,15	2	
	10.	43 ζ Gem.	6	54	19,38	4	
		55 δ ——	7	10	15,98	5	
		Mond I		22	25,46	5	— 2,06
		83 φ Gem.		48	23,80	5	
	12.	77 ξ Gem.	8	59	52,51	4	
		4 λ Leonis	9	22	18,43	3	
		Mond I		22	43,01	4	— 1,20
		30 η Leonis		58	20,22	2	
		41 γ ——	10	10	52,74	5	

1835 März 10.	Mond I	7h	53'	39"72	5	+ 0,52
	γ Cancri	8	33	44,12	5	
	δ ——	8	35	18,44	4	
April 8.	Mond I	9	24	1,90	4	— 1,42
	30 η Leon.		58	20,56	3	
11.	8 π Virg.	11	52	25,98	4	
	Mond I	12	12	55,79	5	— 1,46
	43 δ Virg.		27	78,76	5	
Juni 9.	46 θ Libr.	15	44	27,87	2	
	Mond I	16	6	30,57	2	+ 0,29
	9 ω Oph.		22	23,53	4	
	35 η ——	17	0	56,99	5	
10.	35 η ——	17	0	56,96	5	
	Mond I		12	41,62	5	+ 0,39
		-	15	13,88	5	
	4 b Sagitt.	17	49	45,28	5	
	13 μ ——	18	3	55,67	5	
11.	4 b Sagitt.	17	49	45,05	5	
	13 μ' ——	18	3	55,61	5	
	Mond II		23	24,36	5	+ 0,78
Juli 7.	Mond I	16	40	58,38	5	— 0,24
	42 θ Oph.	17	11	55,02	5	
	51 e² ——		21	23,27	5	
Aug. 4.	Mond I	17	20	28,87	5	+ 1,54
	13 μ Sagitt.	18	3	55,81	4	
5.	13 μ' Sagitt.		3	55,89	4	
	Mond I		26	4,70	5	+ 1,56
	41 π Sagitt.!		59	59,42	5	
Sept. 2.	Mond I	19	8	43,00	3	+ 0,04
	59 b Sagitt.		46	51,34	5	
	62 e ——		52	33,04	5	
3.	59 b Sagitt.	19	46	51,23	5	
	Mond I	20	11	38,89	5	+ 0,67
	16 ψ Capr.		36	21,71	3	
Nov. 1.	Mond I	0	2	21,34	5	— 0,34
	20 m Ceti		44	37,72	5	
3.	98 μ Pisc.	1	21	35,90	4	— 0,44
	Mond I		32	51,67	4	
	65 ξ' Ceti	2	4	18,97	4	
4.	Mond I	2	18	23,73	4	— 0,60
	π Ariet.		40	8,78	4	
	48 ε ——		49	50,39	4	
25.	16 ψ Capr.	20	36	20,70	4	
	Mond I	21	12	22,99	4	— 0,33
	49 δ Capr.		37	57,34	4	
1836 Jan. 25.	65 ξ' Ceti	2	4	17,94	3	
	Mond I		15	55,98	6	0,00
	38 Arietis		36	1,02	5	
	42 π ——		40	8,11	6	
Febr. 25.	102 ι Tauri	4	53	17,81	6	
	Mond I	5	14	1,49	5	+ 0,03
	136 Tauri		43	1,52	6	
	1 h Gem.		54	9,26	6	
26.	136 Tauri	5	43	1,69	6	
	1 h Gem.	5	54	9,68	6	
	Mond I	6	8	25,44	6	0,00
	27 ε Gem.		33	51,17	5	

März 30.	63 χ Leonis	10h	56'	34"22	4	
	Mond I	11	8	56,42	6	— 0,15
	3 γ Virg.		37	26,69	6	
1836 April 25.	Mond I	9	53	59,76	2	+ 0,11
	41 γ Leon.	10	10	55,91	6	
	47 ρ ——		24	10,86	6	
26.	41 γ Leon.	10	10	56,14	6	
	47 ρ ——		24	11,18	6	
	Mond I		44	55,65	6	— 0,02
	77 ρ Leonis	11	12	41,50	6	
	84 τ ——		19	30,88	6	
27.	Mond I	11	35	14,85	6	+ 0,01
	90 Virg.		56	51,98	6	
	15 η ——	12	11	32,23	6	
28.	15 η ——	12	11	32,15	6	
	Mond I		25	53,13	6	+ 0,05
	43 δ Virg.		47	22,06	4	
	51 θ ——	13	1	29,21	4	
30.	98 κ Virg.	14	4	10,91	6	
	Mond I		12	48,95	6	+ 0,33
	9 α² Libr.		41	50,50	6	
	15 ξ² ——		47	54,13	6	
Mai 26.	Mond I	12	52	2,71	7	+ 0,01
	67 α Virg.	13	16	34,98	7	
27.	α Virg.	13	16	34,99	7	
	Mond I		44	25,82	7	— 0,11
	98 κ Virg.	14	4	10,93	7	
	100 λ ——		10	16,31	7	
28.	Mond I	14	40	30,82	7	— 0,08
	24 ι' Libr.	15	2	55,04	7	
	38 γ ——		26	23,53	4	
29.	24 ι' Libr.	15	2	54,99	7	
	Mond I		41	28,80	7	— 0,09
	29 α Scorpii	16	19	23,84	6	
	23 τ ——		25	43,08	5	
Juni 26.	46 θ Libr.	15	44	31,75	7	
	Mond I	16	12	32,85	7	— 0,04
28.	13 μ' Sagitt.	18	3	59,63	7	
	19 δ ——		10	32,19	7	
	Mond I		31	38,03	7	+ 0,23
	Mond II		34	15,71	7	
	40 τ Sagitt.		56	44,11	7	
Sept. 18.	Mond I	18	12	30,46	5	— 0,21
	34 Sagitt.		45	8,40	6	
	38 ——		52	13,24	7	
Oct. 21.	20 n Pisc.	23	39	33,31	7	
	Mond I		49	41,23	7	— 0,12
25.	Mond II	3	9	4,05	6	— 0,20
	42 π Ariet.		40	12,27	6	
Nov. 15.	ζ Capric.	21	17	19,79	7	
	ε ——		27	55,53	7	
	Mond I		47	55,99	7	— 0,23
	57 Aquar.	22	22	0,02	5	
	71 τ ——		40	56,74	5	
18.	Mond I	0	22	41,34	3	— 0,25
	20 m Ceti		44	40,51	7	
	71 ε Pisc.		54	29,05	2	

(Beschluſs folgt.)

Schreiben des Herrn *Fischer* in Apenrade an den Herausgeber.

Nachstehende Beobachtungen, nebst den daraus abgeleiteten Resultaten, bin ich so frei Ihnen hierdurch zu übersenden. Mit nur geringen Hülfsmitteln versehen, ist die Anzahl meiner Beobachtungen bis jetzt nur klein gewesen, doch glaube ich, dafs dieselben, namentlich die zur Bestimmung der Polhöhe angestellten, wohl Zutrauen verdienen, da ich sie mit möglichster Umsicht angestellt habe. Zu meinen Beobachtungen gebrauche ich folgende Instrumente: Eine Pendeluhr, die 4 Wochen in einem Aufzuge geht, und deren Compensation durch eine im Gehäose befestigte Stange, welche das Pendel trägt, bewirkt wird. Zur Bestimmung des täglichen Ganges derselben beobachte ich Sternculminationen mit einer Art kleinem Transitinstrument, wenn ich anders ein gewöhnliches mit 3 Verticalfäden und 1 Horizontalfaden versehenes Fernrohr, das rechtwinklicht auf einer hölzernen Horizontalachse mit Metallzapfen befestigt ist, so nennen darf. Da sowohl das Instrument an sich, als auch die Aufstellung desselben nicht solide ist, so gebrauche ich es nur zur Bestimmung des Uhrganges, den ich bei einer Zwischenzeit von einigen Tagen scharf genug zu erhalten glaube. Die absolute Zeit habe ich aus correspondirenden Sonnenhöhen erhalten, werde dieselbe aber für die Zukunft lieber aus zwei gleichen Sternhöhen bestimmen. Die Beobachtungen für die Polhöhe sind vermittelst eines, auf einer soliden Verticalachse, deren stählerne Zapfen in Metallpfannen rotiren, befestigten Fernrohrs mit Kreuzfäden, angestellt. Die Achse wird vor jeder Beobachtungsreihe aufs sorgfältigste genau senkrecht gerichtet, was durch zwei Schiebe am untern Zapfen bewirkt und durch eine Libelle ersichtlich ist; das Fernrohr von 30 Zoll Länge und circa 16mal. Vergröfserung wird durch Schrauben unverrückbar mit der Achse verbunden, und da die Beobachtungen in ziemlich kurzer Zeit eingeschlossen sind, glaube ich die Unwandelbarkeit des Ganzen verbürgen zu können. Nach der Beobachtung jedes Sterns besichtige ich die Libelle, und sobald sich eine Veränderung an derselben zeigt, die Beobachtungsreihe verworfen *). Aus den auf diese Art erhaltenen Bestimmungen habe ich ohne irgend einige Rücksicht die angeführten genommen und berechnet, mehrere noch unberechnete habe ich vorhanden. Die Sternbedeckungen endlich habe ich mit einem mir selbst verfertigten Newtonschen Spiegeltelescop beobachtet, das nemliche, das ich bei der Sonnenfinsternifs am 15ten Mai 1836 anwandte. Bei der Mondfinsternifs im Octbr. v. J. hatte ich das Unglück, dafs der grofse Spiegel durch das Zurückweichen einer Schraube gelöst, aus dem Rohr fiel und zerbrach, ein Verlust, den ich bis jetzt nicht habe ersetzen können, so dafs ich für den Augenblick fast ohne Fernrohr bin.

Die Formeln der Berechnung der Sternbedeckungen sind die *Bessel*schen, aus Ihren Astr. Nachr., deren Mittheilung ich der zuvorkommenden Güte unsers Herrn Dr. *Neuber* verdanke. Für die übrigen Berechnungen habe ich *J. J. Littrows* theoretische und practische Astronomie, 2 Thle. 1821, als Leitfaden gebraucht; Schade, dafs dies schätzbare Werk durch so viele Druckfehler entstellt ist. Die gebrauchten Logarithmen sind die 6stelligen von *Ursin*, die Angaben des Nautical-Almanachs zu Grunde gelegt, und die dort nicht angegebenen Sterne aus *Bode's* grofsem Verzeichnisse, meinem einzigen Sternkataloge, genommen. Meinen Beobachtungsort, am Südende der Stadt, schätze ich 15" südlicher und 1" in Zeit östlicher als die hiesige Kirche.

Beobachtet in gleicher Höhe.

			Gefund. Polhöhe
1837 Juni 15.	α Cassiopeæ	11h 8′ 1″ M. Z.	= 55° 2′ 33″
	α Aquilae	11 12 26 ——	
	η Pegasi	11 59 3 ——	
	Die Uhr eilte täglich vor M. Z. = 12″9.		
Juli 22.	ε Pegasi	10 52 37	= 55° 2′ 31″6
	α Androm.	11 18 13	
	α Persei	12 33 22	
Sept 21.	β Tauri	10 44 35	= 55 2 29,2
	α Ceti	10 47 33	
	α Tauri	11 5 30	
	Die Uhr ging genau M. Z.		
Nov. 25.	β Gemin.	11 43 32	= 55 2 23,1
	γ Gemin.	11 54 54	
	α Urs. maj.	12 1 52	
	Tägl. Accel. der Uhr = 5″4.		

Mittel aus diesen vier Bestimmungen: 55° 2′ 29″4, wofür ich einstweilen 55° 2′ 30″ in meinen Berechnungen annehme.

Bedeckung von ε Gemin. 1835 Aug. 19.

Eintr. 14h 16′ 3″0 Apenr. M. Z. Nicht ganz sicher.
Austr. 15 14 27,0 —— —— Scharf.

Die Zeitbestimmung beruht auf mehreren Höhen Jupiters, zwischen beiden Beobachtungen mit einem guten Schiffsoctanten vom Oekhorizonte genommen. Die gebrauchte Uhr war nur eine gewöhnliche Secundenuhr, die aber sehr gut ging. Die Bedeckung dieses Sterns ist auch in Altona beobachtet. Eintritt 14h 15′ 57″3 Austritt 15h 14′ 4″52 M. Z. Mit der Abplattung $\frac{1}{304}$, finde ich nach *Bessels* Methode, den Nautical-Almanach gebrauchend,

für Altona { Eintr. $d = +39'44''95 + 1,9406\,s + 0,1412$
Austr. $d = +39\ 49,42 + 1,9417\,s - 0,3089$

Apenrade { Eintr. $d = +37\ 25,41 + 1,9421\,s + 0,2306$
Austr. $d = +37\ 41,80 + 1,9416\,s - 0,2181$

Eintr. von λ Cancri 1837 Mai 10. 9h 51′ 45″3 Mittl. Z.

$d = +37\ 56,79 + 2,0234\,s - 2,1174$

Zu dieser Bedeckung wünschte ich gern correspondirende zu erhalten. Die Zeitbestimmung beruht auf 6 gut übereinstimmenden Höhen beider Sonnenränder.

Noch habe ich 1837 Mai 7 den Eintritt eines Sterns um 9h 55′ 18″4 beobachtet; mit den scheinbaren Oertern des Sterns 81° 44′ 16″2 + 26° 49′ 7″4 habe ich die Berechnung versucht, aber ein so abweichendes Resultat erhalten, dafs wenn nicht der in Rechnung genommene Stern der richtige ist, ein Fehler beim Notiren der Zeit von mir gemacht worden ist.

1837 Juli 27 um 9h 12′ M. Z. erblickte ich von meinem Zimmer aus eine Feuerkugel, deren scheinbare Bewegung senkrecht auf den Horizont war, und die vom Zenith zu kommen schien. Dieselbe durchlief in etwa 2 Sec. 8 bis 10°, erschien in einem hellweifsen Lichte, eine gleich verschwindende Funkenspur hinterlassend, und erlosch ohne Geräusch in einer Höhe von ungefähr 8° und einem östlichen Azimuth von 15 bis 20° vom Norden angerechnet. Den scheinbaren Diameter, der bis zum Verschwinden zunahm, schätzte ich auf 8 Bogenminuten wenigstens, als das Meteor verschwand. Aus Zeitungen ersah ich, dafs dasselbe auch in Odense bemerkt worden war, wo indessen die Bewegung als von Ost nach West gehend angeführt ist, was, wenn es sonst richtig ist, auf die ziemliche Nähe der Erscheinung zu deuten scheint.

Fischer.

*) Herr *Fischer* könnte aus dem bekannten Werthe der Niveautheile (wenn sonst Theilungen darauf sind) die nöthige Correction berechnen. S.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 347.

Ueber den Einfluſs der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen.

Ein Nachtrag zu der in Nr. 339–342 abgedruckten Abhandlung.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Sternwarte in Seeberg.

In der Theorie der Verfinsterungen hat man nie die Einwirkung der Strahlenbrechung entwickelt. Man hat entweder gradezu gesagt, daſs diese keine Wirkung auf die Verfinsterungen äussere, oder man hat dieses wenigstens stillschweigend angenommen. Dieses ist aber nicht richtig, denn die Strahlenbrechung ist nicht ohne Einfluſs auf die Zeit, Dauer und die Oerter des Anfanges oder Endes einer Verfinsterung oder Sternbedeckung, wenn gleich in den mehrsten Fällen diese Wirkung unbeträchtlich ist. In den folgenden Zeilen, die ich als einen Nachtrag zu meiner in Nr. 339–342 abgedruckten Abhandlung anzusehen bitte, werde ich das Wesentlichste dieser Einwirkung auseinander setzen.

Denken wir uns zuerst den Anfang oder das Ende einer Verfinsterung oder Sternbedeckung von der Erde aus gesehen. Im Augenblicke der Berührung haben der Stern und der betreffende Punkt des Mondrandes oder dieser und der bezügliche Punkt des Sonnenrandes gleiche scheinbare Zenithdistanz, und die Strahlenbrechung der beiden sich berührenden Punkte ist dieselbe, weil in unsern Tafeln und Formeln die Strahlenbrechung nur von der scheinbaren Zenithdistanz und keinesweges von der Entfernung des Himmelskörpers abhängt. Hiemit scheint es also, als ob die Strahlenbrechung gar keine Wirkung auf eine Sonnenfinsterniſs oder Sternbedeckung äuſsere. Nehmen wir aber unsern Standpunkt im Raume, und betrachten den Schattenkegel. Denken wir zuerst die Atmosphäre der Erde hinweg, so geben die Formeln der genannten Abhandlung genau die Durchschnittspunkte des Schattenkegels und der Erdoberfläche, denken wir uns aber hierauf die Atmosphäre hinzu, so wird dadurch bewirkt, daſs die Lichtstrahlen, welche die Oberfläche des Strahlenkegels bilden, bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre gekrümmt, oder mit andern Worten, von der geraden Linie abgelenkt werden. Die durch die Durchschnittspunkte des Schattenkegels und der Erdoberfläche gebildete Curve, wird also in der That, wegen des Vorhandenseyns der Atmosphäre, andere Punkte der Erdoberfläche treffen, als die, welche in der genannten Abhandlung, wo die Strahlenbrechung nicht berücksichtigt wurde, bestimmt wurden. Die Strahlenbrechung ist also nicht ohne Einfluſs auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen.

Diese Ansicht steht mit der zuerst gegebenen, wo der Standpunkt des Beobachters sich auf der Erde gedacht wurde, im Widerspruch, indem durch diese abgeleitet wurde, daſs die Strahlenbrechung keine Wirkung auf diese Erscheinungen äuſsere. Gehen wir der Sache aber näher auf den Grund, so zeigt sich, daſs beide Ansichten mit einander übereinstimmen, und daſs der Widerspruch nur scheinbar ist, indem in der That die Strahlenbrechung nicht nur von der scheinbaren Zenithdistanz, sondern auch von der Entfernung des Himmelskörpers abhängt. Sie ist strenge genommen nicht einerlei für den Mondrand und den Stern oder den Sonnenrand, wenn diese auch scheinbar mit einander in Berührung sind. Um dies zu zeigen erinnere ich daran, daſs die durch unsere Formeln und Tafeln berechnete Strahlenbrechung der Winkel ist, den die Tangenten der beiden Endpunkte der Curve, welche der Lichtstrahl beschreibt, indem er die Atmosphäre durchläuft, mit einander machen. Dieser Winkel wird bei der Herleitung der Strahlenbrechung aus den allgemeinen Gleichungen der Bewegung in Function des Winkels, welchen die an der Oberfläche der Erde befindliche Tangente der Curve des Lichtstrahls mit der durch diesen Punkt gehenden Verticale macht, also in Function der scheinbaren Zenithdistanz ausgedrückt. Da aber die Verlängerung der Tangente an dem andern Endpunkte der Curve des Lichtstrahls diese Verticale nicht an der Oberfläche der Erde, (im Auge des Beobachters,) sondern in einer gewissen Höhe über derselben trifft, so ist nur in dem Falle, wo die Entfernung des Himmelskörpers unendlich groſs ist, die durch die Strahlenbrechung verbesserte scheinbare Zenithdistanz die wahre Zenithdistanz. In allen Fällen, wo die Entfernung des Himmelskörpers endlich ist, ist die wahre Zenithdistanz kleiner, als die durch unsere Strahlenbrechung verbesserte scheinbare Zenithdistanz. Es ist mir nicht bekannt, daſs je die Gröſse dieser von der Entfernung des Himmelskörpers abhängigen Correction der Strahlenbrechung entwickelt worden wäre; es wird in der Mec. cél. und in andern diesen Gegenstand behandelnden

Schriften nur gesagt, dafs sie sehr klein und selbst für den Mond unmerklich sey, es ist indefs ein Leichtes, sie aus der in der Mec. cél. befindlichen Theorie der Strahlenbrechung zu entwickeln.

Ich entnehme aus diesem Werke (Tom. IV. pag. 244) die Gleichung

(1)........... $\frac{c}{a} = n\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}.\sin\Theta$

wo Θ die scheinbare Zenithdistanz, n die Geschwindigkeit des Lichts im leeren Raume, $n\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}$ die Geschwindigkeit desselben an der Oberfläche der Erde, a der Halbmesser der Erde und c eine Constante ist. Um c zu bestimmen dient die Gleichung

(2)................... $r^2 dv = c dt$

wo t die Zeit, r der vom Mittelpunkt der Erde an den in irgend einem Punkte seiner Bahn befindlichen Lichtstrahl gezogene Radius und v der Winkel ist, den dieser Radius zur Zeit t mit dem Vertical am Orte des Beobachters, oder mit dem durch diesen Ort gelegten Radius der Erde, welche als kugelförmig angesehen wird, macht.

Um die Bedeutung von c zu finden betrachte ich den Lichtstrahl bei seinem Eintritte in die Atmosphäre. In diesem Punkte ist $r = a'$, wenn a' den Halbmesser der Erde vermehrt um die Höhe der Atmosphäre bedeutet, und es durchläuft in dem Zeittheilchen dt der Lichtstrahl den Weg $n\,dt$. Nennen wir nun φ den Winkel, den der Lichtstrahl in diesem Augenblicke mit dem Radius r oder a' macht, so ist dessen senkrecht auf r zerlegte Bewegung während des Zeittheilchens dt und während dessen Eintritts in die Atmosphäre $= n\,dt\,\sin\varphi$, anderntheils ist aber dieselbe Bewegung $= r\,dv$. Wir haben daher, wenn wir diese Werthe von r und $r\,dv$ in die Gleichung (2) substituiren

$$c = a' n \sin\varphi$$

und da r senkrecht auf der Oberfläche der Atmosphäre steht, so ist φ der Einfallswinkel des Lichtstrahls an der obern Grenze derselben. Substituiren wir nun diesen Werth von c in die Gleichung (1), so ergiebt sich

(3).......... $\frac{a'}{a}\sin\varphi = \sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}.\sin\Theta$

Betrachten wir jetzt das Dreieck zwischen dem Mittelpunkt der Erde dem Punkt des Eintritts des Lichtstrahls in die Atmosphäre und dem Punkte, in welchem die verlängerte Tangente am Eintrittspunkte den verlängerten Vertical des Beobachters schneidet. In diesem Dreieck ist die eine Seite a' und die andere $a + x$, wenn x die Höhe über der Erdoberfläche bedeutet, in welcher jene Tangente die verlängerte Verticale des Beobachters schneidet. Es sind ferner in diesem Dreieck die den obige Seiten resp. gegenüber liegenden Winkel $180° - (\Theta + \theta)$ und φ wo θ die zur scheinbaren Zenithdistanz Θ gehörige aus de Tafeln zu entnehmende Strahlenbrechung bezeichnet. Wir haben daher

$$a + x = \frac{\sin\varphi}{\sin(\Theta+\theta)}\,a'$$

und hieraus, wenn wir den Werth von $a'\sin\varphi$ aus (3) substituiren,

$$1 + \frac{x}{a} = \frac{\sin\Theta}{\sin(\Theta+\theta)}\sqrt{\left(1+\frac{4K}{n^2}(\rho)\right)}$$

lösen wir diese Gleichung in eine unendliche Reihe auf, un bleiben bei der ersten Potenz der Gröfse $\frac{4K}{n^2}(\rho)$, und bei de zweiten von θ stehen, so ergiebt sich

$$\frac{x}{a} = \frac{2K}{n^2}(\rho) - \theta\,\mathrm{cotg}\,\Theta + \theta^2\,\frac{1+\cos^2\Theta}{2\sin^2\Theta}$$

oder

$$\frac{x}{a} = \frac{2K}{n^2}(\rho) - k + \tfrac{1}{2}k^2(1+\sec^2\Theta)$$

wo k die sogenannte Constante der Strahlenbrechung ode $\theta = k\,tg\,\Theta$ ist. Die erste dieser Formeln dient für die der Horizont am nächsten befindlichen 5 Höhengraden, die zweit für den übrigen Theil des Himmels, und man kann hier unbe denklich k^2 übergehen.

Wenn aber in der Höhe x über der Oberfläche der Erd die Zenithdistanz eines Gestirns, dessen Horizontalparallaxe ist, z genannt wird, so ist dessen Zenithdistanz an der Obe fläche der Erde sehr nahe $=$

$$z - \frac{x}{a}\sin\pi\sin z$$

wir halten daher in unserem Falle, wo $z = \Theta + \theta$, und w wegen der Kleinheit der ganzen Correction im zweiten Glie unbedenklich Θ für z gesetzt werden darf, die wahre an d Oberfläche der Erde statt findende Zenithdistanz irgend ein Himmelskörpers

$$\Theta + \theta - \left\{\frac{2K}{n^2}(\rho) - \theta\,\mathrm{cotg}\,\Theta + \theta^2\,\frac{1+\cos^2\Theta}{2\sin^2\Theta}\right\}\sin\pi\sin\Theta$$

oder

$$\Theta + \theta - \left\{\frac{2K}{n^2}(\rho) - k + \tfrac{1}{2}k^2(1+\sec^2\Theta)\right\}\sin\pi\sin\Theta$$

Das zweite Glied θ dieses Ausdrucks der wahren Zenit distanz hat keine Wirkung auf Sonnenfinsternisse und Stern bedeckungen, weil es für beide Gestirne einerlei ist, dahi gegen sind aber die folgenden Glieder, weil sie für beide G stirne verschieden sind, nicht ohne Einflufs. Um die Gröfs dieses Einflusses zu ermitteln, werde ich den numerisch Werth dieser Glieder für drn Mond, für welchen sie auf jed

Fall am merklichsten werden müssen, berechnen. Es ist (Mec. cel. Tom. IV. p. 246) für den Barometerstand von 0^m76 und für die Temperatur des schmelzenden Eises

$$\frac{2K}{n^2}(\rho) = 0.000294047$$

und die Horizontalparallaxe des Mondes im Mittel = 57′ 3″; hiemit und mit der *Bessel*schen Strahlenbrechung findet sich

Wenn die scheinbare Zenithdistanz des Mondes oder ⊙	die wahre Zenithdistanz desselben
= 90°	$= \Theta + \theta - 1''226$
89	− 0,651
88	− 0,389
87	− 0,253
86	− 0,176
85	− 0,127
80	− 0,042
70	− 0,014
60	− 0,007
50	− 0,003
40	− 0,002
30	− 0,002
20	− 0,001
10	− 0,001
0	0

Für jedes andere Gestirn findet man hieraus die betreffende Correction, wenn man die obigen Größen mit dem Verhältniſs der Horizontalparallaxe dieses Gestirns zur Horizontalparallaxe des Mondes multiplicirt. Für die Sonne muſs man also die obigen Zahlen mit $\frac{1}{400}$ multipliciren, woraus sogleich sichtbar ist, daſs für diese die Correction völlig unmerklich ist.

Denken wir uns nun durch die Formeln der Anfangs angezogenen Abhandlung die Zeit berechnet, in welcher bei Anfang oder Ende einer Sonnenfinsterniſs die Ränder der Sonne und des Mondes, oder bei einer Sternbedeckung der Stern und der Mondrand mit einander in Berührung seyn müſsten, und denken wir uns ferner die Gestirne in Einem Vertical über einander stehend, so sind in der That die Ränder der beiden Gestirne nach Maaſsgabe der Zenithdistanz um die oben berechneten Gröſsen von einander entfernt. Ist nun zugleich die relative Bewegung derselben grade auf ihre Mittelpunkte gerichtet, so wird der Ein- oder Austritt um so viel früher oder später erfolgen, als sie brauchen, um die oben angegebenen Secunden zu durchlaufen. Die stündliche relative Bewegung der Sonne und des Mondes ist im Mittel = 30′ 29″ und folglich sind in diesem Falle die Correctionen des Anfangs und Endes der Sonnenfinsterniſs die folgenden:

Bei 90°	Zenithdistanz	Correction = 2″42
89	———	——— 1,28
88	———	——— 0,77
87	———	——— 0,50
86	———	——— 0,34
85	———	——— 0,25
80	———	——— 0,08
70	———	——— 0,03
etc.		etc.

Wenn, während die übrigen Umstände dieselben sind wie vorher, die relative Bewegung nicht vertical ist, so vergröſsern sich die vorstehenden Correctionen der Ein- und Austrittszeiten im Verhältnisse der Secante des Winkels, den die relative Bewegung mit dem Verticalkreise macht. Ist z. B. dieser Winkel 60°, so sind die Correctionen doppelt so groſs, aber es entspricht diesen Umständen eine Verfinsterung von nur $\frac{3}{12}$ der Sonnenscheibe. Bei gröſserer Neigung der relativen Bewegung wird die Correction natürlich noch gröſser, aber es ist zugleich die Verfinsterung noch kleiner, und deshalb an sich von minder groſsem Werthe. Z. B. damit die Correction bei 85° Zenithdistanz Eine Secunde betrage muſs der Winkel der relativen Bewegung mit dem Vertical 75° 30′ betragen, und das Maximum der Verfinsterung beträgt in diesem Falle nur $\frac{0,7}{12}$ der Sonnenscheibe; bei 80° Zenithdistanz wäre in diesem Falle die Correction nur 0″3 und folglich bei kleineren Zenithdistanzen noch kleiner.

Wir haben hiemit das eine Extrem, nemlich wenn beide Gestirne in Einem Vertical stehen, betrachtet, nehmen wir nun das andere Extrem, nemlich den Fall, wo sie gleiche Zenithdistanzen haben, vor. Da die obige Einwirkung der Strahlenbrechung, so wie diese selbst, in der Richtung des Verticals sich äuſsert, so ist von selbst klar, daſs in dem jetzigen Falle die Entfernung der Ränder, und also auch die von der Strahlenbrechung erzeugte Correction der Ein- und Austrittszeiten nur eine Gröſse der dritten Ordnung in Bezug auf die oben angeführten numerischen Gröſsen seyn kann, und daher selbst im Horizonte unmerklich ist. Wir haben also oben das Maximum der Einwirkung der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen betrachtet, und können daher allgemein schlieſsen, daſs obgleich in den meisten Fällen (nemlich wenn die Höhe der Gestirne nicht unbeträchtlich ist) diese Einwirkung unbeträchtlich, und zu vernachlässigen ist, doch Fälle vorkommen können, (nemlich wenn die Höhe der Gestirne oder das Maximum der Verfinsterung klein ist) wo sie nicht vernachlässigt werden darf; wir wollen daher zur genauen Berechnung dieser Einwirkung übergehen.

Diese läſst sich sehr einfach dadurch bewerkstelligen, daſs man statt des Punktes der Oberfläche der Erde, wo der Beobachter sich befindet, in den Formeln der genannten Abhandlung den Punkt der Verticale des Beobachtungsortes anwendet, in welchem diese von der Tangente der äuſseren Extremität der Lichtcurve geschnitten wird. Es folgt nemlich aus dem Vorhergehenden, daſs der Lichtstrahl, welcher, wenn die Atmosphäre nicht da wäre, in diesen Punkt gelangen würde, in der That vermöge der brechenden Kraft der Atmosphäre in das Auge des Beobachters gelangt. Wir müssen also die Lage dieses Punktes in Beziehung auf das Erdellipsoid be-

rechnen. Sey wie in der angeführten Abhandlung φ' die Polhöhe des Beobachtungsortes und c die Abplattung des Erdellipsoids, dann hat man erstlich den Erdradius ρ und die geocentrische Breite durch folgende Formeln

$$\rho \sin \varphi = \frac{(1-c)^2 \sin \varphi'}{\sqrt{(\cos^2 \varphi' + (1-c)^2 \sin^2 \varphi')}}$$

$$\rho \cos \varphi = \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{(\cos^2 \varphi' + (1-c)^2 \sin^2 \varphi')}}$$

durch welche man ρ in Theilen des Aequatorealhalbmessers ausgedrückt erhält. Seyen nun auf dieselbe Einheit bezogen h die Höhe des Beobachtungsortes über dem Meere, und x die Höhe des genannten Punktes über der Oberfläche der Erde, so erhalten wir, wenn wir diesen Punkt der Verticale durch eine grade Linie, deren Länge ich $\rho_,$ nennen will, mit dem Mittelpunkte der Erde verbinden, ein ebenes Dreieck, dessen Seiten ρ, $h+x$ und $\rho_,$ sind, und in welchem der der Seite $\rho_,$ gegenüber liegende Winkel $= 180^\circ - (\varphi' - \varphi)$ ist; nennen wir ferner den Winkel, welchen der Radius $\rho_,$ mit dem Aequatorealhalbmesser macht, $\varphi_,$, so ist in unserm Dreiecke der der Seite $h+x$ gegenüber liegende Winkel $= \varphi_, - \varphi$ und wir erhalten durch die ebene Trigonometrie

$$\rho_, \sin(\varphi_, - \varphi) = (h+x) \sin(\varphi' - \varphi)$$
$$\rho_, \cos(\varphi_, - \varphi) = \rho + (h+x) \cos(\varphi' - \varphi)$$

aus welchen Formeln $\rho_,$ und $\varphi_,$ berechnet werden müssen, nachdem x berechnet worden ist. Die Gröfsen $\rho_,$ und $\varphi_,$ bestimmen also die Lage des genannten Punktes in Beziehung auf das Erdellipsoid, und wir berücksichtigen den Einflufs der Strahlenbrechung vollständig dadurch, dafs wir in allen Formeln der mehrmals genannten Abhandlung $\rho_,$ und $\varphi_,$ resp. statt ρ und φ substituiren, und übrigens auch in den Aufgaben, die von Maximis oder Minimis abhängen, auf die Veränderlichkeit von x Rücksicht nehmen.

Die Gröfse x, welche mit der oben $\frac{x}{a}$ bezeichneten Gröfse identisch ist, hängt von der scheinbaren Zenithdistanz ab, und kann wenigstens in dem Falle, wo die gröfste Genauigkeit wesentlich ist, nemlich bei der Berechnung der Längendifferenzen aus beobachteten Verfinsterungen oder Sternbedeckungen, direct berechnet werden. In den übrigen Fällen kann man, wenn man strenge verfahren will, nur durch indirecte Rechnung zum Ziele gelangen, und diese fängt man in den Aufgaben, wo $\varphi_,$ oder φ oder φ' eine unbekannte Gröfse ist, damit an, dafs man $\rho_, = 1$ setzt. Da x immer eine sehr kleine Gröfse ist, so braucht man in allen Fällen, die vorkommen können, die Zenithdistanz nie sonderlich genau zu berechnen, und man kann sich fast immer begnügen, statt der scheinbaren Zenithdistanz des Punkts, wo die Verfinsterung anfängt oder endigt, die wahre Zenithdistanz des Punktes (a, d) zu substituiren. Diese wird ohnehin in mehreren der hierher gehörigen Aufgaben gebraucht, denn wenn man sie z nennt, so ist

$$\cos z = \sin \varphi_, \sin d + \cos \varphi_, \cos d \cos(15\,t' + a')$$

und man sieht sogleich, dafs die rechte Seite dieser Gleichung in den Formeln der genannten Abhandlung vorkommt.

Die obigen Formeln zeigen ferner, dafs es selten oder nie nöthig seyn wird den Winkel $\varphi_,$ von φ zu unterscheiden, denn da der Unterschied zwischen φ und φ' höchstens 11 bis 12 Minuten beträgt, und $\frac{h+x}{\rho_,}$ selten gröfser als $\frac{1}{2000}$ ist, so kann $\varphi_, - \varphi$ selten $0''25$ erreichen. Man kann daher fast ohne Ausnahme

$$\varphi_, - \varphi = 0$$
und
$$\rho_, = \rho + h + x$$

setzen. Um die Berechnung von x zu erleichtern habe ich aus der *Bessel*schen Refractionstafel das folgende Täfelchen berechnet, dessen Argument die scheinbare Zenithdistanz ist.

Z. D.	x	Z. D.	x
90° 0′	0,0003531	86° 30′	0,0000610
89 50	3155	86 0	504
40	2831	85 30	420
30	2548	85 0	361
20	2301	84	271
10	2085	83	209
89 0	1897	82	167
88 50	1731	81	135
40	1584	80	111
30	1453	70	29
20	1337	60	13
10	1234	50	6
88 0	1140	40	0,0000004
87 30	905	0	0,0000000
87 0	738		

Ich benutze diese Gelegenheit, um einige in der angezogenen Abhandlung befindliche Druckfehler anzuzeigen.

Druckfehler in Nr. 339 — 342.

pag. 34	Zeile 1	v. u.	statt	$)(x_, x'_, + y_, y'_, + z_, z'_,)^2$	lies	$) + (x_, x'_, + y_, y'_, + z_, z'_,$
— 35	— 14	v. o.	—	zu lassen	lies:	gelassen.
— 42	— 8	v. u.	—	u	—	u'
— 43	— 10	v. u.	—	$\sin\varphi$	—	$\sin\psi$
— 51	— 15	v. u.	—	$\frac{n' \cos N'}{r \cos \delta}$	—	$\frac{n' \cos N'}{r \cos \delta}\zeta$
— 59	— 5	v. o.	—	(17) und (22)	—	(17) oder (22)
— 63	— 24	v. u.	—	Störungen	—	Näherungen
— 70	— 23	v. o.	—	Mittelpunkte	—	Mittagspunkte
— 73	— 2	v. u.	—	W	—	V
— 88	— 1	v. u.	—	fäanglich	—	anfänglich
— 101	— 11	v. o.	—	längen	—	Bögen.

Hansen.

Planetenbeobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astr. Jahrbuche.

Jupiter.

1835 Dec. 18.	$13^h\,7'\,51''47$ m. Z. Kr.	AR. = $6^h\,55'\,23''23$	Decl. = $+22°\,52'\,38''8$	dα = $+0''85$	dδ = $-1''5$
22.	12 49 56,40 —	53 11,32	— 56 2,2	+0,51	+0,8
1836 Januar 6.	11 42 19,04 —	44 31,03	— 23 8 22,7	+0,61	−4,5
7.	37 48,49 —	43 56,72	— 9 4,0	+0,26	−0,8
8.	33 18,31 —	43 22,20	— 9 47,0	+0,24	+0,6
9.	28 47,92 —	42 47,59	— 10 33,2	+0,54	−2,0
11.	19 48,23 —	41 39,56	— 11 53,3	+0,54	+3,1
13.	10 49,69 —	40 32,68	— 13 18,6	+0,36	−0,4
14.	6 21,02 —	39 59,85	— 14 0,1	+0,12	−1,7
21.	10 35 9,87 —	36 18,62	— 18 14,3	+0,19	+1,2
Febr. 5.	9 29 47,74 —	29 54,64	— 25 5,8	+0,35	+4,5
10.	8 35,09 —	28 21,18	— 26 47,8	+0,29	+1,4
21.	8 23 5,21 —	26 6,21	— 29 25,3	+0,43	+1,5
23.	14 59,81 —	25 52,61	— 29 47,3	+0,50	−0,1
27.	7 58 59,69 —	25 35,78	— 30 17,8	+0,59	+2,9
28.	55 2,22 —	25 34,31	— 30 26,4	0,00	+1,3
März 1.	47 8,77 —	25 32,48	— 30 38,2	+0,37	+1,0
9.	16 8,90 —	26 0,27	— 31 4,6	+0,54	+0,3
20.	6 34 58,82 —	28 5,29	— 30 34,4	+0,35	+4,0
22.	27 39,66 —	28 38,21	— 30 22,2	+0,47	+3,1
25.	16 47,21 —	29 33,62	— —	+0,31	—
26.	13 10,89 —	29 53,48	— —	+0,36	—
27.	9 35,92 —	30 14,21	— —	+0,24	—

Vesta.

1836 März 5.	$13^h\,19'\,47,65$ m. Z. Kr.	AR. = $12^h\,14'\,52''06$	Decl. = $+11°\,3'\,31''2$	dα = $+2''87$	dδ = $-15''4$
9.	0 52,85 —	11 40,89	— 36 34,3	+3,03	−11,3
12.	12 46 32,06 —	9 7,78	— 12 0 51,1	+3,04	−12,9
15.	32 5,60 —	6 28,07	— 24 24,2	+3,35	−20,9
19.	12 42,24 —	2 49,58	— 53 50,3	+3,09	−21,5
20.	7 52,49 —	1 54,08	— 13 0 40,0	+3,34	−13,3
21.	3 2,17 —	0 59,11	— —	+3,00	—
22.	11 58 11,01 —	0 3,91	— 13 14 5,0	+2,92	−14,7
23.	53 20,35 —	11 59 8,79	— 20 29,8	+2,88	−14,8

Saturn.

1836 April 8.	$12^h\,57'\,48''40$ m. Z. Kr.	AR. = $14^h\,6'\,42''21$	Decl. —	dα = $+0''28$	dδ = —
16.	23 56,33 —	4 26,85	— = $-9°\,43'\,40''8$	+0,24	$-15''0$
18.	15 29,82 —	3 52,65	— 40 35,3	−0,11	13,1
20.	7 3,45 —	3 17,85	— 37 23,7	+0,01	17,9
23.	11 54 23,52 —	2 25,54	— 32 47,8	+0,22	15,1
24.	50 10,44 —	2 8,22	— 31 15,5	+0,19	15,2
25.	45 56,92 —	1 50,64	— 29 41,9	+0,44	17,0
Mai 3.	12 13,48 —	13 59 34,19	— 17 47,7	+0,12	16,5
4.	8 0,80 —	59 17,44	— 16 21,1	+0,13	17,0

1836 Mai 5.	11h 3′ 48″36 m.Z.Kr.	AR. = 13h 59′ 0″76	Decl. =	− 9° 14′ 54″8	dα = + 0″19	dδ = − 18″0
7.	10 55 33,64 ———	58 27,64	——	12 7,6	+ 0,40	17,2
8.	51 11,51 ———	58 11,45	——	———	+ 0,30	——
19.	5 9,95 ———	55 23,71	——	− 8 56 51,7	+ 0,15	− 20,0
20.	0 59,99 ———	55 9,63	——	55 43,8	+ 0,16	20,4
22.	9 52 40,32 ———	54 42,17	——	53 39,5	+ 0,20	14,5
Jun. 7.	8 46 45,82 ———	51 41,79	——	40 16,7	− 0,09	19,3
10.	34 32,63 ———	51 16,17	——	38 44,8	+ 0,28	14,6
11.	30 29,02 ———	51 8,42	——	38 13,3	+ 0,28	17,8
14.	18 20,16 ———	50 47,28	——	36 59,1	+ 0,21	19,5
16.	10 15,77 ———	50 34,71	——	36 23,6	+ 0,34	17,0
23.	7 42 12,62 ———	50 2,83	——	35 18,0	− 0,07	15,9

Pallas.

1836 Juli 28.	12h 46′ 56″31 m.Z.Kr.	AR. = 21h 13′ 36″26	Decl. =	+ 13° 55′ 8″5	dα = + 2″21	dδ = + 31″0
August 3.	18 49,94 ———	9 4,57	——	15 8,8	2,14	35,3
4.	14 7,80 ———	8 18,14	——	7 48,3	2,39	28,4
8.	11 55 19,03 ———	5 12,77	——	12 35 37,1	1,96	37,1
13.	31 48,33 ———	1 20,86	——	11 50 52,6	2,33	35,6
22.	10 49 47,77 ———	20 54 42,27	——	10 18 55,2	2,13	34,5

Ceres.

1836 Aug. 31.	12h 57′ 6″09 m.Z.Kr.	AR. = 23h 37′ 50″82	Decl. =	− 19° 38′ 48″2	dα = + 0″59	dδ = + 8″8
Sept. 1.	52 23,18 ———	37 4,10	——	45 5,4	+ 0,59	+ 12,7

Uranus.

1836 Aug 31.	11h 37′ 46″55 m.Z.Kr.	AR. = 22h 18′ 18″25	Decl. =	− 11° 24′ 43″3	dα = + 3″74	dδ = + 10″4
Sept. 1.	33 41,21 ———	18 9,16	——	25 36,7	+ 3,80	+ 13,0
16.	10 32 32,99 ———	15 59,10	——	37 42,3	+ 3,58	+ 12,0
17.	28 29,11 ———	15 50,86	——	38 25,4	+ 3,65	+ 10,1
26.	9 51 56,49 ———	14 41,46	——	44 44,7	+ 3,60	+ 9,8
27.	47 53,60 ———	14 34,40	——	45 22,9	+ 3,47	+ 9,0
28.	43 50,38 ———	14 27,19	——	46 1,9	+ 3,60	+ 9,7
29.	39 47,52 ———	14 20,16	——	46 38,3	+ 3,67	+ 8,6
Octbr. 4.	19 35,04 ———	13 47,18	——	49 39,8	+ 3,68	+ 13,4
6.	11 31,16 ———	13 34,95	——	50 40,9	+ 3,65	+ 9,5
7.	7 29,25 ———	13 29,15	——	51 14,4	+ 3,54	+ 11,5

Beobachtungen der Mondculminationen sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astr. Jahrbuche.

1836 Januar 26.	AR. = 3h 3′ 46″60	Decl. = + 16° 32′ 23″3	dα = + 0″35	dδ = + 5″3
Febr. 27.	7 4 57,03	26 34 23,9	+ 0,67	+ 2,6
28.	8 0 49,62	+ 25 10 29,7	+ 0,06	+ 8,4
März 1.	9 49 43,61	+ 18 29 8,9	− 0,16	+ 6,4
27.	8 31 57,49	————	+ 0,29	——
April 25.	9 54 53,94	+ 18 17 23,5	+ 0,11	+ 2,9
27.	11 36 7,59	+ 7 29 23,8	+ 0,08	+ 1,8
Juni 27.	17 21 22,85	− 25 54 38,6	+ 0,40	− 0,5
Juli 27.	20 16 44,93	− 24 42 12,6	+ 1,09	+ 1,2
28.	21 22 7,55	− 20 41 41,1	+ 0,76	− 0,8
August 22.	18 36 21,35	− 27 17 14,5	+ 0,77	+ 16,3
Octbr. 16.	19 0 26,44	− 27 25 32,2	+ 0,50	− 0,2
17.	20 5 53,42	− 25 33 49,2	+ 0,54	− 8,1

Beobachtungen der Sterne im Parallel des Mondes.

			AR.
1836	Jan. 26.	38 Ariet.	2ʰ 36' 1"76
		42 π Ariet.	2 40 8,75
		Mond I	3 2 42,73
		25 η Tauri	3 37 44,76
	Febr. 27.	27 ε Gemin.	6 33 50,44
		Mond I	7 3 47,78
		78 β Gemin.	7 35 16,90
		83 φ Gemin.	7 43 27,97
	März 1.	4 λ Leonis	9 22 22,28
		Mond I	9 48 36,49
		41 γ Leonis	10 10 56,69
		47 ρ Leonis	10 24 11,22
	27.	σ Cancri	7 53 26,27
		19 λ Cancri	8 10 46,95
		Mond I	8 30 49,00
		77 ξ Cancri	8 59 55,63
	April 25.	4 λ Leonis	9 22 21,54
		16 ψ Leonis	9 34 48,00
		Mond I	9 53 47,36
		41 γ Leonis	10 10 55,99
		47 ρ Leonis	10 24 10,95
	27.	77 σ Leonis	11 12 41,65
		84 ζ Leonis	11 19 31,22
		Mond I	11 35 1,89
		9 o Virginis	11 56 52,41
		23 τ Scorp.	16 25 43,22

			AR.
1836	Juni 27.	36 A Ophiuchi	17ʰ 5' 18"53
		Mond I	17 20 6,02
		13 μ' Sagittar.	18 3 59,82
		19 δ Sagittar.	18 10 32,10
	Juli 27.	59 b Sagittar.	19 46 55,33
		62 c Sagittar.	19 52 36,84
		Mond I	20 15 28,48
		16 ψ Capric.	20 36 25,23
	28.	16 ψ Capric.	20 36 25,46
		22 η Capric.	20 54 6,59
		Mond II	21 23 21,02
	Aug. 22.	13 μ' Sagittar.	18 3 59,51
		22 λ Sagittar.	18 17 53,25
		Mond I	18 35 4,17
		41 π Sagittar.	19 0 2,93
		52 h² Sagittar.	19 26 45,82
	Octbr. 16.	22 λ Sagittar.	18 17 52,71
		Mond I	18 59 10,27
		52 h² Sagittar.	19 26 45,28
		62 c Sagittar.	19 52 35,94
	17.	52 h² Sagittar.	19 26 45,32
		62 c Sagittar.	19 52 36,04
		Mond I	20 4 38,84
		16 ψ Capric.	20 36 24,89

Fädenzahl: 5.

Koller.

Beobachtungen in Kopenhagen.

(Beschlufs.)

Pallas.

		Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1835 Juni	6.	12ʰ 7' 33"7	17° 6' 8"13	−7"84
	7.	12 2 46,1	5 16,50	−8,08
	8.	11 57 59,7	4 25,46	−7,80
	9.	53 12,6	3 34,29	−7,78
	10.	48 25,9	2 43,28	−7,76
	11.	43 39,5	1 52,48	−7,74
	16.	19 51,0	16 57 42,98	−7,87
1836 Aug.	6.	12 4 42,2	21 6 44,95	−2,62
	7.	11 59 59,6	5 58,53	−2,52
	13	11 31 47,0	1 20,61	−2,38
1836	Aug. 30.	13ʰ 1' 46"9	23° 38' 36"76	−0"62
	Sept. 8.	12 19 11,1	31 22,82	−0,43
	9.	14 25,3	30 32,69	−0,41
	10.	9 39,9	29 42,36	−0,41
	15.	11 45 47,2	25 29,62	−0,68
	16.	41 1,5	24 39,42	−0,61
	18.	31 30,0	22 59,72	−0,68

Ceres

		Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1835 Juni	4.	12 28 43,7	17 19 28,31	−0,89
	6.	18 57,4	17 32,23	−1,50
	7.	14 2,3	16 34,24	−1,35
	8.	9 9,2	15 36,06	−1,22
	11.	11 54 26,6	12 40,62	−0,62
	15.	34 51,2	8 48,25	−0,94

Vesta.

		Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836	März 18.	12 17 33,0	12 3 44,33	−3,20
	20.	7 51,4	1 54,08	−3,10
	21.	3 0,3	0 58,76	−3,11
	30.	11 19 31,8	11 52 51,78	−3,23

Saturn.

		Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836	April 7.	13 1 49,8	14 6 58,76	−0,10
	9.	12 53 25,1	6 25,72	−0,11
	10.	49 12,2	6 8,81	−0,32
	16.	23 54,6	4 26,62	−0,40

	Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836 April 19.	22ʰ11′ 6″0	22° 3′ 35″12	−0″02
22.	11 58 36,4	2 43,12	+0,07
26.	41 43,0	1 33,75	+0,05
27.	37 32,0	1 16,51	+0,06
29.	29 4,1	0 42,18	+0,09
30.	24 51,3	0 25,07	+0,06
Mai 5.	3 47,9	13 59 1,03	+0,17
6.	10 59 35,3	58 44,28	−0,08

Uranus.

	Mittl. Zeit.	AR.	Fehler der Ephemeride.
1836 Aug. 29.	11 45 55,5	22 18 36,39	−3,64
30.	43 45,7	18 27,23	−3,74
Sept. 1.	35 34,8	18 9,27	−3,64
3.	27 24,3	17 51,11	−3,85
8.	6 56,6	17 7,09	−3,58
9.	2 43,6	16 58,31	−3,64
10.	10 58 45,8	16 49,51	−3,76

Olufsen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. *Mädler* an den Herausgeber.

Berlin 1837. Oct. 22.

Bei meiner Anwesenheit in Prag sprach *Morstadt* unter Andern auch über das Meteor vom 13ten Novbr., und stellte die Hypothese auf, dafs es zerstreute Schweiftheile des *Biela*schen Cometen, dessen Bahn die Erde am 13ten Nov. ziemlich nahe stehe, sein möchten. Dadurch veranlafst vereinigten sich am 25sten August die folgend genannten

Feldt aus Braunsberg,
Koller aus Kremsmünster,
Mädler aus Berlin,
v. Montedego aus Ofen,
Morstadt aus Prag,
Weisse aus Krakau,

alle persönlich gegenwärtig, in den Nächten vom $\frac{11}{12}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{13}{14}$ten Nov. so viele Sternschnuppen als möglich, hauptsächlich aber die nach γ Leonis zu gesehenen, zu beobachten nach folgenden Merkmalen.

T, α, δ } des Erscheinens und Verschwindens, so genau als thunlich, besonders die Zeit,
Gröfse und Glanz.
Mit oder ohne Schweif.

und was sich sonst unter der Rubrik „besondere Bemerkung" ergäbe. Für α und δ wird man freilich meistens nur die Sterne angeben können, wo sie erscheinen.

Sind mehrere Beobachter auf einem Punkte, so theilen sie den Himmel unter sich; ist nur einer, so richtet er sein Auge gegen γ Leonis.

Jeder von uns hat übernommen, einen Bericht darüber an *Feldt* in Braunsberg jährlich zu schicken, der die Reduction übernommen hat und sie publiciren wird; und zugleich auch von seinem Wohnorte aus Andre sichere Beobachter zur Theilnahme aufzufordern. *Schwabe* in Dessau hat bereits zugesagt. *Lohrmann* in Dresden (dessen mir höchst erfreuliche persönliche Bekanntschaft ich auf der Hinreise machte) und *Steinert* in Stralsund habe ich aufgefordert. Im Falle Sie den ganzen Plan überhaupt angemessen finden, bin ich überzeugt, dafs Sie zur weitern Ausdehnung unsers projectirten meteorischen Dreiecksnetzes recht wesentlich beitragen können und werden. Dafs es übrigens nicht sowohl auf viele, sondern auf zuverlässige und möglichst entfernt von einander wohnende Beobachter ankommt, werden Sie besser wissen als ich.

Mädler.

Chronometer.

Es ist bei mir ein silbernes Taschenchronometer von *Arnold* Nr. 1927 zu dem billigen Preise von 100 holl. Ducaten zum Verkauf niedergelegt. Ich habe es früher bei der Bestimmung der Längendifferenz zwischen Altona und Berlin gebraucht, die es nur 0″35 von dem Mittel aller 20 Chronometer verschieden gab. Der mittlere tägliche Gang vom 2ten Dec. 1837 bis jetzt ist 1″ Voreilung. Die gröfste ein einzigesmal in dieser Periode beobachtete Abweichung vom mittleren Gange ist 1″1. Zu näherer Auskunft über den Gang bin ich gern erbötig. Der Durchmesser der Uhr ist 23 Pariser Linien, so dafs sie sich sehr bequem in der Tasche tragen läfst.

S.

Altona 1838. März 10.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 348.

Note sur la théorie des perturbations planétaires.

Par M. *Hansen*,

Directeur de l'observatoire de Seeberg.

Je viens de donner dans les Fundamenta nova investigationis orbitae verae quam luna perlustrat, une nouvelle et complète exposition de la méthode dont je me suis servi en traitant le problème des 3 et des 4 corps. Cette méthode n'avait pas été réunie jusqu'alors dans un seul corps, et ce que j'en avais publié se trouvait dans différents mémoires insérés dans les Astronomische Nachrichten, et dans mon mémoire couronné par l'Académie de Berlin. J'espère qu'on pourra à présent s'en former une idée sans avoir besoin de parcourir ces différents mémoires ou bien sans être obligé de se tenir à l'aperçu que M. *de Pontécoulant* prétend d'en donner dans son mémoire (Additions à la C. d. T. 1837). Cet aperçu, qui loin de remplir ce qu'il promet ne parait écrit que pour défigurer mes travaux et pour en donner une idée fausse, avait paru dans un livre qui est dans les mains de tous les Astronomes, et exigeait donc une réplique de ma part. Je la donne ici aussitôt que mon ouvrage sur la théorie de la Lune a paru. Les Géomètres y trouveront les preuves de mes assertions et leur auguste tribunal décidera en dernière instance sur les mérites de mes travaux.

M. *de Pontécoulant* annonce dans les premières lignes de son mémoire qu'il va donner une idée juste et claire de ma méthode. Or quand on veut donner une idée juste et claire d'une méthode quelconque, il n'en faut pas détacher quelques points, mais en donner un aperçu complèt et relever tout ce qui la caractérise et la distingue des autres. Il est évident qu'il n'a pas satisfaire à ces conditions.

Mais si à la seconde page de son mémoire il déclare qu'il ne s'occupera que des termes du 1er ordre, ne débute-t-il pas par dérober ma méthode, dont les formules fondamentales sont rigoureuses et se trouvent développées dans mon mémoire couronné jusqu'aux termes du 3ème ordre *) par rapport aux masses perturbatrices, d'un de ses principaux avantages? Quand après M. *de Pontécoulant* dans son développement de mes deux formules principales part de formules dans lesquels on a déjà négligé quelques termes, sans prendre notice de ce que j'ai exposé dans le Nr. 244 et suiv. des Astron. Nachrichten (quoique à en juger par le Tome III de sa Théorie analytique du Système du monde, mon mémoire semble être parvenu à sa connaissance) n'a-t-il pas démontré mes formules d'une manière incomplète? En effet s'il ne s'agit que de reproduire par un développement quelconque mes deux formules principales, on y peut parvenir de plusieurs manières, et on peut trouver des développemens plus courts, que celui que M. *de Pontécoulant* a choisi; mais s'il s'agit d'un développement qui démontre toute l'étendue de mes formules, je n'en connais jusqu'à présent qu'un seul, et c'est celui que j'ai donné dans le mémoire inséré dans le Nr 258 et suiv. des A. N. et reproduit sans le sécours des séries dans la 1ère section de mes Fundamenta. Il dit (p. 41), que j'ai fait l'application de mes formules pour déterminer les termes du second ordre, par rapport aux masses, des deux grandes inégalités de Jupiter et de Saturne. En verité, j'ai déterminé dans mon mémoire couronné ces termes relatifs à Saturne, mais j'ai déterminé aussi tous les termes du second ordre de cette planète, qui sont au-dessus d'une certaine quantité numérique, ce qui M. *de Pontécoulant* passe tout-à-fait sous silence.

M. *de Pontécoulant* dit (p. 43) *), qu'il restait à appliquer la méthode des quadratures mécaniques aux planètes principales, et en particulier à la théorie de Jupiter et de Saturne, et que cette tâche avait été heureusement remplie par moi, tandis qu'à la page 92 il dit, que la méthode du développement en série de la fonction perturbatrice a toute la précision désirable, dans la théorie des mouvemens troublés des planètes et que les inégalités planétaires calculées de cette manière peu, vent suffire aux besoins de l'astronomie. Ces deux assertions se contredisent, la première m'accorde d'avoir fait ce qui restait encore à faire et la seconde veut que ce que j'ai fait soit inutile. Cette dernière assertion se fonde sur la comparaison de mes resultats aux valeurs des diverses parties des grandes inégalités de Jupiter et de Saturne obtenues par lui-même par l'ancienne méthode, qui lui donne seulement des différences

*) Les développemens dans las Fundamenta s'étendent aux termes de tous les ordres.

*) Les citations se rapportent au mémoire dans la C. d. T. 1837.

qu'il appelle petites. Or ces petites différences suffisantes aux besoins de l'astronomie vont à 10'' Sexagésimales! D'ailleurs supposons pour un moment que les différences dans cette inégalité n'ayent pas une influence sensible; est-ce donc la grande inégalité seule qui décide pour ou contre un calcul des perturbations de Jupiter et de Saturne. Les autres inégalités n'ont-elles aucune influence sur le lieu de ces planètes? Qu'il plaise à M. *de Pontécoulant* de jetter un coup d'oeil sur le tableau des inégalités que j'ai trouvées dans mon mémoire couronné, il y verra sans calcul que j'en ai trouvé beaucoup, qui ont été négligées par M. *de Laplace*, et parmi lesquelles se trouvent des coëfficients, qui ne sont pas tout-à-fait petits. Un petit calcul lui découvrira encore des différences, qui ne sont pas négligeables dans quelques uns des coëfficiens, que nous avons calculés tous les deux.

Je pourrais multiplier davantage ces reflexions sur ce qu'il plait à M. *de Pontécoulant* d'appeller un essai de donner une idée juste et claire de mes travaux sur la théorie des perturbations: mais ce que j'ai dit, suffira pour prouver qu'il ne rend pas ni mes idées ni l'esprit de ma méthode. Cette assertion devient encore plus manifeste, quand il dit dans la note de la page 43: „J'ai peine à comprendre pourquoi il a „choisi la méthode d'intégration fondée sur la variation des „constantes arbitraires, dont il avait lui-même signalé les in„convéniens, plutôt que celle qui donne directement, sous forme „finie, les expressions de la longitude vraie, du rayon vecteur „et de la latitude, et qui semble s'adapter bien plus aisément „au calcul des quadratures paraboliques."

Je remarque d'abord, que je ne connais pas de méthode qui donne sous forme finie toutes les perturbations de ces coordonnées. Avant que j'eusse donné mes formules finies il existoit seulement des formules qui donnent sous forme finie les perturbations de ces coordonnées du premier ordre par rapport aux masses. Mais voulant aller plus loin, je ne pouvais pas faire usage de ces formules.

Secondement, pour éclaircir les doutes de M. *de Pontécoulant* sur le choix que j'ai fait de la méthode de la variation des constantes arbitraires, après en avoir signalé moi-même les inconvéniens, je vais exposer les idées qui ont dirigé mes recherches, idées qui à la vérité sont renfermées dans les développemens analytiques de mes mémoires, mais que je n'y ai pas exposées en résumé. En même tems j'espère, que par le recit que je vais faire, les bizarreries et le défaut de clarté et de méthode, que M. *de Pontécoulant* croit avoir trouvé dans mes mémoires, disparoîtront *).

Une classe de problèmes de mécanique très-étendue embrasse les cas où les forces qui animent un corps ou un système de corps, étant données on demande les positions de ces corps pour un temps quelconque, et par conséquent les expressions des coordonnées de ces corps en fonctions du temps. Les problèmes de ce genre conduisent toujours à des équations différentielles du second ordre entre les coordonnées et le temps, équations qui, lorsqu'il s'agit des cas de la nature, le plus souvent ne sont pas intégrables, au moins sous forme finie. Pour rendre les intégrations praticables on a imaginé la belle méthode de la variation des constantes arbitraires, introduites par des intégrations préparatoires, et cette méthode, dans ses applications à la mécanique consiste en ce, qu'après avoir divisé les forces données en deux parties, dont l'une rend les équations entre les coordonnées et le temps intégrables, on considère les constantes arbitraires introduites par cette première intégration comme affectées et rendues variables par l'autre partie des forces.

Dans les applications aux cas de la nature, c'est toujours la partie principale des forces, qui rend les équations différentielles intégrables, et c'est le rapport des forces secondaires à la force principale qui cause la variabilité des constantes arbitraires. D'ailleurs, ces constantes arbitraires devenues variables sont déterminées par des équations différentielles (pas par des simples expressions différentielles,) du premier ordre, et comme dans le cas que nous considérons le rapport des forces secondaires à la force principale est toujours très-petit, on peut intégrer ces équations par des approximations successives.

De cette manière on peut supposer le problème analytiquement resolu, quoiqu'il ne soit pas directement resolu, car, au lieu de donner les coordonnées des corps explicitement en fonction du temps, on les donne en fonction du temps et de certaines quantités, qui à leur tour sont aussi des fonctions du temps.

Telle est la méthode de la variation des constantes arbitraires. Mais cette méthode, quoique considerée sous un point de vue analytique, soit un des procédés les plus ingénieux et les plus élegants, a pour la pratique, au moins dans la théorie des perturbations célestes quelques inconvéniens, qui rendent son application difficile et laborieuse. Comme les équations

*) Dans son mémoire publié dans la Conn. d. t. M. *de Pontécoulant* veut bien encore laisser quelque mérite réel à mes travaux (pag. 92), mais dans le tome III de sa „Theorie analytique etc." (pag. 510), il m'objecte un choix malheureux des variables, des innovations analytiques dont les avantages ne rachètent pas la bizarrerie, enfin une absence complète de clarté et de méthode, qui rend mon travail à peu-près inutile. Je ne sais pas ce qui arrive aux autres; mais j'avoue franchement que quelquefois un livre m'a paru au premier coup d'oeil dépourvu de clarté et de méthode, qui, après l'avoir mieux étudié n'avait ni l'un ni l'autre de ces défauts.

différentielles desquelles on part sont des équations du second ordre, le nombre des constantes arbitraires est le double de celui des coordonnées, et par conséquent il faut calculer les perturbations d'un nombre de quantités double de celui des coordonnées; ces calculs faits, il faut substituer les valeurs obtenues des constantes arbitraires dans les expressions des coordonnées; ainsi par ces considérations seules, on voit que le calcul des perturbations par la méthode de la variation des constantes arbitraires exige des travaux plus laborieux, que ceux auxquelles une méthode qui donneroit immédiatement les perturbations des coordonnées conduirait. En vérité, on pourrait se dispenser de substituer les séries qui représentent les perturbations des élémens (c'est-à-dire des constantes arbitraires) dans les expressions des coordonnées, car calculant dans chaque cas au moyen de ces séries les valeurs numériques des élémens, on obtiendrait les valeurs numériques des coordonnées par le temps pour lequel on veut calculer le lieu de la planète, en substituant ces valeurs numériques des éléments dans les expressions connues du mouvement elliptique. Mais en procédant ainsi on ne gagnerait rien. Les séries qui représentent les valeurs des élémens troublés sont beaucoup moins convergentes que celles qui donnent les coordonnées troublées, et par conséquent on aurait beaucoup plus que le double nombre de coëfficients à calculer, mais l'inconvénient le plus grave consiste en ce que la plupart des coëfficiens des perturbations des élémens se reduisent à des quantités beaucoup plus petites, quand on les aura substitués dans les expressions des coordonnées, et qu'ainsi les coëfficiens des divers termes des séries qui donnent les valeurs troublées des élémens sont beaucoup plus grands, que ne seraient les termes correspondants dans les expression des coordonnées troublées, et cela n'existe pas seulement pour les termes du premier ordre par rapport aux masses, mais à plus forte raison pour les termes des ordres supérieurs. Cependant cette méthode fut jusqu'à présent la seule qu'on avait pour calculer les perturbations du second ordre des planètes, et arrêté par ces difficultés et par le grand nombre des termes que naissent de l'emploi de cette méthode, personne n'a pu donner ainsi un calcul des perturbations qu'on pouvait en aucune manière regarder comme satisfaisant et complet. On s'est contenté de calculer quelques termes isolés et on a rejetté les autres par une espèce de divination. C'était plutôt un présentiment que les termes négligés n'avaient pas une influence réelle qu'une démonstration mathématique de leur non-influence. Aussi n'a-t-on consideré parmis les termes du premier ordre par rapport aux masses que ceux qui résultent du premier terme des coëfficiens du développement de la fonction perturbatrice, excepté dans la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, sans avoir montré que les autres termes de ces coëfficiens ne donneraient que des quantités négligeables.

En effet mes calculs des perturbations de Jupiter et de Saturne ont fait voir que plusieurs de ces termes négligés jusqu'alors n'appartienoent pas aux quantités qu'il est permis de négliger dans l'état actuel de l'astronomie.

Remédier aux inconvéniens que je viens d'exposer ce fut premièrement le but, que je m'étais proposé, et je cherchai les moyens a y parvenir dans une amélioration de la méthode de la variation des constantes arbitraires, sans être d'abord trop sûr du succès de mon entreprise. Cependant j'ai réussi, et j'y suis parvenu en donnant à cette méthode une extension, par laquelle on est à même de s'en servir pour déterminer immédiatement les valeurs troublées des coordonnées. On savait déjà qu'au lieu du système des constantes arbitraires qui, par l'intégration des équations du mouvement dans lesquelles on n'a consideré que la force principale, se présente de soi-même, on peut, en appliquant la méthode de la variation des constantes arbitraires, regarder comme constante arbitraire toute fonction de celles-là, et on a déjà appliqué ce principe à plusieurs systèmes de constantes arbitraires, mais on a toujours pris des fonctions déterminées de ces constantes.

Au lieu de procéder ainsi, j'imaginai des fonctions, qui parce qu'elles renferment une quantité indéterminée sont des fonctions indéterminées de ces constantes arbitraires qu'on désigne par le nom d'élémens elliptiques. $f(a, b, c, \text{etc. } \tau)$ étant une telle fonction où a, b, c, etc. sont les élémens elliptiques et τ une quantité indéterminée, je démontrais qu'on obtient rigoureusement la valeur troublée de la fonction $f(a, b, c, \text{etc. } t)$, où t représente le temps, en déterminant la valeur de la fonction $f(a, b, c, \text{etc. } \tau)$ considerée comme constante arbitraire et en changeant après l'intégration τ en t. Ainsi en donnant à la fonction f et à plusieurs fonctions du même genre, une forme en a, b, c, etc. et τ, absolument la même que celle que les coordonnées ont en a, b, c, etc. et t, on peut, analytiquement parlé, déterminer directement et aussi exactement qu'on voudra, les valeurs troublées des coordonnées.

Dans mon premier mémoire sur ce sujet, qui a été inseré dans le Nr. 166 et suiv. des Astr. Nachrichten, je n'ai démontré les propositions nécessaires qu'indirectement, mais j'ai rempli cette tâche dans mon dernier mémoire, qui a paru dans le Nr. 258 et suiv. du même Journal, et je crois que les demonstrations, qui y ont été données ne laissent rien à désirer, du côté de l'évidence. D'ailleurs quoique je n'y aie parlé que du problème des perturbations céleates, tout ce qui concerne ce point s'applique également à tous les problèmes de mécanique où, étant données les forces qui animent un système de corps, on demande les positions de ces corps pour un temps quelconque.

Je me suis proposé après de donner, dans l'application des principes ci-dessus à la théorie des perturbations des

planètes, des formules qui permettraient une application rigoureuse, et qui seraient telles qu'on pouvait être assuré de n'avoir pas négligé quelque terme au dessus d'une quantité numérique fixe. Pour obtenir ce but il ne m'était pas permis de négliger le moindre terme dans les développemens analytiques, et c'était seulement quand on venait aux calculs numériques qu'on pouvait négliger les termes au-dessous de la quantité fixe prise à volonté. J'eus déjà pour cet effet la méthode d'intégration par les quadratures mécaniques, mais cette méthode ne suffisait pas, et j'avais besoin d'autres moyens.

J'ai déjà dit plus haut, que la méthode de la variation des constantes arbitraires conduit à des équations différentielles entre ces constantes devenues variables et le tems, et si le nombre des corps qui constituent le système de corps soumis à leur attraction mutuelle est égal à $n+1$, on a $2n$ équations différentielles, qui déterminent les valeurs des $2n$ constantes arbitraires en fonction du temps, et par conséquent les mouvemens des n corps relatifs au $(n+1)^{ième}$ corps, considéré comme corps principal. Comme les constantes arbitraires devenues variables se trouvent entremélées dans ces équations, il faut à la rigueur intégrer ces équations simultanément, et seulement lorsqu'on ne se propose que de déterminer les perturbations du premier ordre par rapport aux forces perturbatrices, on peut les considérer comme des expressions différentielles qui peuvent être intégrées chacune à part. Lorsqu'on veut déterminer les perturbations du second ordre et des ordres supérieurs, on ne peut pas intégrer une de ces équations sans s'y servir de toutes les autres. Ainsi les équations qui déterminent les perturbations des fonctions dont j'ai appellé ci-dessus l'une f, ne doivent pas contenir explicitement les élémens a, b, c etc., mais seulement ou les fonctions f et des fonctions de ces fonctions, ou encore des groupes des élémens a, b, c, etc. telles que leurs perturbations ont un rapport simple avec les perturbations des fonctions f. Car si elles contenaient les élémens isolés a, b, c, etc., il faudrait pour pouvoir les intégrer complètement, outre les équations pour les fonctions f, par lesquelles les positions des corps du système seraient déjà déterminées complètement, calculer aussi les équations qui déterminent les perturbations des élémens a, b, c etc., ce qui rendrait les calculs longs et pénibles, et amenerait les difficultés que je voulais éviter. Ainsi le choix des fonctions f, ou ce qui revient au même, le choix des coordonnées n'est nullement indifférent dans l'application des principes exposés ci-dessus. Si l'on veut obtenir des expressions simples, il faut les choisir telles, que l'élimination des élémens a, b, c, etc. par les fonctions f devienne praticable et conduise à des expressions simples.

Je reconnus bientôt que la longitude moyenne dans l'orbite et le logarithme du rayon vecteur donnaient les équations les plus simples pour le calcul des perturbations. Si au co[ntraire] on voulait faire usage de la longitude vraie, ou aur[ait] obtenu des équations moins simples, ainsi qu'on peut le v[oir] par la transformation générale des coordonnées, qui j'ai donn[ée] dans mon mémoire inseré dans le Nr. 258 et suiv. des A[str. Nachr.] En dénotant par m la masse perturbatrice, et par W, W', e[tc.] V, V', etc. U, U', etc. X, X', etc. des fonctions des éléme[ns] et du temps, cette transformation fait voir que dans le cas [de] la longitude moyenne on a

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = 1 + mW + m^2 W' + \text{etc.}$$

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = m^2 V + m^3 V' + \text{etc.}$$

et que dans le cas de la longitude vraie on aurait

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right) = U + mU' + m^2 U'' + \text{etc.}$$

$$\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)} = mX + m^2 X' + \text{etc.}$$

les formules pour le calcul des perturbations restant d'ailleurs le[s] mêmes*). Ainsi dans le premier cas le terme $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$ est une fonction du second ordre par rapport aux masses pe[r]turbatrices, et $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$, qui entre comme facteur dans mes fo[r]mules, ne diffère de l'unité que d'une quantité de l'ord[re] des masses perturbatrices, mais dans le second cas le term[e] $\left(\frac{d\beta}{d\tau}\right)\frac{\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)}{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}$ est du premier ordre et le facteur $\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ est une quantité finie des élémens et du tems, les formule[s] pour le calcul des perturbations restant d'ailleurs les mêmes. Il est donc clair que le calcul des perturbations tant du premi[er] ordre que des ordres supérieurs doit devenir plus simple dan[s] le cas de la longitude moyenne que dans le cas de la long[i]tude vraie. Ainsi par le choix des quantités, que j'ai appellé[es] ζ, β, p, q, pour la planète troublée et $\zeta', \beta', p', q', \zeta'', \beta''$ et[c.] pour les planètes perturbatrices, quantités dont dépendent le[s] perturbations de la longitude moyenne, du logarithme du rayo[n] vecteur, de la latitude au-dessus d'un plan quelconque e[t] de la réduction de la longitude dans l'orbite au plan auquel s[e]

*) Voir l'art. 30 et suiv. du Nr. 260 des Astr. Nachrichten.

rapporte la latitude, je suis parvenu à des équations rigoureuses, qui sous la forme la plus simple donnent ces perturbations. Ces équations ne contiennent pas les élémens isolés a, b, e, etc. mais seulement des fonctions des inconnues $\zeta, \beta, p, q, \zeta', \beta', p', q'$, etc. et encore deux groupes des élémens a, b, e, etc., savoir les quantités $\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$ et $\frac{1}{a(1-e^2)}$. les perturbations desquelles dérivent d'une manière extrêmement simple des perturbations de ζ et β. Il faut encore remarquer que dans ces expressions les termes ont déjà disparu, qui, existant dans les expressions des perturbations des élémens elliptiques, se détruisent mutuellement, lorsqu'on substitue ces perturbations dans les expressions des coordonnées.

On voit ainsi que par la manière dont je me suis servi de la méthode de la variation des constantes arbitraires, j'ai remédié aux inconvéniens qui naissent de l'emploi de cette méthode dans son état ordinaire, et j'espère que M. *de Pontécoulant* verra maintenant pourquoi je me suis servi de la variation des constantes arbitraires, après en avoir signalé lui-même les inconvéniens. Il paraît en même temps, que le choix des inconnues, quant au calcul même des perturbations, n'est pas si malheureux comme M. *de Pontécoulant* nous le veut faire croire. Je serais presque tenté de l'appeller heureux. En effet mes inconnues se prêtent aussi mieux aux applications des perturbations. Supposons premièrement qu'on veuille construire des tables des planètes dans la forme usuelle. On calculera alors les valeurs de p et q telles, que par ces quantités le lieu de la planète soit rapporté à l'écliptique mobile, et les tables qui en resultent auront partout la forme usuelle, on prendra seulement l'équation du centre et la partie elliptique du logarithme du rayon vecteur avec la longitude moyenne, à laquelle on aura ajouté les perturbations, au lieu de prendre ces quantités avec l'anomalie comme on la fait jusqu'à présent, et au lieu de prendre la latitude et la réduction de la longitude à l'écliptique avec l'argument de la latitude on les prendra avec la longitude vraie dans l'orbite *). Ainsi, l'addition des perturbations à la longitude moyenne occasionant le même travail que l'addition à la longitude vraie, on épargnera le calcul de l'anomalie moyenne et de l'argument de latitude et on n'aura pas besoin de prendre le logarithme du rayon vecteur dans les tables des logarithmes, car les tables des planètes le donnent immédiatement, et c'est précisément le logarithme du rayon vecteur, dont on doit se servir pour le calcul du lieu géocentrique de la planète. Ainsi déjà sous ce point de vue les inconnues que j'ai choisies se prêtent mieux aux applications, que ne font les inconnues adoptées auparavant; mais on peut aller plus loin. Au moyen des quantités que j'ai appelées s et w, je donne les perturbations de la longitude et du logarithme du rayon vecteur indépendantes de tout plan de projection, et tout ce qui se rapporte au plan de projection est contenu dans les quantités p et q de la manière que l'angle que fait le plan de l'orbite de la planète avec le plan de projection peut-être aussi grand qu'on voudra. Par conséquent on peut prendre pour ce plan le plan de l'équateur, et par ce moyen on peut rendre le calcul de l'ascension droite et de la déclinaison géocentrique beaucoup plus facile. Mais ce sont précisément ces quantités que les observations astronomiques donnent directement et on compare ainsi les observations immédiatement au résultat de la théorie. Le mémoire dans lequel j'ai expliqué la construction de telles tables a paru dans les Astr. Nachr. Nr. 295. 296. 297. D'ailleurs il est aisé à démontrer qu'on peut partout éviter l'emploi de la longitude, et que l'ascension droite et la déclinaison suffisent pour tout l'usage de l'astronomie, sans qu'il en résulte une augmentation de calcul. Si cependant on voudrait avoir les longitudes, ces nouvelles tables des planètes, sans augmenter beaucoup leur volume, peuvent être construites de manière, qu'elles donnent à volonté ou la longitude, ou l'ascension droite et la déclinaison de la planète.

*) On peut aussi rédiger les tables de manière que la partie principale de la latitude et la réduction de la longitude doivent être prises avec la longitude moyenne augmentée de ses perturbations; car la longitude vraie dans l'orbite est fonction de cette variable unique.

On voit déjà par ce que je viens de dire, que les inconnues que j'ai choisies ont de grands avantages j'ajoute que mes équations qui déterminent ces inconnues jouissent de belles propriétés inattendues, tant pour le calcul des perturbations que pour leur application.

Il existe entre les deux équations qui déterminent les quantités ζ et β une relation rigoureuse et très-simple au moyen de laquelle on peut calculer très-facilement les perturbations de β ou de w, lorsqu'on aura calculé celles de ζ; les séries que donne le développement de ζ pour les coëfficiens des divers argumens sont plus convergentes que les séries par lesquelles on calcule les coëfficiens des argumens de la longitude vraie, ainsi que je l'ai fait voir à la page 9 de mon mémoire couronné; les séries aussi qui constituent les perturbations de la longitude moyenne et du logarithme du rayon vecteur sont plus convergentes que les séries qui représentent les perturbations de la longitude vraie et les perturbations correspondantes du rayon vecteur, ainsi que je l'ai dit dans la préface de mon mémoire couronné à la page VII. A la vérité, je n'ai pas encore donné une démonstration directe de ce dernier théorème, je l'ai trouvé en calculant les perturbations de Jupiter et de Saturne,

mais ne voyant aucune raison pourquoi cela devait seulement exister pour ces deux planètes, je me crois en droit de conclure, que cela devra avoir généralement lieu, aussi ai-je trouvé la même chose pour la lune, les perturbations de laquelle j'ai déjà calculé dans ce moment jusqu'aux termes de 3ème ordre par rapport à la force perturbatrice. De plus, dans l'art. 8 de mon mémoire couronné, j'ai démontré, que les trois premiers termes des séries dont se composent les coëfficiens des argumens des perturbations de la quantité ζ, de la quelle les perturbations de la longitude moyenne dépendent, étant donnés on peut trouver tous les autres termes de ces séries par la multiplication par deux nombres constants, dont l'un est presque toujours si petit qu'il peut être négligé. On pourrait même se contenter de n'en calculer que deux termes, mais le calcul du troisième terme donne lieu à une équation de condition par laquelle on peut vérifier une partie considérable des calculs numériques. Ce théorème facilite extrêmement le calcul numérique des perturbations, soit du premier, soit des ordres supérieurs par rapport aux masses, et cela seul pourrait décider en faveur de ma méthode, même s'il n'y avait pas d'autres avantages. D'ailleurs j'ai trouvé plusieurs équations rigoureuses de condition par lesquelles j'ai pu vérifier l'exactitude de mes calculs numériques, ce qui est encore un grand avantage de ma méthode. Si l'on rassemble tout ce qui a été dit ici, on voit que mes formules s'adaptent non seulement bien plus aisément aux calculs des perturbations que les formules connues auparavant, mais qu'elles rendent aussi sous plusieurs regards l'application des perturbations plus sûre et plus facile.

Lorsque je publiais mes deux premiers mémoires sur ce sujet, celui inséré dans le Nr. 166 et suiv. des A. N. et le mémoire couronné par l'académie Royale de Berlin, je n'étais pas en possession de toute la théorie dont je viens de donner l'exposition. J'avais été forcé de négliger dans le calcul analytique quelques petits termes, qui en vérité ne sont d'aucune influence du moins pour Jupiter et Saturne, si l'on projette l'orbite de la planète troublée telle qu'elle est pour un tems quelconque, au plan de la même orbite qui répond à l'origine du temps, ainsi que je l'ai fait dans ces deux mémoires. C'est depuis que j'ai trouvé les moyens de remédier à cela, et je les ai exposés dans le mémoire inséré dans le Nr. 244 et suiv. des A. N. J'y ai démontré, que les formules données dans mes mémoires précédents conservent leur forme et que seulement la signification de quelques lettres change un peu, et c'est de cette manière que j'ai réduit les termes négligés auparavant à deux termes dont l'un est subsidiaire *) et ne donne que des termes du second ordre et des ordres supérieurs, et dont l'autre s'ajoute à la réduction de la longitude à un plan quelconque. Ce terme ajouté à cette réduction rend celle-ci plus simple, et j'ai trouvé un théorème, qui d'une manière très-simple donne toutes les perturbations du premier ordre par rapport aux masses de cette réduction, au moyen des perturbations de la latitude, soit que le plan de réduction soit fixe ou qu'il soit mobile suivant une loi quelconque. Dans le mémoire qui a paru dans les Astr. Nachr. Nr. 295 et suiv. j'ai étendu ce théorème aux perturbations du second ordre par rapport aux masses **).

Ces recherches entreprises sous le point de vue purement scientifique de considérer dans mes formules des termes, dont on aurait pu presque toujours éviter l'influence en faisant la réduction de la longitude ainsi que je l'avais faite auparavant, ont été après utiles pour la pratique, parcequ'elles m'ont fourni les moyens de donner les formules pour les perturbations de p et q ces quantités se rapportant à un plan quelconque mobile. Les principes fondamentaux de cette réduction se trouvent dans le mémoire cité, et je me bornerai ici à dire que j'y ai donné la réduction de la longitude et de la latitude, à un plan quelconque ou ce qui revient au même, la réduction des quantités p et q, par des moyens qui me sont tout-à-fait propres, et qui ne supposent nullement que l'orbite de la planète et le plan de réduction fassent un angle petit l'un avec l'autre; seulement j'y ai supposé que le mouvement du plan mobile de réduction soit tel qu'on y puisse négliger le cube du temps. Je me suis servi dans cette réduction d'une quantité arbitraire, que j'ai aussi appellée τ, mais cette quantité n'a presqu'aucune analogie avec la quantité τ, dont je me suis servi d'ailleurs. Enfin par la transformation générale des coordonnées, dont j'ai parlé ci-dessus, et que j'ai donnée dans le mémoire, publié dans les A. N. Nr. 258. 259. 260. j'ai fait voir que mes formules fondamentales n'appartiennent pas seulement aux perturbations de la longitude moyenne, mais qu'il y a une infinité de manières dont on peut s'en servir, et en mê[…]

*) Ce terme est la différence en longitude entre le noeud ascendant de la planète perturbatrice sur l'orbite de la planète troublée et le noeud descendant de la planète troublée sur l'orbite de la planète perturbatrice, différence qui n'est nulle que pour un moment de temps déterminé.

**) Une extension de ce théorème se trouve dans les Fundamenta Sect. VI.

temps j'ai fait voir, qu'elles deviennent les plus simples, si l'on les considère comme appartenant à la longitude moyenne.

Telles sont les idées qui ont dirigé mes recherches, et telles sont les conséquences principales de la méthode qui en est la traduction analytique. Il serait superflu de reproduire ici mes développemens analytiques. Mais je ne peux pas finir cette note sans dire deux mots sur quelques endroits des ouvrages de M. *de Pontécoulant*. A la page 52 de son mémoire dans la C. d. T. 1837. M. *de Pontécoulant*, après avoir développé la formule suivante *):

$$2\frac{d\rho}{\rho dt} + \frac{d.\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)}{\frac{\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)}{d\tau}} = \frac{d.\sqrt{(a\mu(1-e^2))}}{\sqrt{(a\mu(1-e^2))}} \quad \ldots\ldots (5)$$

s'exprime ainsi: „La formule (5) peut servir à déterminer les inégalités du rayon vecteur au moyen de celles de la longitude vraie supposées connues, et je l'ai employée à cet usage dans le livre II de la *Théorie analytique du Système du Monde*." J'avoue que j'étais un peu surpris en lisant cette assertion. L'ouvrage de M. *de Pontécoulant* a paru avant que je publiais mon premier mémoire sur la théorie des perturbations; a-t-il donc introduit la quantité indéterminée τ avant moi? A-t-il déduit les perturbations du rayon vecteur de celles de la longitude, contre l'usage adopté jusqu'alors généralement, d'après lequel on déterminait les perturbations de la longitude de celles du rayon vecteur? Je n'en sais rien. Pour m'informer, j'ai lu le second livre de son ouvrage, mais je n'y ai rien trouvé qui prouvât qu'il m'avait prévenu. La seule chose que j'y ai trouvé qui paraisse se rapporter à ce point, c'est la formule suivante

$$\delta r = \int\left(\frac{\delta k}{k} - \frac{2\delta r}{r}\right) dv$$

à laquelle M. *de Pontécoulant* parvient à la page 474 du tome premier de son ouvrage, mais cette formule ne peut nulle part être confondue avec la formule (5) ou avec la formule que j'en ai dérivée. Elle ne contient pas l'indéterminée; elle sert à déterminer les perturbations de la longitude des perturbations du rayon vecteur; et elle ne sert que pour les inégalités du premier ordre, tandis que la formule (5) et celle que j'en ai dérivée contiennent la quantité indéterminée τ, donnent les perturbations du rayon vecteur au moyen des perturbations de la longitude, et s'étendent à toutes les puissances de la force perturbatrice. Ainsi je ne sais ce que M. *de Pontécoulant* a voulu dire dans la phrase citée, et je désire vivement qu'il s'explique clairement sur ce point.

*) J'ai copié cette formule littéralement du mémoire de M. *de Pontécoulant*, et sans y corriger les irrégularités, qui s'y trouvent.

En général M. *de Pontécoulant* fera bien de mettre plus de précision et dans ses assertions et dans ses ouvrages. Voyons par exemple la page 51. du troisième volume de sa Théorie analytique où il donne les perturbations de Saturne d'après son calcul. En comparant ce résultat aux perturbations de Saturne produites par Jupiter que j'ai données à la page 189 de mon mémoire couronné, on trouve que M. *de Pontécoulant* a omis vingt-sept arguments dont la somme des coëfficients monte à 15″ sexagésimales, et parmi lesquels il y a un coëfficient qui monte à 5″, un qui est de 3″, deux qui surpassent 1″ et onze qui sont dans les dixaines de seconde. Il faut se rappeller en même temps que mes coëfficiens doivent être appliqués à la longitude moyenne ce qui rend la série des coëfficiens plus convergente. Par conséquent si on réduisait mes perturbations à être appliquées à la longitude vraie on trouverait la somme des coëfficiens négligés par M. *de Pontécoulant* plus grande encore que 15″. Le résultat de M. *de Pontécoulant* a donc sous ce point de vue déjà besoin de correction, mais les corrections ne se bornent pas là. On trouve encore des erreurs dans les coëfficiens calculés par M. *de Pontécoulant*. Prenons par exemple l'inégalité qui dépend de quatre fois la longitude moyenne de Saturne moins deux fois celle de Jupiter; cette inégalité est pour l'an 1800 suivant M. *de Pontécoulant* égale à

$$+652''59 \sin(4l' - 2l - 59°34')$$

l' étant la longitude moyenne de Saturne et l celle de Jupiter, et ce résultat suppose la masse de Jupiter égale à $\frac{1}{1053,924}$; en adoptant la masse de M. *Bouvard*, qui est égale à $\frac{1}{1070,5}$, cette inégalité devient

$$+642''48 \sin(4l' - 2l - 59°34')$$

Suivant M. *de Laplace*, en prenant pour dernier résultat de ce géomètre celui sur lequel les tables les plus récentes de M. *Bouvard* ont été construites, cette même inégalité est égale à

$$+667''01 \sin(4l' - 2l - 56°52')$$

et suivant moi, après avoir rédigé le coëfficient tel qu'il devait être appliqué à la longitude vraie, on a

$$+668''39 \sin(4l' - 2l - 57°11')$$

et ces deux dernières valeurs supposent la même masse de M. *Bouvard*. En calculant le maximum de la différence entre ces résultats on trouve ce maximum

entre M. *de Laplace* et M. *de Pontécoulant* = 39"41 sexa-
entre M. *de Laplace* et moi = 3,94 gési-
entre M. *de Pontécoulant* et moi = 37,62 males.

La différence entre M. *de Laplace* et moi tient à ce que M. *de Laplace* a négligé les termes dépendants de la quatrième puissance des excentricités et des inclinations, ainsi que les termes du second ordre par rapport aux masses qui proviennent des perturbations périodiques. Ce résultat de mon calcul a été confirmé par des équations de condition, et d'ailleurs la petite différence avec M. *de Laplace,* qui est au-dessous des quantités négligées par lui, en montre la justesse. La différence énorme du résultat de M. *de Pontécoulant* prouve donc, que son analyse a besoin d'une revision soigneuse. En effet c'est seulement en feuilletant le 3ème Tome de sa Théorie analytique, que j'ai trouvé les erreurs indiquées. Pour être plus généralement compris j'ai écrit cette note dans une langue étrangère, en renonçant aux avantages que j'aurais pu tirer de l'emploi de ma langue maternelle. C'est à ce titre que j'ose compter sur l'indulgence de mes lecteurs. Ils apprécieront les motifs de mon choix, et ne seront pas trop sévères contre les fautes de langue, qui sans doute se trouveront dans ces lignes.

Hansen.

Schreiben des Herrn *Weisse*, Directors der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Cracau 1838. Febr. 27.

Vor allem sage ich Ihnen meinen verbindlichsten Dank für die mir gütigst überschickten Beobachtungen der Mondsterne. Ich habe die Ermittelung unserer Länge bereits begonnen; indessen erwarte ich doch noch von verschiedenen Sternwarten correspondirende Beobachtungen. Hiebei übersende ich zur gefälligen Aufnahme in die Astr. Nachrichten die im Jahre 1837 an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne und Sternbedeckungen. Wie überall, so war auch hier dieses Jahr sehr ungünstig für astronomische Bestimmungen.

Die Resultate der an der hiesigen Sternwarte täglich dreimal, nämlich um 6 Uhr früh, um 2 Uhr Nachmittags, und um 10 Uhr Abends gemachten meteorologischen Beobachtungen sind folgende:

Mittl. Barometerstand (auf 0° reducirt)		27z	4l90 Par. M.
Höchster ———	den 6ten Februar	28	1,90
Tiefster ———	den 29sten Novbr.	26	8,86

Mittl. Wärme + 5°33 R. (tiefer als im J. 1829, wo
Gröfste — (Juni 24) + 24°4 sie + 5°47 war.)
Kleinste — (Febr. 5) — 16°8

Mittl. Stand von *August's* Psychrometer *e* = 2l84.

Ganz heitere Tage zählten wir bloſs 22, heiter mit Wolken 83, trübe Tage 260; an 161 Tagen hatten wir Regen, an 54 T. Schnee und an 17 T. Hagel. Der herrschende Wind war von NO. und Stürme zählten wir 17. In der Nacht vom 14ten zum 15ten Novbr. hatten wir hier ein sehr schönes Nordlicht.

In den Nächten, die zur Beobachtung der Sternschnuppen bestimmt waren, war es immer trübe.

Im Juli des verflossenen Jahres habe ich den dritten Band der Stern-Verzeichnisse aus *Bessels* Zonen-Beobachtungen nach Petersburg zum Drucke gesandt. Dieser Band enthält die Stunden XII—XVII incl. mit 6973 verschiedenen Sternen. Von diesen sind 1127 öfters beobachtet, die ich also zur Berechnung der wahrscheinlichsten Fehler benutzte. Ich fand so für diesen 3ten Band den wahrscheinlichen Fehler einer AR. aus 2275 Beobachtungen = 0"111, mit den Gränzen 0"112 / 0,110

einer Decl. aus 2276 Beob. = 1"128, mit den Gränzen 1"140 / 1,117

Verbinde ich alle Beobachtungen der Sterne, die mehrmals beobachtet sind, in allen drei Bänden, so erhalte ich den wahrscheinlichsten Fehler einer AR.

aus 6775 Beob. = 0"118 mit den Gränzen 0,119 / 0,117; einer Decl.

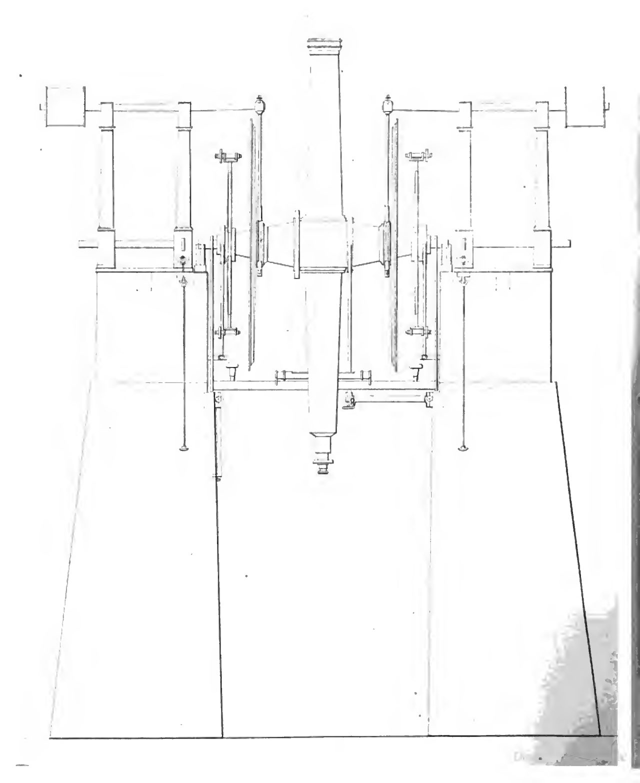
aus 6778 — = 1"132 mit den Gränzen 1"138 / 1,125

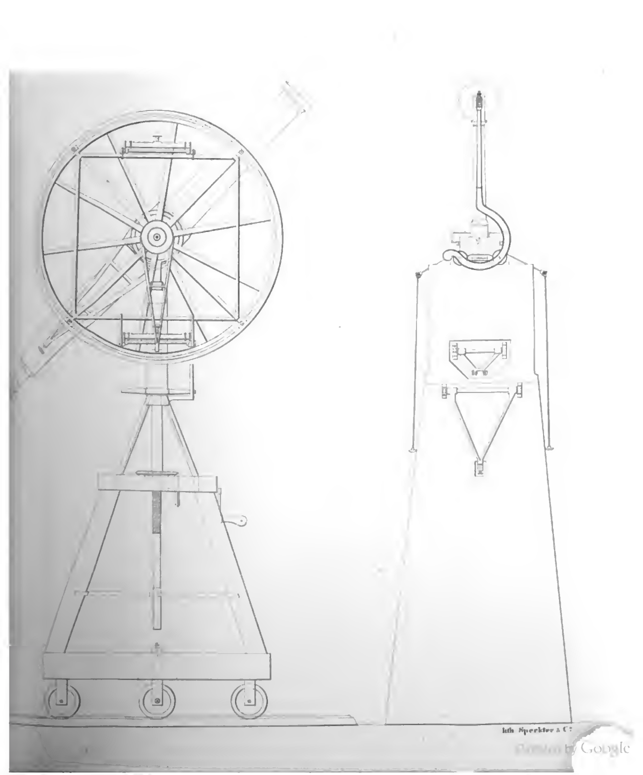
Diese 3 ersten Bände enthalten bereits 23231 verschiedene Sterne.

An dem vierten und letzten Bande arbeite ich eben mit allem Eifer, um ihn auch bald an den Druckort absenden zu können. Bald wird also diese mühsame Arbeit, die mich schon durch mehrere Jahre beschäftigt hat, ganz vollendet seyn. Wie weit der Druck bereits vorgerückt ist, weiſs ich nicht genau, da ich schon seit längerer Zeit keine Nachrichten aus Petersburg und Dorpat habe. Nach früheren Nachrichten aber wird der Druck ununterbrochen bis zur Vollendung des ganzen Werkes fortgesetzt.

Dr. *Max Weisse.*

Altona 1838. März 22.




lith. Speckter & C°

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 349.

Schreiben des Herrn *Airy*, Astronomer Royal, an den Herausgeber.

Greenwich 1838. Febr. 24.

Dear Sir,

I do not think that it has been remarked that the Tabular Radius Vector of Uranus is considerably in error. Yet it appears certain that it is so. To shew this I will give the results of the observations made at Cambridge in 1833, 1834 and 1835, and at Greenwich in 1836.

The method which has been pursued in reducing the observations is the following. In all these years, every observation has been so reduced as to shew the error of the tables in R. A. (the right ascensions in the Cambridge Observations being diminished by 0^s14, and those in the Greenwich Observations being reduced to the same equinox) and in N. P. D. The observations have been divided into groups of about 10 each, and the mean error in R. A. and the mean in N. P. D. have been adopted for the mean day in each group. From these, the errors in Longitude and Ecliptic Polar Distance have been formed by means of the factors contained in the Tables No II in the Appendix to the Greenwich Observations 1836. With the errors in Ecliptic Polar Distance we have nothing further to do here: but those in Longitude are thus treated. An error in Geocentric Longitude depends upon two errors, namely the error in Heliocentric Longitude and the error of the Radius Vector. Consequently from a single Normal Error in Geocentric Longitude we can obtain nothing but an Equation between the error in Heliocentric Longitude and the error of the Radius Vector. Therefore, if we compute from this the error in Heliocentric Longitude, it will have a term depending on the error of the Radius Vector. But the factor of the last term will have different signs according as the observations are before or after opposition. Therefore if we have any other means of judging how the error in Heliocentric Longitude ought to change in this time, we can infer the error of the Radius Vector from the difference of the computed errors in Heliocentric Longitude before and after opposition.

In the following tables, the Tabular Error signifies the excess of the tabular quantity over the observed quantity. Instead of the month and day, I have (for convenience) put the number of the day reckoned from the beginning of the year. The sign δR is used to denote the Tabular Error of the Radius Vector of Uranus, expressed in parts of the earth's mean distance from the Sun.

Normal Tabular Errors of Uranus in Heliocentric Longitude.

1833	day 215	$+32''63$	$+\ 90'' \times \delta R$
	235	$+33,13$	$-\ 90 \times \delta R$
	265	$+31,03$	$-333 \times \delta R$
	279	$+32,00$	$-418 \times \delta R$
	295	$+32,24$	$-484 \times \delta R$
	323	$+31,54$	$-505 \times \delta R$
1834	day 229	$+37,87$	$+\ \ 3 \times \delta R$
	258	$+37,28$	$-255 \times \delta R$
	283	$+38,23$	$-417 \times \delta R$
	312	$+39,15$	$-507 \times \delta R$
	336	$+39,61$	$-489 \times \delta R$
1835	day 215	$+45,46$	$+165 \times \delta R$
	232	$+45,48$	$+\ 21 \times \delta R$
	255	$+44,79$	$-183 \times \delta R$
	293	$+44,81$	$-438 \times \delta R$
	326	$+44,37$	$-500 \times \delta R$
	337	$+45,53$	$-488 \times \delta R$
1836	day 203	$+53,66$	$+290 \times \delta R$
	236	$+52,62$	$+\ 12 \times \delta R$
	256	$+52,32$	$-165 \times \delta R$
	285	$+51,69$	$-380 \times \delta R$
	307	$+51,52$	$-476 \times \delta R$
	327	$+52,66$	$-503 \times \delta R$

The means for each year are as follows

1833,	day 269	$+32''10$	$-290'' \times \delta R$
1834,	day 284	$+38,43$	$-333 \times \delta R$
1835,	day 276	$+45,07$	$-237 \times \delta R$
1836,	day 269	$+52,41$	$-264 \times \delta R$

Considering that δR is a very small quantity and is not likely to vary much between one year and the next, we may in taking the differences consider it as the same quantity. The difference between 1833 and 1834 may be used for finding the changes in the error of Heliocentric Longitude in the course of the observations of 1833: the difference between 1833 and 1835 will give the change for 1834: the difference between 1834 and 1836 will give the change for 1835: the difference between 1835 and 1836 will give the change for 1836. Thus we find

[1833 — 1834]	Change in 380 days	$+6''33 - 43''\times\delta R$	[to be used for 1833]
[1833 — 1835]	Change in 737 days	$+12,97 + 53\times\delta R$	[to be used for 1834]
[1834 — 1836]	Change in 715 days	$+13,98 + 129\times\delta R$	[to be used for 1835]
[1835 — 1836]	Change in 358 days	$+7,34 + 33\times\delta R$	[to be used for 1836]

Taking the distance of each Normal Day from the mean of the days for that year, computing the proportional part of the change just given, and applying it to the mean of the Normal Tabular Errors for the year, we have the following.

Tabular Errors formed by applying the proportional part of the change to the Mean of the Normal Tabular Errors for the year

1833 day	215	$+31''20$	$-284''\times\delta R$
	235	$+31,53$	$-286\times\delta R$
	265	$+32,03$	$-290\times\delta R$
	279	$+32,27$	$-291\times\delta R$
	295	$+32,53$	$-293\times\delta R$
	323	$+33,00$	$-296\times\delta R$
1834 day	229	$+37,47$	$-337\times\delta R$
	258	$+37,97$	$-335\times\delta R$
	283	$+38,41$	$-333\times\delta R$
	312	$+38,92$	$-331\times\delta R$
	336	$+39,34$	$-329\times\delta R$
1835 day	215	$+43,88$	$-248\times\delta R$
	232	$+44,21$	$-245\times\delta R$
	255	$+44,66$	$-241\times\delta R$
	293	$+45,40$	$-234\times\delta R$
	326	$+46,05$	$-228\times\delta R$
	337	$+46,26$	$-226\times\delta R$
1836 day	203	$+51,06$	$-210\times\delta R$
	236	$+51,73$	$-207\times\delta R$
	256	$+52,14$	$-205\times\delta R$
	285	$+52,74$	$-203\times\delta R$
	307	$+53,19$	$-201\times\delta R$
	327	$+53,60$	$-199\times\delta R$

These may be considered as true errors, liable to no greater uncertainty than that of the mean of all the observations made in each year, and liable to no sensible relative uncertainty whatever.

Making these equal to the Normal Tabular Errors deduced from observation only, and performing the subtractions so as to make the sign of δR always positive we obtain the following equations

1833	$0 = +1''43 + 374''\times\delta R$
	$0 = +1,63 + 196\times\delta R$
	$0 = +1,00 + 43\times\delta R$
	$0 = +0,27 + 127\times\delta R$
	$0 = +0,29 + 191\times\delta R$
	$0 = +1,46 + 209\times\delta R$
Sum for 1833	$0 = +6,08 + 1140\times\delta R$
1834	$0 = +0,40 + 384\times\delta R$
	$0 = -0,69 + 80\times\delta R$
	$0 = +0,18 + 84\times\delta R$
	$0 = -0,23 + 176\times\delta R$
	$0 = -0,27 + 160\times\delta R$
Sum for 1834	$0 = -0,61 + 884\times\delta R$
1835	$0 = +1,58 + 413\times\delta R$
	$0 = +1,27 + 266\times\delta R$
	$0 = +0,13 + 58\times\delta R$
	$0 = +0,59 + 204\times\delta R$
	$0 = +1,68 + 272\times\delta R$
	$0 = +0,73 + 262\times\delta R$
Sum for 1835	$0 = +5,98 + 1475\times\delta R$
1836	$0 = +2,60 + 500\times\delta R$
	$0 = +0,89 + 219\times\delta R$
	$0 = +0,18 + 40\times\delta R$
	$0 = +1,05 + 177\times\delta R$
	$0 = +1,67 + 275\times\delta R$
	$0 = +0,94 + 304\times\delta R$
Sum for 1836	$0 = +7,33 + 1515\times\delta R$

Thus from the observations of 1833, $\delta R = -0,00533$
—— —— —— 1834, $\delta R = +0,00074$
—— —— —— 1835, $\delta R = -0,00405$
—— —— —— 1836, $\delta R = -0,00483$

I cannot imagine what has made the difference between the result of the observations of the year 1834 and that of the other years It is not any error in my computations. The observations shew a systematic difference between the progress of the errors in AR. in the year 1834 and in the other years. I suspect that some difference must have been made in the radius vector used for the computations of the Nautical Almanac in 1834.

If, however, we adopt the mean of the four results, we find $\delta R = -0,00337$: that is, the tables of *Bouvard* give the radius vector of Uranus too small by a quantity considerably greater than the moon's distance from the earth. If we adopt the mean of 1833 1835 and 1836, the error appears to be nearly equal to the diameter of the moon's orbit.

G. B. Airy.

Physische Beobachtungen des Mars in der Opposition von 1837.

(Hiebei ein Steindruck.)

Die fast beispiellos schlechte Witterung, welche den ganzen Herbst und Winter, so wie den gröfsten Theil des Frühlings hindurch beinahe alle astronomischen Beobachtungen vereitelte, hat sich auch unsern Bemühungen, die diesmalige Opposition des Mars zur Vervollständigung der 1830 begonnenen Zeichnung seiner Oberfläche zu benutzen, entgegengestellt, und uns nur unvollkommene Resultate gewinnen lassen, die ohne den Umstand, dafs wir den grofsen Refraktor der Königl. Sternwarte mit

nehmen konnten, noch unbedeutender geworden wären. Erst am 12ten Januar gelangen zwei Zeichnungen, und späterhin bis zum 22sten März in 14 theilweise heitern Nächten noch 30, die aber schon wegen der bedeutendern Entfernung des Mars den im September und October 1830 erhaltenen und in Nr. 192 der A. N. mitgetheilten sämmtlich nachstehen. Der weiſse Fleck am Nordpole war indeſs mit einer Deutlichkeit sichtbar, wie wir den Südpolfleck uns nie erinnern wahrgenommen zu haben; er erschien zugleich, besonders im Januar und Februar, ungemein scharf gegen den übrigen Theil der Kugel abgesetzt, so daſs der erste Anblick glauben machen konnte, es bedecke ein Planet den andern an dieser Stelle. Ein dunkler Fleck von ungleicher Intensität und Breite umgab diese weiſse Zone ringsherum: alle übrigen Flecken der Nordhalbkugel waren dagegen sehr matt und auch meistens höchst unbestimmt begrenzt, auch durchaus nicht denen der Südhalbkugel zu vergleichen, wovon diesmal nur wenige recht zu Gesicht kamen. Daſs dieser Unterschied nicht etwa vorzugsweise der allerdings sehr schlechten, nicht ein einzigesmal völlig heitern Luftbeschaffenheit zuzuschreiben sei, davon überzeugten wir uns durch den Gegensatz mit den zum Theil sichtbaren Flecken der Südhalbkugel, deren Schwärze nahe dieselbe wie 1830 war.

Es bestätigt sich also, was wir schon in jener Opposition über die verhältniſsmäſsig gröſsere Lichtstärke und geringere Unterbrechung der Continuität in der Nordhalbkugel des Mars wahrgenommen haben, so wie sich überhaupt die Constanz der Flecke und in den beiden folgenden Oppositionen beobachteten Flecke auch diesmal so weit bewährt hat, als es bei der verschiedenen Lage der Erde gegen die Marsaxe, der gröſsern Entfernung und andern Umständen erwartet werden konnte. Von dem 1830 gesehenen weiſsen Fleck am Südpole hätte, wenn seine Ausdehnung nicht die damalige weit übertraf, gegenwärtig nichts zu Gesicht kommen können. Er erstreckte sich nämlich am 10ten Sept. 1830 bis zum 84° S. B., und der südlichste, diesmal im Rande der Marskugel liegende Punkt war °S. B. Gleichwohl war in einigen Beobachtungen eine zwar äuſserst schwache, doch aber sichere Spur dieses Südpolflecks wahrzunehmen; nimmt man an, daſs die Breite dieser Zone concentrisch ¼″ gewesen sei, so folgt daſs das weiſse Licht am Südpole sich bis 55° S. B. erstreckt habe. Nach den Bessel'schen Bestimmungen der Axenlage war der Südpol des Mars in der gegenwärtigen Opposition noch 33° von seinem längsten Tage entfernt und stand folglich, abgesehen von der kleinen Neigung, in Absicht auf Jahreszeiten in demselben Verhältniſs zur Sonne, wie der Erdnordpol am 18ten November, während er sich 1830 fast mitten in seinem Sommer befand. In der nächsten Opposition (April 1839) wird er sich mitten in seinem Winter befinden, aber auch von der Erde alsdann noch stärker abgewandt sein. Demnach erscheint die Benennung Schneezone nicht unpassend, wenigstens wird sie durch die Beobachtungen so gut gerechtfertigt, als es der Natur der Sache nach möglich ist, da mit Ausnahme dieses weiſsen Polarfleckes kein einziger Fleck auf der Kugel eine merkliche physische Veränderung der Gröſse oder des Ortes hat wahrnehmen lassen.

Der Nordpolfleck zeigte sich in der ersten Beobachtung am 12ten Januar (auf der Königl. Sternwarte) so scharf begrenzt, daſs seine Ausdehnung mit ziemlicher Sicherheit geschätzt werden konnte; sie betrug längs des Randes 0,27 des Marsdurchmessers, und die Breite 0,13. Die erste Angabe führt auf einen Halbmesser von 15°7 der Marskugel, oder auf 74°3 N. B. des Randes; die zweite, wenn man den um 18°13′ einwärts gerückten Pol als Mitte des Flecks annimmt, auf eine nördliche Breite von 78°7; also war nach beiden Angaben (von denen die erstere das doppelte Gewicht hat) der Nordpolfleck beträchtlich gröſser, als der Südpolfleck 1830. Bei den folgenden Beobachtungen schien seine Ausdehnung, doch nicht erheblich, in Abnahme begriffen zu sein; sicherer ist die Wahrnehmung, daſs die Schärfe seiner Begrenzung sich nach der Opposition verminderte. Die Jahrszeit des Marsnordpols am 12ten Januar 1837, wo er 46° vom Maximo seiner Erwärmung abstand, läſst sich mit der des Erdnordpols am 4ten Mai vergleichen.

Es lag in unserm Plane, den Positionswinkel des weiſsen Flecks wiederholt mikrometrisch zu bestimmen, um die erforderlichen Data zu einer directen Prüfung der Axenstellung des Mars zu erhalten. Die ungünstige Witterung hat diese Absicht vereitelt. Indeſs ergaben die wenigen Messungen, die als gelungene bezeichnet werden können, daſs die etwanige Excentricität des Polarflecks jedenfalls nur gering sein müsse. Fällt nämlich der wahre Mittelpunkt des als kreisförmig angenommenen Flecks nicht mit dem Pole zusammen, sondern steht um den Bogen i von demselben entfernt, so muſs, wenn C den Positionswinkel des Poles für eine gegebene Nacht bezeichnet, die Mitte des Flecks innerhalb einer Rotationsperiode zweimal alle zwischen $C+i$ und $C-i$ fallenden Lagen einnehmen. Es wurden nun folgende Beobachtungen erhalten:

	Mittl. Berl. Zeit.	Winkel mit dem Decl.-Kreise, von N. durch O. gezählt.	
1837 Febr. 10.	7h 51′	+ 4° 50′	
	8 52	+ 6 22	
	10 25	+ 7 0	
	15 49	+ 1 30	sehr schwierig.
Febr. 11.	7 28	+ 3 20	
	8 45	+ 4 22	
Febr. 12.	9 16	+ 5 27	
	10 17	+ 6 46	
	17 39	+ 3 46	

		Mittl. Berl. Zeit.	Winkel mit dem Decl.-Kreise, von N. durch O. gezählt.	
1837	Febr. 18.	$11^h 36'$	$+4° \ 0'$	kurz vor der Bedeckung, die durch Nebel vereitelt ward.
	Febr. 22.	10 7	+ 1 18	
		11 26	+ 0 14	
	Febr. 28.	6 44	+ 2 1	
	März 7.	8 12	+ 4 3	
		8 53	+ 5 47	
		10 28	+ 0 40	
	März 10.	7 17	+ 4 32	

Die nahe Uebereinstimmung dieser Winkel; in denen noch die Veränderungen von C zu berücksichtigen und die wol kaum auf $1\frac{1}{2}°$ zu verbürgen sind (jede einzelne ist das Mittel aus 4 Ablesungen, in denen Abweichungen von 2° bis 3° vorkommen) führt auf das Resultat, dafs i nicht wohl über 4° steigen könne und zu seiner Bestimmung überhaupt mehr und bessere Beobachtungen bedürfe, als die diesmal von uns erhaltenen. Bei der Reduction der einzelnen Zeichnungen haben wir deshalb kein Bedenken getragen, $i =$ Null zu setzen. Unbemerkt können wir indefs den Umstand nicht lassen, dafs in den wenigen Beobachtungen, wo eine Spur des Südpolflecks wahrgenommen wurde, diese dem Nordpolfleck nicht grade gegenüberstand, sondern am 7ten Februar $16^h 14'$ um etwa 12°, um $14^h 28'$ 8° nach Osten, am 7ten März $10^h 24'$ etwa 5° nach Osten, endlich am 18ten März $7^h 56'$ um 3° bis 5° nach Westen abwich.

Dafs auch die Neigung und Knotenlage des Marsäquators, wie *Herschel* sie gefunden, nicht erheblich von den wahren Werthen abweichen, zeigt die verhältnifsmäfsig sehr befriedigende Uebereinstimmung rücksichtlich der Breite derjenigen Flecke, die 1830 und 1837 in entgegengesetzten Lagen beobachtet werden sind. Eine schärfere Reduction beider Beobachtungsreihen wird indefs erst möglich sein, wenn sowohl die Lage der Axe als auch die etwanige Excentricität beider Polarflecke ermittelt sein wird, wozu die Oppositionen von 1839, 1845 und 1847 am meisten geeignet scheinen. Bis dahin können nur Materialien zu einer künftigen Marskarte erhalten werden.

Von den 1830 beobachteten deutlicheren Flecken der Südhalbkugel war nur einer, in unsrer früheren Zeichnung mit pn bezeichnet, sicher wiederzuerkennen. Wir sahen ihn zuerst am 7ten Febr. um $16^h 4'$ M. Z. deutlich, ferner am 28sten Febr. um $6^h 49'$ und in 3 Beobachtungen in der Nacht des 7ten März; endlich noch, aber weniger bestimmt, am 10ten März von $7^h 7'$ bis $9^h 22'$ und am 11ten März um $8^h 22'$. Die areographische Breite des westlichen Endes p ergab sich aus 11 Beobachtungen $= 43° 29'$; im Jahre 1830 war sie zwischen 40° und 42° gefunden werden und sowohl dies als auch die Uebereinstimmung der Figur, sprechen für die Identität beider. Ein Versuch, seine diesmal beobachtete Länge an die von 1830 anzuknüpfen, ergab eine Rotationsperiode von $24^h 37' 29''0$, zwar hinreichend genau, um die Identität auch in dieser Beziehung zu bestätigen und gewifs zu sein, dafs die angenommene Zahl der ganzen Rotationen keinen Fehler enthalte, aber schon der ungünstigen Lage des Flecks wegen nicht geeignet, die früher bestimmte Rotation zu verbessern. Diese hatte sich nemlich, wie folgt, ergeben:

Aus den Beobachtungen vom Sept. und Oct. 1830	$24^h 37' \ 9''9$
Aus der Verbindung von 1830 — 1832	24 37 23,0
Aus der Verbindung von 1830 — 1834	24 37 20,4

Der Fleck a, dessen Epoche 1830 am schärfsten bestimmt werden konnte und durch den wir den ersten Marsmeridian legten, hat sich weder 1834 noch 1837 mit Sicherheit gezeigt; wir sind daher noch immer geneigt, dem zweiten der obigen Werthe ($24^h 37' 23''0$) den Vorzug zu geben, da er allein hinreichende Sicherheit zu gewähren scheint, um die Beobachtungen von 1830 an die späteren, noch zu erwartenden, anzuknüpfen.

Ein zweiter, mit efh bezeichneter Fleck, ward am 12ten Januar und 22sten Februar, jedesmal in 2 Beobachtungen, auch noch später am 22sten März wieder erkannt, doch zeichnete sich kein Punkt desselben scharf genug aus, um auf ihn eine Bestimmung zu gründen. Eine specifische Verschiedenheit der Farbe des Grundes (die Polarflecke ausgenommen) war ebenfalls nicht deutlich wahrzunehmen; zwar schien es in der ersten, auf der Königl. Sternwarte angestellten Beobachtung, als sei die Mittelzone der Kugel, eine Gegend, deren Mitte beiläufig in 40° L. und 15° S. B. liegt, röthlich im Vergleich zur übrigen Kugel, allein Herr Prof. *Encke*, der an dieser und mehreren folgenden Beobachtungen Theil nahm, entschied nicht bestimmt für Roth, sondern nur für eine von der übrigen Fläche verschiedene und namentlich dunklere Färbung. Diejenigen Stellen, an welchen in der Opposition von 1830 ein röthlicher Schimmer wahrgenommen werden war, lagen diesmal zu weit abgewandt.

Die dunkle, den Nordpolfleck umgebende Zone war zwar von sehr ungleicher Breite und auch nicht überall gleich schwarz, doch in allen Beobachtungen merklich dunkler als die übrigen Flecke, selbst als die der Südhalbkugel. Um den entgegengesetzten Pol hatte sich 1830 nichts Aehnliches gezeigt; die Flecke in seiner Nähe waren vielmehr äufserst matt, wenig zusammenhängend und nur in den günstigsten Momenten mit Mühe wahrzunehmen, wogegen bei dieser Erscheinung die erwähnte Zone auf den ersten Blick ins Auge fiel, sobald nur Mars überhaupt sichtbar war. Wenn, wie man anzunehmen geneigt sein könnte, ein Schmelzen des Schnees diese starke dunkle Färbung veranlafste, so stände zu erwarten, diesen Fleck bei der Opposition von 1839 nicht in gleicher Gestalt und Farbe wiederzufinden.

Auf diese wenigen Resultate müssen wir uns diesmal beschränken. Vielleicht dafs andere, von Witterungs-Störungen weniger als wir gemifshandelte Beobachter glücklicher waren. Jedenfalls ist es uns angenehm die Erfahrung gemacht zu haben, dafs die gröfsere Entfernung des Mars in dieser und also auch den beiden nächsten Oppositionen kein absolutes Hindernifs physischer Beobachtungen sei, obgleich es gewifs ist, dafs wir die Südhalbkugel des Mars stets besser als die entgegengesetzte kennen lernen werden, da Jahrtausende hindurch in allen Oppositionen, wo die Entfernung von der Erde geringer als 0,5 ist, der Nordpol unsichtbar bleibt.

Wir behalten uns vor, die einzelnen Original-Zeichnungen in einer künftigen Zusammenstellung unserer sämmtlichen physischen Planetenbeobachtungen mitzutheilen, und geben hier einen Versuch, die beiden Marshalbkugeln in Polarprojection darzustellen. Die Südhalbkugel ist bis auf wenige schwache Flecke, die aus den Beobachtungen von 1837 resultiren, dieselbe welche in Nr. 192 der A. N. gegeben worden; die beiden concentrischen punktirten Kreise bezeichnen die Grenzen des Polarflecks 1830 und 1837, letzteres unter der oben gemachten Voraussetzung, die andern durch Punkte begrenzten Stellen hingegen das damals wahrgenommene Roth. Die Nordhalbkugel ist zwischen 0° und 30° B. gröfstentheils nach den früheren Beobachtungen entworfen; für die Gegenden jenseit des 30° konnten dagegen nur die gegenwärtigen benutzt werden. Der Nordpolarfleck ist nach der Beobachtung vom 12ten Januar angesetzt und erstreckt sich hiernach bis 74°3 B.; die übrigen gründen sich meistens auf 4 bis 6 einzelne Zeichnungen. Am unvollkommensten dürfte die Gegend zwischen 70° und 120° L. dargestellt sein, da diese in keiner Beobachtung der Mitte nahe genug stand um gut gesehen zu werden.

Wilhelm Beer. Dr. *Mädler.*

Dieser Aufsatz, den ich schon im Mai 1837 erhielt, hatte sich in den mitgesandten Steindrücken versteckt, wodurch seine Verspätung erklärt wird.

S.

Meridiankreis von *A.* und *G. Repsold* aufgestellt in der Hamburger Sternwarte im Frühjahre 1836.

(Hiebei ein Steindruck.)

Bei Construirung des durch beifolgende Zeichnung erläuterten Instruments haben die Verfertiger es sich zur Aufgabe gemacht, durch möglichst grofse Gleichmäfsigkeit und Contrebalancirung aller einzelnen Theile desselben unter einander, jede durch verschiedenartige Durchbiegungen entstehenden Fehler zu vermeiden. Aus obigem Grunde ist das Instrument in allen Theilen symmetrisch, die Achse innen wie aufsen gedreht, und gleich schwere Kreise mit den dazu gehörigen Microscopenträgern belasten die Achse gleichmäfsig und bedingen gleich schwere Gegengewichte an beiden Seiten; um eine mögliche Torsion der Achse zu vermeiden, ist die Festhaltung ganz nahe dem Fernrohr, ein entsprechendes Gegengewicht an der andern Seite stellt das Gleichgewicht des Ganzen her.

Die Kreise sind von Gufsmessing, 3 Fufs 2 Zoll franz. im Durchmesser, auf Silber von 2 zu 2 Min. getheilt und liegen gegen Ansätze auf der Achse. Ihre Befestigung daselbst geschieht durch angeschrobene Platten, welche Befestigungsart jede Spannung beim Anschrauben verhindert und es erlaubt, das Null der Theilung auf jedem verlangten Punkte fest zu stellen. Die Ablesung der Theilung eines jeden Kreises geschieht durch 4, um 90° von einander entfernte Microscope. Das massive Mittelstück, die Microscope tragenden, aus hohlen Röhren construirten, und festen Kreuze ist, um absolute Höhen messen zu können, auf Conen an der Achse der Art aufgepafst, dafs sich selbige ohne grofse Reibung frei in den Büchsen bewegt. Ein mit letzterem verbundener Arm, der durch die in Lager sich bewegenden, beim Umlegen des Instruments nieder zu drückenden Haltungsstücke gefafst wird, dient zur Feststellung und Nivellirung des Ganzen. Mit den Microscopen liest man directe Secunden ab, kann also bis auf 0,1 Secunden schätzen. Die Unwandelbarkeit jener Microscop-Kreuze wird durch zwei an denselben befindlichen, zu nivellirenden Stahlcylindern gezeigt, zwei Nonien an den verticalen Seiten der Kreuze dienen zur ungefähren Ablesung.

Das Fernrohr mit *Fraunhofer*'schem Objectiv von 5 Fufs Brennweite besteht aus zwei gleich schweren, innen und aufsen gedrehten conischen Röhren von geschlagenem Messing, welche innig mit der Achse verbunden, vermöge ihrer Form eine möglichst geringe Durchbiegung gestatten. Die Beleuchtung der Fäden geschieht durch die hohle Achse vermittelst eines Spiegels im Mittel des Fernrohrs, zu welchem Zwecke auf dem Ende einer der in der Verlängerung der Achse fortlaufenden Röhren eine Lampe aufzustecken ist. Die Verdunkelung, so wie die Regulirung der Lichthelle wird durch einen, vermittelst eines Triebes zu bewegenden Keil von farbigem Glase leicht und schnell bewerkstelliget.

Die Lager der Achse stehen, ganz unabhängig von den übrigen Theilen des Instruments, auf in den Pfeilern mit Gyps festgegossenen Messingklötzen aufgeschraubt, hinter denselben die messingenen Platten, welche die Säulen für die Gegengewichte tragen.

Die Umlegung des Instruments ist leicht und mit wenig Umständen vorzunehmen, da die Gegengewichte nicht umgesteckt zu werden brauchen, und statt der sonst üblichen Ringe, in welchen die Rollen zur Aufhebung des Gewichts der Achse befindlich, nur Halbringe oder grofse Haken gewählt sind (wie in der Zeichnung zu sehen), die bei der Umlegung die Achse frei durchlassen, und daher hängen bleiben können.

Der auf einer Eisenbahn zu bewegende Umlegebock hebt beim Drehen der Kurbel das Instrument lothrecht in die Höhe, die Umdrehung geschieht, nachdem dasselbe zwischen den Pfeilern herausgefahren, mit gröfster Leichtigkeit, ein Arm an dem oberen drehenden Theil, welcher sich an einen zweiten festen stützt, verhindert dessen Drehen um mehr oder minder als 180°, und ein auf der Eisenbahn festgeschrobener Kloben giebt das Maas, wie weit der Wagen wieder hinein zu fahren, damit die Zapfen beim Herablassen des Instruments die Lager treffen.

Der Kreis ist im Juli 1833 angefangen, und im März 1836 aufgestellt.

A. und *G. Repsold.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1837 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1837 Januar 18.	112 β Tauri	$5^h\,16'\,0'',22$	5
	123 ζ Tauri	5 27 55,02	5
	Mond I	5 42 49,24	5
	44 κ Aurigae	6 5 0,43	5
	13 μ Geminor.	6 13 6,64	5
19.	44 κ Aurigae	6 5 0,28	5
	13 μ Geminor.	6 13 6,86	5
	Mond I	6 38 8,46	5
	55 δ Geminor.	7 10 23,94	5
	66 α Geminor.	7 24 12,33	5
Februar 11.	87 μ Ceti	2 36 8,04	5
	Mond I	2 45 15,88	5
	57 δ Arietis	3 2 18,87	5
12.	57 δ Arietis	3 2 18,76	5
	Mond I	3 36 44,04	5
	50 ω^2 Tauri	4 7 43,03	5
	69 υ^1 Tauri	4 16 33,77	5
13.	50 ω^2 Tauri	4 7 14,26	5
	69 υ' Tauri	4 16 4,80	4
	Mond I	4 29 15,55	5
	102 ι Tauri	4 52 51,45	2
	109 n Tauri	5 8 59,37	4
14.	109 n Tauri	5 9 1,20	5
	Mond I	5 23 44,91	5
	(145) Tauri	5 26 30,36	5
	136 C Tauri	5 42 37,28	5
	7 η Geminor.	6 4 34,74	5
März 14.	112 β Tauri	5 16 59,51	5
	Mond I	5 58 35,46	5
	27 ε Geminor.	6 33 54,48	4
15.	27 ε Geminor.	6 33 54,58	5
	Mond I	6 54 18,78	3
	60 ι Geminor.	7 15 36,63	5
	77 κ Geminor.	7 34 36,90	5
16.	60 ι Geminor.	7 15 36,28	5
	77 κ Geminor.	7 34 36,93	2
	Mond I	7 48 53,08	5
	19 λ Cancri	8 10 50,79	3
	23 φ^2 Cancri	8 16 56,12	5
18.	77 ξ Cancri	8 59 59,80	5
	83 q Cancri	9 9 53,77	5
	Mond I	$9^h\,31'\,57'',85$	5
1837 März 18.	29 π Leonis	9 51 36,90	5
	32 α Leonis	9 59 59,30	5
April 13.	9 μ' Cancri	7 56 39,00	5
	Mond I	8 20 45,36	5
	47 δ Cancri	8 35 25,47	5
	77 ξ Cancri	8 59 59,30	5
15.	14 ο Leonis	9 32 27,63	4
	29 π Leonis	9 51 36,86	5
	Mond I	10 0 54,34	5
	ζ Leonis	10 10 52,69	5
	47 ρ Leonis	10 24 14,79	5
Mai 14.	63 χ Leonis	10 56 37,16	5
	73 n Leonis	11 7 20,99	5
	Mond I	11 14 7,81	5
	2 ξ' Virginis	11 36 53,95	5
	5 β Virginis	11 42 13,37	5
16.	15 η Virginis	12 11 2,98	5
	29 γ' Virginis	12 32 53,22	5
	Mond I	12 45 18,21	5
	51 ϑ Virginis	13 1 0,14	5
	67 α Virginis	13 16 6,16	4
Juni 17.	21 α Scorpii	16 19 27,90	5
	23 τ Scorpii	16 25 47,31	5
	Mond I	16 56 39,66	5
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 2,79	5
	3 p Sagittarii	17 37 21,14	5
Juli 13.	Mond I	15 23 13,51	5
	8 β' Scorpii	15 56 0,32	5
14.	6 π Scorpii	15 49 2,46	5
	8 β' Scorpii	15 56 0,55	5
	Mond I	16 23 43,70	5
	36 A Ophiuchi	17 5 22,64	4
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 3,16	4
Aug. 11.	21 α Scorpii	16 19 27,73	5
	23 τ Scorpii	16 25 47,12	5
	Mond I	16 58 15,48	5
	42 ϑ Ophiuchi	17 12 2,44	5
	10 γ^2 Sagittarii	17 55 23,65	5
13.	34 σ Sagittarii	18 45 12,86	5
	Mond I	19 14 28,27	5

Datum.		Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1837 Aug.	13.	59 b Sagittarii	$19^h46'59''77$	5
		62 c Sagittarii	19 52 41,07	5
	14.	59 b Sagittarii	19 46 59,48	4
		62 c Sagittarii	19 52 40,99	5
		Mond I	20 23 17,23	5
		22 η Capric.	20 55 10,43	3
		34 ζ Capric.	21 17 24,46	4
Sept.	9.	Mond I	18 43 58,20	5
		41 π Sagittarii	19 0 6,63	4
		52 h² Sagittarii	19 26 49,77	5
	10.	41 π Sagittarii	19 0 6,39	2
		52 h² Sagittarii	19 26 49,96	5
		Mond I	19 51 10,35	5
		10 π Capric.	20 18 2,01	3
		16 ψ Capric.	20 36 29,18	5
Octbr.	12.	20 n Piscium	23 39 36,98	5
		30 r Piscium	23 53 39,03	5
		Mond I	0 19 31,64	5

Datum.		Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1837 Octbr.	12.	(189) Piscium	$0^h39'53''48$	5
		71 ε Piscium	0 54 32,42	5
Decbr.	7.	71 ε Piscium	0 54 32,45	5
		Mond I	1 21 27,29	5
		110 o Piscium	1 36 51,06	5
		5 γ Arietis	1 44 39,19	5
	8.	110 o Piscium	1 36 51,07	5
		5 γ Arietis	1 44 39,37	5
		Mond I	2 14 15,50	5
		42 π Arietis	2 40 16,04	5
		48 ε Arietis	2 49 57,93	5
	31.	33 ι Aquarii	21 57 40,40	2
		Mond I	22 29 51,56	5
		73 λ Aquarii	22 44 9,16	5
		95 ψ³ Aquarii	23 10 31,66	5

Bemerkung. An den Tagen Febr. 13. 14, Mai 16 und Dec. 31 sind bloſs die Durchgänge durch den Meridian angegeben, weil an diesen Tagen keine gute Zeitbestimmung gemacht werden konnte.

Sternbedeckungen in Cracau im Jahre 1837 beobachtet.

Datum.		Sternzeit.	
1837 Febr. 14.	Eintritt (145) Tauri in den dunkeln Mondsrand um	$5^h56'\ 2''58$	Wegen Wolken unsicher.
März 13.	— (43) Aurigae — — —	10 24 8,07	— —
— 15.	— 47 Geminorum — — —	9 53 34,24	Sehr gut.
— 16.	— 2 ω' Cancri — — —	7 49 44,66	Sehr gut.
Mai 10.	— 19 λ Cancri — — —	13 55 21,95	Sehr gut.
Juni 6.	— 4 ω² Cancri — — —	14 23 39,80	Sehr gut.
Aug. 14.	— (170) Capric. — — —	19 10 43,61	Gut.
Nov. 10.	— 54 Ceti — — —	0 48 1,82	Auf 0"5 unsicher.

Schreiben des Herrn Professors *Benzenberg* an Herrn Dr. und Ritter *Olbers*.

Düsseldorf 1838. Januar 7.

Das Jahr 1837 ist nun vollendet und ich habe in demselben 31 Beobachtungen über die Anzahl der Sternschnuppen.

1) Den 30sten Januar innerhalb 3 Stunden 4 Sternschnuppen.
2) Den 8ten Februar — 3 — 5 —
3) Den 6ten März — 3 — 4 —
4) Den 10ten — — 3 — 4 —
5) Den 31sten — — 3 — 3 —

6) Den 11ten April innerhalb 3 Stunden 4 Sternschnuppen.
7) Den $\frac{11}{12}$ten Mai — $5\frac{1}{2}$ — 18 —
8) Den $\frac{5}{6}$ten Juni — 5 — 15 —
9) Den $\frac{7}{8}$ten — — 5 — 12 —
10) Den [illegible]ten — — 5 — 7 —

11) Den [illegible]ten Juni innerhalb $3\frac{1}{2}$ Stunden 4 Sternschnuppen.
12) Den [illegible]sten — — 5 — 9 —
13) Den [illegible]ten Juli — 5 — 19 —
14) Den [illegible]sten — — 6 — 29 —
15) Den [illegible]ten August — $5\frac{1}{2}$ — 24 —

16) Den $\frac{6}{7}$ten August innerhalb 6 Stunden 47 Sternschnuppen.
17) Den $\frac{7}{8}$ten — — 6 — 11 —
18) Den $\frac{9}{10}$ten — — 6 — 98 —
19) Den $\frac{10}{11}$ten — — 2 — 24 —
20) Den $\frac{17}{18}$ten — — 6 — 44 —

21) Den $\frac{20}{21}$sten August innerhalb 7 Stunden 17 Sternschnuppen.
22) Den $\frac{6}{7}$ten Septbr. — 7 — 38 —
23) Den 21sten — — 3 — 13 —
24) Den 3ten October — 3 — 18 —
25) Den 13ten — — 4 — 13 —

26) Den 19ten October innerhalb 3 Stunden 20 Sternschnuppen.
27) Den 26sten — — 4 — 16 —
28) Den 7ten November — 3 — 10 —
29) Den 30sten — — $10\frac{1}{2}$ — 37 —
30) Den 3ten December — 3 — 11 —
31) Den 16ten — — 3 — 7 —

In 140 Stunden 583 Sternschnuppen

Man sieht also aus dieser Tabelle, wenn man auch sonst nichts wüfste, dafs zu Zeiten viele Sternschnuppen sind und zu Zeiten wenige. Unter diesen waren 5 Beobachtungen, wo die Sternschnuppen häufig erschienen. Nemlich:

1) Vom 6ten zum 7ten August in 6 Stunden 47 Sternschnuppen.
2) Vom 9ten zum 10ten ——— 6 ——— 98 ———
3) Vom 10ten zum 11ten ——— 2 ——— 24 ———
4) Vom 17ten zum 18ten ——— 6 ——— 44 ———
5) Vom 6ten zum 7ten September 7 ——— 38 ———

In 27 Stunden 251 Sternschnuppen.

Also in jeder Stunde 9.

Wenn man in 27 Stunden 251 Sternschnuppen abzieht, so bleiben für 119 Stunden noch 332 übrig. Diese mit 113 getheilt gibt 3 Sternschnuppen auf die Stunde.

Wenn also die Sternschnuppen selten sind, so hat man bei einem einzelnen Beobachter 3 auf die Stunde.

Wenn sie häufig sind, so hat man für einen Beobachter 9 auf die Stunde.

Sind sie aber sehr häufig, z. B. den $\frac{9}{10}$ August 1837, so hat man 16 Sternschnuppen für einen Beobachter auf die Stunde.

Es ist hier immer nur von Einem Beobachter die Rede. Obschon ich zwei Ruhebetten habe, so liefs ich doch durch meinen Gehülfen nur das eine in den Garten bringen und von diesem beobachten.

Dr. *Schnabel* in Gummersbach, 7½ Meilen von Düsseldorf, hatte die Nacht vom 12ten zum 13ten November 1836 4 Beobachter an den Fenstern des Gesellschaftssaales. Er selbst wa in der Mitte des Saales und schrieb die Beobachtungen au Hier war es wo durch Einen in einer Stunde 30 bis 38 Stern schnuppen beobachtet wurden.

Zeit.	Süd.	Ost.	Nord.	West.	Summe.
12 — 1	9	20	8	12	49
1 — 2	17	8	16	12	53
2 — 3	16	17	20	12	65
3 — 4	30	14	17	7	68
4 — 5	38	15	6	15	74
	110	74	67	58	309

Man mufs das ganze Jahr hindurch jede Stunde beol achten, und es können daher noch viele Jahre hingehen, eh wir die Sternschnuppen von einem ganzen Jahre vollständi haben. Aber jede Stunde ist nothwendig, weil die Erde i jeder Stunde 15600 Meilen fortrückt, und da kann sie denn i eine Gegend kommen, wo es sehr wenige Sternschnuppen gib Z. B. *Brandes* hat den 6ten Decbr. 1798 gleich nach der Däm merung in 4 Stunden 400 Sternschnuppen gesehen. Der A fang wäre also bei Tage gewesen. Nachher wurden sie se tener, und während 8 Stunden sah er im Ganzen nur 80.

Wir müssen daher zuerst eine Sternwarte am Cap de guten Hoffnung haben, weil da Sommer ist wenn wir hi Winter haben, und denn 180 Grad davon im südlichen Asie eine zweite, wo es Mitternacht ist, wenn wir Mittag haben.

Benzenberg.

Erklärung.

Herr Professor *Encke* hat, in dem Aufsatze, welcher in Nr. 346 der Astron. Nachrichten abgedruckt worden ist, gewünscht, dafs ich meine Pflicht gethan hätte, ohne dafs er mich daran erinnerte. Wenn er für meine Pflicht hält, mich über meine Arbeiten über die Pendellänge für Berlin weiter zu äufsern, als in der dieselben betreffenden Abhandlung schon geschehen ist, so willfahre ich ihm hiermit, indem ich noch erkläre, dafs ich sie zu den zuverlässigsten Arbeiten zähl welche ich ausgeführt habe. Ich selbst halte aber für mei Pflicht, auf diesen neuen, oder auf jeden andern Angriff d Herrn Professors nichts zu entgegnen.

Königsberg 1838. März 3.

F. W. Bessel.

Inhalt.

Die Steindrucktafel zu *Beer* und *Mädlers* Beobb. des Mars werden mit der nächsten Nummer nachgeliefert.

Altona 1838. April 7. (Hiebei eine Steindrucktafel.)

MARS.

Südhalbkugel.

Nordhalbkugel.

s

n

h

e

a

S.P.

p

d

N.P.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 350.

Bestimmung der Rotationselemente der Himmelskörper aus Beobachtungen von Punkten oder Flecken auf ihren Oberflächen.

Von Herrn *Hardenkamp*,

Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium zu Hamm in Westphalen.

§. 1.

Wenn die Astronomen in der neuern Zeit eine sehr genaue Kenntniſs der Bahnelemente der zu unserm Sonnensystem gehörigen Himmelskörper erlangt haben, so scheint dieses nicht in demselben Maaſse von den Rotationselementen derselben zu gelten. Obgleich diese nicht von so groſser Wichtigkeit wie jene sind, so ist es doch wünschenswerth, eine den jetzigen Hülfsmitteln der Astronomie entsprechende Genauigkeit auch hierin zu erlangen. Ich glaube daher, daſs es nicht uninteressant seyn würde, wenn ich im Folgenden die Formeln entwickele, die zur Bestimmung dieser Elemente aus beobachteten Punkten oder Flecken dienen, und zugleich zeige, wie die von *Gauſs* erfundene Methode der kleinsten Quadrate hier anzuwenden ist, um diejenigen Elemente der Rotation zu finden, die sich so genau als möglich den Beobachtungen anschlieſsen. Vorzüglich würden diese Formeln dienen können, um aus vorhandenen Beobachtungen über Sonnen- und Mondsflecken die Rotationselemente dieser Himmelskörper zu bestimmen.

Es sei für die Beobachtungszeit t die vom Mittelpunkte des Himmelskörpers aus gesehene Länge und Breite der Erde (resp. Beobachtungsortes) λ und β, der Abstand ρ; die von einem Punkte auf seiner Oberfläche aus gesehene Länge und Breite der Erde (resp. des Punktes, von wo aus die Beobachtung gemacht wird) l und b, der Abstand r; endlich Länge, Breite und Abstand in Beziehung auf den Mittelpunkt des Himmelskörpers, L, B, R, und die scheinbare Gröſse desselben π. Wird nun die Lage des beobachteten Punktes, so wie die des Himmelskörpers und der Erde auf die drei rechtwinklicht sich schneidenden Ebenen bezogen, wovon die Pole in 90° und 0 der Ekliptik und in deren Pole selbst liegen, so erhält man bekanntlich folgende Gleichungen zur Bestimmung dieses Punktes:

$$(1)\ldots\ldots R \sin B = \rho \sin\beta - r \sin b$$

$$(2)\ldots\ldots R \cos B \sin L = \rho \cos\beta \sin\lambda - r \cos b \sin l$$

$$(3)\ldots\ldots R \cos B \cos L = \rho \cos\beta \sin\lambda - r \cos b \cos l.$$

Zur Bestimmung von $\frac{r}{\rho}$ erhält man leicht diese Gleichung:

$$\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{\rho}\right)\cos\varphi = \sin\pi^2 - 1; \ldots\ldots\ldots(4)$$

wo $\cos\varphi = \sin\beta \sin b + \cos\beta \cos b \cos(L-l)$, und

$$R = \rho \sin\pi.$$

Aus (4) erhält man

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi \pm \sqrt{(\sin\pi^2 - \sin\varphi^2)}$$
$$= \cos\varphi \pm \sqrt{(\sin(\pi+\varphi)\sin(\pi-\varphi))}.$$

Für unsern Fall muſs das Minuszeichen genommen werden, da der beobachtete Punkt auf der der Erde zugewandten Seite liegt. Der Winkel φ ist der scheinbare Abstand des Punktes vom Mittelpunkte des Himmelskörpers und kann mit aller Schärfe gefunden werden. Man kann auch $\cos\varphi$ so schreiben:

$$\frac{\cos(\beta-b) - \cos(\beta+b) + [\cos(\beta-b) + \cos(\beta+b)]\cos(\lambda-b)}{2}$$
$$= \cos(\beta-b)\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) - \cos(\beta+b)\sin^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right);$$

zu einer bequemern Rechnung kann diese Formel dienen

$$\sin^2\tfrac{1}{2}\varphi = \sin^2\left(\frac{\beta-b}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{\beta+b}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right).$$

Für $\sin\frac{1}{2}\varphi$, $\sin\left(\frac{\beta-b}{2}\right)$ und $\sin\left(\frac{\lambda-l}{2}\right)$ kann man, ohne an Genauigkeit etwas einzubüſsen, den Bogen setzen; daher wird endlich

$$\varphi = \sqrt{\left((\beta-b)^2\cos^2\left(\frac{\lambda-l}{2}\right) + (\lambda-l)^2\cos^2\left(\frac{\beta+b}{2}\right)\right)} \ldots(5)$$

und somit auch

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi - \sqrt{(\sin(\pi-\varphi)\sin(\pi+\varphi))}$$

oder auch ohne merklichen Fehler

$$\frac{r}{\rho} = \cos\varphi - \frac{\sqrt{((\pi-\varphi)(\pi+\varphi))}}{206265}.$$

Durch Verbindung der Gleichungen (2) und (3) erhält man folgende zur Bestimmung von L und B,

$$\sin\pi \cos B \sin(L-l) = \cos\beta \sin(\lambda-l) \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

$$\sin\pi \cos B \cos(L-l) = \cos\beta \cos(\lambda-l) - \frac{r}{\rho}\cos b \ldots\ldots(7)$$

Hieraus berechnet man zuerst

$$tg(L-l) = \frac{\cos\beta\sin(\lambda-l)}{\cos\beta\cos(\lambda-l)-\frac{r}{\rho}\cos b}$$

und dann $\cos B$; zur Prüfung der Rechnung kann

$$\sin\pi\sin B = \sin\beta-\frac{r}{\rho}\sin b$$

dienen.

§. 2.

Um aus den Veränderungen von l und b die entsprechenden von B und L zu finden, differenzire man zuerst die Gleichung (1):

$$\sin\pi\cos B\,dB = -\sin b\,d\frac{r}{\rho}-\frac{r}{\rho}\cos b\,db;$$

da nun

$$d\left(\frac{r}{\rho}\right) = \frac{\frac{r}{\rho}\sin\varphi}{\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}\cdot\left(\frac{d\varphi}{db}db+\frac{d\varphi}{dl}dl\right),$$

$$-\sin\varphi\frac{d\varphi}{db} = \cos b\sin\beta-\cos\beta\sin b\cos(\lambda-l)$$

$$-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dl} = \cos\beta\cos b\sin(\lambda-l)$$

so erhält man

$$dB = \frac{\frac{r}{\rho}\sin b\cos b\sin(L-l)}{\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl-\frac{\frac{r}{\rho}\cos(L-l)}{\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db.$$

Differenzirt man dann die Gleichungen (2) und (3), so wir

$$-\sin\pi\sin B\sin L\,dB+\sin\pi\cos B\cos L\,dL = -\cos b\sin l\,d\left(\frac{r}{\rho}\right)+\frac{r}{\rho}\sin b\sin l\,db-\frac{r}{\rho}\cos b\cos l\,dl,$$

$$-\sin\pi\sin B\cos L\,dB-\sin\pi\cos B\sin L\,dL = -\cos b\cos l\,d\frac{r}{\rho}+\frac{r}{\rho}\sin b\cos l\,db+\frac{r}{\rho}\cos b\sin l\,dl;$$

multiplizirt man die erste dieser Gleichungen mit $\sin L$, die zweite mit $\cos L$, und zieht von der ersten die zweite ab, ergiebt sich

$$\sin\pi\cos B = d\left(\frac{r}{\rho}\right)\sin(L-l)\cos b-\frac{r}{\rho}\sin b\sin(L-l)\,db-\frac{r}{\rho}\cos b\cos(L-l)\,dl$$

oder

$$= -\frac{\frac{r}{\rho}(\cos b\cos B+\sin b\sin B\cos(L-l))}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl+\frac{\frac{r}{\rho}\sin B\sin(L-l)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db;$$

setzt man noch

$$\sin b\cos(L-l) = m\cos\mu$$
$$\cos b = m\sin\mu,$$

so wird endlich

$$dL = -\frac{\frac{r}{\rho}m\cos b\cos(B-\mu)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}dl+\frac{\frac{r}{\rho}\sin B\sin(L-l)}{\cos B\sqrt{(\sin\pi^2-\sin\varphi^2)}}db.\ldots\ldots$$

Umgekehrt ergiebt sich auch leicht aus den Gleichungen (8) und (9)

$$-\frac{\frac{r}{\rho}\cos b}{\sin\pi}dl = \cos B\cos(L-l)\,dL-\sin B\sin(L-l)\,dB$$

$$-\frac{\frac{r}{\rho}db}{\sin\pi} = \sin b\cos B\sin(L-l)\,dL-(\cos b\cos B+\sin b\sin B\cos(L-l))\,dB$$

Um die Winkel l und b auf die beobachtete Länge und Breite zurückzuführen, bemerke man, dafs l die beobachtete Länge $+180°$ und b die beobachtete Breite negativ genommen, ist.

Eben so ist λ die vom Beobachtungsorte aus gesehene Länge des Himmelskörpers $+180°$, β die Breite auch negativ genommen; und müssen aus den Coordinaten des Himmelskörpers und aus den des Beobachtungsortes bestimmt werden, welches durch die Formeln (6) und (7) geschehen kann, da diese ganz allgemein sind. Bedeuten x, y, z die Coordinaten des Mittelpunkts des Himmelskörpers, dieselben Gröfsen für den Beobachtungsort x', y', z'; so hat man auch

$$\rho\sin\beta = x'-x$$
$$\rho\cos\beta\sin\lambda = y'-y$$
$$\rho\cos\beta\cos\lambda = z'-z.$$

Wodurch β und λ von der Parallaxe des Beobachtung befreit werden.

§. 3.

Hat man durch die Formeln (6) und (7) die La Punktes oder Fleckens in Beziehung auf die Ekliptik be so läfst sich aus diesen die Lage in Beziehung auf d quator des Himmelskörpers und die Lage dieses Ae selbst, d. i. Neigung und Länge des Knotens finden; bez man durch A, D die Gerade Aufsteigung und Abweichu

Punktes, durch i und ω die Neigung und Länge des Knotens, so erhält man, wie die sphärische Trigonometrie lehrt, folgende Gleichungen:

$$(10) \ldots\ldots \sin D = \cos i \sin B - \sin i \cos B \sin(L-\omega)$$

$$(11) \ldots \cos D \sin A = \sin i \sin B + \cos i \cos B \cos(L-\omega)$$

$$(12) \ldots \cos D \cos A = \cos B \cos(L-\omega);$$

von welchen die eine aus den beiden andern folgt. Da jede Beobachtung drei solcher Gleichungen gibt, so reichen also drei Beobachtungen vollkommen zur Bestimmung der Unbekannten hin. Wir müssen hier die Voraussetzung machen, dafs der beobachtete Punkt oder Flecken aus dem wir die Elemente bestimmen, mit der Oberfläche des Himmelskörpers fest verbunden sei; in wiefern man dies annehmen kann, wollen wir bei der mathematischen Behandlung unsers Problems nicht untersuchen. Aufser den Gröfsen i und ω bleibt also auch D constant, nur A, B und L ändern sich. Wenn man für zwei andere Beobachtungen die Gröfsen A, B, L in A_1, B_1, L_1 und A_2, B_2, L_2 übergehen läfst, so hat man statt der Gleichung (10) folgende drei:

$$\sin D = \cos i \sin B - \sin i \cos B \sin(L-\omega) \ldots (13)$$

$$\sin D = \cos i \sin B_1 - \sin i \cos B_1 \sin(L_1-\omega) \ldots (14)$$

$$\sin D = \cos i \sin B_2 - \sin i \cos B_2 \sin(L_2-\omega); \ldots (15)$$

zieht man von der ersten dieser Gleichungen die beiden andern ab, so erhält man diese beiden:

$$(16) \ldots\ldots 0 = \cos i(\sin B - \sin B_1) - \sin i(\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_1 \sin(L_1-\omega))$$

$$(17) \ldots\ldots 0 = \cos i(\sin B - \sin B_2) - \sin i(\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_2 \sin(L_2-\omega))$$

Hieraus ergiebt sich

$$(18) \ldots \quad tg\,\omega = \frac{(\sin B - \sin B_2)(\cos B \sin L - \cos B_1 \sin L_1) - (\sin B - \sin B_1)(\cos B \sin L - \cos B_2 \sin L_2)}{(\sin B - \sin B_2)(\cos B \cos L - \cos B_1 \cos L_1) - (\sin B - \sin B_1)(\cos B \cos L - \cos B_2 \cos L_2)}$$

Man kann diesem Werthe von $tg\,\omega$ eine etwas bequemere Form geben, wenn der Kürze wegen

$$-\lambda_1 = \frac{\cos B_1 \sin L_1}{\cos B \sin L} - 1, \quad -\lambda_2 = \frac{\cos B_2 \sin L_2}{\cos B \sin L} - 1;$$

$$-\nu_1 = \frac{\cos B_1 \cos L_1}{\cos B \cos L} - 1, \quad -\nu_2 = \frac{\cos B_2 \cos L_2}{\cos B \cos L} - 1;$$

$$x = \frac{\sin B - \sin B_1}{\sin B - \sin B_2} = \frac{\sin\left(\frac{B-B_1}{2}\right)\cos\left(\frac{B+B^1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{B-B_2}{2}\right)\cos\left(\frac{B+B_2}{2}\right)}$$

gesetzt; dadurch erhält man einfacher

$$(19) \ldots tg\,\omega = \frac{\lambda_1 - x\lambda_2}{\nu_1 - x\nu_2}\, tg\, L = \frac{\lambda_1}{\nu_1}\left(\frac{1 - x\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{1 - x\frac{\nu_2}{\nu_1}}\right) tg\, L.$$

Das Zeichen von $tg\,\omega$ bestimmt, ob ω im ersten oder dritten, oder im zweiten oder vierten Quadranten liege. Wenn B in den folgenden Beobachtungen wächst, so liegt $L-\omega$ entweder im ersten oder vierten; wenn B abnimmt, im zweiten oder dritten Quadranten. Hiernach ist es leicht, ω in dem richtigen Quadranten zu nehmen.

Aus (16) und (17) erhält man, wenn ω bestimmt ist,

$$tg\, i = \frac{\sin B - \sin B_1}{\cos B \sin(L-\omega) - \cos B_1 \sin(L_1-\omega)}$$

$$= \frac{\sin B - \sin B_2}{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)};$$

setzt man auch hier wieder

$$m_1 = 1 - \frac{\cos B_1 \cos(L_1-\omega)}{\cos B \sin(L-\omega)}, \quad n_1 = 1 - \frac{\cos B_2 \sin(L_2-\omega)}{\cos B \sin(L-\omega)};$$

so wird

$$(20) \ldots\ldots\ldots tg\, i = \frac{2\cos\left(\frac{B+B_1}{2}\right)\sin\left(\frac{B-B_1}{2}\right)}{m_1 \cos B \sin(L-\omega)} = \frac{2\cos\left(\frac{B+B_2}{2}\right)\sin\left(\frac{B-B_2}{2}\right)}{n_1 \cos B \sin(L-\omega)}.$$

Auch hier ergibt sich durch eine einfache geometrische Anschauung, dafs i im ersten Quadranten liegen müsse, wenn L wächst, hingegen im zweiten, wenn L abnimmt.

Aus der Gleichung (12) erhalten wir für die 3 Beobachtungen, durch Addition und Subtraction folgende:

$$[illegible] \ldots\ldots \cos D(\cos A - \cos A_1) = \cos B \cos(L-\omega) - \cos B_1 \cos(L_1-\omega)$$

$$[illegible] \ldots\ldots \cos D(\cos A - \cos A_2) = \cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)$$

$$[illegible] \ldots\ldots \cos D(\cos A + \cos A_1) = \cos B \cos(L-\omega) + \cos B_1 \cos(L_1-\omega)$$

$$[illegible] \ldots\ldots \cos D(\cos A + \cos A_2) = \cos B \cos(L-\omega) + \cos B_2 \cos(L_2-\omega).$$

Aus Verbindung der Gleichungen 10, 11, 12 ergibt sich

$$\sin B = \sin i \cos D \sin A + \sin i \sin D;$$

also demnach aus 3 Beobachtungen:

$$[illegible] \ldots \sin i \cos D(\sin A - \sin A_1) = \sin B \sin B_1,$$

$$[illegible] \ldots \sin i \cos D(\sin A - \sin A_2) = \sin B \sin B_2.$$

Dividirt man die Gleichung (16) durch die Gleichung (20), so ist

$$\frac{tg\left(\frac{A+A_1}{2}\right)}{\sin i} = \frac{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_1 \cos(L_1-\omega)}{\sin B - \sin B_1} \ldots (22)$$

eben so ist, wenn (17) durch (21) dividirt wird,

$$tg\left(\frac{A+A_2}{2}\right) = \frac{\cos B \cos(L-\omega) - \cos B_2 \cos(L_2-\omega)}{\sin B - \sin B_2} \ldots (23)$$

Auf ähnliche Weise ist

$$(24)\ldots cotg\left(\frac{A-A_1}{2}\right) = \frac{cos\,B\,cos(L-\omega)+cos\,B_1 cos(L_1-\omega)}{sin\,B-sin\,B_1},$$

$$(25)\ldots cotg\left(\frac{A-A_2}{2}\right) = \frac{cos\,B\,cos(L-\omega)+cos\,B_2 cos(L_2-\omega)}{sin\,B-sin\,B_2}.$$

Was die Quadranten betrifft, in welchen die vorstehenden Winkel liegen müssen, so ist leicht zu ermessen, dafs $\frac{A-A_1}{2}$ und $\frac{A+A_1}{2}$ mit $\frac{L-L_1}{2}$ und $\frac{L-\omega+L_1-\omega}{2}$ in denselben Quadranten, $\frac{A-A_2}{2}$ und $\frac{A+A_2}{2}$ mit $\frac{L-L_2}{2}$ und $\frac{L-\omega+L_2-\omega}{2}$ in denselben Quadranten fallen müsse.

Hat man ω, A und i bestimmt, so berechnet man D entweder durch die Formel

$$cos\,D = \frac{cos\,B\,cos(L-\omega)}{cos\,A},$$

oder

$$sin\,D = cos\,i\,sin\,B - sin\,i\,cos\,B\,sin(L-\omega);$$

in welcher letztern Formel man

$$sin\,i\,sin(L-\omega) = N\,sin\,\psi$$
$$cos\,i = N\,cos\,\psi$$

setzen kann, und somit

$$sin\,D = N\,sin(B-\psi).$$

Es bleibt nun noch übrig, die Dauer der Axendrehung zu bestimmen. Wenn die Rotationsdauer durch T bezeichnet wird, so hat man für die 3 Beobachtungszeiten t, t', t''

$$T = \frac{360°}{A_1-A}(t'-t) = \frac{360°}{A_2-A}(t''-t)\ldots\ldots($$

Man erhält für T zwei Werthe, (die, wegen der Unvollk menheit der Beobachtungen, nicht gleich seyn werden) w daher rührt, dafs die drei Beobachtungen sechs, von einan unabhängige Gleichungen geben, aus denen also sechs Un kannte gefunden werden können, in unserm Falle aber nur zu bestimmen waren.

§. 4.

In dem Vorhergehenden haben wir nur 3 Beobachtun betrachtet und aus diesen die Elemente der Umdrehung rechnet. Wenn aber die Aufgabe ist, aus einer beliebigen zahl von Beobachtungen die Elemente zu bestimmen, die s so genau als möglich allen gemachten Beobachtungen anschl sen, so mufs man sich der Methode der kleinsten Quadr bedienen.

Wie diese auf den vorliegenden Fall am bequemsten gewandt werden, wollen wir im Folgenden kurz zeigen. Zu entwickeln wir die aus der Natur des Problems sich e benden sogenannten Bedingungsgleichungen.

Um die Veränderungen, die L und B durch Veränderun der Rotationselemente erleiden, zu erhalten, differenzire folgende Gleichungen, die durch Verbindung der Gleichun (10), (11), (12) leicht erhalten werden können,

$$sin\,B = cos\,i\,sin\,D + sin\,i\,cos\,D\,sin\,A$$
$$cos\,B\,cos(L-\omega) = cos\,i\,cos\,D - sin\,i\,sin\,D;$$

Dadurch erhält man

$$cos\,B\,dB = (cos\,i\,cos\,D\,sin\,A - sin\,i\,sin\,D)\,di + (cos\,i\,cos\,D - sin\,i\,sin\,D\,sin\,A)\,dD + sin\,i\,cos\,D\,cos\,A\,dA,$$

$$-(sin B\,sin(L-\omega)dB + cos B\,cos(L-\omega)d(L-\omega) = -(sin\,i\,cos D\,sin A + cos\,i\,sin D)di - (sin\,i\,cos D + cos\,i\,sin D)dD + cos\,i\,cos D\,cos A\ldots$$

Man kann diesen Gleichungen eine etwas bequemere Form geben. Wenn man das sphärische Dreieck, dessen Ecken die Pole der Ekliptik, und des Aequators und der vom Mittelpunkt des Himmelskörpers aus gesehene Ort des Fleckens ist, so sieht man, dafs $90°-B$, $90-D$, i, die 3 Seiten, und $90°-A$, $90+L-\omega$ zwei gegenüberstehende Winkel sind; der dritte Winkel mag durch v bezeichnet werden. In diesem Dreie hat man folgende Gleichungen:

$$cos\,D\,cos\,v = cos\,i\,cos\,B + sin\,i\,sin\,B\,sin(L-\omega$$
$$cos\,v = cos\,i\,cos\,D - sin\,i\,sin\,D\,sin\,A$$
$$sin B\,sin\,v\,cos(L-\omega) = sin\,A - sin(L-\omega)\,cos\,v.$$

Setzt man die Werthe in die vorstehenden Differenzialgleich gen, so wird einfach

$$(28)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots dB = sin(L-\omega)\,di + cos\,v\,dD + sin\,i\,cos(L-\omega)\,dA,$$

$$(29)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots dL = d\omega - tg\,B\,cos(L-\omega)\,di - \frac{sin\,v}{cos\,B}dD + \frac{cos\,v\,cos(L-\omega)}{cos\,A}dA$$

Wenn man den irgend einer Zeit T entsprechenden Werth von $A = E$ setzt, so wird nach (27) die der Zeit t entsprechende Geradeaufsteigung des Punktes

$$A = E + \frac{t-\tau}{T}\,360°;$$

differenzirt man diese Gleichung, so erhält man den Fehler in A, den die fehlerhaft angenommenen oder bestimmten Werthe E und T hervorbringen

$$dA = dE - 360°\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung (28) und (29), wird endlich

$$(30)\ldots\ldots\ldots dB = sin(L-\omega)\,di + cos\,v\,dD + sin\,i\,cos(L-\omega)\,dE - 360°.\,\frac{t-\tau}{T^2}\,sin\,i\,cos(L-\omega)\,dT$$

$$(31)\ldots\ldots\ldots dL = d\omega - tg\,B\,cos(L-\omega)\,di - \frac{sin\,v}{cos\,B}dD + \frac{cos\,v\,cos\,D}{cos\,B}dE - 360°.\,\frac{t-\tau}{T^2}\,sin\,i\,cos(L-\omega)\,dT.$$

Jede Beobachtung gibt zwei solche Bedingungsgleichungen. Hat man nun eine Reihe von Beobachtungen vor sich und will diese alle zur Bestimmung der Bahnelemente benutzen, so dient man sich, wie erwähnt, der Methode der kleinsten

drate. Die Anwendung derselben auf den vorliegenden Fall ist jetzt, nachdem wir die Formeln (30) und (31) gefunden haben, einfach. Man berechnet für jede gemachte Beobachtung aus den Formeln (6) und (7) die Gröfsen L und B, und dann dieselben aus den näherungsweise bekannten Elementen, die aus drei dazu passend erachteten Beobachtungen berechnet werden können, und setzt die Unterschiede dem Werthe von dL und dB gleich, und behandelt dann die so erhaltenen Bedingungsgleichungen, wie es die Methode der kleinsten Quadrate vorschreibt, um diejenigen Verbesserungen der Rotationselemente zu erhalten, welche sich den Beobachtungen so genau als möglich anschliefsen. Setzt man den Unterschied der aus den Beobachtungen und den Elementen berechneten Längen und Breiten, n und $n_,$, so erhalten die Bedingungsgleichungen (30) u. (31) folgende Form

$$n = a\,d\omega + b\,di + cD + d\,dE + e\,dT$$
$$n_, = + b'di + c'dD + d'dE + e'dT.$$

Läfst man die Summe der Quadrate dieser Unterschiede oder Fehler ein Minimum werden, so erhält man 5 Gleichungen, aus denen die Verbesserungen der Elemente gefunden werden, welche den Beobachtungen am besten genügen. Man kann auch, statt dieses Verfahren anzuwenden, unmittelbar die beobachteten Oerter mit den aus den Elementen berechneten vergleichen; es lassen sich nämlich dl und db unmittelbar durch $d\omega$, di, dD, dE, dT ausdrücken. Oben aus den Gleichungen (8) u. (9) erhält man, wenn in diese die Werthe für dL u. dB aus (30) u. (31) gesetzt werden,

$$(32)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\cos b\,dl}{\sin\pi} = \cos B\cos(L-l)\,d\omega - \sin B\cos(l-\omega)\,di - \big(\sin v\cos(L-l) + \cos v\sin B\sin(L-l)\big)\,dD$$
$$-\cos(L-\omega)\left[\sin i\sin B\sin(L-l) - \frac{\cos B\cos v\cos(L-l)}{\cos A}\right]dE$$
$$+\cos(L-\omega)\left[\sin i\sin B\sin(L-l) - \frac{\cos B\cos v\cos(L-l)}{\cos A}\right].360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT.$$

$$(33)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\,db}{\sin\pi} = \sin b\cos B\sin(L-l)\,d\omega + \big[\cos b\cos B\sin(L-\omega) + \sin b\sin B\sin(L-\omega)\big]\,di$$
$$+\big[\cos v\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) - \sin v\sin b\sin(L-l)\big]\,dD$$
$$+\cos(L-\omega)\left[\sin i\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) + \frac{\sin b\cos B\cos v\sin(L-l)}{\cos A}\right]dE$$
$$-\cos(L-\omega)\left[\sin i\,(\cos b\cos B + \sin b\sin B\cos(L-l)) + \frac{\sin b\cos B\cos v\sin(L-l)}{\cos A}\right]360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT.$$

Man kann vielleicht einige Rechnungsvortheile bei der Berechnung dieser Gröfsen erlangen, wenn man folgende Hülfsquantitäten einführt:

$$\sin B\sin(L-l) = M\sin\psi$$
$$\cos(L-l) = M\cos\psi,$$
$$\cos B\sin(L-\omega) = M_1\sin\psi_1$$
$$\sin B\sin(L-\omega) = M_1\cos\psi_1,$$
$$\sin B\cos(L-l) = M_2\sin\psi_2$$
$$\sin(L-l) = M_2\cos\psi_2$$
$$\cos B\cos v = M_3\sin\psi_3$$
$$M_2\sin(v-\psi_2) = M_3\cos\psi_3,$$
$$\sin v\cos B = M_4\sin\psi_4$$
$$M_2\cos(v-\psi_2) = M_4\cos\psi_4.$$

Hiedurch gestalten sich die Formeln (32) und (33) einfach so

$$(34)\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\cos b\,dl}{\sin\pi.} = \cos B\cos(L-l)\,d\omega - \sin B\cos(l-\omega)\,di - M\sin(v+\psi)\,dD + M\cos D\cos(v+\psi)\,dE - M\cos(v+\psi)\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT,$$

$$(35)\ldots\ldots -\frac{\frac{r}{\rho}\,db}{\sin\pi} = \sin b\cos B\sin(L-l)\,d\omega + M_1\sin(b+\psi_1)\,di - M_3\sin(b-\psi_3)\,dD$$
$$+ M_4\sin(b+\psi_4)\cos D\,dE - M_4\sin(b+\psi_4)\cos D\,360^\circ\,\frac{t-\tau}{T^2}\,dT.$$

Bestimmt man hier die Unterschiede der unmittelbar beobachteten und berechneten Gröfsen l und b oder dl und db so, dafs die Summe der Quadrate dieser Fehler ein Kleinstes wird, so erhält man aus 5 Gleichungen die gesuchten Verbesserungen der Rotationselemente. Was die Berechnung der Coëfficienten der Bedingungsgleichungen betrifft, so ist es wohl wegen der vielen Hülfswinkel in den Gleichungen (34) und (35) vortheilhafter, die Formeln (30) und (31) anzuwenden. Sind die Neigung und Länge des Knotens des Himmelskörpers gewissen mit der Zeit wachsenden oder abnehmenden Bewegungen unterwerfen, wie dies z. B. beim Monde der Fall ist, so lassen sich auch die hieraus entstehenden Veränderungen der Elemente noch berücksichtigen. Setzt man für die Zeit τ die Neigung und Länge des Knotens $\omega_,$ und $i_,$ und die Veränderungen derselben in der Zeiteinheit $\Delta\omega_,$ und $\Delta i_,$, so ist für die Zeit t

$$\omega = \omega_, + (t-\tau)\,\Delta\omega_,$$
$$i = i_, + (t-\tau)\,\Delta i_,$$

und hieraus

$$d\omega = d\omega_, + (t-\tau)\,d\Delta\omega_,$$
$$di = di_, + (t-\tau)\,d\Delta i_,;$$

setzt man diese Werthe in die Gleichung (30) und (31) oder (34) und (35), so kann man die den Elementen anzuhängenden Verbesserungen finden. Daſs alle hier gegebenen Formeln auch noch ihre Gültigkeit haben, wenn man den beobachteten Punkt oder Flecken, statt ihn auf die Ekliptik zu beziehen, auf den Aequator der Erde bezieht, ist einleuchtend.

Hamm, im Februar 1838.

Hardenkamp.

Ueber die Flecken der Sonne.

Von Herrn Hofrath *Schwabe*.

Im vergangenen Jahre 1837 war die Thätigkeit der Sonne in Erzeugung von Flecken so ungewöhnlich groſs, daſs ich veranlaſst wurde meine Tagebücher in dieser Hinsicht nachzusehen, wo ich denn sehr merkwürdige Unterschiede mit den frühern Jahren fand, was mich um so mehr bestimmte die von mir seit 12 Jahren über ihre Menge und Gröſse gemachten Beobachtungen mitzutheilen, da mir eine ähnliche Arbeit unbekannt ist.

Ich glaube aber einige Bemerkungen über mein hierbei befolgtes Verfahren vorausschicken zu müssen, da gewiſs Jedem, der dergleichen Beobachtungen anstellte, bekannt ist, wie viel der Willkühr dabei überlassen bleibt.

Seit 1826, wo ich anfing mit zwei *Fraunhofer*schen Fernröhren von 3½ und 6 Fuſs Brennweite zu beobachten, sehe ich nur diejenigen Fleckenhaufen als Gruppen an, die abgesondert dastehen und durch keine gröſsern und kleinern Flecken und durch keinen Nebel miteinander verbunden sind. Hierdurch hängt die Zahl der Gruppen zwar von der Güte des Fernrohres ab und es trifft allerdings sehr oft, daſs Haufen von mehreren Hunderten, ja Tausenden von Flecken nur eine einzige Nummer bekommen, während bei einem einzeln stehenden dasselbe statt findet. Allein die Neigung der Sonne, ihre Flecken meistens haufenweis hervorzubringen, ist so groſs, daſs andere Beobachter während eines Jahres gewiſs keinen beträchtlichen Unterschied in der Zahl mit meinen Nummern haben werden. Der Einfluſs aber, den immer noch bedeutende Mängel meiner Arbeit auf das Resultat haben, wird durch ein gleichmäſsiges Verfahren hierbei sehr vermindert und ich theile meine Beobachtungen nur von der Zeit an mit, wo ich ein solches so streng als möglich durchgeführt zu haben glaube. Nicht die Zahl der Gruppen, sondern ihr gegenseitiges Verhältniſs ist das, was mir bemerkenswerth scheint und den Zweck dieses Aufsatzes ausmacht.

Den ersten neuen Flecken, den ich beim Anfang des Jahres sehe, bezeichne ich mit Nr. 1 und fahre in fortlaufender Zahl so bis zum Jahresschluſs fort, daſs auch die alten Flecken, die im neuen Jahre fortbestehen, ihre vorjährigen Nummern behalten.

Von den beiden Instrumenten hat das 3½füſsige ein Okular mit einem Fadenkreuz zur Eintragung der Gruppen und eine 45malige Vergröſserung; auch bei dem 6füſsigen gebrauche ich nur eine 64malige Vergröſserung, um diejenigen Flecken, welche als Gruppen Nummern erhalten müssen, im kleinern Fernrohr aber wegen ihrer Feinheit übersehen wurden, nachzutragen, und nur selten bin ich gezwungen in zweifelhaften Fällen eine 96mal. Vergr. anzuwenden. So habe ich es auch für zweckmäſsig gehalten, die Objectivgläser mit Kapseln zu decken, welche dem 6füſsigen nur eine Oeffnung von 2½ Zoll und dem 3½füſsigen eine von 1½ Zoll lassen, die jedoch durch Einsatzringe erweitert werden können, wenn es eine geringere Heiterkeit des Himmels erfordert. Ich erreiche hierdurch einen doppelten Zweck, erstens vermeide ich das Zerspringen der Sonnengläser, was oft einen schwer zu ersetzenden Verlust mit sich bringt, und zweitens kann ich hellere Sonnengläser anwenden, als wenn das Objectiv seine ganze Oeffnung behält; denn selbst die besten Sonnengläser, welches unstreitig die von *Utzschneider* und *Fraunhofer* sind, verlieren mit der gröſsern Sättigung der Farbe an Klarheit und Schärfe; ich wende nur die von gelber und grünlicher Farbe an, weil sie die gröſste Deutlichkeit und wenigste Wärme verursachen.

Hieran schlieſsen sich nun noch folgende allgemeine Bemerkungen:

1) Behofte Kernflecken sind die groſsen dunkelschwarzen Kerne mit grauem, scharfbegrenztem Nebel umgeben, der ungefähr die Zacken, Einrisse, kurz die Gestalt des Kernes besitzt. Dieser Hof ist stets unter die Oberfläche der Sonne concav eingesenkt und hat sehr mannigfaltige, meistens strahlenförmige Zeichnungen, die durch Reihen kleiner Punkte gebildet werden, welche von den hervorragenden Zacken des Kernes bis zum Umfang des Hofes fortlaufen und oft selbst noch über diesen hinausgehen. Weichen die Höfe bedeutend von der Gestalt des Kernes ab, was oft bei ihrer Bildung und ihrer Auflösung geschieht, so sehe ich sie als unregelmäſsig an.

2) Kernflecken nenne ich diejenigen schwarzen Flecken ohne Hof, bei denen eine Ausdehnung deutlich unterschieden werden kann.

3) Punkte, die nur als deutliche Punkte, d. h. ohne merkliche Ausdehnung und ohne Hof erscheinen.

4) Poren, die äufserst feinen, nur mit den besten Fernröhren bei günstigem Wetter kennbaren Pünktchen, welche meistens auf der ganzen Oberfläche der Sonne zerstreut sind, besonders wenn diese ihr marmorirtes, griessandiges Ansehen zeigt. Bei gröfserer Menge machen sie die mehr gleichförmig graue Färbung der Höfe aus und bilden

5) die Nebel, welche oft mit ihrer grauen Farbe ganze Gruppen einschliefsen und grofse Räume bedecken.

6) Unter Lichtgewölk verstehe ich hellere und glänzendere Erscheinungen, die sich nur nahe am Sonnenrande befinden, sie seien nun zusammengeballt (sonst Sonnenfackeln genannt) oder aderförmig gestaltet.

7) Narben ist schon ein bekannter Ausdruck, man bemerkt sie nur nach der Mitte der Sonne zu; sie werden wahrscheinlich durch Lichtgewölk gebildet, das hier dieses Ansehen gewinnt.

Bei der nachfolgenden Aufzählung der Sonnenflecken ist auch noch der Lichtflocken, einer Erscheinung gedacht, deren Wesen mir zwar unbekannt ist, allein von denen mir so viel gewifs zu seyn scheint, dafs sie in keiner andern Beziehung zur Sonne stehen, als dafs sie von ihr beleuchtet und sichtbar gemacht werden, sonst aber unserer Erdatmosphäre angehören, sich jedoch sehr hoch in derselben befinden. Meine Gründe hierzu sind in der nachfolgenden nähern Beschreibung enthalten.

Diese Lichtflocken besitzen so viel Licht, dafs sie nicht an dem Glanze der Sonne wenig nachstehen, wenn sie mit derselben im Gesichtsfelde des Fernrohrs zugleich beobachtet werden, sondern auch selbst dann fast noch ungeschwächt sichtbar bleiben, wenn die Sonne aus dem Gesichtsfelde entfernt wird und dasselbe dunkelschwarz erscheint. Sie sind viel weifser als die Sonne und die Farbe des Sonnenglases hat wenig Einflufs darauf, obgleich die Farbe des Sonnenbildes sich nach der des Glases richtet. Sie haben eine etwas unregelmäfsig runde Gestalt, wodurch man im Stande ist, während ihres Vorüberfliegens nicht nur eine wälzende, sondern auch die elastische Bewegung einer Seifenblase, an ihnen zu unterscheiden, indem ihr Flug mit der eines in unruhigem Wasser schwimmenden Körpers verglichen werden kann. Die Geschwindigkeit, mit der sie das 28 Minuten grofse Gesichtsfeld des Fernrohrs durchfliegen, ist sehr verschieden und es geschieht dieses zuweilen in 3 bis 4, zuweilen in kaum einer Zeitsecunde, so dafs es leicht möglich wird, die langsamern kleine Grade von der Sonne mit dem Fernrohr verfolgen zu können. Eine noch gröfsere Verschiedenheit herrscht bei der Richtung ihres Fluges, wo durchaus keine vorwaltet, obgleich sie in der einmal angenommenen Stunden, ja Tage lang beharren; zuweilen schien es mir, als wenn sie sich nach Wind und Wolkenzug richteten, allein oft ziehen sie dem ersteren gerade entgegen, aber öfter stimmen sie mit letzteren überein. Ihre Entfernung von der Erde kann ich gar nicht bestimmen, ich schliefse aber auf eine sehr beträchtliche, weil ich sie mit dem für die Sonne gestellten Okular am schärfsten sehe und jede Verrückung desselben sie weniger deutlich macht. Ich fand sie am häufigsten in den Sommermonaten, besonders an heifsen Tagen, seltner im Frühling und Herbst, nie aber bemerkte ich sie im November, December, Januar und Februar. Der Meinung eines frühern Beobachters, der diese Lichtflocken für den sogenannten fliegenden Sommer hält, kann ich jedoch nach der obigen Beschreibung und dann auch deswegen nicht beitreten, weil ich sie in den Jahren nicht sah, wo dieses Gespinnst hier ungemein häufig vorkam. Die von Herrn *Göbel* (Astr. Nachr. Nr. 144. p. 483. 484) erwähnte Lichterscheinung durch Staubtheilchen kann ich nicht identisch mit den Lichtflocken halten. Diese Staubtheilchen im Fernrohr beobachte ich sehr häufig, doch nur mit einem einzigen Okulare, wo sie aber als dunkle Punkte erscheinen, die von dem Collectivglase electrisch angezogen und abgestofsen werden, ehe dieses sich gleichmäfsig erwärmt hat. Leichter könnte man die Lichtflocken mit den Staubtheilchen verwechseln, welche aufserhalb des Instruments im Sonnenstral umherwirbeln, wenn man bei der Beobachtung das Auge, womit man nicht in das Fernrohr sieht, nicht gehörig schliefst; allein auch gegen diese Täuschung kann man sich leicht sichern. Correspondirende Beobachtungen könnten vielleicht eine nähere Aufklärung geben und es würde mir sehr angenehm seyn, wenn dieser Aufsatz mir Mitbeobachter erweckte.

Wie verschieden die Menge der Sonnenflecken und die Gröfse der Gruppen in verschiedenen Zeiten ist, zeigt folgende Uebersicht und die dazu gehörigen Anmerkungen.

1826	zählte ich	118	Gruppen.
1827	———	161	———
1828	———	225	———
1829	———	199	———
1830	———	190	———
1831	———	149	———
1832	———	84	———
1833	———	33	———
1834	———	51	———
1835	———	173	———
1836	———	272	———
1837	———	333	———

1826 beobachtete ich an 277 Tagen, von denen enthielten 22 keine Sonnenflecken und fielen fast sämmtlich in den August und September. Die Gruppen waren nicht sehr reichhaltig, im März war ein Flecken von ausgezeichneter Gröfse sichtbar.

Einige Lichtflocken bemerkte ich am 7ten und 8ten Juli und 3ten und 4ten August.

1827. Beobachtungstage 273. Die Sonne war nur den 21sten und 22sten Januar fleckenlos. Die Gruppen ziemlich reichhaltig, enthielten oft unregelmäfsig behofte Kernflecken. Lichtflocken bemerkte ich im April, Mai, Juni, Juli, August, September und October oft häufig auf einander folgend.

1828. Beobachtungstage 282. Kein Tag ohne Sonnenflecken. Die Gruppen meistens sehr reichhaltig und ihre Flecken entstanden sehr schnell. Im Mai und September war ein Flecken mit unbewaffnetem Auge sichtbar. Lichtflocken häufig im Juni, Juli, August; sparsam im April, Mai und September.

1829. Beobachtungstage 244. Kein Tag ohne Flecken. Die Gruppen wurden Ende des Jahres etwas sparsamer und nahmen an Reichhaltigkeit der Flecken ab. Im April entstand ein ausgezeichnet grofser behofter Kernflecken. Lichtflocken sparsam im Juni und Juli.

1830. Beobachtungstage 217. Die Sonne war nur am 24sten Januar fleckenlos. Die Gruppen enthielten oft unregelmäfsig behofte Kernflecken. Lichtflocken sah ich nur am 6ten Juli sehr sparsam.

1831. Beobachtungstage 239. Die Sonne zeigte nur am 12ten Mai, 2ten Juli und 11ten December keine Flecken. Die Gruppen waren nicht sehr reichhaltig und wurden immer sparsamer, jedoch erschienen die wenigsten im April, mehrentheils wurden nur einzelne, doch sehr regelmäfsig behofte Kernflecken von mittlerer Gröfse sichtbar, welche nicht viele Nebenflecken in ihrer Begleitung hatten. Im Juni und Juli zeichneten sich die breiten Zonen, worin die Flecken entstehen, durch starkes Lichtgewölk, grofse Narben und deutliche Poren so augenfällig aus, dafs sie wie zwei Gürtel sichtbar waren. Lichtflocken im Juli und August sehr häufig; im April, Mai und September sparsam und einzeln.

1832. Beobachtungstage 270, davon 49 Tage fleckenlos; die meisten derselben waren im Juli, August und September. Die Gruppen sehr arm; kleine Flecken lösten sic sehr schnell auf. Keine Lichtflocken.

1833. Beobachtungstage 267. Die 139 Tage, wo d Sonne keine Flecken zeigte, fielen vorzüglich in den Juni, Jul August, October und November. Die Flecken waren einz und klein, oft nur Punkte, die sich zuweilen in einigen St den aufgelöst hatten; im October zeichnete sich ein behoft Kernflecken durch seine Grösse und Schönheit aus. Kei Lichtflocken.

1834. Beobachtungstage 273, 120 Tage ohne Sonn flecken, welche vorzüglich in den Januar, April, Mai, Ju Juli und August fielen; im December nahm die Fleckenbild beträchtlich zu. Keine Lichtflocken.

1835. Beobachtungstage 244. Die 18 Tage ohne S nenflecken waren sämmtlich im Januar. Die Gruppen best den mehrentheils aus behoften Kernflecken mit wenigen Neb flecken und Punkten. Keine Lichtflocken.

1836. Beobachtungstage 200, an keinem Tage war Sonne fleckenlos. Die Gruppen mehrten sich vom März sehr schnell, sowohl an Gröfse als an Menge, jedoch bef den sich die meisten und reichhaltigsten nur auf der ei Halbkugel der Sonne. Höchst merkwürdig war das plötzli Entstehen selbst von bedeutenden Kernflecken, so wie i Veränderlichkeit. Keine Lichtflocken.

1837. Beobachtungstage 168. Die Sonne war nie o Flecken, vielmehr häuften diese sich auf der einen Halbk immer mehr an, so dafs diese damit wie übersäet war, in sich mehrere Gruppen durch schnell entstandene Zwisc flecken zu grofsen Massen vereinigten; ihr Entstehen und i Veränderlichkeit war eben so plötzlich und beträchtlich wie vorigen Jahre; es zeigten sich aber mehr unregelmäfsig hofte Kernflecken und so aufserordentlich grofse Strecken Nebeln, dafs nach ungefähren Zählungen und Schätzun diese oft mehrere tausend Flecken und Punkte umga Lichtflocken sah ich nur im August ziemlich häufig; im S tember sparsamer und nur einige im October.

Dessau, im Februar 1838.

Heinrich Schwabe

Inhalt.

(Hiebei die zu *Beer* und *Mädlers* Beobachtungen des Mars in der vorigen Nummer gehörende Steindrucktafel.)

Altona 1838. April 19.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 351. 352.

Schreiben des Herrn *James Yates*, Secretary to the Council of the British Association, an den Herausgeber.

London 1838. April 10.

I have the pleasure of informing you, that the next meeting of the British Association for the Advancement of Science will be held at Newcastle-on Tyne during the week commencing on Monday, August the 20th. You will oblige the Council by making these circumstances known; and be assured, how much pleasure they will feel, if any of your distinguished countrymen can attend the meeting.

James Yates.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Gerling* an den Herausgeber.

Marburg 1838. Marz 12.

Ich übersende Ihnen anliegend einen Aufsatz über meine im vorigen Herbst ausgeführte Längen-Bestimmung zwischen Göttingen (Altona) und Mannheim, dessen bisherige Verspätung seinen Grund darin hat, dafs ich die deshalbigen Rechnungen neben meinen übrigen Amtsgeschäften und neben der noch fortgehenden Rechnung für den Rest meiner Triangulirung besorgen mufste, deren Resultate noch in diesem Frühjahre als zweites Heft meiner Beiträge erscheinen sollen.

Ich habe zum eventuellen Abdruck der Abhandlung gleich einen Brief von *Nicolai* an mich beigeschrieben, woraus hervorgeht, dafs er seine Länge = 24′ 29″84 setzt,

dazu meine Bestimmung....	5 55,86
gäbe für Göttingen.....	30 25,70

Sehr neugierig bin ich zu erfahren, wie dieses mit den früheren Angaben stimmt.

Gerling.

Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt.

Von Herrn Professor *Gerling.*

Die Beendigung der Messungen für das über Kurhessen sich erstreckende Netz grofser Dreiecke machte ein ferneres Anschliefsen derselben an eine astronomische Bestimmung wünschenswerth. Hiezu bot sich der Umstand gleichsam von selbst dar, dafs auf dem Frauenberg ohnweit Marburg sowohl der Feldberg sichtbar ist, welcher im Gesichtsfeld des Passagen-Instruments der Mannheimer Sternwarte liegt (nur 7′ 6″2 westlich von der Collimationslinie) als auch der Meisner, welcher von der Göttinger Sternwarte aus beobachtet werden kann. Nachdem ich auf deshalbige Anfrage von Herrn Hofrath *Gauss* und Herrn Hofrath *Nicolai* die Zusicherung erhalten hatte, dafs die von mir zu veranstaltenden Signale auf ihren Sternwarten würden beobachtet werden, auch die Regierungen der Staaten, deren Territorien am Feldberg zusammengränzen, auf Ersuchen der Kurhessischen, diese Operation auf's kräftigste fördernden, Regierung die Benutzung dieses Berges zu dem fraglichen Zweck aufs bereitwilligste gestattet hatten, liefs sich der Plan für die Arbeit entwerfen, deren Ergebnisse mitzutheilen der Zweck dieses Aufsatzes ist.

§. 1.

Der Unterschied der geographischen Längen zwischen den beiden Endstationen, den ich als Haupt-Resultat auszumitteln bezweckte, konnte offenbar unabhängig von der Zeit-Bestimmung auf dem Frauenberg gefunden werden, wenn die an diesem letzten Punkte zur Beobachtung gebrauchte Uhr die Zeit nur zwischen den Signalen hielt, die abwechselnd auf beiden Bergen gegeben werden sollten. Dazu hatte ich ein vortreffliches Hülfsmittel an einem Box-Chronometer von *Kessels* Nr. 1314, der sich hiebei so bewährte, wie es bei einem Werke dieses Meisters zum Voraus zu erwarten war. Ich wünschte aber auch als Neben-Resultat hiedurch eine astronomische Längen-Bestimmung für Marburg zu gewinnen, dessen Schlofsthurm nach den in meinen Beiträgen zur Geo-

graphie von Kurhessen u. s. w. mitgetheilten geodätischen Messungen 1575 rhein. Ruthen nördlich und 376 rhein. Ruthen (d. h. 4″82 in Zeit) westlich *) von Frauenberg liegt. Zu diesem letzten Zweck mufste ich mir auf dem Frauenberg auch Zeitbestimmungen verschaffen, soweit solches die mangelhaften Hülfsmittel erlaubten.

§. 2.

Die **Pulversignale**, als das am längsten bekannte und durch Erfahrung erprobte Hülfsmittel, wurden nach den Angaben des Herrn *v. Zach* und den schätzbaren Notizen angeordnet, welche ich durch gütige Vermittelung des Herrn Hofrath *Nicolai* dem Herrn Major *Klose* in Karlsruhe verdanke, welcher 1824 die Signale gegeben hatte, deren Resultate in *Bode's* Jahrbuch für 1828 S. 127 abgedruckt sind. Zur Vervielfältigung der Beobachtungen sollten aber auch **Heliotropsignale** gegeben werden; und hierüber ist vorerst noch einiges zu erinnern. Ein Heliotropsignal kann nämlich entweder dadurch gegeben werden, dafs der vorher leuchtende Spiegel plötzlich verdeckt wird, oder der vorher gedeckte Spiegel plötzlich geöffnet, oder endlich durch einen einzelnen **Blitz**, den der vorher und nachher verdeckte Spiegel giebt. Obwohl die erste dieser Methoden, wie ich von *Nicolai* erfuhr, die Autorität eines *Bohnenberger* für sich hatte, entschied ich mich doch für die dritte, und zwar aus dem Grunde, weil nicht erwiesen ist, ob das Zeitmoment des Verschwindens eines vorher anhaltend leuchtenden Lichtpunkts genau eben so von den Beobachtern geschätzt wird, als das Moment eines Blitzes, welche Frage nebst vielen andern noch einer besondern Untersuchung bedarf, und es vor allem also darauf ankam, möglichst gleichförmige Erscheinungen zu beobachten, die Heliotrop-Signale also so viel als thunlich den Pulversignalen ähnlich zu machen. Um übrigens die Beobachter von der Lebhaftigkeit des zu erwartenden Blitzes und dem Punkt des Fernrohrs, wo er erscheinen würde, jedesmal zum Voraus in Kenntnifs zu setzen, liefs ich jedem Blitz ein kurzes Attentions-Zeichen vorausgehen. Ferner war zu erwägen, wie die **Gleichzeitigkeit** der auf jedem Berge zu gebenden Signale zuverlässig verbürgt würde. Zu diesem Ende wurden die zwei nach den Beobachtungsplätzen zu richtenden Heliotrope in den rückwärts verlängerten Richtungslinien so aufgestellt, dafs die zu denselben entsendeten Licht-Prismen sich so nahe als möglich in einem und demselben Parallelogram durchkreuzten, in welches dann ein das Licht abwechselnd abfangender und freilassender Pappdeckel gebracht wurde. Es ist hiebei vortheilhaft, wenn di[e] Pappe nahe senkrecht auf die Halbirungs-Linie des Winkel[s] nach den Beobachtungsstationen gehalten werden kann, wei[l] sich sodann die Spiegel auf derselben Seite der Pappe abbi[l]den, und also der Signalgeber, obwohl er ganz aus freier Han[d] arbeitet, dafür bürgen kann, dafs gleichzeitig beide Heliotrop[e] geöffnet und geschlossen werden. Nähert sich aber jener Wink[el] zweien rechten und ist man dadurch gezwungen, die Papp[e] nahe in die Halbirungslinie selbst zu stellen, so macht ihre Beleuchtung an verschiedenen Seiten das gleichzeitige Sehen un[]möglich und mufs also die Pappe auf irgend eine mechanisch[e] Weise an dem einmal für sie bestimmten Platz zu bleiben genöthigt werden.

Freilich könnte man, wenn an Heliotropen Mangel, dageg[en] an Chronometern Vorrath wäre, auch wohl mit einem Heliotrop auf jeder Signal-Station fertig werden; abgesehen ab[er] von der Unbequemlichkeit, die es dem Signalgeber brächt[e], seine Richtung stets zu wechseln und die Signale nach de[m] Chronometer aufzuschreiben, würden dann 4mal so viele z[u] gehen und doppelt so viele zu beobachten seyn, indem die Beobachtung eines Paars solcher correspondirender Signale n[ur] das Gewicht $\frac{1}{2}$ hat, wenn das Gewicht eines gleichzeitig beobachteten = 1 gesetzt wird.

§. 3.

Weil die Erfahrung gelehrt hat, dafs dergleichen Ersche[i]nungen desto genauer beobachtet werden, je genauer sie z[u] dem **vorausbestimmten Augenblick** erscheinen, wa[r]e[n] meine Gehülfen (Herr *Ise* auf dem Meisner und Herr *Fliedne[r]* auf dem Feldberg) durch ihre Instruction unter andern ang[e]wiesen, die Signale nach ihren Taschenuhren so genau als möglich zu den vorgeschriebenen Zeiten zu geben, und wurd[en] diese Taschenuhren täglich, so oft die Witterung es zulie[fs], vermittelst meiner Heliotrop-Signale und überdies noch jed[en] Abend durch zwei Pulversignale, die ich auf dem Frauenber[g] abbrennen liefs, nach meinem Chronometer gestellt, dessen Sta[nd] gegen M. Z. ich den beiden Sternwarten mitgetheilt hatte, u[nd] dessen Angaben also gleichsam das Argument bildeten, un[ter] welchem die übrigen Zahlenangaben sich ordneten.

Die Signale erfolgten nach dieser Vorschrift auf jede[m] Berge mit Pausen von 8′ dergestalt, dafs immer die Meisn[er] Signale den Feldberg-Signalen um 4′ vorangingen. Eine k[ür]zere Pause eintreten zu lassen, würde wegen der Beob[ach]tungen auf dem Frauenberg nicht rathsam gewesen seyn, [um] sich auf den Gang der Taschenuhren nicht zu verlassen. Für die Heliotrop-Signale war überdies zu Vermehrung [der] Anzahl festgesetzt, dafs jedesmal drei hinter einander in [Zwi]schenräumen von 30″ folgten. Wären alle in der Instruc[tion]

*) Diese Zahlen beziehen sich nicht mehr auf die Signalstange, sondern auf einen erst im vorigen Jahr errichteten Postamentstein. Die Reduction der späteren Messungen kann sie vielleicht noch um eine Kleinigkeit ändern.

ungeschriebenen gelungen, so hätte jeder Tag 45 Heliotrop-Signale und 11 Pulversignale geliefert.

§. 4.

Durch die Witterung wurde die Operation wenig begünstigt, denn Wolken (die besonders oft den Feldberg umlagerten, während der Meisner viel häufiger Sonne hatte) und Regen wechselten schon in den ersten Tagen, nachdem wir (Aug. 16) die Berge bezogen hatten, vom 28sten August an trat eine Pause von vollen 8 Tagen ein, während welcher kein Signal gleichzeitig auf den Beobachtungs-Stationen gesehen werden konnte, und überdies tobte mit wenigen Ausnahmen ein so heftiger Wind, daſs es nicht nur auf dem Frauenberge oft sehr schwer hielt, die Schläge des kaum 2 Fuſs vom Ohr entfernten Chronometers zu hören, sondern daſs besonders auf dem Feldberge Schwierigkeiten entstanden, die Heliotrope in der einmal gegebenen Richtung zu erhalten, durch welchen letzten Umstand namentlich die dortigen Signale vom 6ten Sept., wo sie gleichzeitig beide Heliotrope gehörig gerichtet waren, ganz verloren gingen. Einige wenige Meisner-Signale gingen auch deshalb Anfangs verloren, weil die Regulirung der dortigen Taschenuhr vom Frauenberg aus miſslang, und ein mangelhafter Sonnenweiser ihr einen um 5′ fehlerhaften Stand gab. Nachdem endlich so viele Signale beobachtet waren, daſs sich hoffen lieſs, es werden für das Hauptresultat doch wenigstens 10 von einer Zeitbestimmung unabhängige Bestimmungen sich zusammenfinden, wurde mit dem 9ten Sept. die Operation eingestellt.

§. 5.

Die Beobachtung geschah in Mannheim unmittelbar am Passagen-Instrument, an welchem auch von Hofrath *Nicolai* allein die Zeitbestimmungen gemacht waren. In Göttingen wurden die Zeitbestimmungen von Dr. *Goldschmidt* allein besorgt, die Heliotropsignale wurden von dem Hofrath *Gauss* und ihm mit Fernröhren ohnweit der Uhr des Passage-Instruments beobachtet, die Beobachtungen der Pulversignale dagegen konnten bei der verhältniſsmäſsig geringen Entfernung des Meisners mit bloſsen Augen angestellt werden. Ich hatte unter meinem Zelt auf dem Frauenberge einen zwölfzölligen *Ertel*schen Theodoliten aufgestellt, dessen beide Fernröhre bei Tage auf die beiden Signalberge gerichtet und gleich für die Nacht festgestellt wurden; diesen Fernröhren gab ich dann gegen Abend am Objectiv noch kleine Papierstreifen als Blendungen bei, die von der Laterne, welche den Chronometer beleuchtete, hinlänglich erhellt wurden, um meinem übrigens beschatteten Auge den Ort des Gesichtsfeldes bemerklich zu machen, so daſs ich die Aufmerksamkeit ganz auf den gehörigen Punkt richten konnte, ein Umstand, den als sehr wesentlich zur Sicherheit der Beobachtung ich schon am ersten Signal-Abend kennen lernte. Mein Gehülfe, Herr *Hartmann*, beobachtete zuweilen, wenn es gerade seine übrigen Geschäfte erlaubten, gleichzeitig mit mir die Heliotropsignale an einem Handfernrohr, und die Pulversignale, soweit sie dem bloſsen Auge sichtbar wurden (und das geschah doch verhältniſsmäſsig für die Entfernungen *) oft) und sicherte mich dadurch wenigstens vor Schreibfehlern. In einzelnen Fällen, wo z. B. mein Auge der Ruhe bedurfte, löste er mich auch eine Zeitlang ganz ab.

§. 6.

Ich lasse nun die Original-Beobachtungen folgen wie sie meine eigenen und die von den beiden Sternwarten mitgetheilten Protocolle ergaben, bloſs mit Weglassung derer, die aus irgend einem Grunde (meistentheils wegen der Witterung) an der jenseitigen Station nicht gesehen wurden, und also verloren gingen. Die Anzahl solcher vergeblich beobachteter Signale ist jedesmal am Ende eines Tages in Parenthese beigefügt.

In dem Göttinger Protocoll ist die Zeit regelmäſsig nach Dr. *Goldschmidt's* Beobachtung angesetzt, daneben aber der Bruch einer Secunde angegeben, welcher mit seinem Zeichen der *Goldschmidt*schen Beobachtung beizufügen ist, um die *Gauss*ische Beobachtung zu geben. Diejenigen Beobachtungen, welche ausnahmsweise von *Gauss* allein gemacht sind, finden sich mit *G* bezeichnet.

In dem Frauenberger Protocolle sind mit *H* diejenigen Beobachtungen bezeichnet, bei welchen *Hartmann* mich abgelöst hatte.

Meisner Signale in Göttingen beobachtet.

Sternzeit.

Aug. 22.		Aug. 22.		Aug. 24.	
Heliotropsign.		19h 2′ 3″68	−0″1	15h 58′ 20″45	0″0
15h 49′ 29″53	G	10 4,98	+0,3	58 50,25	+0,2
49 59,83	G	18 17,08	−0,2	16 6 51,05	+0,2
50 29 53	G	34 6,27	+0,1	14 51,14	+0,2
16 5 30,93	−0″4	50 11,07	−0,3	(10)	
6 2,13	−0,3	(3)		Pulversign.	
6 31,83	−0,3	Aug. 24.		18 46 6,17	+0,2
Pulversign.		Heliotropsign.		54 8,76	0,0
18 37 57,99	0,0	14 53 47,29	+0,2	19 2 9,16	+0,2
46 0,78	+0,1	15 1 48,18	+0,3:	10 10,06	+0,2
54 1,68	0,0	17 48,17		18 11,55	+0,2

*) Die Entfernungen finden sich neben den Winkeln (von links zu rechts gezählt) in folgender den ganzen Zug darstellenden Uebersicht:

Göttingen Meisner = 9084 rh. R.
Frauenberg Meisner Göttingen 134° 35′
Meisner Frauenberg = 24276 rh. R.
Meisner Frauenberg Feldberg = 147° 17′
Frauenberg Feldberg = 16688 ch. R.
Frauenberg Feldberg Mannheim = 158° 8′
Feldberg Mannheim = 22024 ch. R.

Aug. 24.

19ʰ 26′ 11″05	+0″1
34 13,34	+0,2
42 15,34	+0,3
50 15,64	+0,1
58 17,43	+0,5

(1)

Aug. 25.

Heliotropsign.

14 24 37,86	0,0
25 8,66	+0,2
25 37,86	0,0
32 38,66	+0,2
33 9,56	+0,3
33 38,56	−0,7::
40 50,16::	−0,3
41 39,36	−0,2
48 39,55	+0,3
49 9,75	+0,1
49 39,55	+0,1
56 39,85	
57 10,55	+0,2
57 40,55	−0,5
15 4 40,84	+0,3
5 11,64	0,0
5 40,64	+0,2
12 41,44	+0,2
20 41,64	+0,4
21 12,74	+0,4
21 41,74	+0,2
28 42,63	−0,5
29 12,73	+0,4
29 42,73	0,0
37 42,83::	+0,3
44 43,62	+0,2
53 44,42	+0,1
16 0 44,62	+0,2
1 15,42	+0,2
8 44,81	+0,4
9 15,61	+0,4
9 44,91	+0,4
16 45,51	+0,2
17 15,81::	+0,5
17 45,61	+0,2

(9)

Pulversign.

18 49 12,34	+0,4
56 55,54	−0,8
19 4 56,73	−0,1
12 57,53	+0,4
21 2,82	+0,8
28 58,42	+0,3
36 59,72	+0,4
45 0,71	+0,2
53 1,41	+0,3
20 1 0,40	+0,3

(1)

Aug. 26.

Heliotropsign.

14ʰ 27′ 32″10
28 2,90
(21)

Pulversign.

19 0 1,66	+0,4
8 4,76	+0,2
16 4,76	+0,1
24 10,55	+0,1
32 9,75	0,0
40 9,74	+0,5
48 16,94	+0,4
56 14,44::	−0,5
20 4 15,63	+0,2
12 17,83	0,0

(1)

Aug. 28.

Pulversign.

19 0 3,13	+0,1
8 5,12	+0,4
16 6,22	+0,1
24 8,31	+0,4
32 9,41	+0,4
40 10,01	+0,4
48 12,10	+0,1
56 13,40	+0,5
20 4 15,10	+0,3
12 16,09	+0,3
20 18,19	0,0

Sept. 4.

Pulversign.
(10)

Sept. 5.

Pulversign. (2)

Sept. 6.

Heliotropsign.

15 9 36,60	+0,2
10 6,80	0,0
10 36,49	+0,3
18 7,19	+0,5
18 37,29	0,0
16 5 39,77	0,0
6 10,47	−0,2
6 39,57	+0,2
13 39,46	+0,4
14 10,46	+0,2
14 39,76	+0,4
21 40,56	−0,2
22 10,46	+0,3
22 40,36	+0,4
30 40,95	G

(2)

Pulversign.

19 28 21,36	+0,3
36 21,85	−0,3
44 23,65	+0,8
(a) 52 31,34	+0,2
20 8 26,44	+0,1
16 26,83	+0,1

Sept. 6.

20ʰ 24′ 28″33	+0,2
32 28,62	+0,4
(b) 40 30,62	−0,1
48 32,21	+0,4

(1)

Sept. 7.

Heliotropsign.

15 9 37,65	
10 7,55	
17 7,95	0,0
17 38,35	+0,1
18 8,55	−0,6
33 40,14	+0,4
34 9,84	+0,1
41 10,64	+0,1
41 41,74	0,0
42 11,74:	−0,8:
49 11,63	−0,3
49 42,33	−0,2
50 12,13	−0,2
57 12,63	−0,4
57 42,83	+0,2
58 12,53	−0,3
16 5 13,72	+0,1
5 44,52	−0,4
6 13,62	+0,1
13 14,32	−0,4
13 45,22	0,0
14 14,62:	
21 15,62	+0,1
21 45,82	0,0
22 15,62	+0,1
29 16,71	−0,5
29 46,91	+0,1
30 16,51	−0,2
37 17,41	−0,3
37 47,51	+0,2
38 17,51	−0,4
45 17,90	+0,3
45 48,10	+0,1
46 18,30	−0,1
53 49,60	−0,3
(c) 54 18,90	+0,2
17 1 19,59	−0,1
1 49,79	+0,1
2 20,19	−0,1

(3)

Pulversign.

19 32 48,51	+0,3
40 51,81	0,0
48 52,50	−0,3
56 54,40	+0,1
20 4 55,09	+0,4
12 58,09	−0,3
20 59,99	+0,4
29 1,18	0,0
37 3,78	0,0
45 4,27	+0,1
53 6,77	−0,1

Sept. 8.

Heliotropsign.

15ʰ 11′ 55″71	−0,4
12 25,61	−0,3
19 25,40	+0,1
19 56,20	+0,2
20 25,90	+0,1
27 26,50	0,0
27 57,10	+0,3
28 27,00	−0,2
35 27,90	−0,5
35 58,10	+0,2
36 27,80	+0,1
43 28,09	+0,3
43 58,99	0,0
44 28,29	+0,4
51 29,19	+0,1
51 59,99	−0,1
52 29,29	0,0
59 29,89	+0,2
16 0 0,49	+0,2
0 30,09	+0,1
7 30,28	+0,2
8 0,98	+0,1
8 30,98	−0,2
23 32,47	0,0
24 2,97	+0,1
24 32,37	−0,1
31 32,97	−0,4
32 3,57	−0,1
32 32,97	−0,6
39 33,27	+0,3
40 4,07	+0,2
40 33,27	+0,2
47 34,16	+0,1
48 4,76	0,0

Sept. 8.

16ʰ 48′ 34″56	−0,2
56 5,66::	+6,6?
17 3 35,56	0,0
4 5,76	G

(6)

Pulversign.

19 36 2,17	
44 4,16	0,0
52 5,46	+0,5
20 0 7,25	+0,3
8 9,15	+0,1
16 10,75	−0,1
24 13,94	+0,1
32 14,94	+0,2
40 14,84	+0,2
48 15,73	+0,4
56 17,83	+0,5

Sept. 9.

Heliotropsign.

15 15 4,56	−0,1
15 35,16	−0,2
16 4,16	+0,2
23 37,16	−0,7
24 5,56	−0,1
31 7,25	−0,7
31 37,75	−0,3
32 6,45	+0,3
39 8,25	−0,4
39 38,55	−0,1
40 8,25	−0,3
47 9,15	G
47 39,55	+0,1
48 8,85	+0,2
55 10,24	−0,2

Sept. 9.

15ʰ 55′ 40″94	−0,1
56 10,24	+0,3
16 3 11,14	−0,2
3 41,94	−0,2
4 11,34	+0,1
11 12,23::	−0,4
12 12,53	−0,2
19 13,33	+0,1
19 44,13	0,0
20 12,93	+0,4
27 14,23	−0,1
27 44,83	−0,4
28 14,03	−0,1
51 16,92	+0,8
51 47,11	+0,3
52 17,11	+0,3
59 17,71	+0,2
59 47,81	+0,4
17 0 17,91	0,0
7 19,11	−0,2
7 49,11	+0,3
8 19,11	0,0

(2)

Pulversign.

19 40 54,93	−0,
48 56,33	+0,
56 56,42	+0,
20 4 58,82	0,
13 0,51	0,
21 1,91	−0,
29 3,01	+0,
37 5,00	+0,
45 5,80	0,
53 7,99	−0,
21 1 8,69	+0,

Meisner-Signale auf dem Frauenberge beobachtet.

Kessels Nr. 1814.

Aug. 22.

Heliotropsign.

5ʰ 44′ 8″0
44 38,0
45 7,0
6 0 6,5
0 37,5
1 7,0
(3)

Pulversign.

8 32 8,5
40 11,5
48 10,0
56 9,0
9 4 10,0
12 21,5
28 8,0
44 10,3

Aug. 24.

Heliotropsign.

4 40 43,0 H
48 44,0

Aug. 24.

(d) 5ʰ 4′ 41,0
45 6,8
(e) 45 36,0
53 36,0
6 1 34,5
(5)

Pulversign.

8 32 25,7
40 26,0
48 25,5
56 24,7 H
9 4 25,0
12 23,0
20 24,3
28 25,0
36 24,2
(f) 44 25,0

Aug. 25.

Heliotropsign.

4 7 44,5
8 14,5

Aug. 25.

4ʰ 8′ 44″3
15 43,5
16 14,7
16 42,5
23 53,0
24 42,5
31 42,0
32 11,7
32 41,2
39 40,5
40 11,5:
40 40,5
47 40,2
48 10,5
48 39,5
55 39,5
5 3 39,2
4 10,0
4 38,5
11 37,5
12 8,5

Aug. 25.
$5^h12'37''5$
20 37,5
27 36,5
36 35,5
43 35,0
44 5,8
51 34,0
52 4,5
52 34,0
59 33,0
6 0 4,2
0 33,2
(2)
Pulversign.
8 31 35,3
39 17,0
47 16,8
55 16,5
9 3 21,3
11 15,0
19 15,0
27 14,6
35 13,8
43 11,5
Aug. 26.
Heliotropsign.
4 6 42,0:: H
(g) 7 13,0:: H
Pulversign.
8 38 30,5 H
46 29,0
54 27,5
9 2 32,0
10 30,5
18 28,5
26 36,0
34 30,0
42 30,0
50 31,5
Aug. 28.
Pulversign.
8 30 38,0
38 39,0
(h) 46 38,5
54 39,5
9 2 39,5
10 38,5
18 39,0
26 40,0
34 39,8
42 39,5
50 40,2
Sept. 5.
Pulversign.
(2)
Sept. 6.
Heliotropsign.
4 5 33,8
6 4,0

Sept. 6.
$4^h\,6'33''0$
14 2,5
14 32,0
5 1 27,0
1 57,8
2 27,0
9 26,0
9 55,5
10 25,5
17 25,0
17 52,5
18 25,0
25 24,5
(4)
Pulversign.
8 23 35,0
31 35,2
39 35,5
47 41,5
9 3 34,3
11 33,0
19 33,2
27 32,5
35 33,2
43 33,5
Sept. 7.
Heliotropsign.
4 1 35,0
2 7,8
9 8,0
9 38,0
10 7,6
25 38,0
25 7,0
33 6,5
33 37,5
34 7,5
41 6,5:
41 35,5 H
42 5,5
49 5,0
49 36,3
50 5,5
57 6,0
57 36,0
58 5,5
5 5 5,0 H
5 35,5
6 4,5
13 5,8
13 35,0
14 5,0
21 4,5
21 35,0
22 4,5
29 4,0
29 34,5
30 4,2
37 3,5

Sept. 7.
$5^h37'34''0$
38 3,5
45 33,0 H
45 2,5 H
53 2,5
53 32,5
54 3,0
(2)
Pulversign.
8 24 7,5
32 8,8
40 8,0
48 8,7
56 8,5
9 4 9,3
12 10,5
20 10,0
28 11,0
36 10,8
44 12,2
Sept. 8.
Heliotropsign.
4 0 1,5
0 31,5
7 30,0
8 0,5
8 30,0
15 29,8
15 0,3
16 30,0
23 29,4
24 0,0
24 29,5
31 29,2
31 59,5
32 29,0
39 28,5
39 59,0
40 28,5
47 28,0 H
47 58,5 H
48 28,0 H
55 27,3 H
55 57,5 H
(i) 56 27,5 H
5 11 25,2
11 57,0:
12 26,4
19 25,6
19 55,0
20 25,5
27 25,0
27 55,5
28 24,5
35 24,3 H
35 55,0 H
36 24,5 H
43 55,0
51 23,0
51 53,0

Sept. 8.
Pulversign.
$8^h23'25''5$
31 25,5
39 25,8
47 26,2
55 26,2
9 3 26,5
11 29,0
19 28,5
27 27,4
35 26,8
43 28,5
Sept. 9.
Heliotropsign.
3 59 14,5
59 45,0
4 0 14,0
7 45,5
8 14,5
15 14,5 H
15 45,0

Sept. 9.
$4^h15'14''0$
23 14,0
23 44,5
24 14,0
31 14,2
31 44,7
32 13,5
39 12,0
39 44,5
40 13,5
47 12,8
47 44,0
48 13,5
55 12,5
56 12,8
5 3 13,0 H
3 43,7 H
4 12,6 H
11 12,6 H
11 42,9 H
12 12,0 H

Sept. 9.
$5^h35'11''5$
35 41,5
36 10,5:
43 11,0
43 41,0
44 11,0
51 10,5
51 40,5
52 10,7
Pulversign.
8 24 21,5
32 19,8
40 20,0
48 21,0
56 21,5
9 4 21,7
12 22,0
20 22,5
28 22,2
36 22,5
44 22,5

Feldberg-Signale auf dem Frauenberge beobachtet.

Kessels Nr. 1814.

Aug. 24.
Pulversign.
$8^h35'36''0$
43 34,5
51 37,3
59 20,0
9 7 12,0
23 1,7
31 4,0
38 57,8
(1)
Aug. 25.
Heliotropsign.
5 22 33,0
30 31,0
30 54,0
31 34,0
(1)
Pulversign.
8 28 18,5
35 10,0
44 6,0
52 4,5
9 0 3,5
7 57,5
15 54,0
24 0,5
31 50,0
39 46,3
47 39,0
Aug. 26.
Heliotropsign.
5 31 20,5
(5)

Aug. 26.
Pulversign.
$8^h35'54''5$
43 51,0
51 55,0
59 43,5::
9 7 48,0
15 46,3 H
23 56,5
31 46,0
39 55,5
47 42,3
Aug. 28.
Pulversign.
8 28 11,5
35 59,5
43 57,5
51 52,0
59 51,0
9 7 40,0
15 51,0
23 47,2
31 36,5
39 42,0
47 43,0
Sept. 5.
Pulversign.
(2)
Sept. 6.
Heliotropsign.
(9)
Pulversign.
8 28 0,5
35 58,5
43 53,5

Sept. 6.
$8^h51'52''5$
59 53,0
9 7 52,5
15 55,0
23 53,5
31 45,5
39 53,5
47 38,0
Sept. 7.
Heliotropsign.
4 44 39,0
45 7,0
45 34,5
52 34,0
53 8,5
53 32,0
5 0 34,5
(k) 1 5,0
1 33,5
8 30,5
9 3,5
9 31,5
16 35,0
17 5,5
17 38,0
25 5,0
25 36,5
32 24,5
32 54,5
33 24,0
40 22,5
40 52,0
41 20,5
49 15,0
56 11,5

Sept. 7.
5^{h}56′ 44″0
57 14,8
(5)
Pulversign.
8 28 7,0
36 6,0
51 57,0
9 0 0,0
8 1,7
15 56,0
24 3,5
31 55,3
39 59,7
47 53,5

Sept. 8.
Heliotropsign.
4 43 25,0
43 55,5
44 27,5
51 32,5 H
52 23,5 H
59 55,0
5 7 25,0 H

Sept. 8.
5^h 7′ 50″5
8 21,5
15 22,5
15 56,5
16 27,5
23 25,5
23 52,5
24 29,5
31 37,0 H
(l) 32 7,5:: H
(m) 32 33,2 H
39 32,0 H
40 6,3 H
40 29,0 H
47 29,0
47 56,0
48 25,5
55 41,5::
56 23,5
(15)
Pulversign.
8 27 52,5
35 47,0
43 47,7

Sept. 8.
8^{h}51′ 53″0
59 41,5
9 7 37,8
15 40,5
23 40,3
31 28,5
39 24,5
47 19,0

Sept. 9.
Heliotropsign.
(3)
Pulversign.
8 28 5,0
35 54,0
43 46,5
51 40,5
59 44,0
9 7 41,2
15 35,5
23 37,5
31 28,3
39 27,4
47 19,5

Feldberg-Signale in Mannheim beobachtet.

Sternzeit.

Aug. 24.
Pulversign.
18^{h}43′ 22″22
51 22,42
59 26,31
19 7 10,41
15 3,91
30 55,90
38 59,70
46 54,39
(1)
Heliotropsign.
15 33 43,45
41 42,95
42 6,15
42 46,15
(4)
Pulversign.
18 39 59,80
47 52,29
55 49,99
19 3 49,28
11 50,27
19 45,77
27 43,46
35 51,05
43 41,45
51 39,24
59 33,23

Aug 26.
Heliotropsign.
15 46 29,51
(3)

Aug. 26.
Pulversign.
18^{h}51′ 32″67
59 31,36
19 7 36,65
15 26,15
23 31,64
31 31,44
39 43,13
47 33,62
55 45,12
20 3 32,41
(1)

Aug. 28.
Pulversign.
18 51 40,88
59 30,08
19 7 29,97
15 25,07
23 25,56
31 16,05
39 28,55
47 25,64
55 16,04
20 3 23,03
11 25,83

Sept. 6.
Heliotropsign.
(24)
Pulversign.
19 26 52,42
34 50,92
42 47,42

Sept. 6.
19^{h}50 47,62
58 49,42
20 6 50,22
14 53,61
22 53,91
30 47,61
38 55,71
46 41,91

Sept. 7.
Heliotropsign.
15 46 48,88
47 16,88
47 44,88
54 45,58
55 20,68
55 43,88
16 2 47,17
3 17,87
3 46,87
10 45,17
11 17,87
11 45,87
18 50,37
19 20,87
19 53,67
27 21,36
27 55,56
34 41,66
35 13,16
35 42,16
42 43,06
43 13,36

Sept. 7.
16^{h}43′ 40″06
51 36,35
58 33,65
59 6,15
59 37,15
(3)
Pulversign.
19 30 54,09
38 53,78
54 47,28
20 2 52,27
10 55,47
18 50,57
26 59,16
34 52,26
42 58,76
50 53,25
(1)

Sept. 8.
Heliotropsign.
15 49 32,29
50 1,79
50 34,09
57 39,09
58 29,99

Sept. 8.
16^h 6′ 3″59:
13 35,08
14 0,78
14 31,58
21 33,88
22 7,78
22 38,58
29 37,78
30 5,58
30 42,28
37 50,88
38 19,58
38 47,28
45 53,58
46 21,28
46 44,58
53 45,08
54 12,58
54 40,98
17 1 58,57
2 41,57
(2)
Pulversign.
19 34 35,14
42 30,74

Sept. 8.
19^{h}50′ 33″04
58 39,74
20 6 29,24
14 26,83
22 31,03
30 31,93
38 21,53
46 18,73
54 14,53

Sept 9.
Heliotropsign.
(7)
Pulvresign.
19 38 43,03
46 33,53
54 27,83
20 2 23,53
10 27,53
18 25,83
26 21,73
34 25,03
42 16,93
50 17,53
58 11,05

Anmerkungen zu vorstehenden Beobachtungen:

(a) Hier stand ursprünglich 30″31 + 1,2; mit Bewilligung de[s] Herrn Dr. *Goldschmidt* wurde 1″ an seiner Beobachtung geändert.

(b) Hier trat derselbe Fall ein, indem ursprünglich 29″62 + 0,[…] geschrieben war.

(c) Hier stand durch offenbaren Schreibfehler 48″90.

(d) Hier stand durch Schreibfehler 4′.

(e) Neben 36″0 war am Rande bemerkt (32?), was nachhe[r] als vergeblicher Zweifel erkannt wurde.

(f) War durch Verzählen der Chronometer-Schläge ursprüng-lich 20″0 geschrieben.

(g) Durch ähnliches Verzählen war ursprünglich 18″0 geschrieben.

(h) Ich hatte mich um 20 Chronometer-Schläge verzählt und ursprünglich 48″5 aufgeschrieben, was sich aus *Hartmann*[s] Aufzeichnung und Vergleichung der Göttinger Beobachtung als falsch ergab.

(i) War ursprünglich 22″5 geschrieben und dabei bemerkt, daſs vielleicht 10 Schläge verzählt seyen.

(k) War eben so 10″0 geschrieben und der Zweifel angemerkt.

(l) Hier stand durch Verzählen ursprünglich 31′ 57″5.

(m) Es waren 66½ Chronometer-Schläge falsch zu 36″5 reduci[rt] und niedergeschrieben, was aus dem Gedächtniſs später ge-ändert wurde.

§. 7.

Schon bei meinen vorläufigen Berathungen mit *Nicolai* über den Plan der Arbeit war zur Sprache gekommen, daſs [in] dem Endresultat noch ein constanter Fehler enthalten seyn könnte, der von dem Unterschiede der Schätzung verschiedener Beobachter in den Appulsen der zeitbestimmenden Sterne etwa herrührte. Dieses und der weitere Umstand, daſs auch noch zu untersuchen blieb, in wie fern ein ähnlicher Unterschied be[i]

der Signal-Beobachtungen selbst vorgekommen sey, bestimmte mich in den Plan der Arbeit gleich eine demnächstige Reise nach Göttingen und Mannheim mit aufzunehmen, um mein Auge mit dem der dortigen Beobachter zu vergleichen und hierauf am Ende zu reduciren. Zufällig zusammentreffende Verhältnisse erlaubten eine unmittelbare Anknüpfung dieser Untersuchung an das Ende der Signal-Beobachtungen. Ich kann mich hier aber darauf beschränken, blofs die Endresultate anzugeben, da ich alle darauf bezüglichen Einzelnheiten dem Herrn Dr. *Goldschmidt* abgegeben habe, welcher durch unsere deshalbigen Versuche veranlafst, eine selbstständige umfassende Arbeit über diese und mehrere damit verwandte Fragen übernommen hat.

In Göttingen fand sich

für Lichtblitze:

Gauss = *Goldschmidt* + 0″088 aus 292 Beobachtungen des obigen Protocolls,

Gerling = *Goldschmidt* + 0,027 aus 56 Beobh. von Heliotropsignalen an derselben Uhr, woran die Meisner-Signale in Göttingen beobachtet waren.

für Appulse:

Gerling = *Goldschmidt* + 0″195 aus 26 Sterndurchgängen am Passage-Instrument, bei welchen auf jeden Beobachter je 3 Fäden kamen, indem der mittlere Faden während des Wechsels weggelassen wurde. Wir fanden ein ähnliches Resultat auch aus der Beobachtung des von *Gauss* dazu vorgeschlagenen *Kater*schen Feder-Pendels (inverted pendulum), beschlossen aber demnächst dieses nicht mit zu benutzen, weil wir damals noch nicht die nöthigen Vorsichtsmaafsregeln kannten, die dessen sichere Anwendung für diesen Zweck erfordert.

In Mannheim fand sich an der Uhr des Passageinstruments

für Lichtblitze:

Gerling = *Nicolai* + 0″157 aus 308 Beobachtungen an einer entfernten Lampe, die den Pulversignalen ganz ähnliche Erscheinungen gab.

für Appulse:

Gerling = *Nicolai* + 0″783 aus 72 Sterndurchgängen an den fünf Fäden abwechselnd je zu 2 und 3 Fäden beobachtet, und

Gerling = *Nicolai* + 0″681 aus je 190 Beobachtungen des Feder-Pendels, woraus

im Mittel *Gerling* = *Nicolai* + 0″732 gesetzt werden mufs, so lange wenigstens, als es nicht *Goldschmidt* etwa gelingt, die Realität eines Unterschiedes der beiden Methoden aufzufinden.

In Marburg endlich fand ich noch

für Lichtblitze:

Gerling = *Hartmann* + 0″055 aus 267 Beobachtungen an dem Chronometer Kessels 1314.

Für Appulse:

Gerling = *Hartmann* + 0″051 aus je 180 Beobachtungen des Feder-Pendels an einer Halbsecunden-Uhr, die *Hartmann* auf dem Frauenberge bei Sterndurchgängen benutzt hatte.

§. 8.

Zuerst wurden nun also die mit *G* bezeichneten Beobachtungen des Göttinger Protocolls durch Abziehung von 0″09 auf *Goldschmidts* Auge, und ebenso die mit *H* bezeichneten in beiden Frauenberger Protocollen durch Zufügung von 0″06 auf mein Auge reducirt. Sodann wurden die auf den Sternwarten angeschriebenen Sternzeiten in mittlere Zeit übersetzt (durch doppelte Rechnung die Göttinger von *Goldschmidt* und *Hartmann*, die Mannheimer von *Hartmann* und *Fliedner*) und ihnen gleich die Correction beigefügt, die sie sowohl wegen der Zeitbestimmung durch Appulse als wegen der Verschiedenheit der Beobachtung bei den Lichtblitzen erforderten, um auf mein Auge reducirt zu werden. Nämlich

für Göttingen: + 0″027 − 0″195 = − 0″17

und für Mannheim: + 0,157 − 0,732 = − 0,57.

Endlich wurde noch vermittelst des täglichen Ganges meines Chronometers (den ich aus der Vergleichung meiner Uhrzeiten für die Pulversignale mit den Beobachtungen der Sternwarten bis zum 28sten August einschliefslich im Mittel = − 0″54 und hernach = − 0″69 mit aller für den gegenwärtigen Zweck erforderlichen Genauigkeit einstweilen setzen konnte) allen meinen Beobachtungen die kleine Correction beigefügt, die sie auf den Zustand des Chronometers von 7 Uhr Abends reducirte, so dafs, um sie in M. Z. des Frauenbergs auszudrücken, für jeden Tag nur die Beifügung einer Constante übrig blieb, über deren Berechnung ich mich demnächst noch ausführlicher erklären mufs. Letzteres vorbehaltend, kann ich nun die Zusammenstellung der Beobachtungen folgen lassen, denen ich gleich die nöthigen 4 Columnen für die durch Abziehung der einzelnen zusammengehörigen Beobachtungszeiten erhaltenen Werthe des Neben-Resultats (x und y) nebst den ihnen beizufügenden Correctionen (Δx und Δy), wodurch sie auf das definitive Mittel zurückgeführt werden, beisetze; so wie zwei weitere Columnen für die jedesmalige Summe (z) zwei solcher in einer Zeile stehende Differenzen, welche Summe also den aus zweien um etwa 4′ verschiedenen Doppel-Beobachtungen abgeleiteten, um die Zeit-Bestimmung des Frauenbergs ganz unabhängigen Werth des Haupt-Resultats darstellt; nebst der Correction (Δz), wodurch derselbe aufs definitive Mittel gebracht wird.

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δ
Aug. 22.	**Heliotropsignale.**		4′								
5h44′ 8″03	5h41′ 42″78	5h46′ 18″72	35″94	+ 0″25							
44 38,03	42 12,78	46 48,95	36,17	+ 0,02							
45 7,03	42 41,73	47 18,57	36,79	− 0,60							
6 0 6,52	57 41,27	6 2 17,59	36,32	− 0,13							
0 37,52	58 12,27	2 48,71	36,44	− 0,25							
1 7,02	58 41,77	3 18,33	36,56	− 0,37							
	Pulversignale.										
8 32 8,47	8 29 43,22	8 34 19,68	36,46	− 0,27							
40 11,46	37 46,21	42 21,15	(34,94	+ 1,25)							
48 9,96	45 44,71	50 20,74	36,03	+ 0,16							
56 8,95	53 43,70	58 21,62	(37,92	− 1,73)							
9 4 9,95	9 1 44,70	9 6 21,41	36,71	− 0,52							
12 21,45	9 56,20	14 32,16	35,96	+ 0,23							
28 7,94	25 42,69	30 18,76	36,07	+ 0,12							
44 10,24	41 44,99	46 20,93	35,94	+ 0,25							
Aug. 24.	**Heliotropsignale.**										
4 40 43,11	4 38 16,85	4 42 53,89	37,04	− 0,85							
48 44,05	46 17,79	50 53,47	35,68	+ 0,51							
5 4 41,05	5 2 14,79	5 6 50,83	36,04	+ 0,15							
45 6,83	42 40,57	47 16,48	35,91	+ 0,28							
45 36,03	43 9,77	47 46,19	36,42	− 0,23							
53 36,02	51 9,76	55 45,68	35,92	+ 0,27							
6 1 34,52	59 8,26	6 3 44,46	36,20	− 0,01							
	Pulversignale.							1′		5′	
8 32 25,67	8 29 59,41	8 34 34,71	35,30	+ 0,89	8h35′ 35″97	8h33′ 9″71	8h31′ 49″82	19″89	− 0″22	55″19	+
40 25,96	37 59,70	42 35,98	36,28	− 0,09	43 34,46	41 8,20	39 48,71	19,49	+ 0,18	55,77	+
48 25,46	45 59,20	50 35,07	35,87	+ 0,32	51 37,26	49 11,00	47 51,28	19,72	− 0,05	55,59	+
56 24,71	53 58,45	58 34,65	36,20	− 0,01	59 19,95	56 53,69	55 34,11	19,58	+ 0,09	55,78	+
9 4 24,95	9 1 58,69	9 6 34,83	36,14	+ 0,05	7 11,95	4 45,69	3 26,33	19,36	+ 0,31	55,50	+
12 22,95	9 56,69	14 33,02	36,33	− 0,14							
20 24,25	17 57,99	22 33,99	36,00	+ 0,19	23 1,64	20 35,38	19 15,71	19,67	0,00	55,67	+
28 24,94	25 58,68	30 34,68	36,00	+ 0,19	31 3,94	28 37,68	27 18,19	19,49	− 0,18	55,49	+
36 24,14	33 57,88	38 33,67	35,79	+ 0,40	38 57,74	36 31,48	35 11,59	19,89	+ 0,22	55,68	+
44 24,94	41 58,68	46 34,14	35,46	+ 0,73							
Aug. 25.	**Heliotropsignale.**										
4 7 44,56	4 5 17,79	4 9 53,32	35,53	+ 0,66							
8 14,56	5 47,79	10 24,04	36,25	− 0,06							
8 44,36	6 17,59	10 53,16	35,57	+ 0,62							
15 43,56	13 16,79	17 52,81	36,02	+ 0,17							
16 14,76	13 47,99	18 23,62	35,63	+ 0,56							
16 42,56	14 15,79	18 52,54	36,75	− 0,56							
23 53,06	21 26,29	26 2,96:	36,67	− 0,48							
24 42,56	22 15,79	26 52,03	36,24	− 0,05							
31 42,06	29 15,29	33 51,07	35,78	+ 0,41							
32 11,76	29 44,99	34 21,21	36,22	− 0,03							
32 41,26	30 14,49	34 50,91	36,42	− 0,23							
39 40,55	37 13,78	41 50,06	36,28	− 0,09							
40 11,55:	37 44,78	42 20,68	35,90	+ 0,29							
40 40,55	38 13,78	42 50,60	36,82	− 0,63							
47 40,25	45 13,48	49 49,74	36,26	− 0,07							

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Aug. 25.	Heliotropsignale.										
4h38' 10"55	4h 45' 43"78	5h 50' 20"46	36"68	−0"49							
46 39,55	46 12,78	50 49,37	36,59	−0,40							
55 39,55	53 12,78	57 49,03	36,25	−0,06							
5 3 39,25	5 1 12,48	5 5 47,92	35,44	+0,75							
4 10,05	1 43,28	6 18,93	35,65	+0,54							
4 38,55	2 11,78	6 47,85	36,07	+0,12							
11 37,54	9 10,77	13 47,59	36,82	−0,63							
12 8,54	9 41,77	14 17,61	35,84	+0,35							
12 37,54	10 10,77	14 47,53	36,76	−0,57							
20 37,54	18 10,77	22 46,32:	35,55	+0,64	5h 22' 33"03	5h 20' 6"26	5h 18' 46"22	20"04	−0"37	55"59	+0"27
27 36,53	25 9,76	29 45,96	36,20	−0,01	30 31,03	28 4,26	26 44,40	19,86	−0,19	56,06	−0,20
					30 54,03	28 27,26	27 7,54	19,72	−0,05		
					31 34,03	29 7,26	27 47,43	19,83	−0,16		
36 36,53	34 9,76	38 45,28	35,52	+0,67							
43 35,03	41 8,26	45 44,34	36,08	+0,11							
44 5,83	41 39,06	46 15,05	35,99	+0,20							
51 34,03	49 7,26	53 43,21	35,95	+0,24							
52 4,53	49 37,76	54 13,93	36,17	+0,02							
52 34,03	50 7,26	54 43,15	35,89	+0,30							
59 33,02	57 6,25	6 1 42,60	36,35	−0,16							
6 0 4,22	57 37,45	2 12,81	(35,36	+0,83)							
0 33,22	58 6,45	2 42,54	36,09	+0,10							
	Pulversignale.				8 28 18,47	8 25 51,70	8 24 32,04	19,66	+0,01		
8 31 35,27	8 29 8,50	8 33 44,46	35,96	+0,23	36 9,97	33 43,20	32 23,24	19,96	−0,29	55,92	−0,06
39 16,96	36 50,19	41 26,39	36,20	−0,01	44 5,96	41 39,19	40 19,63	19,56	+0,11	55,76	+0,10
47 16,76	44 49,99	49 26,27	36,28	−0,09	52 4,46	49 37,69	48 17,62	20,07	−0,40	56,35	−0,49
55 16,45	52 49,68	67 25,75	36,07	+0,12	9 0 3,46	57 36,68	56 17,29	19,39	+0,28	55,46	+0,40
9 3 21,25	9 0 54,48	9 5 29,72	35,24	+0,95	7 57,45	9 5 30,68	9 4 11,50	19,18	+0,49	54,42	+1,44
11 14,95	8 48,18	13 24,02	35,84	+0,35	15 53,95	13 27,18	12 7,88	19,30	+0,37	55,14	+0,72
19 14,95	16 48,18	21 24,01	35,83	+0,36	24 0,44	21 33,67	20 14,14	19,53	+0,14	55,36	+0,50
27 14,54	24 47,77	29 23,68	35,91	+0,28	31 49,94	29 23,17	28 3,26	19,91	−0,24	55,82	+0,04
35 13,74	32 46,97	37 23,07	36,10	+0,09	39 46,24	37 19,47	35 59,74	19,73	−0,06	55,83	+0,03
43 11,44	40 44,67	45 20,75	36,08	+0,11	47 38,94	45 12,17	43 52,44	19,73	−0,06	55,81	+0,05
Aug. 26.	Heliotropsignale.										
4 6 42,13:	4 4 14,86	4 8 51,18	36,32	−0,13							
7 13,13:	4 45,86	9 21,90	36,04	+0,15							
	Pulversignale.				5 31 20,53	5 28 53,26	5 27 34,27	18,99	+0,68		
8 38 30,52	8 36 3,25	8 40 36,10	(32,85	+3,34)	8 35 54,47	8 33 27,20	8 32 7,11	20,09	−0,42		
46 28,96	44 1,69	48 37,88	36,19	0,00	43 50,96	41 23,69	40 4,50	19,19	+0,48		
54 27,45	52 0,18	56 36,57	36,39	−0,20	51 55,96	49 28,69	48 8,46	20,23	−0,56	56,42	−0,56
9 2 31,95	9 0 4,68	9 4 41,03	36,35	−0,16	59 43,45:	57 16,18	55 56,68	19,50	+0,17	55,89	−0,03
10 30,45	8 3,18	12 38,93	35,75	+0,44	9 7 47,95	9 5 20,68	9 4 0,85	19,83	−0,16	56,18	−0,32
18 28,45	16 1,18	20 37,60	36,42	−0,23	15 46,31	13 19,04	11 59,34	19,70	−0,03	55,45	+0,41
26 35,94	24 8,67	28 43,48	(34,81	+1,38)	23 56,44	21 29,17	20 9,69	19,48	+0,19	55,90	−0,04
34 29,94	32 2,67	36 39,67:	(37,00	−0,81)	31 45,94	29 18,67	27 58,89	19,78	−0,11		
42 29,94	40 2,67	44 39,55	36,88	−0,69	39 55,44	37 28,17	36 9,05	19,12	+0,55		
50 31,44	48 4,17	52 40,43	36,26	−0,07	47 42,24	45 14,97	43 55,06	19,91	−0,24	56,79	−0,93
Aug. 28.	Pulversignale.				8 28 11,47	8 25 43,18	8 24 23,49	19,69	−0,02		
8 30 37,97	8 28 9,68	8 32 45,75	36,07	+0,12	35 59,47	33 31,18	32 11,41	19,77	−0,10	55,84	+0,02
38 38,96	36 10,67	40 46,42	35,75	+0,44	43 57,46	41 29,17	40 9,99	19,18	+0,49	54,93	+0,93
46 38,46	44 10,17	48 46,21	36,04	+0,15	51 51,96	49 23,67	48 3,80	19,87	−0,20	55,91	−0,05
54 39,45	52 11,16	56 46,98	35,82	+0,37	59 50,95	57 22,66	56 2,97	19,69	−0,02	55,51	+0,35

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Aug. 28.		**Pulversignale.**									
9^h 2′ 39″45	9^h 0′ 11″16	9^h 4′ 46″77	35″61	+ 0″58	9^h 7′ 39″95	9^h 5′ 11″66	9^h 3′ 52″18	19″48	+ 0″19	55″09	+0″
10 38,45	8 10,16	12 46,05	35,89	+ 0,30	15 50,95	13 22,66	12 3,33	19,33	+ 0,34	55,22	+ 0,6
18 38,95	16 10,66	20 46,83	36,17	+ 0,02	23 47,14	21 18,85	19 59,12	19,73	— 0,06	55,90	— 0,0
26 39,94	24 11,65	28 46,81:	(35,16	+ 1,03)	31 36,44	29 8,15	27 48,24	19,91	— 0,24		
34 39,74	32 11,45	36 47,20	35,75	+ 0,44	39 41,94	37 13,65	35 53,90	19,75	— 0,08	55,50	+ 0,
42 39,44	40 11,15	44 46,88	35,73	+ 0,46	47 42,94	45 14,65	43 55,38	19,27	+ 0,40	55,00	+ 0,
50 40,14	48 11,85	52 47,66	35,81	+ 0,38							
Sept. 6.		**Heliotropsignale.**									
4 5 33,89	4 2 58,41	4 7 33,80	35,39	+ 0,80							
6 4,09	3 28,61	8 3,92	35,31	+ 0,88							
6 33,09	3 57,61	8 33,53	35,92	+ 0,27							
14 2,58	11 27,10	16 3,00	35,90	+ 0,29							
14 32,08	11 56,60	16 33,01	36,41	— 0,22							
5 1 27,06	58 51,58	5 3 27,79	36,21	— 0,02							
1 57,86	59 22,38	3 58,41	36,03	+ 0,16							
2 27,06	59 51,58	4 27,42	35,84	+ 0,35							
9 26,05	5 6 50,57	11 26,17	35,60	+ 0,59							
9 56,55	7 21,07	11 57,09	36,02	+ 0,17							
10 26,55	7 51,07	12 26,30	35,23	+ 0,96							
17 25,05	14 49,57	19 26,96	36,39	— 0,20							
17 52,55	15 17,07	19 55,77	(38,70	— 2,51)							
18 25,05	15 49,57	20 25,59	36,02	+ 0,17							
26 24,54	23 49,06	28 24,78	35,72	+ 0,47							
		Pulversignale.									
8 23 34,96	8 20 59,48	8 25 36,17	36,69	— 0,50	8 28 0,46	8 25 24,98	8 24 6,09	18,89	+ 0,78	55,58	+ 0,
31 35,16	28 59,68	33 35,35	35,67	+ 0,52	35 58,46	33 22,98	32 3,28	19,70	— 0,03	55,37	+ 0,
39 35,45	36 59,97	41 35,84	35,87	+ 0,32	43 53,45	41 17,97	39 58,48	19,49	+ 0,18	55,36	+ 0,
47 41,45	45 5,97	49 42,19	36,22	— 0,03	51 52,45	49 16,97	47 57,37	19,60	+ 0,07	55,82	+ 0,
					59 52,94	57 17,46	55 57,86	19,60	+ 0,07		
9 3 34,24	9 0 58,76	9 6 34,69	35,93	+ 0,26	9 7 52,44	9 5 16,96	9 3 57,35	19,61	+ 0,06	55,54	+ 0,
11 32,94	8 57,46	13 33,77	36,31	— 0,12	15 54,94	13 19,46	11 59,42	20,04	— 0,37	56,35	— 0,
19 33,14	16 57,66	21 33,95	36,29	— 0,10	23 53,43	21 17,95	19 58,41	19,54	+ 0,13	55,83	+ 0,
27 32,43	24 56,95	29 32,93	35,98	+ 0,21	31 46,43	29 10,95	27 50,81	20,14	— 0,47	56,12	— 0,
35 33,13	32 57,65	37 33,61	35,96	+ 0,23	39 53,42	37 17,94	35 57,59	20,35	— 0,68	56,31	— 0,
43 33,42	40 57,94	45 33,89	35,95	+ 0,24	47 37,92	45 2,44	43 42,51	19,93	— 0,26	55,88	— 0,
Sept. 7.		**Heliotropsignale.**									
4 1 35,09	3 58 58,81	4 3 38,94	(40,13	— 3,94)							
2 7,89	59 31,61	4 8,76	37,15	— 0,96							
9 8,08	4 6 31,80	11 8,01	36,21	— 0,02							
9 38,08	7 1,80	11 38,33	36,53	— 0,34							
10 7,68	7 31,40	12 8,45	37,05	— 0,86							
25 38,07	23 1,79	27 37,50	35,71	+ 0,48							
26 7,07	23 30,79	28 7,11	36,32	— 0,13							
33 6,57	30 30,29	35 6,77	36,48	— 0,29							
33 37,57	31 1,29	35 37,78	36,49	— 0,30							
34 7,57	31 31,29	36 7,70:	36,41	— 0,22							
41 6,56:	38 30,28	43 6,44	36,16	+ 0,03	4 44 39,06	4 42 2,78	4 40 42,70	20,08	— 0,41	56,24	— 0
41 36,62	39 0,34	43 37,06	36,72	— 0,53	45 7,06	42 30,78	41 10,62	20,16	— 0,49	56,88	— 1
42 6 56	39 30,28	44 6,77	36,49	— 0,30	45 34,56	42 58,28	41 38,55	19,73	— 0,06	56,22	— 0
49 6,06	46 29,78	51 6,13	36,35	— 0,16	52 34,06	49 57,78	48 38,10	19,68	— 0,01	56,08	— 0
49 36,36	47 0,08	51 36,25	36,17	+ 0,02	53 8,56	50 32,28	49 13,11	19,17	+ 0,50	55,34	+ 0
50 5,56	47 29,28	52 5,86	36,58	— 0,39	53 32,06	50 55,78	49 36,24	19,54	+ 0,13	56,12	— 0

Meisner-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Göttingen. Mittl. Zeit.	x	Δx	Feldberg-Signale. Frauenberg. Uhrzeit.	Frauenberg. Mittl. Zeit.	Mannheim. Mittl. Zeit.	y	Δy	z	zΔ
Sept. 7.	**Heliotropsignale.**										
17 6″06	4ʰ54′29″78	4ʰ59′ 5″91	36″13	+ 0″06	5ʰ 0′34″56	4ʰ57′58″28	4ʰ56′38″37	19″91	— 0″24	56″04	— 0″18
57 36,06	54 59,78	59 36,62	36,84	— 0,65	1 5,06	58 28,78	57 8,99	19,79	— 0,12	56,63	— 0,77
58 5,56	55 29,28	5 0 5,64	36,36	— 0,17	1 33,56	58 57,28	57 37,92	19,36	+ 0,31	55,72	+ 0,14
5 3 5,12	5 2 28,84	7 5,20	36,36	— 0,17	8 30,55	5 5 54,27	5 4 35,07	19,20	+ 0,47	55,56	+ 0,30
5 35,56	2 59,28	7 36,01	36,73	— 0,54	9 3,55	6 27,27	5 7,68	19,59	+ 0,08	56,32	— 0,46
6 4,56	3 28,28	8 5,33:	(37,05	— 0,86)	9 31,55	6 55,27	5 35,61	19,66	+ 0,01		
13 5,85	10 29,57	15 5,18	35,61	+ 0,58	16 35,05	13 58,77	12 38,95	19,82	— 0,15	55,43	+ 0,48
13 35,05	10 58,77	15 35,30	36,53	— 0,34	17 5,55	14 29,27	13 9,37	19,90	— 0,23	56,43	— 0,57
14 5,05	11 28,77	16 5,01	36,24	— 0,05	17 38,05	15 1,77	13 42,08	19,69	— 0,02	55,93	— 0,07
21 4,55	18 28,27	23 4,96	36,69	— 0,50							
21 35,05	18 58,77	23 35,07	36,30	— 0,11	25 5,04	22 28,76	21 8,55	20,21	— 0,54	56,51	— 0,65
22 4,55	19 28,27	24 4,59	36,32	— 0,13	25 36,54	23 0,26	21 42,65	(17,61	+ 2,06)		
29 4,04	26 27,76	31 4,34	36,58	— 0,39	32 24,54	29 48,26	28 27,64	20,62	— 0,95	57,20	— 1,34
29 34,54	26 58,26	31 34,36	36,10	+ 0,09	32 54,54	30 18,26	28 59,05	19,21	+ 0,46	55,31	+ 0,55
30 4,34	27 27,96	32 4,28	36,32	— 0,13	33 24,04	30 47,76	29 27,98	19,78	— 0,11	56,10	— 0,24
37 3,54	34 27,26	39 3,52	36,26	— 0,07	40 22,54	37 46,26	36 27,72	18,54	+ 1,13	54,80	+ 1,06
37 34,04	34 57,76	39 33,64	35,88	+ 0,31	40 52,04	38 15,76	36 57,94	(17,82	+ 1,85)		
38 3,54	35 27,26	40 3,75	36,49	— 0,30	41 20,54	38 44,26	37 24,57	19,69	— 0,02	56,18	— 0,32
45 33,10	42 56,82	47 33,82	37,00	— 0,81							
46 2,60	43 26,32	48 3,04	36,72	— 0,53	49 15,04	46 38,76	45 19,55	19,21	+ 0,46	55,93	— 0,07
53 2,53	50 26,25	55 2,58	36 33	— 0,14	56 11,53	53 35,25	52 15,72	19,53	+ 0,14	55,86	0,00
53 32,53	50 56,25	55 32,70	36,45	— 0,26	56 44,03	54 7,75	52 48,13	19,62	+ 0,05	56,07	— 0,21
54 3,03	51 26,75	56 3,02	36,27	— 0,08	57 14,83	54 38,55	53 19,04	19,51	+ 0,16	55,78	+ 0,08
	Pulversignale.										
24 7,46	8 21 31,18	8 26 6,69	35,51	+ 0,68	8 28 6,96	8 25 30,68	8 24 11,19	19,49	+ 0,18	55,00	+ 0,86
32 7,76	29 31,48	34 8,67	37,19	— 1,00	36 5,96	33 29,68	32 9,58	20,10	— 0,43	57,29	— 1,43
40 7,95	37 31,67	42 8,05	36,38	— 0,19							
48 8,65	45 32,37	50 8,63	36,26	— 0,07	51 56,95	49 20,67	48 0,47	20,20	— 0,53	56,46	— 0,60
56 8,44	53 32,16	58 8,01	35,85	+ 0,34	59 59,94	57 23,66	56 4,14	19,52	+ 0,15	55,37	+ 0,49
4 9,24	9 1 32,96	9 6 9,69	36,73	— 0,54	9 8 1,64	9 5 25,36	9 4 6,02	19,34	+ 0,33	56,07	— 0,21
12 10,44	9 34,16	14 10,28	36,12	+ 0,07	15 55,94	13 19,66	11 58,83	20,83	— 1,16	56,95	— 1,09
20 9,94	17 33,66	22 10,15	36,49	— 0,30	24 3,43	21 27,15	20 7,08	20,07	— 0,40	56,56	— 0,70
28 10,93	25 34,65	30 11,43	36,78	— 0,59	31 55,23	29 18,95	27 58,89	20,06	— 0,39	56,84	— 0,98
36 10,73	33 34,45	38 10,61	36,16	+ 0,03	39 59,62	37 23,34	36 4,06	19,28	+ 0,39	55,44	+ 0,42
44 12,12	41 35,84	46 11,79	35,95	+ 0,24	47 53,42	45 17,14	43 57,26	19,88	— 0,21	55,83	+ 0,03
Sept. 8.	**Heliotropsignale.**										
0 1,59	3 57 24,51	4 2 0,71	36,20	— 0,01							
0 31,59	57 54,51	2 30,53	36,02	+ 0,17							
7 30,09	4 4 53,01	9 29,18	36,17	+ 0,02							
8 0,58	5 23,50	9 59,89	36,39	— 0,20							
8 30,08	5 53,00	10 29,51	36,51	— 0,32							
15 29,88	12 52,80	17 28,96	36,16	+ 0,03							
16 0,38	13 23,30	17 59,48	36,18	+ 0,01							
16 30,08	13 53,00	18 29,29	36,29	— 0,10							
23 29,47	20 52,39	25 29,04	36,65	— 0,46							
24 0,07	21 22,99	25 59,17	36,18	+ 0,01							
24 29,57	21 52,49	26 28,78	36,29	— 0,10							
31 29,27	28 52,19	33 27,93	35,74	+ 0,45							
31 59,57	29 22,49	33 58,74	36,25	— 0,06							
32 29,07	29 51,99	34 27,97	35,98	+ 0,21							
39 28,56	36 51,48	41 27,71	36,23	— 0,04	4 43 25,06	4 40 47,98	4 39 29,76	(18,22	+ 1,45)		
39 59,06	37 21,98	41 58,43	36,45	— 0,26	43 55,56	41 18,48	39 59,17	19,31	+ 0,36	55,76	+ 0,10
40 28,56	37 51,48	42 27,65	36,17	+ 0,02	44 27,56	41 50,48	40 31,38	19,10	+ 0,57	55,27	+ 0,59

Meisner-Signale.					Feldberg-Signale.						
Frauenberg.		Göttingen.			Frauenberg.		Mannheim.				
Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Mittl. Zeit.	x	Δx	Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Mittl. Zeit.	y	Δy	z	Δz
Sept. 8.											
4h 47′ 28″12	4h 44′ 51″04	4h 49′ 27″10	36″06	+ 0″13	4h 51′ 32″62	4h 48′ 55″54	4h 47′ 35″23	20″31	— 0″64	56″87	— 0″5
47 58,62	45 21,54	49 57,62	36,08	+ 0,11							
48 28,12	45 51,04	50 27,13	36,09	+ 0,10	52 23,62	49 46,54	48 25,98	20,56	— 0,89	56,65	— 0,7
55 27,42	52 50,34	57 26,18	55,84	+ 0,35	59 55,12	57 18,04	55 58,35:	19,69	— 0,02	55,53	+ 0,3
55 57,62	53 20,54	57 56,79	36,25	— 0,06							
56 27,62	53 50,54	58 26,71	36,17	+ 0,02							
					5 7 25,06	5 4 47,98	5 3 28,61	19,37	+ 0,30		
					7 50,55	5 13,47	3 54,24	19,23	+ 0,44		
					8 21,55	5 44,47	4 24,95	19,52	+ 0,15		
5 11 26,25	5 8 49,17	5 13 25,74	36,57	— 0,38	15 22,55	12 45,47	11 26,09	19,38	+ 0,29	55,95	— 0,0
11 57,05:	9 19,97	13 56,16	36,19	0,00	15 56,55	13 19,47	11 59,90	19,57	+ 0,10	55,76	+ 0,1
12 26,45	9 49,37	14 25,48	36,11	+ 0,08	16 27,55	13 50,47	12 30,62	19,85	— 0,18	55,96	— 0,1
19 25,65	16 48,57	21 24,93	36,36	— 0,17	23 25,54	20 48,46	19 28,67	19,79	— 0,12	56,15	— 0,2
19 55,05	17 17,97	21 55,45	(37,48	— 1,29)	23 52,54	21 15,46	19 56,39	19,07	+ 0,60		
20 25,55	17 48,47	22 24,77	36,30	— 0,11	24 29,54	21 52,46	20 23,00	19,46	+ 0,21	55,76	+ 0,1
27 25,04	24 47,96	29 23,92	35,96	+ 0,23	31 37,10	29 0,02	27 40,42	19,60	+ 0,07	55,56	+ 0,3
27 55,54	25 18,46	29 54,63	36,17	+ 0,02	32 7,60:	29 30,52	28 9,05	(21,47	— 1,80)		
28 24,54	25 47,46	30 23,75	36,29	— 0,10	32 38,30:	29 56,22	28 36,68	19,54	+ 0,13	55,83	+ 0,0
35 24,40	32 47,32	37 23,49	36,17	+ 0,02	39 32,10	36 55,02	35 41,82	(13,20	+ 6,47)		
35 55,10	33 18,02	37 54,01	35,99	+ 0,20	40 6,40	37 29,32	36 9,44	19,88	— 0,21	55,87	— 0,0
36 24,60	33 47,52	38 23,73	36,21	— 0,02	40 29,10	37 52,02	36 32,67	19,35	+ 0,32	55,56	+ 0,3
					47 29,04	44 51,96	43 32,02	19,94	— 0,27		
43 55,04	41 17,96	45 53,60	35,64	+ 0,55	47 56,04	45 18,96	43 59,44	19,52	+ 0,15	55,16	+ 0,7
					48 25,54	45 48,46	44 27,77	20,69	— 1,02		
51 23,04	48 45,96	53 22,27	36,31	— 0,12	55 41,53:	53 4,45	51 44,16	20,29	— 0,62	56,60	— 0,7
51 53,04	49 15,96	58 52,30	36,34	— 0,15	56 23,53	53 46,45	52 27,03	19,42	+ 0,25	55,76	+ 0,1
Pulversignale.											
8 23 26,46	8 20 49,38	8 25 23,90	(34,52	+ 1,67)	8 27 52,46	8 25 15,38	8 23 55,73	19,65	+ 0,02		
31 25,46	28 48,38	33 24,58	36,20	— 0,01	35 46,96	33 9,88	31 50,03	19,85	— 0,18	56,05	— 0,1
39 25,75	36 48,67	41 24,56	35,89	+ 0,30	43 47,65	41 10,57	39 51,01	19,56	+ 0,11	55,45	+ 0,4
47 26,15	44 49,07	49 25,04	35,97	+ 0,22	51 52,95	49 15,87	47 56,38	19,49	+ 0,18	55,46	+ 0,4
56 26,14	52 49,06	57 25,63	36,57	— 0,38	59 41,44	57 4,36	55 44,61	19,75	— 0,08	56,32	— 0,4
9 3 26,44	9 0 49,36	9 5 25,91	36,55	— 0,36	9 7 37,74	9 5 0,66	9 3 40,89	19,77	— 0,10	56,82	— 0,4
11 28,94	8 51,86	13 27,78	35,92	+ 0,27	15 40,44	13 3,36	11 43,77	19,59	+ 0,08	55,51	+ 0,
19 28,44	16 51,36	21 27,48	36,12	+ 0,07	23 40,23	21 3,15	19 43,36	19,79	— 0,12	55,91	— 0,0
27 27,33	24 50,25	29 26,06	35,81	+ 0,38	31 28,43	28 51,35	27 31,68	19,67	0,00	55,48	+ 0,
35 26,73	32 49,65	37 25,63	35,98	+ 0,21	39 24,42	36 47,34	35 27,58	19,76	— 0,09	55,74	+ 0,
43 28,42	40 51,34	45 26,42	35,08	+ 1,11	47 18,92	44 41,84	43 22,07	19,77	— 0,10	54,85	+ 1,
Sept. 9.	Heliotropsignale.										
3 59 14,59	3 56 36,71	4 1 13,14	36,43	— 0,24							
59 45,09	57 7,21	1 43,66	36,45	— 0,26							
4 0 14,09	57 36,21	2 12,58	36,37	— 0,18							
7 45,58	4 5 7,70	9 44,34	36,64	— 0,45							
8 14,58	5 36,70	10 12,67	35,97	+ 0,22							
15 14,64	12 36,76	17 13,21	36,45	— 0,26							
15 45,08	13 7,20	17 43,62	36,42	— 0,23							
16 14,08	13 36,20	18 12,24	36,04	+ 0,15							
23 14,07	20 36,19	25 12,90	36,71	— 0,52							
23 44,57	21 6,69	25 43,11	36,42	— 0,23							
24 14,07	21 36,19	26 12,73	36,54	— 0,35							
31 14,27	28 36,39	33 12,39	36,00	+ 0,19							
31 44,77	29 6,89	33 42,80	35,91	+ 0,28							
32 13,57	29 35,69	34 12,01	36,32	— 0,13							

Meisner-Signale.					Feldberg-Signale.						
Frauenberg.		Göttingen.			Frauenberg.		Mannheim.				
Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Mittl. Zeit.	x	Δx	Uhrzeit.	Mittl. Zeit.	Mittl. Zeit.	y	Δy	s	Δs
Sept. 9.	Heliotropsignale.										
4h 39′ 12″06	4h 36′ 34″18	4h 41′ 12″25	(38″07	— 1″88)							
39 44,56	37 6,68	41 42,87	36,19	0,00							
40 13,56	37 35,68	42 12,09	36,41	— 0,22							
47 12,86	44 34,98	49 11,84	36,86	— 0,67							
47 44,06	45 6,18	49 42,56	36,38	— 0,19							
48 13,56	45 35,68	60 11,88	36,20	— 0,01							
55 12,56	52 34,68	57 11,62:	36,94	— 0,75							
56 12,86	53 34,98	58 11,76	36,78	— 0,59							
5 3 13,12	5 0 35,24	5 5 11,41	36,17	+ 0,02							
3 43,82	1 5,94	5 42,12	36,18	+ 0,01							
4 12,72	1 34,84	6 10,84	36,00	+ 0,19							
11 12,71	8 34,83	13 10,99	36,16	+ 0,03							
11 43,01	9 5,13	13 41,61	36,38	— 0,19							
12 12,11	9 34,23	14 10,63	36,40	— 0,21							
35 11,54	32 33,66	37 9,74	36,08	+ 0,11							
35 41,54	33 3,66	37 39,86	36,20	— 0,01							
36 10,54:	33 32,66	38 9,77	(37,11	— 0,92)							
43 11,04	40 33,16	45 9,22	36,06	+ 0,13							
43 41,04	41 3,16	46 39,24	36,08	+ 0,11							
44 11,04	41 33,16	46 9,26	36,10	+ 0,09							
51 10,54	48 32,66	53 9,31	36,65	— 0,46							
51 405 4	49 2,66	63 39,22	36,56	— 0,37							
52 10,74	49 32,86	54 9,14	36,28	— 0,09							
	Pulversignale.										
24 21,46	8 21 43,58	8 26 19,95	36,38	— 0,19	8h 28′ 4″96	8h 25′ 27″08	8h 24′ 7″04	20″04	— 0″37	56″42	— 0″56
32 19,76	29 41,88	34 20,05	(38,17	— 1,98)	35 53,96	33 16,08	31 56,25	19,83	— 0,16		
40 19,95	37 42,07	42 18,83	36,76	— 0,57	43 46,45	41 8,57	39 49,26	19,31	+ 0,36	56,07	— 0,21
48 20,95	45 43,07	50 19,91	36,84	— 0,65	51 40,45	49 2,57	47 43,66	18,91	+ 0,76	65,75	+ 0,11
56 21,44	63 43,56	58 20,26	36,70	— 0,61	59 43,94	57 6,06	65 46,34	19,72	— 0,05	66,42	— 0,56
4 21,64	9 1 43,76	9 6 20,37	36,61	— 0,42	9 7 41,14	9 5 3,26	9 3 43,34	19,92	— 0,25	56,53	— 0,67
12 21,94	9 44,06	14 20,16	36,10	+ 0,09	15 35,44	12 57,56	11 37,94	19,62	+ 0,05	55,72	+ 0,14
20 22,44	17 44,56	22 20,83	36,27	— 0,08	23 37,43	20 59,55	19 39,92	19,63	+ 0,04	55,90	— 0,04
28 22,13	25 44,25	30 20,32	36,07	+ 0,12	31 28,23	28 50,35	27 30,63	19,82	— 0,15	55,89	— 0,03
36 22,43	33 44,55	38 21,19	36,64	— 0,45	39 27,32	36 49,44	35 29,82	19,62	+ 0,05	56,26	— 0,40
44 22,42	41 44,54	46 20,78	36,24	— 0,05	47 19,42	44 41,54	43 22,02	19,52	+ 0,15	55,76	+ 0,10

§. 9.

Für die Zeitbestimmung auf dem Frauenberge hatte ich das Fernrohr eines zehnzolligen *Breithaupt*schen Theodoliten durch eine angemessene Aufstellung in ein Passageinstrument umzuwandeln gesucht, an welchem Herr *Hartmann* Sonnendurchgänge beobachtete. Leider hatte aber (höchstwahrscheinlich durch die späte Vollendung des dazu bestimmten Steinpostaments und das deshalb immer noch fortdauernde Nachgeben seines Fundaments) die Aufstellung nicht die gehörige Festigkeit, was sich zunächst an den Beobachtungen der Libelle kund gab. Eine demungeachtet unternommene ganz streng durchgeführte Discussion der Beobachtungen zeigte, obwohl durch eine rühmliche Probe von Herrn *Hartmanns* Sorgfalt und Geschicklichkeit sich ergab, dafs sie wenigstens nichts zur Verbesserung einer aus correspondirenden Sonnenhöhen *) gewonnenen Zeitbestimmung beitragen konnten, und erschien es also als das vortheilhafteste sie ganz wegzulassen.

*) Ich nehme dieselben seit einigen Jahren mit dem *Steinheil*schen Prismenkreis, nach der Nr. 247 S. 108 angegebenen Methode, und mit dem verquickten Horizont, für dessen Wiedereinführung gewifs jeder, der durch Sonnenhöhen seine Zeit bestimmen mufs, dem Herausgeber dieser Zeitschrift herzlichen Dank zollt. Nur eine Veränderung habe ich an letzterem anzubringen zweckmäfsig gefunden. Ich lasse nämlich die Kupferplatte mit feinem (16löthigem) Silber doubliren, welches mich von dem Verkehr mit dem widrigen Kupfer-Amalgam befreit, und die geringen Kosten bald wieder reichlich dadurch vergütet, dafs das stete Reinigen des gebrauchten Quecksilbers wegfällt, ohne dafs in der Güte oder Bequemlichkeit des Horizonts an sich irgend etwas geändert wird.

Die nun noch allein dastehenden Sonnenhöhen (73 Paare) gaben mir 6 Bestimmungen des Chronometer-Standes gegen M. Z. zwischen dem 21sten Aug. und 10ten Septbr., aus welchen die den Uhrzeiten beizufügenden Constanten für die 9 Beobachtungs-Tage zu interpoliren waren. Da ich nun schon ohnehin wufste, dafs der *Kessel*sche Chronometer einen viel zu genauen Gang hat, als dafs sich seine kleinen Schwankungen durch andere als die allervollkommensten Beobachtungsmittel finden liefsen; so beschlofs ich diesen Gang erst allein, unabhängig von meinen Sonnenhöhen, möglichst scharf auszumitteln, dadurch meine sechs Bestimmungen erst auf eine Normal-Bestimmung zurückzuführen, und von dieser dann zu den einzelnen Beobachtungstagen wieder auszugehen. (Auf ähnliche Weise wie man in älterer Zeit anrieth den Gang der Uhr unabhängig von den Bestimmungen des Standes durch Sternverschwindungen zu suchen.)

Ich fing also damit an meine sämmtlichen schon vorläufig auf 7 Uhr reducirten Uhrzeiten (mit Weglassung einiger wenigen zweifelhaften) von den mittleren Zeiten der Sternwarten abzuziehen, hieraus für jeden Beobachtungs-Tag das Mittel zu nehmen, und aus diesen Mitteln den täglichen Gang vom 28sten August aus zu bestimmen. Dies gab mir folgendes Täfelchen:

	Gött. M.Z. — Chron.	Tägl. Gang.	Chron. — Mnh. M. Z.	Tägl. Gang.
Aug. 22	2′ 11″054	— 0″580		
24	9,774	— 0,550	3′ 45″896	— 0″500
25	9,299	— 0,576	46,468	— 0,476
26	8,949	— 0,688	46,890	— 0,503
28	7,574		47,896	
Sept. 6	0,473	— 0,789	55,197	— 0,811
7	0,124	— 0,746	55,885	— 0,799
8	1 59,064	— 0,774	56,720	— 0,802
9	58,572	— 0,750	57,511	— 0,801

woraus unzweifelhaft erhellt, dafs der Chronometer in den kalten und stürmischen Tagen, die auf den 28sten August folgten, seinen Gang um eine Kleinigkeit geändert hat, dafs dagegen innerhalb der beiden Perioden der Gang als constant betrachtet werden mufs. Ich behandle also die 17 Bedingungsgleichungen mit 4 unbekannten Gröfsen, welche aus obigem Täfelchen sich ergeben, nach der Methode der kleinsten Quadrate und finde

Gang bis zum 28sten August	— 0″50581
—— nach dem —— ——	— 0,79963

woraus beiläufig erhellt, dafs meine vorläufigen Reductionen der Uhrzeit auf 7 Uhr keiner weitern Correction mehr bedürfen.

Die für die erste und dritte Columne des Täfelchens hiernach sich ergebenden Correctionen sind:

Aug. 22.	— 0″143	
24.	+ 0,125	+ 0″010
25.	+ 0,094	— 0,056
26.	— 0,061	+ 0,027
28.	+ 0,302	+ 0,033
Sept. 6.	+ 0,206	— 0,071
7.	— 0,244	+ 0,040
8.	+ 0,016	+ 0,005
9.	— 0,292	+ 0,014

woraus die mittlern Fehler 0,19 und 0,04 folgen, deren Kleinheit nichts zu wünschen übrig läfst.

Meine Sonnenhöhen geben nun für 7 Uhr Abends:

	M.Z. — Kessels	Gew.	für Aug. 28	Corr.
Aug. 21.	— 2′ 25″41	6	— 2′ 28″95	+ 0″664
26.	— 2 27,13	12	28,14	— 0,146
Sept. 5.	— 2 34,23	12	27,83	— 0,456
7.	— 2 35,37	13	27,37	— 0,916
9.	— 2 38,38	14	28,78	+ 0,494
10.	— 2 39,20	16	28,80	+ 0,514

Mit Rücksicht auf das Gewicht ergiebt sich daraus für den 28sten August das Mittel — 2′ 28″286 und aus den oben schon beigefügten Correctionen der wahrscheinliche Fehler desselben 0″175.

Aus dieser Normal-Bestimmung für den 28sten August und den obigen Werthen für den Gang folgten sodann die Constanten, durch deren Anbringung meine Uhrzeiten in Mittl. Zeit des Frauenbergs übersetzt wurden; so dafs nun nur noch die Abziehung und die Berechnung der Mittel übrig blieb.

§. 10.

Bei Operationen dieser Art ist es aber wohl nie zu vermeiden, dafs nicht Beobachtungen vorkommen, die wegen zu grofser Abweichung vom Mittel nach dem Erfolg ausgeschlossen werden müfsten. Es kam also zunächst darauf an, für diese Ausschliefsung eine Regel festzusetzen, bei welcher vor allem dafür zu sorgen war, dafs die nothwendig einigermafsen willkührlichen Gränzen nicht zu viele ausschlössen. Dazu konnte die obige Rechnung wenigstens leiten, bei der ich meine Uhrzeiten mit den Mittleren Zeiten der Sternzeiten verglichen hatte. Zog ich dort nämlich die Differenzen für die einzelnen Beobachtungen von den Mitteln der jedesmaligen Beobachtungstage ab; so liefs sich der mittlere Fehler einer Doppel-Beobachtung vorläufig schätzen. Ich fand ihn, sehr nahe übereinstimmend für beide Signalberge 0″4 und beschlofs also diejenigen punctirten Beobachtungen, welche mehr als 0″8 und die unpunctirten, welche mehr als 1″2 abweichen, auszuschliefsen.

Nachdem nun die Differenzen der Columnen für die Mittleren Zeiten genommen, und (mit vorläufigem Ausschlufs von 8, die sich gleich von vorn herein als unzulässig zeigten) daraus

de vorläufigen Mittel genommen waren, fanden sich 15 Meisner und 5 Feldberg-Beobachtungen als nach jener Festsetzung verwerflich (sie sind in obiger Zusammenstellung schon dadurch kenntlich, dafs ihre x und Δx; y und $y\Delta$ in Parenthesen eingeschlossen sind) und so blieben am Ende 256 Meisner und 136 Feldberg-Beobachtungen, unter welchen sich 116 correspondirende finden, die das Hauptresultat unabhängig von meiner Zeitbestimmung geben, während überdies noch an isolirten Beobachtungen 140 Meisner und 20 Feldberg-Signale übrig bleiben.

§. 11.

Nachdem also nun die beiden Columnen für die Längen-Unterschiede x und y berechnet, und durch Addition der in einer Horizontale stehenden Zahlen für die 116 correspondirenden Beobachtungen der Columne für $x + y = s$ auch ausgefüllt war, blieben nur noch die Mittel zu nehmen, und dadurch die Endresultate festzusetzen. Schon um der Prüfung der Rechnung wegen war es dabei zweckmäfsig, auch gruppenweise die Mittel zu berechnen, und hieraus ergab sich denn die folgende Zusammenstellung

	Gött.-Febg.	Gew.	Frbg.-Mannh.	Gew.	Gött.-Mannh.	Gew.
1) Isolirte Pulversignale	4' 36"1282	11	1' 19"6520	10	5' 55"7802	5,2
2) Correspond. Pulversignale	36,1166	73	19,6896	73	55,8062	36,5
3) Alle Pulversignale	36,1181	84	19,6851	83	55,8032	41,7
4) Isolirte Heliotropsignale	36,2195	129	19,6020	10	55,8215	9,3
5) Correspond. Heliotropsignale	36,2726	43	19,6758	43	55,9484	21,5
6) Alle Heliotropsignale	36,2327	172	19,6619	53	55,8946	40,5
7) Alle isolirten Signale	36,2123	140	19,6270	20	55,8393	17,5
8) Alle correspond. Signale	36,1744	116	19,6845	116	55,8589	58,0
9) Alle Signale	36,1951	256	19,6760	136	55,8711	88,8

Die beiden letzten Zahlen der 8ten und 9ten Zeile *) zeigen dabei eine so gute Uebereinstimmung, dafs sie, besonders da doch die constanten Abweichungen der beobachtenden Augen (§. 7) nicht absolut genau festgestellt sind, als ganz gleichbedeutend zu betrachten seyn dürften. Ich nehme also als Endresultat der ganzen Arbeit die drei Zahlen an:

$x = 4' 36''19$; $y = 1' 19''67$; $s = 5' 55''86$

und berechnete damit Herr *Hartmann* die eben gleich beigesetzten Correctionen Δx, Δy und Δs.

Ob der kleine Unterschied, welchen die Meisner-Beobachtungen zwischen Pulversignalen und Heliotrop-Signalen zeigen, blofs zufällig ist, oder in der Verschiedenheit der Erscheinung (vergl. §. 5) einen reellen Grund hat, wird wohl hier unentschieden bleiben müssen.

§. 12.

Es blieben nun endlich noch die Fehler-Gränzen festzusetzen. Herr *Hartmann* findet aus den Columnen Δx, Δy und Δs die mittleren Fehler

	Aus Δx	Aus Δy	Aus Δs
Für Heliotropsignale	0,35228	0,41857	0,48353
— Pulversignale	0,38497	0,31401	0,51769
— alle Signale	0,36263	0,35693	0,50319

und läfst sich demnach, da die kleinen Unterschiede für Δx und Δy gewifs vernachlässigt werden können, der mittlere Fehler einer solchen Doppelbeobachtung, deren Zuverlässigkeit schon oben als Gewichts-Einheit angenommen wurde, aus allen 392 Beobachtungen $= 0''36015$ setzen (woraus also der mittlere Fehler einer Bestimmung von s zu $0''50932$ sich berechnet, was mit dem oben direct berechneten genau genug stimmt).

Hieraus ergiebt sich dann der wahrscheinliche Fehler einer Doppelbeobachtung $= 0''2429$ und der wahrscheinliche Fehler der aus sämmtlichen Beobachtungen folgenden Längenunterschiede

für Göttingen-Frauenberg $= \pm 0''0152$
— Frauenberg-Mannheim $= \pm 0,0208$
— Göttingen-Mannheim $= \pm 0,0258$

Marburg, den 7ten März 1838.

Gerling.

*) Es war mir interessant zu sehen, wie auch ohne Anwendung des obigen Kunstgriffs für die unabhängige Berechnung des Gangs meines Chronometers (§. 9) blofs aus meinen Sonnenhöhen sich die letzte Zeile darstellen würde. Die durchgeführte Rechnung gab:
36"1306; 19"8340; 55"9646.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai* an den Professor *Gerling*.

Mannheim 1837. Septbr. 20.

Die Länge von Mannheim beruht auf folgenden Bestimmungen:

1) Astronom. Bestimmung nach *Wurm* aus vielen älteren und neueren Beobachtungen .... 24′ 29″9
2) Geodätische Verbindung mit Paris durch die *Cassini*schen Dreiecke nach *Méchain* 24 29,8
3) Geodät. Verbindung mit Dünkirchen nach Herrn *von Müfflings* Triangulation 24 30,05
4) Geodät. Verbindung mit Wien nach *Soldner* und *Bohnenberger* 24 29,61

Mittel 24 29,84

also dasselbe Resultat, was *Méchain* schon vor 50 Jahren durch die unmittelbare geodätische Verbindung der Mannheimer und Pariser Sternwarte erhielt.

Die Länge von Wien ist dabei = 56′ 10″4 gesetzt, eine Annahme die nach *Littrows* Zusammenstellung (Astron. Nachrichten Bd. III S. 64) auch wohl bis auf 0″2 sicher seyn dürfte.

Alle neueren Bestimmungen bestätigen dies vollkommen. So ist z. B. nach *Puissant's nouvelle déscription géomètrique de la France pag.* 216 die Länge des Strafsburger Münsters .... 21′ 39″6

und nach Mittheilung des Obristen *Henry*:

a) Reduction dieser Länge auf das Strafsburger Observatorium .... − 3,78
b) Trigonometrischer Längenunterschied zwischen diesem und der Mannheimer Sternwarte ..... +2 54,05

Mithin Länge der Mannheimer Sternwarte 24 29,87

Eine andere Bestätigung wird durch Speier erhalten.

Die Länge von Speier (*Schwerds* Observatorium) hat *Wurm* aus vielen daselbst beobachteten Sternbedeckungen gefunden .... 24′ 25″0

Trigonometrischer Längenunterschied zwischen diesem und der Mannheimer Sternwarte .... +4,90

24 29,90.

Nicolai.

Anzeige, betreffend die Beobachtungen auf der Königsberger Sternwarte.

Der Anzeige zufolge, welche in Nr. 261 der Astr. Nachrichten erschienen ist, sind die ersten 15 Abtheilungen dieses Werkes, sowohl in Königsberg, als auch bei der *Rein*schen Buchhandlung in Leipzig, gegen die Zahlung von 20 Rthl., zu erhalten. Dieser Preis wird auf 2 Rthl. für jede Abtheilung erhöhet, wenn nicht alle 15 Abtheilungen genommen werden.

Die 16te Abtheilung ist an denselben Orten für 2 Rthl. zu haben. Die nun dazugekommenen 17te und 18te Abtheilungen, jede für 2 Rthl.

Wer unter diesen Bedingungen etwas von dem Werke zu haben wünscht, mufs entweder hier die Zahlung an die Königl. Universitäts-Casse, oder in Leipzig an die *Rein*sche Buchhandlung, veranlassen. In dem ersten Falle wird, gegen Abgabe seiner Quitung, die Ablieferung des Werkes auf der Sternwarte erfolgen; in dem zweiten liefert es die genannte Buchhandlung. Die Herabsetzung des früheren Preises hat sich nur durch die Einführung dieses Geschäftsganges bewirken lassen; unmittelbare Correspondenz darüber müssen sowohl der Director der Sternwarte, als die Königl. Universitäts-Casse sich verbitten, indem dadurch Unregelmäfsigkeit in ein Geschäft gebracht werden würde, welches nur vortheilhaft geordnet werden konnte, indem man seinen Fortgang ganz regelmäfsig machte.

Inhalt von Nr. 351 und 352.

Altona 1838. Mai 24.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 353.

Schreiben des Herrn Professors und Ritters *Encke* an den Herausgeber.

Berlin 1838. Mai 16.

Die diesjährige Wiederkehr des Cometen von *Pons* *), der am 19ten December 1838 sein Perihel erreicht, gehört zu den interessantesten, die überhaupt stattgefunden haben. Der Comet dessen Lauf ganz ähnlich seyn wird dem Laufe welchen er im Jahre 1795 nahm, wo er am 21sten December der Sonne am nächsten stand, kommt am 7ten November der Erde so nahe, als er überhaupt nur ihr kommen kann, und wird deshalb so hell erscheinen, als es überhaupt für seine Lichtschwäche möglich ist. Im Jahr 1795 ward er gleichzeitig an drei Orten, in Slough, Paris und Berlin entdeckt, was als Beweis für seine Helligkeit dienen kann. Er wird dabei, wenn man nach der Erscheinung von 1828 schliefsen darf, für die gröfseren Refractoren, etwa von der Mitte oder Ende des Augusts an sichtbar werden, und bis zum Anfange des Decembers, also mehr als drei Monate hindurch es bleiben. Die Zeit, in welcher er hell genug für wirkliche Beobachtungen ist, wird etwa vom Ende des Septembers anfangen. Selbst mit schwächeren Fernröhren wird man ihn höchst wahrscheinlich von der Mitte des Octobers an mit Erfolg beobachten können, und nur die Nähe an der Sonne ihn unsern Augen entziehen. Während des Septembers und Octobers ist er für uns die ganze Nacht hindurch über dem Horizonte, im November wird er vor Sonnenaufgang und nach Sonnenuntergang beobachtet werden können, im December, wenn es überhaupt möglich seyn sollte, nur in den Morgenstunden.

Vorzüglich wird diese Erscheinung aber dadurch interessant, dafs sie, wenn auch nicht jetzt gleich, doch späterhin, wenn die übrigen Elemente mit gröfserer Sicherheit aus späteren Erscheinungen bestimmt seyn werden, zu einer Bestimmung der Merkursmasse dienen kann, welche im Grunde genommen, wenigstens bei *Laplace*, noch völlig unbekannt und nach einer etwas willkührlichen Hypothese angenommen ist. Aus der Annahme für den Halbmesser des Merkurs von 7" in der mittleren Entfernung der Erde, und aus der Bemerkung, dafs die bekannten Dichtigkeiten der Erde, des Jupiters und Saturns nahe umgekehrt ihren mittleren Entfernungen proportional sind, welche Hypothese auf die Dichtigkeit des Merkurs ausgedehnt ist, hat *Laplace* Méc. cél. Livre VI. Cap. 17. 21 die Masse zu $\frac{1}{2025810}$ bestimmt. Andere Gründe für diese Annahme aufzufinden ist mir nicht gelungen, so dafs die Merkursmasse bis jetzt noch nicht strenge ermittelt zu seyn scheint. Unter allen Himmelskörpern, die in geschlossenen Bahnen sich bewegen, kommt keiner, wie Herr Dr. *Olbers* gleich anfangs (Berl. Astr. Jahrb. 1822 pag. 197) es bemerkte, dem Merkur so nahe, wie dieser Comet, so dafs er im Minimum selbst bis auf 0,018 sich ihm nähern kann. Bei den früheren Erscheinungen war eine bedeutende Annäherung, und damit die Möglichkeit, aus den Störungen, die sie mit sich führt, auf die störende Masse zu schliefsen, nicht eingetreten, aber im Jahre 1835 Aug. 23 näherten sich beide Himmelskörper einander so sehr, dafs die kleinste Entfernung nur 0,12 betrug. Die durch den Merkur in dieser Nähe bewirkten Aenderungen in den Elementen des Cometen werden bei der bevorstehenden Erscheinung so merklich hervortreten, dafs sie die Wiederkehr zum Perihel um 0,1 Tag früher bewirken, als es ohne den Merkur der Fall gewesen wäre, und die bei der grofsen Nähe an der Erde beträchtliche Gröfse des Einflusses dieser Aenderung auf den geocentrischen Ort wird machen, dafs zur Zeit der besten Sichtbarkeit des Cometen der Einflufs der Merkurstörungen beträgt in

1838.		Gerader Aufsteigung.	Abweichung.
Oct.	13.	+ 13′ 8″	+ 7′ 26″
	23.	+ 13 32	+ 17 12
Nov.	2.	— 57 54	+ 16 50
	12.	— 41 48	— 8 16
	23.	— 24 33	— 8 22

so dafs über die Richtigkeit der Merkursmasse, in so fern ein sehr bedeutender Irrthum dabei stattfinden sollte, schon die blofse Vergleichung der Ephemeride mit den Beobachtungen entscheiden wird. Später wenn die Durchgangszeit des Perihels, sofern sie von den andern Umständen abhängt, auf Hundertheile oder Tausendtheile eines Tages zu bestimmen möglich seyn sollte, wird man auch eine verhältnifsmäfsig geringe

*) Herr Professor *Encke* nennt den Cometen, der in diesen Blättern immer, und auch sonst allgemein, der *Encke*sche Comet genannt wird, bekanntlich den *Pons*schen Cometen. S.

Grenze für die Sicherheit der Merkursmasse erhalten, da allerdings die auffallende Vergröfserung des Einflusses bei dem geocentrischen Orte nur scheinbar zu der gröfseren Genauigkeit beiträgt, weil sie bei den übrigen Störungen der Durchgangszeit eben so einwirkt.

Schon bei der letzten Erscheinung im Jahre 1835 war es mir nicht möglich gewesen, die Störungsrechnungen in derselben Ausdehnung wie früher durchzuführen, und ich hatte mich begnügen müssen, die Jupitersstörungen beiläufig zu berechnen, und die übrigen Planetenstörungen zu schätzen. Die daraus berechnete Ephemeride hatte sich indessen über Erwartung bewährt. Jetzt würde ich die Störungsrechnung für zwei Umläufe völlig haben aufgeben müssen. Um so mehr fühle ich mich dem Herrn *Carl Bremiker*, welcher früher schon bei der Vermessung von Westphalen beschäftigt, seit drei Jahren hier dem mathematischen und astronomischen Studium mit grofsem Erfolge seine Zeit widmet, zum gröfsten Danke verpflichtet, dafs er weder durch die grofse Länge der Rechnung und den damit verknüpften Zeitaufwand, noch durch die Undankbarkeit derselben (in so fern das Resultat auf ein Paar Zahlen hinauskommt, denen durchaus nicht diejenigen, die selbst nicht eine solche Arbeit versucht haben, den Werth in Vergleich mit der angewandten Mühe beilegen werden, den sie haben) sich abschrecken liefs, die Rechnung durchzuführen. Die grofse Sorgfalt, die er darauf verwandt, verbunden mit der Prüfung, welche die Differenzen darbieten, läfst bei mir keinen Zweifel übrig, dafs er sie nicht eben so genau gemacht hat, als ich sie nur hätte machen können; und wenn auch die befriedigendste Belohnung für ihn selbst daraus hervorgehen wird, dafs die vollständige Durchführung einer so bedeutenden Rechnung ihm die gründlichste Einsicht in das Wesen derselben, und die dabei zum Grunde liegenden Formeln der physischen Astronomie gegeben hat, so kann ich doch nur lebhaft wünschen, dafs auch ein günstiger Erfolg ihm die darauf gewandte Mühe und Zeit einigermafsen vergüten möge.

Den Störungsrechnungen wurden die Elemente zum Grunde gelegt, welche in den Astr. Nachr. Nr. 210 u. ff. aus den Erscheinungen bis 1829 abgeleitet sind, sowohl in Bezug auf die Massen, als auf die Constante und das Gesetz des Widerstandes. In den dort gebrauchten Zeichen betrugen die Störungen von

1829 Jan. 9,72 bis 1832 Mai 4,0 M. Par. Zeit.
Δi = + 92″144
$\Delta \Omega$ = − 11,143
$\Delta \varphi$ = +302,924
$\Delta \pi$ = + 21,198
$\Delta \mu$ = + 1,469544
ΔM = +1226,845
Betrag der Präcession....2′ 46″447.

Diese sind noch von mir berechnet. Aus den Beobachtungen des Cometen im Jahr 1832, in Buenos Ayres von Herrn *Mo sotti*, und am Vorgebirge der guten Hoffnung von Herrn *He derson*, habe ich den Normalort abgeleitet:

1832 Jun. 5,9 Mittl. Par. Zeit.
AR. Com. = 52° 20′ 47″7
Decl. Com. = −19 12 6,9.

Die Rechnung nach den zum Grunde gelegten Elementen u Störungswerthen giebt dafür:

AR. Com. = 52° 18′ 19″4
Decl. Com. = −19 13 21,9.

so dafs die Fehler sind in
AR. − 2′ 28″3
Decl. − 1 15,0

An sie schliefsen sich die Störungs-Rechnungen von Herr *Bremiker*, welche geben:

1832 Mai 4,0 — 1835 Aug. 26,3.
Δi = − 54″786
$\Delta \Omega$ = + 1,912
$\Delta \varphi$ = − 145,890
$\Delta \pi$ = − 17,887
$\Delta \mu$ = − 0,559504
ΔM = + 341,874
Betrag der Präcession...2′ 46″316.

Aus den Beobachtungen des Cometen in Breslau von Her *von Boguslawsky*, und in Mailand von Herrn *Kreil*, habe i den Normalotr abgeleitet:

1835 Jul. 30,5 Mittl. Par. Zeit.
AR. Com. = 100° 57′ 11″8
Decl. Com. = +29 45 42,4.

Die Rechnung nach den obigen Elementen und den Störung werthen giebt dafür:

AR. Com. = 100° 56′ 6″5
Decl. Com. = +29 46 1,8.

so dafs die Fehler sind in:
AR. − 1′ 5″3
Decl. + 0 19,4.

Bei der Geringfügigkeit der Fehler (die zugleich als P fung für die Rechnung des Herrn *Bremiker* in gewissem S dienen kann) habe ich nicht geglaubt, an den Elementen irg etwas ändern zu dürfen. Theils nämlich würde eine et geänderte Jupitersmasse wohl anzuwenden seyn, da meine A nahme noch etwas verschieden ist von der Bestimmung *Airy*, die unstreitig den Vorzug verdient, theils wird e kleine Vernachlässigung in Bezug auf die Reducirung der B auf eine feste Ebene zu verbessern nothwendig seyn, so d ein nochmaliges Zusammenstellen aller Rechnungen über Erscheinungen seit 1819 bei einer Verbesserung der Eleme vorgenommen werden mufste. Dieses jetzt vor den näch Beobachtungen zu thun, scheint mir ein unnützer Aufwand Zeit, da die neuen Beobachtungen doch wieder mit den f heren vereinigt werden müssen, bei dem grofsen Einfluss Merkursmasse, es erst abzuwarten ist, welche Gröfse man

bringen mufs, und überdem die Kleinheit der obigen Fehler vollkommen dagegen sichert, dafs das Auffinden des Cometen im Anfang irgend erschwert wird durch die Unsicherheit des Orts. Kaum sollte ich fürchten, dafs die ersten Oerter um mehr als höchstens 5 Minuten abweichen werden, weil die Bestimmung der Durchgangszeit durch das Perihel bei ihnen von geringem Einflufs ist. Der Erfolg wird sonach unmittelbar zeigen, in wiefern ein System von Elementen aus 10jährigen Beobachtungen (1819 — 1828) abgeleitet, sich für die nächsten zehn Jahre (1828 — 1838) bewährt.

Die Störungsrechnungen des Herrn *Bremiker* für die neue Periode ergeben:

1835 Aug. 26,3 — 1838 Dec. 19,0

$\Delta i = + 11''504$
$\Delta \Omega = - 66,986$
$\Delta \varphi = + 52,855$
$\Delta \pi = + 47,649$
$\Delta \mu = + 0,416711$
$\Delta M = 262,009$

Betrag der Präcession ... 2′ 46″510

womit denn die Elemente folgen

1838 Dec. 19,0 mittl. Berl. Zeit.

$M = 0° \; 0' \; 0''59$
$\mu = 1071''18372$
$\pi = 157° 27' 34''8$ } M. Aeq. Dec. 19.
$\Omega = 334 \; 36 \; 31,8$ }
$\varphi = 57 \; 41 \; 44,0$
$i = 13 \; 21 \; 29,0$

Mit diesen ist die beifolgende Ephemeride so berechnet, dafs sie als constant angenommen sind. Die aufgeführten geraden Aufsteigungen und Abweichungen gelten für das mittlere Aequinoctium von Dec. 19. Will man die wahren Oerter, bezogen auf das scheinbare Aequinoctium des Tages, haben, so wird man die in den Rubriken: Reduction auf das wahre Aequinoctium aufgeführten Gröfsen, den Geraden Aufsteigungen und Abweichungen algebraisch hinzuzufügen haben, und von der Beobachtungszeit, die in der Rubrik Aberration aufgeführte mittlere Zeit abziehen. Die zwei ersten Glieder der Aenderungen der Coordinaten bei der Geraden Aufsteigung mit p und p', bei der Abweichung mit q und q' bezeichnet, werden in den bei weitem meisten Fällen hinreichen, das Resultat der Ephemeride auf jeden beliebigen Zeitpunkt mit der strengsten Schärfe zu übertragen.

Es wäre jetzt nur noch der Betrag der Störungen der Elemente von Decbr. 19 bis zu jedem beliebigen Tage hinzuzufügen. Diese ist indessen theils sehr gering, theils so unregelmäfsig, wegen der schnellen Aenderung der Coefficienten, welche den Einflufs jeder Aenderung eines Elementes auf die geocentrischen Coordinaten ausdrücken, dafs es rathsam geschienen hat, nur für bestimmte Tage ihn zu berechnen. Die folgende Tabelle, in welcher die Correctionen so zu verstehen sind, dafs sie algebraisch den Oertern der Ephemeride hinzuzufügen sind, wird nahe die Correction geben.

1838.		Δα.	Δδ.
Aug.	2,0	+ 4″9	— 2″4
	20,0	+ 5,3	— 2,7
Sept.	7,0	+ 5,7	— 3,1
	25,0	+ 5,5	— 4,0
Oct.	13,0	+ 4,1	— 6,7
	23,8	+11,9	— 7,2
Nov.	2,6	+26,3	+ 1,4
	12,9	+ 8,6	+ 5,9
	23,2	+ 1,8	+ 1 9
Dec.	3,5	+ 1,4	+ 0,9
	13,8	+ 0,0	+ 0,2
	24,1	— 0,2	+ 0,1.

Die angegebenen Entfernungen von der Erde und Sonne, von denen die letzten nicht weiter interpolirt sind, als die unmittelbare Rechnung sie gab, werden theils für die Parallaxe, theils für die Schätzung der Lichtstärke des Cometen dienen können.

Auch diese Ephemeride in ihrer ganzen Ausdehnung verdanke ich dem Herrn *Bremiker*. Eine Berechnung mit weniger Decimalen (Herr *Bremiker* hat 7 angewandt) für Intervalle von 12 zu 12 Tagen hat mir gezeigt, dafs irgend welcher constante Fehler von Erheblichkeit nicht stattfinden kann.

Encke.

(Die Ephemeride in der folgenden Nummer.)

Vorschlag die bei achromatischen Fernröhren erforderliche Länge durch ein Spiegeltelescop mit einem besonderen Glasspiegel bis auf mehr als die Hälfte abzukürzen.

Von Herrn *Fr. W. Barfufs.*
Weimar 1838.

§. 1.

Bekanntlich hatte *Newton* für sein Spiegeltelescop zuerst einen Glasspiegel vorgeschlagen, und auch die späteren Verfertiger von Spiegeltelescopen hatten denselben anzuwenden versucht; allein man ging gar bald zu den Metallspiegeln über, indem man fand, dafs die Strahlen, welche von der Vorderfläche des Glasspiegels reflectirt werden, und mit voller Intensität durch die Oculare gehen, den Eindruck des Hauptbildes zu sehr schwächen. Man hat es allerdings bedauert, mit dem Verluste des Glasspiegels auch zugleich den Verlust an Dauerhaf-

tigkeit catoptrischer Instrumente zu erleiden, da Metallspiegel durch Oxydation in der Luft gar zu leicht die Politur verlieren; man hat aber bis jetzt doch noch kein Mittel erfunden, den Hauptfehler des Glasspiegels, der eben in der doppelten Reflexion besteht, für catoptrische Fernröhre unschädlich zu machen. Hierfür gebe ich nun den Vorschlag, ein Planconvexglas auf der erhabenen Seite mit Folie zu belegen und vor dasselbe noch ein Biconcavglas zu setzen; bei dieser Vorrichtung wird der Fehler der doppelten Reflexion für *Newtons* Telescop gröſstentheils, für das von *Gregory* ganz unschädlich gemacht, so als ob gar keine doppelte Reflexion statt fände.

Indessen leuchtet auch der groſse Mangel, den dieses dioptrisch-catoptrische Objectiv besitzt, sogleich in die Augen, denn es findet bei der Brechung und bei der Spiegelung ein doppelter Verlust an Licht statt. Aber unsere Vorrichtung hat andere Vorzüge, welche alles, was Spiegeltelescope und achromatische Refractoren in gleicher Hinsicht leisten, weit übertreffen; und die Vergleichung dieser Vorzüge mit den Mängeln wird zeigen, ob ein so eingerichtetes Telescop brauchbar sey oder nicht. Sollte aus mir unbekannten Gründen das letztere sich ergeben, so mag man meine Arbeit als einen bloſsen theoretischen Gedanken beurtheilen, wie ja die Geschichte der physikalischen Wissenschaften zeigt, daſs das meiste Gedachte eben nur Gedanke war.

Nun wollen wir die Einrichtung und Wirkung unseres Objectivs näher untersuchen.

§. 2.

Man denke sich eine Biconvexlinse auf der einen Seite mit Folie belegt, so daſs sie einen Hohlspiegel abgiebt. Ein Strahl also, der auf diesen Spiegel fällt, wird gebrochen, dann gespiegelt, dann wieder gebrochen, man sucht nun die Weite β vom Spiegel, in welcher ein aus der Axe kommender und so modificirter Strahl mit der Axe wieder vereinigt wird.

Ist die Entfernung des strahlenden Punctes $= a$, der Halbmesser der offenen Fläche $= \rho$, das Brechungsverhältniſs $= n$, so wird nach der ersten Brechung der Strahl in einer Entfernung $= k = \frac{n a \rho}{(n-1)a - \rho}$ hinter dem Glase mit der Axe vereinigt. Nun wird er gespiegelt, als käme er aus der Entfernung k hinter dem Spiegel, und daher ist jetzt die Weite der Vereinigung $= c = \frac{kR}{2k + R}$, wo R den Halbmesser der belegten Fläche bedeutet. Beim Rückgange durch die offene Fläche wird der Strahl wieder gebrochen, als käme er aus der Entfernung c, und da er aus Luft in Glas geht, so haben wir in der Formel für k, c statt a, $\frac{1}{n}$ statt n zu setzen. Dieses gibt $\beta = \frac{-c\rho}{(n-1)c + n\rho}$. Das negative Zeichen deutet an, daſs β die entgegengesetzte Lage von k hat. Daher ist

$$\frac{1}{\beta} = \frac{n-1}{\rho} + \frac{n}{c} = \frac{n-1}{\rho} + \frac{n}{k} + \frac{2n}{R}, \text{ oder endlich}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{2(n-1)}{\rho} + \frac{2n}{R} - \frac{1}{a}.$$

Die offene Fläche des Spiegels soll nach unserer Voraussetzung immer eben seyn. Für diesen Fall ist dann $\frac{1}{\beta} = \frac{2n}{R} - \frac{1}{a}$; folglich die Brennweite $p = \frac{R}{2n}$, und $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$.

Die Brennweite fällt also noch geringer aus, als bei einem einfachen Hohlspiegel von gleicher Krümmung. Für $a = \frac{3}{2}$ ist sie bekanntlich $\frac{1}{3} R$.

§. 3.

Da die Brennweite eines solchen Spiegels von dem Brechungsverhältniſs des Glases abhängt, so wird er nicht frei seyn können von der Farbenzerstreuung. Man differenzire also p nach der Farbenzerstreuung, so ist $dp = p.\frac{dn}{n}$. Für ein Convex- oder Concavglas von der Brennweite p ist $dp = \frac{dn}{n-1}p$, und folglich ist hier die Zerstreuung weit gröſser, für $n = \frac{3}{2}$ dreimal so groſs, als dort. (Das Differential von p ist positiv genommen, da das Zeichen auf die Rechnung keinen Einfluſs hat.) Daher wird man farblose Bilder erhalten können, wenn man vor den Spiegel ein Hohlglas von derselben Glasart setzt. Wir wollen nun die Brennweite dieses Hohlglases suchen, welche erforderlich ist, um das Bild achromatisch zu machen.

Es sey also q die Brennweite des Hohlglases, e seine Entfernung vom Spiegel, die Entfernung des Objectes unendlich, so fallen die Strahlen so auf den Spiegel, als kämen sie aus der Entfernung $q + e$. Daher hat man für die Vereinigungsweite β nach der Spiegelung, bevor der Strahl durch das Hohlglas zurückgeht, $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{p} - \frac{1}{q+e}$. Nun fallen die Strahlen so auf das Hohlglas, als kämen sie aus der Entfernung $-(\beta - e)$, also haben wir für die Brennweite γ des ganzen Systemes $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\beta - e} - \frac{1}{q}$.

Soll hier Achromatismus eintreten, so muſs $d\gamma = 0$ seyn, d. h. es muſs seyn $\frac{d\beta}{(\beta - e)^2} - \frac{dq}{q^2} = 0$. Aber $d\beta = \beta^2\left[\frac{dp}{p^2} - \frac{dq}{(q+e)^2}\right]$, $dp = \frac{1}{n} p\,dn$, $dq = \frac{q\,dn}{n-1}$, folglich:

$$\frac{\beta^2}{(\beta-e)^2}\left[\frac{1}{np}-\frac{q}{(n-1)(q+e)^2}\right]-\frac{1}{(n-1)q}.$$

oder

$$\frac{1}{q}\left(1-\frac{e}{\beta}\right)^2=\frac{n-1}{np}-\frac{q}{(q+e)^2}.$$

Wir wollen e so klein annehmen, dafs man die zweiten Potenzen davon vernachlässigen kann, dann wird nach einigen Reductionen:

$$q=\frac{2n}{n-1}(p-e).$$

Hier scheint es am vortheilhaftesten, wenn Glas und Spiegel hart an einander liegen, also $e=0$ ist. Dann ist

$$q=\frac{2np}{n-1}=\frac{R}{n-1}.$$

Also mufs die Brennweite des Zerstreuungsglases der des Planconvexglases gleich seyn. Daraus findet sich $\beta=\frac{2np}{n+1}$, und $\gamma=np=\frac{1}{2}R$, woraus der merkwürdige Satz folgt, dafs das Bild farblos wird, wenn die Brennweite des Systemes der des Hohlspiegels gleich wird, den die belegte Fläche für sich abgeben würde. Dann wird nämlich die durch die Spiegellinse verursachte Brechung wieder aufgehoben.

Dieser Achromatismus vereinigt alle ungleichartigen Strahlen und läfst kein secundäres Spectrum übrig, in sofern dasselbe nicht etwa abhängt von den zweiten Potenzen von dn. Ein solches bleibt noch immer zurück, mufs aber weit geringer seyn, als das eines achromatischen Refractors, da für Flintglas dn, und also noch mehr dn^2 gröfser ist, als dasselbe dn und dn^2 bei gemeinem Spiegelglase, welches wir hier der leichteren Bereitung und geringeren Farbenzerstreuung wegen immer anwenden. Sollte nicht vielleicht die Anwendung des Flintglases zu achromatischen Fernröhren in der Gröfse von dn^2 einmal ihre Grenze finden?

Unser Achromatismus erfordert weit weniger Kunst, als bei dioptrischen Fernröhren; man braucht nicht einmal n zu kennen, denn wenn ρ und r die Halbmesser des Zerstreuungsglases bedeuten, so ist $\frac{r\rho}{r+\rho}=-R$. Indessen mufs man n kennen, um die Kugelabweichung aufheben zu können, und hierzu genügt ein einfacher Versuch, indem man bemerkt, in welcher Entfernung ein Planconvexglas im verfinsterten Zimmer die deutlichsten Bilder gibt. In dieser Hinsicht übertrifft also unser System gar sehr die dioptrischen Objective.

§. 4.

In einem fast noch höheren Grade übertrifft auch das dioptrisch-catoptrische Objectiv die dioptrischen in Hinsicht der Abweichung wegen der Kugelgestalt. Um aber hier die nöthigen Rechnungen anstellen zu können, müssen wir erst die Abweichung unseres Spiegels untersuchen.

Nach *Klügels* Dioptrik ist die Abweichung bei der Brechung durch die Vorderfläche eines Glases $=-\frac{(nk+a)(a+k)^2}{2(n-1)^2a^2k}xx$, wo x die Einfallshöhe bedeutet, a und k aber die in §. 2 genannte Geltung haben. Für gegenwärtigen Fall, wo die brechende Fläche eben, also $\rho=\infty$ ist, wird $k=-na$, also die Abweichung $=-\frac{nn-1}{2na}xx=+\frac{nn-1}{2k}xx$ und positiv, wenn k als positiv angesehen wird.

Diese Abweichung verursacht eine Abweichung bei der Spiegelung, welche man findet, wenn man $c=\frac{kR}{2k-R}$ nach k differentiirt. Sie ist also $=-\frac{ccdk}{kk}$. Die Spiegelfläche selbst bringt eine Abweichung $=-\frac{1}{2}\left(1-\frac{c}{k}\right)^2\frac{xx}{R}$ hervor, welche mit der vorigen zusammen die vollständige Aenderung dc von c ausmacht.

Beim Rückgange durch die Vorderfläche werden die Strahlen mit der Axe in einer Entfernung vereinigt, welche man findet, wenn man in der Formel für $k=na$, $c+dc$ statt a, $\frac{1}{n}$ statt n setzt. Diefs gibt eine Abweichung $=\frac{1}{n}dc$. Hierzu kommt noch die von der Vorderfläche selbst hervorgebrachte Abweichung, welche man findet, wenn man in der Formel für dk, c statt k, $\frac{1}{n}$ statt n setzt. Sie ist also $-\frac{nn-1}{2n}\cdot\frac{xx}{c}$. Darum ist die Gesammtabweichung

$$-xx\left[\frac{nn-1}{2n}\cdot\frac{cc}{k^2}+\frac{1}{4nR}\left(1-\frac{c}{k}\right)^2+\frac{nn-1}{2nc}\right]$$

Ist der Gegenstand unendlich weit, so ist $k=\infty$, $c=\frac{1}{2}R$, also die Abweichung $=-\frac{4nn-3}{4nR}xx$. Für $n=\frac{3}{2}$ wird dieses gerade $-\frac{xx}{R}=-\frac{xx}{3p}$, also dafs bei einem solchen Spiegel die Abweichung wegen der Kugelgestalt gröfser ist, als bei einem einfachen.

§. 5.

Um nun die Abweichung des dioptrisch-catoptrischen Objectivs zu berechnen, stellen wir vor unserem Spiegel ein Convexglas von der Brennweite q in der Entfernung e auf. Bei diesem Glase sey die Vereinigungsweite der aus irgend einem Puncte der Axe kommenden Strahlen $=\alpha$, die Abweichung $d\alpha$. Nunmehr fallen die Strahlen aus der Entfernung $e-\alpha$ auf den Spiegel und ihre Vereinigungsweite β wird durch die Formel ausgedrückt $\frac{1}{\beta}=\frac{1}{p}-\frac{1}{e-\alpha}$. Das Differential derselben nach α ist $\frac{\beta\beta d\alpha}{(e-\alpha)^2}$, welches der eine Theil der Abweichung

bei der Spiegelung ist. Dazu kommt noch eine Abweichung u wegen der Spiegelflächen, so dafs die ganze Abweichung von β $\beta = d\beta = \frac{\beta\beta dx}{(e-\alpha)^2} + u$ gefunden wird.

In u ist die Einfallshöhe $= \frac{e-\alpha}{\alpha} x$ zu nehmen.

Nun gehen die Strahlen wieder durch das Glas, als kämen sie aus der Entfernung $e-\beta$, und ihre Vereinigungsweite γ ist in der Formel $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{q} - \frac{1}{e-\beta}$ enthalten. Hier findet zunächst wegen $d\beta$ eine Abweichung $\frac{\gamma\gamma d\beta}{(e-\beta)^2}$ stat wozu noch die Abweichung ω wegen der Gestalt des Glas hinzukommt. In ω ist die Einfallshöhe $= \frac{(e-\alpha)(e-\beta)}{\alpha\beta} x$ zu nehmen.

Setzen wir die Entfernung des strahlenden Punctes u endlich weit hinaus, so ist $\alpha = q$,

$$d\alpha = -\frac{nqxx}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{qq} - \frac{2n+1}{kq} + \frac{n+2}{kk}\right)$$

$$\omega = -\frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q}\cdot\frac{(e-q)^2(e-\beta)^2}{qq\beta\beta} xx\left[n\left(\frac{1}{(e-\beta)^2} - \frac{1}{\gamma(e-\beta)} + \frac{1}{\gamma\gamma}\right) - \frac{2n+1}{\lambda}\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{e-\beta}\right) + \frac{n+2}{\lambda}\right]$$

Klügels anal. Dioptr. §. 177.

u setze man $= -\left(\frac{e-q}{q}\right)^2 Qxx$.

Hier ist k die Vereinigungsweite bei der Brechung der Vorderfläche des Glases $= \frac{nr}{n-1}$, λ dasselbe bei der Hinterfläche $= \frac{n(e-\beta)\rho}{(n-1)(e-\beta)-\rho}$. r und ρ sind die beiden Halbmesser. Daher ist $\frac{1}{\lambda} = \frac{n-1}{n\rho} - \frac{1}{n(e-\beta)}$

$$= \frac{1}{nq} - \frac{n-1}{nr} - \frac{1}{n(e-\beta)} = \frac{1}{nq} - \frac{1}{n(e-\beta)} - \frac{1}{k}.$$

Wir setzen nun $e = 0$ und schreiben $-q$ statt q; durch wird die Abweichung:

$$d\gamma = xx\left[\frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q}\left(\frac{n}{qq} + \frac{2n+1}{kq} + \frac{n+2}{kk}\right) - \frac{\gamma^2 Q}{\beta^2} + \frac{n\gamma\gamma}{2(n-1)^2 q}\left(n\left(\frac{1}{\beta\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\gamma}\right) - \frac{2n+1}{\lambda}\left(\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}\right) + \frac{n+2}{\lambda\lambda}\right)\right].$$

und es ist $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{n\beta} - \frac{1}{nq} - \frac{1}{k}$.

§. 6.

In die Formel des vorigen § setzen wir nun dasjenige Verhältnifs zwischen ρ und q, welches der Achromatismus erfordert, also

$$q = \frac{2np}{n-1},\quad \beta = \frac{2np}{n+1},\quad \gamma = np,\quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{nnp} - \frac{1}{k}.$$

Der Factor Q ergibt sich aus §. 4, wenn man dort $a =$ $k = \frac{2nnp}{n-1}$, $R = 2np$, $c = \frac{2nnp}{n+1}$ nimmt. Dann $Q = \frac{n^4 + 2nn - 2}{2nn(n+1)^2 p}$.

Setzt man alle diese Werthe in die Gleichung des § für $d\gamma$ und zuletzt noch $\frac{nr}{n-1}$ statt k, $\frac{\gamma}{n}$ statt p, erhält man nach einer leichten Rechnung die Formel der Abweichung:

$$d\gamma = \frac{xx\gamma}{2nn}\left(\frac{2n^3 + 2n^2 - 3n - 2}{4\gamma\gamma} + \frac{2n^3 + 3n^2 - n - 4}{2\gamma r} + \frac{(n+2)(n-1)}{rr}\right),$$

welche demnach sehr einfach ausfällt.

Diese haben wir $= 0$ zu setzen, wenn die Abweichung gehoben werden soll.

Setzen wir hier zuerst $n = \frac{3}{2}$, so wird

$$d\gamma = \frac{1}{72} xx\gamma\left(\frac{19}{\gamma\gamma} + \frac{64}{\gamma r} + \frac{28}{rr}\right).$$

Nehmen wir $r = -4\gamma$, also das Hohlglas gleichseitig, so wird $d\gamma = \frac{19}{288}\frac{xx}{\gamma}$, oder nahe $= \frac{xx}{15\gamma}$, und demnach die Abweichung weit kleiner, als bei einem einfachen sphärischen Hohlspiegel. Nehmen wir aber $r = -3\gamma$, also $\rho = -6\gamma$, so wird $d\gamma = \frac{7xx}{648\gamma} = \frac{xx}{92{,}6\gamma}$.

Setzen wir aber $\frac{19}{\gamma\gamma} + \frac{64}{\gamma r} + \frac{28}{rr} = 0$, so findet sich einmal $r = -2{,}852\gamma$ und $\rho = -6{,}697\gamma$. Die andere Wu ist $r = -0{,}517\gamma$, welche ein für die Aufhebung der Ku abweichung nicht recht taugliches Glas gibt. Für $n = $ t wird $r = -2{,}8034$, und hieraus sieht man, dafs r abnim wenn n wächst, daher man solches Glas wählen mufs, welches n nicht gröfser ist als 1,52, da es vortheilhaft wenn r so grofs als möglich wird.

§. 7.

Wir wollen nun auch die Abweichung der ungleichart Randstrahlen untersuchen. Differentiirt man $d\gamma$ nach n, erhält man

$$dd\gamma = \frac{\gamma xxdn}{2nnn}\left[\frac{2n^3 + 3n + 4}{4\gamma\gamma} + \frac{2n^3 + n + 8}{2\gamma r} + \frac{4-n}{rr}\right]$$

oder für $n = \frac{3}{2}$,

$$dd\gamma = \frac{\gamma xx dn}{108}\left[\frac{61}{\gamma\gamma} + \frac{130}{\gamma r} + \frac{40}{rr}\right].$$

oder wenn man $r = -2{,}85$ setzt $dd\gamma = +\frac{xx}{5{,}3\gamma}dn$, und da dn ohngefähr $= \frac{1}{100}$, $dd\gamma = \frac{xx}{530\gamma}$. Diese Abweichung ist sehr gering, und da sie der Farbenzerstreuung der Oculare entgegengesetzt ist, so wird sie dadurch noch unschädlicher.

Um die Gröfse der Oeffnung unseres Objectivs zu bestimmen, überlegen wir, dafs der gröfste hier vorkommende Winkel des Strahles mit seinem Lothe derjenige ist, welchen der aus der Spiegellinse heraustretende und auf die Hinterfläche der Concavlinse fallende Strahl mit seinem Einfallslothe macht. Dieser ist aber $arc\,sin\,\frac{x}{\beta} + arc\,sin\,\frac{x}{\rho}$, wofür wir kurz $\frac{x}{\beta} + \frac{x}{\rho}$ setzen dürfen, oder $\frac{x}{\beta} + \frac{x}{\rho} = sin\left(\frac{x}{\beta} + \frac{x}{\rho}\right)$. Dieses gibt für $n = 1{,}52$ den gröfsten Sinus $\frac{7x}{5\gamma}$. Setzen wir diesen $= \frac{1}{4}$, so folgt $x = \frac{5}{28}\gamma$, also die Oeffnung $2x = \frac{5}{14}\gamma$, welches mehr als den dritten Theil der Brennweite des Systems beträgt. Soll aber der gröfste Sinus nur $\frac{1}{6}$ betragen, so wird die Oeffnung $\frac{5}{21}\gamma$, oder beinahe $= \frac{1}{4}\gamma$, welches ungemein viel ist. Für längere Röhre könnte man $2x = \frac{1}{5}\gamma$ nehmen, wo dann der gröfste Sinus etwa $\frac{1}{7}$, und der gröfste Winkel, den der Strahl mit seinen Lothen macht, etwa 8 Grade *).

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dafs man bei gröfserer Genauigkeit auch die Dicke der Gläser durch eine indirecte Rechnung mit in Anschlag bringen kann. Diese Dicke wird auch bei der ungeheuren Oeffnung dennoch nicht übermäfsig grofs. Die Krümmung der Spiegellinse erfordert eine Dicke $= \frac{\gamma}{256}$, wenn die Oeffnung $= \frac{1}{4}\gamma$ genommen wird, und eine Dicke $= \frac{\gamma}{400}$, wenn die Oeffnung $\frac{1}{5}\gamma$ beträgt.

*) Der Sinus des gröfsten Winkels, der eigentlich in der Rechnung gebraucht wird, ist der Sinus der Summe zweier Winkel, deren Sinusse $\frac{x}{\rho}$ und $\frac{x}{\beta}$, also $= \frac{x}{\rho}\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{\beta^2}\right)} + \frac{x}{\beta}\sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{\rho^2}\right)}$, und die obige Formel für die Abweichung wegen der Kugelgestalt läfst eigentlich die fünfte Potenz von x in der Entwickelung dieses Sinus, oder das Glied

$$\frac{1}{8}\frac{x^6}{\rho\beta}\left(\frac{1}{\beta^3} + \frac{1}{\rho^3}\right)$$

weg. Nehmen wir nun $x = \frac{1}{10}\gamma$, so ist $\frac{x}{\beta} = \frac{1}{8}$, $\frac{x}{\rho} = \frac{1}{66{,}97}$ für $n = \frac{3}{2}$, also das vernachlässigte Glied mit $x^6 = 0{,}000000456$. Es wird also erst ein Fehler in der 7ten Decimalstelle begangen, woraus einleuchtet, dafs die Oeffnung $\frac{1}{6}\gamma$ selbst für sehr grofse Röhre noch zulässig ist. Kleinere Röhre von 2 bis 3 Fufs werden wohl nicht gut $\frac{1}{4}\gamma$ als Oeffnung vertragen.

§. 8.

Wir wollen, nachdem die Vorzüge unseres Systemes in Bezug der aufgehobenen Abweichungen aller Art anerkannt sind, auch dessen Mängel näher betrachten. Diese Mängel sind aber zweierlei: 1) die vielfache Reflexion der Glasflächen und 2) der vielleicht nicht unbedeutende Lichtmangel.

Betrachten wir nun den erstgenannten Mangel. Die Vorderfläche der Hohllinse wirft die Strahlen convergent zurück, aber deren Hinterfläche und die ebene Fläche der Spiegellinse geben divergirende Strahlen, die durch den Rückgang durch das Hohlglas noch mehr zerstreut werden. Von allen diesen divergirenden Strahlen kann nichts auf den kleinen Spiegel fallen, wenn der Punkt, von dem die Strahlen ausgehen, in der Axe liegt; diese sind demnach unschädlich. Diejenigen Reflexionen, welche beim Rückgange der Strahlen von der eigentlichen Spiegelfläche statt finden, sind allen dioptrischen Fernröhren gemein, und dürfen daher nicht in Anschlag gebracht werden.

Es kann also nur die Reflexion von der Vorderfläche des Hohlglases schädlich wirken. Construiren wir nun zuerst das Telescop newtonisch, so mufs der kleine Spiegel wenigstens so weit vom Brennpuncte des Objectivs abstehen, als die halbe Oeffnung x, und wenigstens die Gröfse haben, dafs er den hier stattfindenden senkrechten Durchschnitt des Strahlenkegels fafst, der von den mit der Axe parallel auffallenden und vom Spiegel reflectirten Strahlen gebildet wird; diese Gröfse ist $\frac{2x^2}{\gamma}$. Der Focus der von der Vorderfläche reflectirten Strahlen ist um $1{,}4\gamma$ vom Objective entfernt, und sein senkrechter Durchschnitt beträgt da, wo der kleine Spiegel steht, $\frac{0{,}4\gamma + x}{1{,}4\gamma}2x$. Setzen wir nun $\gamma = 48''$, $x = 6$ Zoll, so verhalten sich jene beiden Durchschnitte $= x : \frac{0{,}4\gamma + x}{1{,}4} = 6 : \frac{25{,}2}{1{,}4} = 1 : 3$, ihre Flächen wie $1 : 9$, und hieraus sehen wir, dafs der kleine Spiegel nur $\frac{1}{9}$ des von der Vorderfläche reflectirten Lichtes auffnimmt. Indessen mufs wohl etwas mehr angesetzt werden, da der kleine Spiegel ein wenig gröfser zu machen ist. Nehmen wir die Oeffnung $= 12$ Zoll bei einer Länge von 60 Zoll, so findet man auf gleiche Weise, dafs nur ohngefähr $\frac{1}{13}$ jenes Lichtes vom kleinen Spiegel aufgefangen wird.

Anders aber steht die Sache, wenn das Telescop gregoryanisch gebaut wird. Hier geht fürs erste ein Theil des Ne-

benlichtes vor dem kleinen Spiegel vorbei, und das darauf fallende wird im Brennpuncte des kleinen Spiegels, oder vielmehr noch vor demselben gesammelt und wieder auf den großsen Spiegel zurückgeworfen, jedoch kann nichts in das Loch gehen, wie man aus einer Zeichnung leicht sehen wird. Der große Spiegel wirft nun dieses Licht, da es fast aus seinem Brennpuncte kommt, nahe parallel zurück, so daſs es entweder ganz vor dem kleinen Spiegel vorbei geht, oder wenn ja ein Theil auf den Rand desselben fallen sollte, so wird er durch eine nochmalige Reflexion gänzlich aus dem Rohre entfernt.

Sonach wäre für dieses Telescop der Fehler der doppelten Reflexion der Glasspiegel ganz und gar gehoben.

§. 9.

Aber ein schwereres Examen muſs unser Objectiv aushalten, wenn es in Bezug auf Lichtstärke geprüft wird. Zuerst ist klar, daſs bei den Spiegelungen an den verschiedenen Glasflächen viel Licht verloren wird, denn es spiegeln beim Hin- und Hergange sechs solcher Flächen, und also wird dadurch so viel Licht verloren, als bei einem dreifachen dioptrischen Objective. Indessen muſs der Verlust doch etwas geringer angesetzt werden deshalb, weil das Licht durch keine Biconvexlinse geht. Es mag also der Lichtverlust nicht viel stärker seyn, als bei einem zweifachen dioptrischen Objective. Aber bei der Spiegelung wird viel Licht verloren, denn nach *Rumfort* verschlucken auch die besten Glasspiegel 0,3494 des darauf fallenden Lichtes. Ist hier der Verlust bei der Spiegelung an der Vorderfläche, und die Verschluckung beim Durchgange durch das Glas mitgerechnet, so dürfen wir wohl den Verlust bei der bloſsen Spiegelung an der belegten Fläche kleiner ansetzen, und annehmen, daſs unser Objectiv $\frac{3}{4}$ des Lichtes zurückwirft, was ein doppeltes dioptrisches Objectiv durchläſst.

Unser Telescop erfordert aber nothwendig zwei Spiegelungen; und wenn das zweitemal wieder $\frac{1}{4}$ verloren wird, so bleiben im Ganzen nur noch $\frac{9}{16}$ des Lichts im achromatischen Refractor. Wenn wir indessen auf die vollkommenere Vereinigung der farbigen Strahlen so wie auf die offenbar vollkommnere Vereinigung der Central- und Randstrahlen aller Art etwas rechnen dürfen, so möchte es nicht zu viel erscheinen, wenn wir die Lichtstärke $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{5}$ von der im achromatischen Refractor ansetzen.

Sollten sich aber die Glasspiegel nicht zu noch gröſserer Vollkommenheit bringen lassen, als aus *Rumforts* Versuchen hervorgeht? Sollte sich nicht der kleine Spiegel vollkommener herstellen lassen, so daſs er weniger, als $\frac{1}{4}$ des darauf fallenden Lichtes verschluckt? Hier kann man ja ohne eben sehr groſse Kosten die vom Grafen *von Sickingen* empfohlene Mischung aus Platina, Gold und Eisen anwenden, auch hat man den kleinen Spiegel bei der Politur besser in der Gewalt, als einen groſsen Objectivspiegel. Wenn dieses gelingt, so kann man wohl die Lichtstärke unseres Telescops auf $\frac{3}{4}$ von der im achromatischen Refractor setzen.

Wir wollen indessen jetzt nur die Hälfte dafür nehmen.

Unser Telescop verträgt nun eine Oeffnung von 1 Fuſs bei einer Länge von höchstens 5 Fuſs. Ein *Fraunhofer*scher Refractor dagegen hat bei derselben Länge nur eine Oeffnung von $\frac{1}{3}$ Fuſs, also gewinnen wir an auffallendem Lichte das 9fache, und an zurückgeworfenem zum mindesten das 4fache. Demnach kann ein Fernrohr mit unserem Objective doppelt so viel vergröſsern, also daſs die Hälfte an der Länge erspart wird.

Ueberhaupt muſs unser Objectiv, wenn es mit dem kleinen Spiegel die Hälfte des auffallenden Lichtes verschluckt, im Verhältniſs $1 : \sqrt{2}$ gröſser seyn als das dioptrische, wenn es mit diesem gleiche Lichtstärke haben soll, welches freilich etwas viel ist. Anders aber steht die Sache, wenn es noch $\frac{3}{4}$ des auffallenden Lichtes übrig läſst, denn dann braucht es nur um 0,225 gröſser zu seyn, als das dioptrische, welches bei 9 Zoll Oeffnung des letzteren nur 2 Zoll beträgt.

Schlieſslich bemerke ich nur noch, daſs ich jetzt ein solches Objectiv von 1 Fuſs Brennweite und 3 bis 4 Zoll Oeffnung ausführen lasse. Das Fernrohr soll der gröſseren Leichtigkeit wegen, wie ein *Newton*sches Spiegeltelescop gebaut werden. Ich hoffe von dem Erfolge dieses Unternehmens bald Nachricht geben zu können.

Fr. W. Barfuſs.

Inhalt.

Altona 1838. Juni 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 354.

Beobachtungen von Mondsternen auf der Hamburger Sternwarte.

Von Herrn *Ch. Rümker*.

Hiebei sende ich Ihnen die von mir seit Anfang 1836 in Hamburg beobachteten Mondsculminationen, indem ich mir vorbehalte, die übrigen nachzuliefern. Bis zum April 1836 sind sie noch mit dem Passagen-Instrumente des seligen Herrn *J. G. Repsold* mit 7 Passagefäden beobachtet, seitdem aber mit dem Meridiankreise der Gebrüder *Repsold jun.*, welcher 13 Fäden und 3 Microscope hat. In der Erwartung, dafs auch auf andern Sternwarten die langen Intervalle zwischen den im N. A. vorgeschriebenen Sternen mit Beobachtungen mehrerer im Parallele des Mondes befindlichen ausgefüllt, und möglicher Weise am Cap der guten Hoffnung ihre Declination mit der des Mondes verglichen werden möchte, habe ich die AR. und Decl. von noch mehreren sich seiner Bahn anschliefsenden Sternen beobachtet, und da des geringeren Einflusses wegen, welchen Refraction, Theilungsfehler und Excentricität auf den Declinations-Unterschied zweier beinahe in demselbigen Parallele culminirenden Gestirne haben können, die Bestimmung der Parallaxe des Mondes durch Vergleichung seiner Declination mit einem und demselben Sterne in beiden Hemisphären sicherer, als durch die Vergleichung ihrer absolut gefundenen Declinationen ist, so scheint es mir wünschenswerth, dafs auf dem Cap und in Europa auch die Declinationen der Mondsterne beobachtet werden. Uebrigens glaube ich nicht, dafs die starken Abweichungen der hier folgenden Declinationen von den Mondstafeln den ersteren zuzuschreiben sind. Die Declinationen des Mondes sind für Refraction, aber nicht für Parallaxe verbessert.

Rümker.

1836.	Sterne.	AR. h ′ ″	Fäden.
Jan. 25	ξ² Ceti	2 4 18,004	7
	Mond I	2 16 16,239	7
	29 Ariet.	2 23 54,826	7
	ν Ariet.	2 29 30,426	4
	38 Ariet.	2 36 1,474	6
	42 Ariet. π	2 40 8,276	7
Jan. 26	38 Ariet.	2 36 1,424	5
	ρ Ariet.	2 46 35,705	3
	ε Ariet.	2 49 50,307	7
	Mond I	3 3 15,749	7
	τ Ariet.	3 11 45,957	7
	ξ Tauri	3 18 17,070	7
	f Tauri	3 21 49,295	7
	q Tauri	3 27 19,870	7
	η Tauri	3 37 44,595	7
Jan. 30	κ Aurigae	6 4 55,949	7
	μ Gemin.	6 13 2,786	7
	Mond I	6 31 23,099	7
	ε Gemin.	6 33 50,999	7
Febr.24	A² Tauri	3 55 37,671	6
	ω¹ Tauri	3 59 36,794	6
	ω² Tauri	4 7 39,106	7
	γ Tauri	4 10 27,725	7
	δ Tauri	4 13 28,726	6
	ε Tauri	4 19 2,294	7
	Mond I	4 21 55,461	7
Febr.24	Aldebaran	4 26 30,731	7
	τ Tauri	4 32 24,156	7
	l Tauri	4 41 46,859	7
	102 Tauri	4 53 17,734	7
Febr.25	102 Tauri	4 53 17,776	7
	109 Tauri	5 9 25,608	6
	Mond I	5 14 25,151	7
	β Tauri	5 15 55,816	4
	ζ Tauri	5 27 50,977	7
	B Tauri	5 38 57,376	7
	C Tauri	5 43 1,563	7
	H Gemin.	5 54 9,355	4
Febr.26	C Tauri	5 43 1,229	7
	η Gemin.	6 4 58,867	7
	Mond I	6 8 48,904	7
	μ Gemin.	6 13 2,133	5
	γ Gemin.	6 28 14,417	6
März 7	Mond II	15 4 12,581	7
	28 Libr.	15 11 36,593	4
	ε Libr.	15 16 19,191	7
	ζ³ Libr.	15 21 25,996	7
	ζ⁴ Libr.	15 23 40,011	7
	γ Libr.	15 26 22,048	7
	X Libr.	15 30 36,048	7
	η Libr.	15 34 51,446	7
	θ Libr.	15 44 29,811	4

1836.	Sterne.	AR.	Fäden,	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
März27	λ Canc.	8 10 46,736	5		
	φ² Canc.cent.	8 16 51,891	7		
	θ Canc.	8 22 14,482	6		
	Mond I	8 31 26,689	7		
	γ Canc.	8 33 47,475	7		
	α¹ Canc.	8 46 58,432	7		
	α² Canc.	8 49 31,289	7		
	ν Canc.	8 53 8,846	7		
	ξ Canc.	8 59 55,603	7		
	q Canc.	9 9 49,768	7		
März29	γ Leon	10 10 56,204	7		
	Mond I	10 17 51,569	7		
	ρ Leon.	10 24 11,006	6		
	50 Leon.	10 30 7,111	7		
	52 κ Leon.	10 37 44,583	7		
April25	λ Leon.	9 22 21,700	12	+23 41 18,71	8
	ψ Leon.	9 34 48,057	13	+14 43 8,94	8
	ν Leonis	9 49 24,212	13		
	Mond I o.R.	9 54 22,983	11	17 57 8,83	8
	γ¹ Leon.	10 10 55,985	13	20 40 7,49	8
	ρ Leon.	10 24 10,92	13	10 8 51,55	8
April26	ρ Leon.	10 24 11,04	12		
	Mond I o.R.	10 45 18,05	13	+12 52 6,07	8
April29	Mond I o.R.	13 18 22,816	13	— 6 9 28,77	8
	m Virg.	13 33 1,981	13	7 52 28,42	8
	p Virg.	13 46 18,596	13	0 41 39,11	4
	τ Virg.	13 53 19,843	13	2 20 23,61	8
	κ Virg.	14 4 10,804	13	———	
	ι Virg.	14 7 26,804	13	5 13 0,58	8
April30	ι Virg.	14 7 26,810	12	— 5 13 1,87	2
	Mond I o.R.	14 13 13,410	13	12 43 51,06	8
	μ Virg.	14 34 27,01	13	4 56 36,86	4
	α² Libr.	14 41 50,56	13	15 2: 27,67	4
	ξ² Libr.	14 47 54,20	13	10 44 44,03	8
Nov. 13	Mond I	19 44 38,865	13		
	ψ Capric.	20 36 24,415	13		
Nov. 15	η Capric.	20 55 5,660	10		
	ε Capric.	21 27 55,415	13	—20 11 42,83	4
	δ Capric.	21 38 1,008	13	16 51 57,91	4
	Mond I u.R.	21 48 20,662	13	19 50 29,53	8
	σ Aquar.	22 22 0,177	13	11 30 38,93	2
	τ² Aqoar.	22 40 56,564	13	14 27 3,42	4
Dec. 17	ν Piscium	1 32 57,009	13		
	Mond I u.R.	1 43 41,747	13	+ 8 45 0,325	8
Jan. 15 1837	ρ² Ariet.	2 46 39,400	13		
	*6th in Par.	3 1 29,000	9		
	Mond I u.R.	3 5 33,858	13	+17 47 57,14	2
	τ Ariet.	3 11 49,523	13	20 33 21,65	2
	η Tauri	3 37 48,347	13	23 35 51,63	2
	*6th mag.	3 45 10,608	13	16 8 15,64	2
Febr.12	δ Ariet.	3 2 18,548	13	+19 6 25,73	4
	61 Ariet τ′	3 11 49,180	12		
	Tauri	3 27 23,313	13	22 40 12,62	4
	Mond I u.R.	3 38 10,590	13	20 49 18,57	8

1836.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Mic
		h ′ ″			
Febr. 17	Mond I u.R.	8 9 59,430	7	+25° 1′ 1″42	4
	η Canc.	8 23 17,484	13	20 59 24,75	4
	γ Canc.	8 33 51,584	13		
	δ Canc.	8 35 25,910	4	18 44 54,48	4
	ρ² Canc.	8 45 54,261	13		
März17	λ Canc.	8 10 50,972	13	+24 31 52,21	4
	φ² Canc. cent.	8 16 56,141	13		
	θ Canc.	8 22 18,549	13	18 38 27,65	4
	δ Canc.	8 35 25,683	7	18 44 57,55	4
	Mond I o.R.	8 42 57,980	13	23 16 9,35	4
	α² Canc.	8 49 34,801	10	12 29 2,28	4
	ξ Canc.	8 59 59,472	13	22 42 8,72	4
	q Canc.	9 9 53,534	13	18 23 33,08	4
März18	ξ Canc.	8 59 59,668	13	+22 42 5,63	4
	q Canc.	9 9 53,651	13	18 23 36,17	4
	8th	9 26 37,967	13	15 33 0,32	[illegible]
	Mond I o.R.	9 32 54,353	13	19 23 59,06	[illegible]
	μ Leon.	9 43 30,213	13	26 46 19,40	4
	π Leon.	9 51 36,828	13	8 49 22,26	4
	α Leon.	9 59 42,374	13	12 45 38,76	4
März19	π Leon.	9 51 36,853	13	+ 8 49 21,10	4
	α Leon.	9 59 42,345	13	12 45 36,66	4
	Mond I o.R.	10 21 37,076	13	14 38 3,34	[illegible]
	h Leon.	10 37 48,307	13	15 3 8,83	4
	c Leon.	10 52 19,181	10		
April 14	ξ Canc.	8 59 59,353	13	+22 42 3,605	4
	Mond I o.R.	9 13 22,281	13	21 9 48,875	4
	λ Leon.	9 22 25,439	13		
	ο Leon.	9 32 27,793	13		
	α Leon.	9 59 42,394	13	12 45 37,94	4
April 16	γ Leon.	10 10 59,994	3		
	ρ Leon.	10 24 14,343	5	+10 8 34.33	4
	Mond I o.R.	10 49 18,169	13	11 33 5,77	4
	n Leon.	11 7 21,138	12	14 11 41,53	4
	l Leon.	11 15 26,800	13	11 25 29,38	[illegible]
Mai 10	α² Gemin.	7 24 11,267	11	+32 14 32,90	[illegible]
	β Gemin.	7 35 19,964	8	28 25 0,03	4
	Mond I o.R.	8 0 24,757	13	25 41 49,16	[illegible]
Mai 12	ο Leon.	9 32 26,934	9		
	Mond I o.R.	9 42 9,196	13	+18 39 16,15	1
	α Leon.	9 59 41,620	13	12 45 43,97	1
	γ Leon.	10 10 59,304	13	20 39 52,46	1
Mai 13	Mond I	10 29 29,110	13		
	54 Leon.	10 46 47,656	13		
	χ Leon.	10 56 37,302	13		
	δ Leon.	11 5 27,010	13		
Mai 14	χ Leon.	10 56 37,112	4		
	n Leoo.	11 7 21,042	12	+14 11 41,96	4
	Mond I o.R.	11 15 23,411	13	8 19 0,08	4
	ω Virg.	11 30 4,288	13	9 2 7,64	4
Mai 15	7 Virg. b	11 51 37,333	13	+ 4 33 39,46	[illegible]
	9 Virg. s	11 56 55,502	13		
	Mond I o.R.	12 0 53,406	11	+ 2 22 14,33	6
	η Virg.	12 11 35,440	13	+ 0 14 13,01	[illegible]
	γ Virg.	12 33 25,413	12	— 0 33 24,02	4
	α Virg.	13 16 38,344	13	—10 18 40,72	4

1837.	Sterne.	AR. h ′ ″	Fäden.	Decl. ° ′ ″	Micr.
Mai 16	η Virg.	12 11 35,254	13	+ 0 14 14,75	4
	γ^1 Virg.	12 33 25,600	13	− 0 33 23,31	4
	Mond I o.R.	12 47 8,510	13	− 3 50 38,64	8
	α Virg.	13 16 38,439	13	−10 18 40,24	4
Mai 18	λ Virg.	14 10 19,566	3		
	2 Librae	14 14 41,354	13	−10 68 4,06	4
	Mond I o.R.	14 27 3,284	13	−16 4 56,37	4
	μ Virg.	14 34 30,161	13		
	20 Libr.	14 54 34 469	13	−24 38 15,85	4
Juni 13	Mond I	13 12 39,413	13		
	α Virg.	13 16 38,186	13		
Juni 16	Mond I	15 54 0,296	13		
	19 Scorp.	16 10 52,604	13		
	4 Oph. ψ	16 14 36,580	13		
	α Scorp.	16 19 27,868	13		
Juni 17	Mond I	16 58 30,795	13		
	θ Oph.	17 12 2,780	13		
Juli 12	Mond I o.R.	14 29 56,441	13	−16 41 34,63	8
	α^2 Libr.	14 41 54,041	13	15 21 43,99	8
	β Libr.	15 8 16,402	13	8 46 41,83	8
Juli 13	β Libr.	15 8 16,418	13	− 8 46 43,04	8
	Mond I o.R.	15 24 49,029	13	21 46 4,34	4
	π Scorp.	15 49 2,440	13	25 38 39,15	4
	β^1 Scorp.	15 56 0,449	13	19 23 17,90	4
Juli 26	Mond II	4 15 29,703	13		
	α Tauri	4 26 35,134	13		
Aug. 10	δ Scorp.	15 50 44,277	13		
	Mond I o.R.	15 58 1,870	13	−24 24 26,79	4
	Antares	16 19 27,623	13	26 4 3,16	4
Aug. 12	63 Oph.	17 44 54,784	13	−24 50 56,45	4
	γ^2 Sagitt.	17 55 23,076	13	30 25 10,58	4
	μ^1 Sagitt.	18 4 3,584	13		
	Mond I o.R.	18 6 66,737	13	28 49 26,72	4
Aug. 14	c Sagitt.	19 52 41,174	13	−28 9 23,46	4
	α^2 Capric.	20 9 3,443	13	13 2 35,08	4
	π Capric.	20 18 2,205	13	18 44 21,11	4
	Mond I u.R.	20 25 9,797	13	25 38 13,16	4
	η Capric.	20 55 10,194	13	20 29 31,25	4
	ζ Capric.	21 17 24,274	13	23 6 35,42	4
Aug. 15	η Capric.	20 55 10,329	13		
	32 Capric.	21 13 12,706	13		
	ζ Capric.	21 17 24,066	5		
	α Capr.	21 27 59,676	13		
	Mond I u.R.	21 30 33,422	13	−20 46 22,96	4
	6th mag.	21 38 5,091	13	21 52 32,89	4
	μ Capric.	21 44 26,960	11	14 18 43,15	4
	ι Aquar.	21 57 40,514	13	14 39 12,63	4
	θ Aquar.	22 8 16,314	8		
Sept. 6	Mond I u.R.	15 37 44,262	13	−23 12 59,40	4
	β^1 Scorp.	16 55 59,605	13	19 21 23,28	4
	Antares	16 19 27,247	13	26 4 0,18	4

1837.	Sterne.	AR. h ′ ″	Fäden.	Decl. ° ′ ″	Micr.
Sept. 11	β^2 Capric.	20 11 63,466	6		
	π Capric.	20 18 1,909	12	−18 44 22,53	4
	τ^2 Capric.	20 28 15,287	13	15 42 19,16	4
	ψ Capric.	20 36 29,203	13	25 61 2,27	4
	Mond I u.R.	20 58 24,408	9	23 29 16,30	4
	δ Capric.	21 38 5,411	13	16 61 38,49	4
Sept. 22	η Gemin.	6 6 4,508	13		
	μ Gemin.	6 13 7,924	13		
	Mond II	7 22 10,316	13		
	α^2 Gemin.	7 24 13,086	10		
	β Gemin.	7 36 21,632	13		
Sept. 23	δ Gemin.	7 10 24,569	13		
	α^2 Gemin.	7 24 13,031	8		
	β Gemin.	7 35 21,677	13		
	Mond II	8 16 6,654	13		
Oct. 7	Mond u. R.	———		−28 25 62,55	8
Oct. 10	Mond I u.R.	22 32 56,524	13	−14 30 38,09	4
	τ^2 Aquar.	22 41 0,586	13		
	λ Aquar.	22 44 9,594	13	− 8 26 27,15	4
	81 Aquar.	22 52 57,985	13		
Oct. 12	i Pisc.	23 31 36,827	10	+ 4 45 0,29	4
	n Pisc.	23 39 36,832	13	− 3 39 44,32	4
	r Pisc.	23 53 39,217	13	− 6 54 55,73	4
	Mond I u.R.	0 20 59,928	13	− 0 22 37,23	4
	20 Mayer	0 39 53,248	13	+ 4 26 52,82	4
	γ Pisc.	1 33 0,363	13	+ 4 40 3,40	4
Nov. 6	δ Capric.	21 38 4,774	13	−16 51 41,06	4
	μ Capric.	21 44 26,742	13	14 18 47,42	4
	Mond I u.R.	22 11 53,288	12	16 43 7,12	4
	σ Aquarii	———	—	11 30 21,14	4
Dec. 10	η Tauri	3 37 52,635	13	+23 36 4,07	4
	7th mag.	3 46 40,320	13	20 17 40,77	4
	A^1 Tauri	3 55 8,145	11	21 38 9,80	4
	7.8	4 0 51,598	10	18 2 42,56	2
	Mond I o.R.	4 6 46,820	13	24 20 26,50	4
	6.7 mag.	4 15 31,713	8	18 39 56,91	4
	Aldeb.	4 26 38,635	13	16 10 48,29	4
	τ Tauri	4 32 32,474	13	22 38 32,84	4
	i Tauri	4 53 25,693	13	21 21 14,93	4
Jan. 1 1838	λ Aquarii	———		− 8 26 30,78	4
	ψ^3 Aquarii	23 10 31 219	13	10·29 51,03	4
	Mond I u.R.	23 25 35,365	13	7 21 5,19	4
Jan. 7	υ^1 Tauri	4 16 37,945	13		
	Aldebarau	4 26 38,676	13		
	τ Tauri	4 32 32,429	13		
	Mond I u.R.	4 44 38,172	13		
	β Tauri	5 16 4,237	13		
	ζ Tauri	6 27 58,860	13		
Febr. 3	η Tauri	3 37 52,230	10	+23 36 3,53	4
	A^1 Tauri	3 55 8,212	10	21 38 5,98	4
	υ^1 Tauri	4 16 37,877	13	22 26 32,02	4
	Mond I u.R.	4 26 51,770	13	25 14 47,28	4
	i Tauri	4 53 25,962	13	21 21 15,20	4
	β Tauri	6 16 4,016	13		



1838.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	Micr.
		h ′ ″		° ′ ″	
Febr. 4	i Tauri	4 53 25,980	13		
	Mondl u.R.	5 25 3,458	13	+27 15 58,80	4
	c Tauri	5 43 9,858	13		
	7.	6 0 32,296	13	26 28 28,43	4
	κ Tauri	6 5 4,449	13	29 33 12,65	4
März 3	Aldebaran	4 26 38,101	13	+16 10 45,30	4
	i Tauri	4 53 25,327	13	21 21 17,16	4
	Mondl u.R.	5 5 50,158	13	26 58 9,81	4

1838.	Sterne.	AR.	Fäden.	Decl.	M
		h ′ ″		° ′ ″	
März 3	β Tauri	5 16 3,689	13	+28 27 59,45	
	26 Aurigae	5 28 14,523	5	30 23 31,80	
	c Tauri	5 43 9,335	13	27 34 13,33	
März 6	κ Gemin.	7 34 40,714	13	+24 46 51,28	
	Mondl u.R.	7 58 22,445	13	25 37 49,36	
	χ Cancr.	8 10 14,014	13	27 44 13,92	
	φ² Canc. cent.	8 17 0,126	13	27 27 32,41	

Elemente des Doppelsterns η Coronae.

Seit der ersten Beobachtung *Herschels* hat dieses Sternenpaar schon beträchtlich mehr als einen vollen Umlauf zurückgelegt, so dafs ein Versuch, seine Bahn zu bestimmen, wenigstens in Beziehung auf Umlaufszeit, der äufserst geringen scheinbaren Distanz beider Sterne ungeachtet, einigen Erfolg zu verbürgen scheint. Auch hat *Herschel II (On the Orbits of revolving double stars, London 1834)* bereits einen solchen Versuch gemacht; da er aber nur die Beobachtungen bis 1833,28 benutzen konnte und seit jener Zeit eine Reihe höchst genauer Messungen von *Struve*, die von *Herschels* Bahn erheblich abweichen, hinzugekommen ist, so gebe ich hier die Resultate einer neuen Untersuchung.

In *Herschels* angeführter Bearbeitung kommt ein Positionswinkel vor:

1819,70. 359° 0′ *Struve*;

welchen ich aber in dessen neuestem Werke nirgend erwähnt finde, und den ich deshalb auch nicht mit zur Berechnung hinzugezogen habe. Zur Vergleichung mögen hier die älteren Elemente mit aufgeführt werden:

Durchgang durch das Perihel....	1806,20	1815,20
Umlaufszeit.....................	44,242 J.	43,340 J.
Aufsteigender Knoten....... ...	40° 35′	22° 35′2
Perihel vom Knoten.......	178 38	263 10,3
Neigung............................	37 24	71 29,1
Excentricitätswinkel............	15 5,4	20 42,9
Halbe grofse Axe...............	0″3325	1″1912
Bewegung..........................	direct.	
π. M³ (cf. *Struve Mensurae Micr.* p. CLXIV)...............	0″0666	0″0963

Vergleichung meiner Elemente mit den Beobachtungen.

T	p	d	Δp	Δd	Beobachter.
1781,69	30° 41′		− 3′6		*Herschel I*
1802,69	179 40		+ 56,6		*Herschel I*
1823,27	25 57		+ 2,9		*Herschel II So*
1826,77	35 17	1″057	+ 1,8	−0″068	*Struve*
1829,55	43 15	0,960	− 18,5	− 0,053	*Struve*
1830,30	44 28		−106,3		*Herschel II*
1831,36	51 12		+ 40,9		*Hersch. II. Dae*
1831,63	50 38	0,883	− 65,0	+ 0,007	*Struve*
1832,40	57 10		+102,0		*Herschel II*
1832,76	56 52	0,790	− 31,6	− 0,005	*Struve*
1833,28	62 6		+101,0		*Herschel II*
1835,41	74 17	0,730	−132,7	+ 0,115	*Struve*
1836,52	88 46	0,563	+ 52,5	− 0,005	*Struve*
(1819,70)	(359 0)		(−923,8)		?

Ephemeride.

	p	d
1837,0	93° 28′0	0″536
5	99 41,6	0,522
1838,0	106 13,1	0,512
5	112 56,7	0,507
1839,0	119 40,2	0,509
1840,0	132 32,1	0,531
1841,0	144 1,9	0,572
1842,0	153 44,8	0,627
1843,0	161 46,4	0,690
1844,0	168 23,7	0,760
1845,0	173 54,8	0,884

Mädler.

Ephemeride des *Pons*'schen Cometen für 1838.

(S. Astr. Nachr. Nr. 353.)

August 1838.

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Ständliche Bewegung. p	p′	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Ständliche Bewegung q	q′	Log. der Entfernu v. d. Erde.	v. d. Son
1	15′ 50″8	− 22″9	31° 2′ 4″9	+0′ 34″88	−0″005	− 2″3	+21° 59′ 50″0	+0′ 27″91	+0″004	0,285147	
2	15 39,7	22,8	31 15 59,1	0 34,62	0,006	2,2	22 11 2,2	0 28,11	0,004	0,280025	
3	15 28,6	22,7	31 29 46,8	0 34,35	0,006	2,1	22 22 19,4	0 28,32	0,005	0,274845	
4	15 17,4	22,6	31 43 27,8	0 34,07	0,006	2,0	22 33 41,7	0 28,54	0,005	0,269605	0,3406
5	15 6,3	22,5	31 57 2,1	0 33,79	0,006	1,9	22 45 9,3	0 28,77	0,005	0,264305	

Mittl. Berl. Zeit	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
6	14' 55"2	— 22"4	32° 10' 29"5	+0' 33"50	— 0,006	— 1"8	+22° 56' 42"5	+0' 29"00	+ 0"005	0,258943	
7	14 44,1	22,3	32 23 49,7	0 33,18	0,007	1,7	23 8 21,5	0 29,25	0,005	0,253518	
8	14 33,0	22,2	32 37 2,3	0 32,86	0,007	1,6	23 20 6,4	0 29,50	0,005	0,248030	0,332556
9	14 21,9	22,1	32 50 7,2	0 32,54	0,007	1,4	23 31 57,6	0 29,77	0,006	0,242477	
10	14 10,8	22,0	33 3 4,0	0 32,19	0,007	1,3	23 43 55,2	0 30,04	0,006	0,236858	
11	13 59,7	— 21,9	33 15 52,5	+0 31,84	— 0,008	— 1,2	+23 55 59,5	+0 30,32	+ 0,006	0,231173	
12	13 48,7	21,8	33 28 32,2	0 31,47	0,008	1,1	24 8 10,7	0 30,62	0,006	0,225420	0,324267
13	13 37,6	21,7	33 41 2,9	0 31,08	0,008	1,0	24 20 29,2	0 30,93	0,006	0,219597	
14	13 26,6	21,6	33 53 24,2	0 30,68	0,009	1,0	24 32 55,1	0 31,24	0,007	0,213704	
15	13 15,6	21,5	34 5 35,6	0 30,27	0,009	0,9	24 45 28,7	0 31,57	0,007	0,207740	
16	13 4,6	— 21,4	34 17 36,8	+0 29,82	— 0,009	— 0,8	+24 58 10,4	+0 31,91	+ 0,007	0,201703	0,315663
17	12 53,7	21,4	34 29 27,3	0 29,37	0,010	0,7	25 11 0,3	0 32,26	0,008	0,195592	
18	12 42,7	21,3	34 41 6,6	0 28,90	0,010	0,6	25 23 58,9	0 32,63	0,008	0,189407	
19	12 31,8	21,2	34 52 34,4	0 28,41	0,010	0,5	25 37 6,5	0 33,01	0,008	0,183145	
20	12 20,9	21,1	35 3 50,4	0 27,91	0,010	0,4	25 50 23,4	0 33,41	0,009	0,176806	0,306720
21	12 10,0	— 21,1	35 14 54,1	+0 27,39	— 0,011	— 0,3	+26 3 50,2	+0 33,83	+ 0,009	0,170388	
22	11 59,2	21,0	35 25 45,0	0 26,85	0,011	0,2	26 17 27,0	0 34,25	0,009	0,163889	
23	11 48,4	20,9	35 36 22,7	0 26,28	0,012	0,1	26 31 14,4	0 34,71	0,010	0,157309	
24	11 37,6	20,8	35 46 46,6	0 25,70	0,012	0,0	26 45 12,9	0 35,18	0 010	0,150646	0,297416
25	11 26,8	20,7	35 56 56,3	0 25,10	0,013	+ 0,1	26 59 22,9	0 35,67	0,010	0,143899	
26	11 16,1	— 20,7	36 6 51,3	+0 24,48	— 0,013	+ 0,1	+27 13 44,9	+0 36,18	+ 0,011	0,137066	
27	11 5,4	20,6	36 16 31,2	0 23,83	0,014	0,2	27 28 19,4	0 36,71	0,011	0,130145	
28	10 54,8	20,6	36 25 55,2	0 23,16	0,014	0,3	27 43 7,1	0 37,27	0,012	0,123134	0,287725
29	10 44,2	20,5	36 35 2,7	0 22,46	0,015	0,4	27 58 8,4	0 37,85	0,012	0,116032	
30	10 33,6	20,5	36 43 53,1	0 21,73	0,015	0,5	28 13 24,1	0 38,46	0,013	0,108837	
31	10 23,0	— 20,4	36 52 25,7	+0 20,97	— 0,016	+ 0,5	+28 28 54,7	+0 39,10	+ 0,014	0,101546	
32	10 12,5	20,4	37 0 39,8	0 20,19	0,017	0,6	28 44 41,0	0 39,77	0,014	0,094158	0,277619

$\alpha' = \alpha + pt + p't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

September 1838.

Mittl. Berl. Zeit	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
1	10 12,5	— 20,4	37 0 39,8	+0 20,19	— 0,017	+ 0,6	+28 44 41,0	+0 39,77	+ 0,014	0,094158	0,277619
2	10 2,0	20,4	37 8 34,7	0 19,37	0,017	0,7	29 0 43,7	0 40,47	0,015	0,086670	
3	9 51,6	20,3	37 16 9,6	0 18,52	0,018	0,8	29 17 3,5	0 41,20	0,016	0,079081	
4	9 41,2	20,3	37 23 23,5	0 17,62	0,019	0,8	29 33 41,2	0 41,96	0,016	0,071388	
5	9 30,9	20,2	37 30 15,3	0 16,68	0,020	0,9	29 50 37,6	0 42,75	0,017	0,063588	0,267066
6	9 20,6	— 20,2	37 36 44,1	+0 15,68	— 0,021	+ 0,9	+30 7 53,5	+0 43,59	+ 0,018	0,055680	
7	9 10,3	20,1	37 42 48,8	0 14,65	0,022	1,0	30 25 30,0	0 44,49	0,019	0,047660	
8	9 0,1	20,1	37 48 28,1	0 13,59	0,023	1,0	30 43 27,9	0 45,37	0,020	0,039526	
9	8 50,0	20,1	37 53 40,8	0 12,46	0,024	1,1	31 1 48,3	0 46,33	0,020	0,031276	0,256031
10	8 39,8	20,0	37 58 25,5	0 11,26	0,025	1,2	31 20 32,2	0 47,33	0,021	0,022906	
11	8 29,8	— 20,0	38 2 40,7	+0 10,00	— 0,027	+ 1,2	+31 39 40,7	+0 48,39	+ 0,022	0,014413	
12	8 19,8	19,9	38 6 25,0	0 8,68	0,028	1,3	31 59 15,1	0 49,49	0,023	0,005796	
13	8 9,8	19,9	38 9 36,8	0 7,29	0,030	1,3	32 19 16,5	0 50,64	0,025	9,997051	0,244475
14	7 59,9	19,9	38 12 14,1	0 5,82	0,031	1,4	32 39 46,3	0 51,85	0,026	9,988175	
15	7 50,0	19,9	38 14 15,2	0 4,27	0,033	1,4	33 0 46,0	0 53,13	0,027	9,979165	
16	7 40,2	— 19,8	38 15 38,1	+0 2,63	— 0,036	+ 1,4	+33 22 17,1	+0 54,47	+ 0,029	9,970018	
17	7 30,5	19,8	38 16 20,5	+0 0,89	0,037	1,5	33 44 21,1	0 55,88	0,030	9,960730	0,232354
18	7 20,8	19,8	38 16 20,1	—0 0,97	0,039	1,5	34 6 59,8	0 57,36	0,032	9,951298	
19	7 11,2	19,8	38 15 34,5	0 2,87	0,041	1,5	34 30 15,0	0 58,92	0,033	9,941719	
20	7 1,6	19,8	38 14 1,4	0 4,92	0,044	1,6	34 54 8,7	1 0,57	0,035	9,931989	

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfern v. d. Erde.	v. d. Son
21	6' 52"2	−19,8	38° 11' 37"3	−0' 7"10	−0,047	+ 1"6	+35° 18' 42"9	+1' 2"30	+0"037	9,922103	0,2196
22	6 42,7	19,8	38 8 19,5	0 9,41	0,050	1,7	35 43 59,9	1 4,13	0,039	9,912059	
23	6 33,4	19,8	38 4 4,6	0 11,86	0,053	1,7	36 10 2,0	1 6,06	0,041	9,901851	
24	6 24,1	19,8	37 58 49,0	0 14,48	0,057	1,7	36 36 51,8	1 8,11	0,044	9,891476	
25	6 14,9	19,8	37 52 28,3	0 17,28	0,060	1,7	37 4 32,0	1 10,26	0,046	9,880929	0,2062
26	6 5,7	−19,9	37 44 58,1	−0 20,29	−0,066	+ 1,7	+37 33 5,5	+1 12,55	+0,049	9,870206	
27	5 56,7	19,9	37 36 12,8	0 23,51	0,069	1,8	38 2 35,5	1 14,97	0,052	9,859301	
28	5 47,7	19,9	37 26 8,0	0 26,94	0,074	1,8	38 33 5,3	1 17,53	0,055	9,848211	
29	5 38,8	20,0	37 14 37,8	0 30,63	0,080	1,7	39 4 38,4	1 20,25	0,058	9,836929	0,1920
30	5 29,9	20,0	37 1 35,2	0 34,65	0,087	1,7	39 37 18,6	1 23,13	0,062	9,825450	
31	5 21,2	−20,1	36 46 52,0	−0 39,02	−0,095	+ 1,7	+40 11 9,9	+1 26,16	+0,065	9,813770	
32	5 12,6	20,2	36 30 19,1	0 43,79	0,104	1,7	40 46 16,6	1 29,41	0,069	9,801882	0,1846

$\alpha' = \alpha + pt + p't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

October 1838.

12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q'	Log. der Entfern v. d. Erde.	v. d. Son
1	5 21,2	−20,1	36 46 52,0	−0 39,02	−0,095	+ 1,7	+40 11 9,9	+1 26,16	+0,065	9,813770	0,18469
2	5 12,5	20,2	36 30 19,1	0 43,79	0,104	1,7	40 46 16,6	1 29,41	0,069	9,801882	
3	5 3,9	20,2	36 11 46,9	0 48,97	0,113	1,7	41 22 43,2	1 32,84	0,074	9,789782	0,17710
4	4 56,4	20,3	35 51 4,8	0 54,63	0,124	1,6	42 0 34,7	1 36,48	0,078	9,777464	
5	4 47,0	20,4	35 28 0,0	1 0,87	0,136	1,6	42 39 56,1	1 40,34	0,083	9,764923	0,16930
6	4 38,7	−20,5	35 2 18,1	−1 7,74	−0,150	+ 1,6	+43 20 52,6	+1 44,41	+0,088	9,752155	
7	4 30,6	20,7	34 33 42,8	1 15,35	0,167	1,6	44 3 29,9	1 48,74	0,093	9,739154	0,16125
8	4 22,3	20,8	34 1 55,0	1 23,79	0,185	1,4	44 47 54,0	1 53,32	0,098	9,725917	
9	4 14,3	20,9	33 26 33,5	1 33,14	0,207	1,4	45 34 11,1	1 58,15	0,103	9,712439	0,15296
10	4 6,4	21,1	32 47 13,5	1 43,69	0,232	1,3	46 22 27,3	2 3,25	0,109	9,698718	
11	3 58,6	−21,3	32 3 25,9	−1 55,52	−0,262	+ 1,2	+47 12 49,1	+2 8,61	+0,114	9,684762	0,14441
12	3 50,9	21,5	31 14 36,1	2 8,89	0,296	1,1	48 5 22,5	2 14,23	0,120	9,670540	
13	3 43,4	21,8	30 20 4,6	2 24,06	0,337	0,9	49 0 13,9	2 20,09	0,124	9,656084	0,13557
14	3 35,9	22,1	29 19 4,1	2 41,36	0,385	0,8	49 57 28,6	2 26,17	0,129	9,641385	
15	3 28,6	22,4	28 10 39,1	3 1,20	0,444	0,6	50 57 11,5	2 32,42	0,131	9,626448	0,12645
16	3 21,5	−22,7	26 53 42,3	−3 24,08	−0,512	+ 0,6	+51 59 25,3	+2 38,75	+0,133	9,611282	
17	3 14,5	23,1	25 26 54,7	3 50,56	0,595	0,2	53 4 11,5	2 45,08	0,130	9,595898	0,11701
18	3 7,6	23,5	23 48 40,0	4 21,46	0,695	0,0	54 11 27,6	2 51,22	0,125	9,580313	0,11217
19	3 0,9	23,9	21 57 2,3	4 57,65	0,816	− 0,3	55 21 6,9	2 56,97	0,114	9,564547	0,10725
20	2 54,4	24,4	19 49 41,9	5 40,24	0,964	0,7	56 32 56,3	3 1,97	0,093	9,548628	0,10223
21	2 48,1	−24,9	17 23 48,9	−6 30,57	−1,135	− 1,0	+57 46 32,2	+3 6,79	+0,064	9,532591	0,09713
22	2 42,0	25,4	14 36 3,3	7 29,95	1,345	1,5	59 1 20,0	3 7,82	+0,018	9,516481	0,09193
23	2 36,1	25,9	11 22 25,0	8 40,18	1,586	2,0	60 16 26,3	3 7,16	−0,050	9,500355	0,08664
24	2 30,4	26,4	7 38 17,3	10 2,58	1,851	2,6	61 30 33,3	3 2,70	0,142	9,484280	0,08124
25	2 25,0	26,8	3 18 37,6	11 37,89	2,119	3,2	62 41 53,6	2 52,98	0,271	9,468340	0,07574
26	2 19,8	−26,9	358 18 20,0	−13 25,45	−2,351	− 4,0	+63 47 59,5	+2 36,16	−0,439	9,452635	0,07014
27	2 15,0	26,5	352 33 5,7	15 21,71	2,466	4,8	64 45 36,9	2 10,29	0,647	9,437285	0,06443
28	2 10,4	25,6	346 0 51,8	17 18,67	2,363	5,7	65 30 45,6	1 33,46	0,892	9,422428	0,05860
29	2 6,2	24,2	338 43 47,1	19 3,36	1,942	6,6	65 58 46,2	+0 44,55	1,145	9,408223	0,05266
30	2 2,4	21,9	330 50 2,6	20 19,10	1,162	7,5	66 4 49,7	−0 16,11	1,374	9,394846	0,04659
31	1 59,0	−19,1	322 34 26,7	−20 50,56	−0,126	− 8,4	+65 44 38,5	−1 26,04	−1,525	9,382491	0,04039
32	1 56,0	16,1	314 16 28,9	20 30,74	+0,934	9,0	64 56 20,8	2 40,82	1,572	9,371362	0,03407

$\alpha' = \alpha + pt + q't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

November 1838.

Mittl. Zeit	Aberration	Reduction f. w Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
1	1'56"0	−16"1	314°16'28"9	−20'30"74	+0"934	− 9"0	+64°55'20"8	−2'40"82	−1"572	9,371362	0,034073
2	1 53,4	13,1	306 16 5,3	19 24,45	1,777	9,3	63 36 3,6	3 55,06	1,504	9,361666	0,027611
3	1 51,3	10,2	298 49 12,9	17 46,04	2,264	9,4	61 48 2,2	5 3,78	1,347	9,353605	0,021009
4	1 49,7	8,1	292 5 17,7	15 52,28	2,427	9,5	59 34 14,5	6 3,47	1,134	9,347359	0,014259
5	1 48,7	6,4	286 7 33,6	13 57,12	2,341	9,4	56 58 43,0	6 52,27	0,897	9,343079	0,000735
6	1 48,1	− 5,1	280 54 34,5	−12 9,64	+2,127	− 9,3	+54 5 57,8	− 7 29,58	−0,659	9,340871	0,000298
7	1 48,1	4,4	276 22 21,0	10 33,72	1,861	9,2	51 0 32,0	7 55,78	0,435	9,340790	9,993074
8	1 48,6	4,0	272 25 51,9	9 10,98	1,593	9,0	47 46 42,5	8 11,71	0,232	9,342836	9'985679
9	1 49,6	3,6	269 0 0,3	8 0,40	1,348	8,8	44 28 22,6	8 18,54	−0,057	9,346951	9,978107
10	1 51,2	3,5	266 0 4,7	7 0,97	1,133	8,6	41 8 54,3	8 17,65	+0,089	9,353026	9,970349
11	1 53,2	− 3,5	263 21 58,4	− 6 10,96	+0,956	− 8,4	+37 61 6,1	− 8 10,42	+0,207	9,360915	9,962399
12	1 55,7	3,5	261 2 15,3	5 28,87	0,803	8,3	34 37 13,7	7 58.23	0,297	9,370440	9,954249
13	1 58,7	3,5	258 58 0,2	4 53,36	0,681	8,1	31 29 0,0	7 42,41	0,359	9,381407	9,945889
14	2 2,1	3,5	257 6 51,0	4 23,23	0,578	8,0	28 27 38,3	7 24,05	0,402	9,393622	9,937812
15	2 5,8	3,6	255 26 49,4	3 57,59	0,493	7,8	25 33 57,7	7 4,16	0,424	9,406890	9,928508
16	2 10,0	− 3,6	253 56 17,3	− 3 35,63	+0,424	− 7,7	+22 48 24,5	− 6 43,53	+0,433	9,421034	9,919468
17	2 14,5	3,6	252 33 54,8	3 16,70	0,367	7,6	20 11 9,3	6 22,78	0,430	9,435891	9,910182
18	2 19,4	3,7	251 18 35,8	3 0,25	0,320	7,5	17 42 8,7	6 2,36	0,419	9,451317	9,900639
19	2 24,6	3,7	250 9 26,4	2 45,85	0,281	7,4	15 21 10,6	5 42,63	0,402	9,467192	9,890829
20	2 30,1	3,8	249 5 41,3	2 33,15	0,249	7,3	13 7 55,3	5 23,81	0,382	9,483410	9,880740
21	2 35,9	− 3,8	248 6 44,0	− 2 21,83	+0,223	− 7,2	+11 1 59,6	− 5 6,03	+0,358	9,499889	9,870363
22	2 42,0	3,8	247 12 4,4	2 11,63	0,194	7,1	9 2 56,9	4 49,38	0,335	9,516560	9,859685
23	2 48,4	3,8	246 21 18,2	2 2,36	0,185	7,1	7 10 20,3	4 33,87	0,311	9,533367	
24	2 55,1	3,8	245 34 5,4	1 53,82	0,171	7,0	5 23 42,2	4 19,51	0,287	9,550272	9,837382
25	3 2,1	3,8	244 50 10,5	1 45,84	0,161	7,0	3 42 35,3	4 6,24	0,265	9,567243	
26	3 9,3	− 3,8	244 9 21,5	− 1 38,30	+0,153	− 6,9	+2 6 34,1	− 3 54,03	+0,244	9,584259	9,813744
27	3 16,9	3,8	243 31 29,6	1 31,06	0,149	6,9	+ 0 35 13,7	3 42,83	0,223	9.601303	
28	3 24,8	3,7	242 56 29,3	1 23,98	0,146	6,9	− 0 51 49,2	3 32,57	0,204	9,618367	9,788699
29	3 33,0	3,7	242 24 17,6	1 16,99	0,145	6,8	2 14 56,5	3 23.18	0,187	9,635448	
30	3 41,6	3,6	241 54 53,9	1 9,97	0,147	6,8	3 34 28,4	3 14,61	0,170	9,652543	9,762200
31	3 50,5	− 3,6	241 28 20,1	− 1 2,82	+0,151	− 6,8	− 4 50 43,9	− 3 6,80	+0,155	9,669655	
32	3 59,7	3,5	241 4 40,3	0 55,45	0,156	6,8	6 4 0,4	2 59,68	0,142	9,686786	9,734261

$\alpha' = \alpha + pt + p't^2$ $\delta' = \delta + qt + q't^2$

December 1838.

Mittl. Zeit	Aberration	Reduction f. w Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung q	q	Log. der Entfernung v. d. Erde.	v. d. Sonne.
1	3 50,5	− 3,6	241 28 20,1	− 1 2,82	+0,151	− 6,8	− 4 50 43,9	− 3 6,80	+0,155	9,669655	
2	3 59,7	3,5	241 4 40,3	0 55,45	0,156	6,8	6 4 0,4	2 59,68	0,142	9,686786	9,734261
3	4 9,4	3,4	240 44 0,9	0 47,77	0,164	6,8	7 14 33,8	2 53,21	0,128	9,703940	
4	4 19,5	3,4	240 26 30,5	0 39,69	0,173	6,9	8 22 39,2	2 47,33	0,117	9,721122	9,704998
5	4 30,0	3,3	240 12 19,9	0 31,10	0,185	6,9	9 28 30,1	2 41,99	0,106	9,738335	
6	4 40,9	− 3,2	240 1 42,3	− 0 21,93	+0,198	− 6,9	−10 32 18,7	−2 37,14	+0,096	9,755579	9,674698
7	4 52,3	3,1	239 54 52,8	0 12,07	0,213	6,9	11 34 16,1	2 32,72	0,088	9,772853	
8	5 4,2	3,0	239 52 8,9	− 0 1,46	0,229	7,0	12 34 32,1	2 28.67	0,081	9,790153	9,643935
9	5 16,5	2,9	239 53 49,4	+ 0 9,98	0,247	7,0	13 33 14,9	2 24,94	0,075	9,807408	
10	5 29,4	2,7	240 0 16,0	0 22,31	0,266	7,1	14 30 31,3	2 21,46	0,070	9,824783	9,613698
11	5 42,8	− 2,6	240 11 47,4	+ 0 35,54	+0,285	− 7,1	−15 26 26,4	−2 18,15	+0,068	9,842074	
12	5 56,7	2,5	240 28 48,0	0 49,66	0,303	7,2	16 21 3,2	2 14,92	0,067	9,859309	9,585549
13	6 11,0	2,3	240 51 37,2	1 4,80	0,319	7,2	17 14 22,7	2 11,69	0,068	9,876449	
14	6 25,8	2,1	241 20 33,2	1 20,19	0,331	7,3	18 6 23,2	2 8,33	0,072	9,893443	9,561664
15	6 41,0	2,0	241 55 49,7	1 36,24	0,337	7,4	18 57 0,9	2 4,76	0,077	9,910234	



12h mittl. Berl. Zeit.	Aberration	Reduction f. w. Aequ.	Ger. Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p′	Reduction f. w. Aequ.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung. q	q′	Log. der Entfernung. v. d. Erde.	v. d. Sonne.
16	6′ 56″6	— 1″9	242° 37′ 33″9	+ 1′ 52″45	+0,337	— 7″4	—19° 46′ 9″4	—2′ 0″89	+0″084	9,926756	9,544629
17	7 12,4	1,7	243 25 45,7	2 8,47	0,329	7,5	20 33 40,7	1 66,64	0,093	9,942940	
18	7 28,4	1,5	244 20 15,6	2 23,87	0,313	7,5	21 19 24,7	1 51,95	0,102	9,958717	9,586809
19	7 44,5	1,3	245 20 45,3	2 38,37	0,289	7,6	22 3 11,0	1 46,83	0,111	9,974022	
20	8 0,6	1,1	246 26 47,0	2 51,53	0,258	7,7	22 44 49,5	1 41,31	0,119	9,988801	9,539457
21	8 16,6	— 0,9	247 37 46,0	+ 3 3,10	+0,223	— 7,7	—23 24 11,1	— 1 35,44	+0,125	0,003010	
22	8 32,4	0,7	248 53 1,9	3 12,92	0,186	7,8	24 1 8,7	1 29,32	0,130	0,016621	9,552137
23	8 47,9	0,4	250 11 51,8	3 20,94	0,149	7,8	24 35 37,3	1 23,05	0,131	0,029620	
24	9 3,2	— 0,1	251 33 33,0	3 27,20	0,112	7,9	25 7 34,9	1 16,74	0,131	0,042008	9,572929
25	9 18,2	+ 0,1	252 57 24,1	3 31,80	0,080	7,9	25 37 1,4	1 10,49	0,129	0,053798	
26	9 32,8	+ 0,4	254 22 47,4	+ 3 34,90	+0,050	— 8,0	—26 3 59,4	— 1 4,37	+0,125	0,065012	9,599256
27	9 47,0	0,6	255 49 8,8	3 36,68	0,025	8,0	26 28 33,0	0 58,46	0,121	0,075676	
28	10 0,9	0,9	257 15 59,3	3 37,35	+0,003	8,1	26 50 47,7	0 52,81	0,115	0,085824	9,626684
29	10 14,4	1,2	258 42 54,1	3 37,07	—0,014	8,1	27 10 50,0	0 47,44	0,109	0,095487	
30	10 27,6	1,5	260 9 32,5	3 36,02	0,029	8,2	27 28 46,9	0 42,35	0,103	0,104699	9,659341
31	10 40,4	+ 1,7	261 35 37,8	+ 3 34,33	—0,041	— 8,2	—27 44 45,6	— 0 37,58	+0,096	0,113493	
32	10 52,9	2,0	263 0 56,1	3 32,12	0,050	8,2	27 58 53,4	0 33,12	0,090	0,121900	9,689966

$$\alpha' = \alpha + pt + p't^2 \qquad \delta' = \delta + qt + q't^2$$

Auszug eines Schreibens von Sir *John Herschel* an den Herrn Geheimenrath *Beer* und den Herrn Dr. *Mädler*

The last astronomical novelty of the Southern hemisphere is one of very great interest. The Star η Argus (marked in *Bode's* Map as η Robur Caroli) has always hitherto been regarded as a Star of the second magnitude or at most as (2.1) During the former years I have had it (as ia were) continually under my eye, by reason of the great nebula which surrounds it, and of which I have been taking most careful drawings. I have always considered it as (2.1) and never had reason to suppose it variable. In November 1837 I saw it as usual. Judge of my surprise to find on the 16.17. December that it had suddenly become a Star of the first magnitude and almost equal to Rigel. It continued to increase. Rigel is now not to be compared to it, it exceeds Arcturus and is very nearly equal to α Centauri, being at the moment when I write, the fourth Star in the heavens in order of brightnefs.

J. F. W. Herschel.

Anmerkung.

Dies Schreiben ist ohne Datum, mufs aber nach anderen darin angeführten Umständen in der Mitte des Januars d. J. geschrieben seyn. Sir *John Herschel* denkt im Mai wieder in England anzukommen.

S.

Inhalt.

Altona 1838. Juni 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 355.

Ueber eine neue Eigenschaft der *Laplace*'schen $Y^{(n)}$ und ihre Anwendung zur analytischen Darstellung derjenigen Phänomene, welche Functionen der geographischen Länge und Breite sind.

Von Herrn Professor *Neumann* in Königsberg.

Mi grofsem Erfolg hat man seit längerer Zeit sich der Reihen bedient, welche nach den Sinussen und Cosinussen der Vielfachen eines Bogens fortschreiten, um in den periodischen Phänomenen der Natur aus einer grofsen Anzahl Beobachtungen Resultate zu ziehen. Die sichern Ergebnisse der Meteorologie beruhen fast ganz auf diesem Gebrauch. Ein vorzüglicher Vortheil, welchen die Anwendung dieser Reihen darbietet, ist der Umstand, dafs der Werth der Coefficienten, welche man bestimmt hat, unabhängig von ihrer Anzahl ist. In der Physik der Erde ist es ein wichtiger Gesichtspunct für die Phänomene, diese als Functionen ihres Ortes an der Erdoberfläche zu betrachten d. i. als Functionen der geographischen Länge und Breite. Es würde unzweckmäfsig seyn, diese Functionen zweier Winkel darzustellen durch ähnliche Reihen, welche nemlich nach den Sinussen und Cosinussen der Vielfachen zweier Winkel fortschreiten. Auch hat niemand bis jetzt z. B. die Vertheilung der Temperatur auf der Erdoberfläche, oder die Vertheilung der Intensität des Erdmagnetismus, seiner Richtung etc. auf diese Weise in eine Formel zu bringen versucht; und mit Recht, denn in diesen und andern Fällen haben die theoretischen Beschäftigungen mit diesen Phänomenen schon längst die wahre Form, in welcher sie dargestellt werden müssen, gefunden, nemlich durch Reihen, welche fortgehn nach den Functionen, welche *Laplace* in der Theorie der Attraction der Sphäroide mit $Y^{(n)}$ bezeichnet hat.

Das Verfahren, eine Function für welche man alle Werthe kennt, durch eine Reihe welche nach den $Y^{(n)}$ fortschreitet, darzustellen, ist bekannt. Die Absicht dieser Mittheilung ist das Verfahren anzugeben, welches man zu befolgen hat, wenn nur einzelne Werthe der darzustellenden Function gegeben sind. Es ist ganz analog demjenigen, welches man bei den Reihen der Sinusse und Cosinusse der Vielfachen eines Bogens anwendet, und bietet dieselben Vortheile, welche dort so geschätzt werden.

Bezeichnet man die geographische Länge mit ω, und die Breite mit φ und setzt: $\sin\varphi = \mu$, bezeichnet man ferner das Glied in $Y^{(n)}$, welches unabhängig von ω ist, mit $X^{(n)}$, so ist der allgemeine Ausdruck für $Y^{(n)}$ folgender:

$$(1) \ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} Y^{(n)} = B_0^{(n)} X^{(n)} + (A_1^{(n)} \sin\omega + B_1^{(n)} \cos\omega) \frac{(1-\mu^2)^{\frac{1}{2}}}{n} \frac{dX^{(n)}}{d\mu} + (A_2^{(n)} \sin 2\omega + B_2^{(n)} \cos 2\omega) \frac{1-\mu^2}{n.n-1} \frac{d^2 X^{(n)}}{d\mu^2} + \ldots \\ \ldots (A_i^{(n)} \sin i\omega + B_i^{(n)} \cos i\omega) \frac{(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n,\ n-1.n-2\ldots n-(i-1)} \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \end{aligned} \right.$$

und der Werth von $X^{(n)}$ ist dieser:

$$(2) \ X^{(n)} = \mu^n - \frac{n.n-1}{2.2n-1}\mu^{n-2} + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{2.4.2n-1.2n-3}\mu^{n-4} - \ldots$$

Die Gröfsen $B_0^{(n)} B_1^{(n)} \ldots A_1^{(n)} A_2^{(n)} \ldots$ sind willkührliche, welche so bestimmt werden sollen, dafs, wenn man durch $V(\omega,\mu)$ den beobachteten Werth einer Function an dem durch ω und μ bezeichneten Ort darstellt, der Gleichung

$$(3) \ldots\ldots V(\omega,\mu) = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \ldots Y^{(p)}$$

für alle Beobachtungen genügt wird.

Die bekannten Eigenschaften der Functionen $Y^{(n)}$, welche ihnen eine so ausgebreitete Anwendung verschafft haben, und auf welchen auch das Wesentliche der hier anzugebenden Methode beruht, sind diese:

$$\int_{-1}^{+1}\int_{0}^{2\pi} Y^{(n)} Y^{(n')} d\omega\, d\mu = 0$$

so lange n und n' verschieden sind. Setzt man in dies Doppel-Integral die Werthe für die Y's aus (1) führt die Integration nach ω aus, so ergiebt sich sogleich

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

oder allgemein

$$\int (1-\mu^2)^i \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \frac{d^i X^{(n')}}{d\mu^i} = 0 \quad \ldots (5)$$





so lange n und n' verschieden sind. Wenn $n = n'$, so erhält man

$$(6)\ldots\ldots \int_{-1}^{+1} (X^{(n)})^2\, d\mu = \frac{4}{2n+1}\left(\frac{1.2.3\ldots\ldots n}{1.3.5\ldots 2n-1}\right)^2$$

und allgemein

$$(7).\ \left(\frac{1}{n.n-1.n-2\ldots n-(i-1)}\right)^2 \int_{-1}^{+1} (1-\mu^2)^i \left(\frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i}\right)^2 d\mu = \frac{2}{2n+1}\left(\frac{1.2.3\ldots\ldots n}{1.3.5\ldots 2n-1}\right)^2\left(\frac{n+1.n+2\ldots n+i}{n.n-1.n-2..n-(i-1)}\right)$$

Die gegebenen Werthe $V(\omega,\mu)$ sollen auf der Erdoberfläche vertheilt seyn auf eine Anzahl gleich weit von einander abstehender Meridiane, und in jedem Meridian auf Breiten, für welche μ die Werthe: $\mu_1, \mu_2, \mu_3\ldots$ hat. Um die Gleichung (3) bis $Y^{(p)}$ inclusive darzustellen, müssen die Meridiane von einander um den Winkel $\frac{1}{p}\pi = \alpha$ entfernt seyn, und in Beziehung auf die Werthe von μ will ich vorläufig annehmen, da sie von μ_1 bis μ_{2p+1} gehen, so dafs ihre Anzahl ist: $2p+$ ich werde später zeigen, dafs bei einer schicklichen Wahl d μ's die viel geringere Anzahl: $p+1$ schon hinreicht.

Das gegebene System Beobachtungen ist also f gendes:

$$(8)\ldots\ldots \begin{cases} V(0,\mu_1) & V(0,\mu_2) & V(0,\mu_3) & V(0,\mu_{2p+1}) \\ V(\alpha,\mu_1) & V(\alpha,\mu_2) & V(\alpha,\mu_3)\ldots\ldots\ldots & V(\alpha,\mu_{2p+1}) \\ V(2\alpha,\mu_1) & V(2\alpha,\mu_2) & V(2\alpha,\mu_3)\ldots\ldots\ldots & V(2\alpha,\mu_{2p+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V((2p-1)\alpha,\mu_1) & V((2p-1)\alpha,\mu_2) & V((2p-1)\alpha,\mu_3) & V((2p-1)\alpha,\mu_{2p+1}) \end{cases}$$

Die horizontalen Reihen enthalten die Beobachtungen in denselben Meridianen, die verticalen diejenigen in denselben Parallelkreis Bringt man (3) in die Form.

$$V(\omega,\mu) = C_0 + C_1 \cos\omega + S_1 \sin\omega + C_2 \cos 2\omega + S_2 \sin 2\omega + \ldots$$

so erhält man nach dem bekannten Verfahren aus jeder verticalen Reihe von (8) die numerischen Werthe von C_0, $C_1 \ldots S_1$, S_2 z. B. aus der ersten verticalen Reihe:

$$(9)\ldots\ldots \begin{cases} C_0 = \frac{1}{2p}\sum_{m=0}^{m=2p-1} V(m\alpha,\mu_1) \\ C_1 = \frac{1}{p}\sum \cos\alpha\, V(m\alpha,\mu_1) & S_1 = \frac{1}{p}\sum \sin\alpha\, V(m\alpha,\mu_1) \\ \vdots & \vdots \\ C_p = \frac{1}{p}\sum \cos p\alpha\, V(m\alpha,\mu_1) & S_p = \frac{1}{p}\sum \sin p\alpha\, V(m\alpha,\mu_1) \end{cases}$$

Man erhält, indem man für μ_1 nach und nach setzt, $\mu_2, \mu_3\ldots$ für jedes C und jedes S die Anzahl: $2p+1$ Werthe, die ich in der Bezeichnung nicht weiter unterscheiden will, um die Zeichen nicht zu sehr zu häuf Die analytischen Werthe dieser $C_0, C_1, C_2\ldots S_1, S_2\ldots$ s folgende:

$$(10)\ldots\ldots \begin{cases} C_0 = \overset{(0)}{B_0}\overset{(0)}{X} + \overset{(1)}{B_0}\overset{(1)}{X} + \overset{(2)}{B_0}\overset{(2)}{X} + \overset{(3)}{B_0}\overset{(3)}{X} + \overset{(4)}{B_0}\overset{(4)}{X} + \ldots\ldots \overset{(p)}{B_0}\overset{(p)}{X} \\ C_1 = (1-\mu^2)^{\frac{1}{2}}\frac{d}{d\mu}\left\{\overset{(1)}{B_1}\overset{(1)}{X} + \frac{\overset{(2)}{B_1}\overset{(2)}{X}}{2} + \frac{\overset{(3)}{B_1}\overset{(3)}{X}}{3} + \frac{\overset{(4)}{B_1}\overset{(4)}{X}}{4} + \ldots\ldots \frac{\overset{(p)}{B_1}\overset{(p)}{X}}{p}\right\} \\ C_2 = (1-\mu^2)\frac{d^2}{d\mu^2}\left\{\frac{\overset{(2)}{B_2}\overset{(2)}{X}}{1.2} + \frac{\overset{(3)}{B_2}\overset{(3)}{X}}{2.3} + \frac{\overset{(4)}{B_2}\overset{(4)}{X}}{3.4} + \ldots\ldots \frac{\overset{(p)}{B_2}\overset{(p)}{X}}{p-1.p}\right\} \\ C_3 = (1-\mu^2)^{\frac{3}{2}}\frac{d^3}{d\mu^3}\left\{\frac{\overset{(3)}{B_3}\overset{(3)}{X}}{1.2.3} + \frac{\overset{(4)}{B_3}\overset{(4)}{X}}{2.3.4} + \ldots \frac{\overset{(p)}{B_3}\overset{(p)}{X}}{p-2.p-1.p}\right\} \\ C_4 = (1-\mu^2)^2\frac{d^4}{d\mu^4}\left\{\frac{\overset{(4)}{B_4}\overset{(4)}{X}}{1.2.3.4} + \ldots \frac{\overset{(p)}{B_4}\overset{(p)}{X}}{p-3.p-2.p-1.p}\right\} \\ \vdots \\ C_p = (1-\mu^2)^{\frac{p}{2}}\frac{d^p}{d\mu^p}\left\{\frac{\overset{(p)}{B_p}\overset{(p)}{X}}{1.2\ldots p}\right\} \end{cases}$$

Die Werthe von S_1, S_2 ... erhält man aus denen für C_1, C_2 ... wenn überall statt B gesetzt wird: A. Je nachdem C_0, C_1, C_2 ... S_1, S_2, ... aus der ersten, zweiten etc. verticalen Reihe der Beobachtungen (8) bestimmt worden ist, hat man auf der rechten Seite dieser Gleichungen (10) zu setzen: μ_1, μ_2 etc., so dafs die Anzahl von jeder dieser Gleichungen $2p+1$ ist, und die Anzahl sämmtlicher Gleichungen ist $2p(2p+1)$.

Es handelt sich nun darum, aus diesem System von Gleichungen die Coefficienten $\overset{(0)}{B_0}$, $\overset{(1)}{B_0}$, $\overset{(2)}{B_0}$ ... $\overset{(1)}{B_1}$, $\overset{(2)}{B_1}$ ... $\overset{(2)}{B_2}$ ... $\overset{(1)}{A_1}$, $\overset{(2)}{A_1}$ ... $\overset{(2)}{A_2}$ ... zu bestimmen. Dies geschieht auf folgende sehr einfache Weise. Es sei a_1, a_2, $a_3 \ldots a_{2p+1}$ ein System willkührlicher Gröfsen, und es werde die Summe $a_1\mu_1^n + a_2\mu_2^n + a_3\mu_3^n + \ldots\ldots\ldots a_{2p+1}\mu_{2p+1}^n$ bezeichnet mit $\Sigma a\mu^n$. Man genüge nun durch die a's und μ's folgendem System von $2(p+1)$ Gleichungen:

$$(11) \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \Sigma a = 1 \\ \Sigma a\mu = 0 \\ \Sigma a\mu^2 = \frac{1}{3} \\ \Sigma a\mu^3 = 0 \\ \Sigma a\mu^4 = \frac{1}{5} \\ \vdots \\ \Sigma a\mu^{2p} = \frac{1}{2p+1} \\ \Sigma a\mu^{2p+1} = 0 \end{cases}$$

In diesem Systeme, welches viel mehr Gröfsen, über welche man verfügen kann, enthält, als Gleichungen, können die μ's bis auf eins willkührlich gewählt, und die Bestimmung der a's von ihnen abhängig gemacht werden. Ich werde hernach zeigen, welche Werthe der μ's die vortheilhaftesten sind.

In Bezug auf (11) gelten nun folgende Sätze:

$$(12) \ldots\ldots\ldots\ldots \Sigma a\, X^{(n)} X^{(n')} = 0$$

Diese Summe genommen in Beziehung auf das ganze System μ's und respectiven a's, durch welchen den Gleichungen (11) genügt ist, so lange n und n' verschieden sind und $n+n'$ nicht gröfser, als $2p+1$. Wenn $n=n'$, so hat man für diese Summe

$$(13) \ldots\ldots \Sigma a (X^n)^2 = \frac{2}{2n+1}\left(\frac{1.2.3 \ldots n}{1.3.5 \ldots 2n-1}\right)^2$$

Eben so hat man, die Summe in demselben Sinne genommen, allgemein:

$$(14) \ldots\ldots \Sigma a (1-\mu^2)^i \frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i} \frac{d^i X^{(n')}}{d\mu^i} = 0$$

so lange n und n' verschieden und ihre Summe kleiner als $2p+1$ ist. Wenn $n=n'$, so ist

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{1}{n.n-1 \ldots n-(i-1)}\right)^2 \sum a(1-\mu^2)^i \left(\frac{d^i X^{(n)}}{d\mu^i}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2n+1}\left(\frac{1.2.3 \ldots n}{1.3.5 \ldots 2n-1}\right)^2 \left(\frac{n+1.n+2 \ldots n+i}{n.n-1 \ldots n-(i-1)}\right) \end{aligned}\right\} \ldots (15)$$

Den Beweis für diese Sätze (12), (13), (14), (15) zieht man unmittelbar aus denen in (4), (5), (6), (7). In der That substituiren wir in

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu$$

für $X^{(n)}$ und $X^{(n')}$ ihre Werthe aus (2), führen dann die Multiplication aus, so erhalten wir eine Reihe von der Form:

$$X^{(n)} X^{(n')} = \mu^{n+n'} - \alpha\mu^{n+n'-2} + \beta\mu^{n+n'-4} \ldots\ldots (16)$$

Integriren wir diese Gleichungen nach μ zwischen -1 und $+1$, so verschwindet das Integral von selbst, wenn $n+n'$ eine ungrade Zahl ist; wenn dies aber eine grade Zahl ist, erhalten wir

$$\int_{-1}^{+1} X^{(n)} X^{(n')} d\mu = 2\left(\frac{1}{n+n'+1} - \frac{\alpha}{n+n'-1} + \frac{\beta}{n+n'-n} - \ldots\right)$$

Diese Gröfse ist nach (4) $= 0$. Nehmen wir jetzt die Summe

$$\sum a\, X^{(n)} X^{(n')} = \sum a(\mu^{n+n'} - \alpha\mu^{n+n'-2} + \beta\mu^{n+n'-4} - \ldots)$$

in Beziehung auf das ganze System μ's und respectiven a's, durch welches den Gleichungen (11) Genüge geschieht, unter der Voraussetzung, dafs $n+n' < 2p+1$. Substituirt man auf der rechten Seite für $\Sigma a\mu^{n+n'}$, $\Sigma a\mu^{n+n'-2}$, etc. ihre Werthe aus (11), so ergiebt sich, dafs diese Summe von selbst verschwindet, wenn $n+n'$ ungrade ist, und wenn $n+n'$ grade ist, wird sie

$$\sum a\, X^{(n)} X^{(n')} = \left(\frac{1}{n+n'+1} - \frac{\alpha}{n+n'-1} + \frac{\beta}{n+n'-3} + \ldots\right).$$

Diese Gröfse ist aber, wie wir eben gesehen haben $= 0$.

Ganz auf dieselbe Weise beweist sich (14) aus (5) und man übersieht sehr leicht, dafs die Summen (13) und (15) die halben Werthe von den entsprechenden Integralen (6) u. (7) haben.

Mittelst dieser Sätze (12), (13), (14), (15) bestimmt man die Coefficienten aus den Gleichungen (10) und denen ihnen zugehörigen ganz auf dieselbe Weise, wie bei den Sinus- und Cosinus-Reihen. Man findet

$$B_0^{(n)} = \frac{2n+1}{2}\left(\frac{1.3.5 \ldots 2n-1}{1.2.3 \ldots n}\right)^2 \sum_{\mu=\mu_1}^{\mu=\mu_{2p+1}} a C_0 X^{(n)}$$

oder wenn für C_0 sein Werth aus (9) gesetzt wird:

$$(17a) \ldots\ldots\ldots B_o^{(n)} = \left(\frac{2n+1}{4p}\right)\left(\frac{1.3.5\ldots2n-1}{1.2.3\ldots n}\right)^2 \sum_{\mu=\mu_1}^{\mu=\mu_{2p+1}} \sum_{m=0}^{m=2p-1} a\, V(m\alpha,\mu)\, X^{(n)}$$

und allgemein

$$B_i^{(n)} = (2n+1)\left(\frac{1.3.5\ldots2n-1}{1.2.3\ldots n}\right)^2\left(\frac{n.n-1.n-2\ldots n-(i-1)}{n+1.n+2\ldots n+i}\right)\sum\frac{a\,C_i\,(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n.n-1\ldots n-(i-1)}\,\frac{d^iX^{(n)}}{d\mu^i}$$

oder, wenn für C_i sein Werth aus (9) gesetzt wird:

$$(17b)\ldots B_i^{(n)} = \frac{2n+1}{p}\left(\frac{1.3\ldots2n-1}{1.2\ldots n}\right)^2\left(\frac{n.n-1\ldots n-(i-1)}{n+1.n+2\ldots n+i}\right)\sum_{\mu=\mu_1}^{\mu=\mu_{2p+1}}\sum_{m=0}^{m=2p-1}\frac{a\cos i\alpha\,(1-\mu^2)^{\frac{i}{2}}}{n.n-1\ldots n-(i-1)}\,\frac{d^i\,X^{(n)}}{d\mu^i}\,V(m\alpha,\mu)$$

Die Werthe für $A_i^{(n)}$ haben dieselbe Form als $B_i^{(n)}$, man hat nur statt C_i zu setzen, S_i, oder statt $\cos i\alpha$ zu setzen: $\sin i\alpha$.

Ich habe bis jetzt angenommen, dafs auf jedem Meridian $2p+1$ willkührlich gelegene Beobachtungen gegeben sind, und dafs diese Meridiane den Aequator in $2p$ gleiche Theile theilen. Dadurch wurde zunächst der Zweck erreicht, dafs alle Constanten der $Y^{(n)}$ bis $Y^{(p)}$ inclusive vollständig bestimmt wurden. Indefs habe ich diese Annahme gemacht, mehr um die Vorstellung zu fixiren, als weil der Umstand, ob die $Y^{(n)}$ alle vollständig, oder ob einige nur theilweise bestimmt werden, nicht unerheblich wäre. Bei der Anwendung wird sich häufig der Fall finden, wo es sogar zweckmäfsig ist, von den höhern $Y^{(n)}$ nur das von ω unabhängige Glied, und die zunächst darauf folgenden zu bestimmen. Ich werde daher jetzt die Gleichungen (11) unter dem allgemeinen Gesichtspunct näher untersuchen, wo die Meridiane von q Parallelkreisen getheilt werden, q mag eine grade oder ungerade Zahl sein. Diese Gleichungen entwickelt geschrieben sind dann folgende:

$$(18)\ldots\left\{\begin{array}{l} a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_q = 1 \\ a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + a_3\mu_3 + \ldots a_q\mu_q = 0 \\ a_1\mu_1^2 + a_2\mu_2^2 + a_3\mu_3^2 + \ldots a_q\mu_q^2 = \frac{1}{3} \\ \vdots \\ a_1\mu_1^q + a_2\mu_2^q + a_3\mu_3^q + \ldots a_q\mu_q^q = \left\{\begin{array}{c}\frac{1}{q+1} \\ 0\end{array}\right\} \end{array}\right.$$

wo in der letzten Gleichung rechter Hand, je nachdem q grade oder ungrade ist, zu setzen ist $\frac{1}{q+1}$ oder 0.

Die Anzahl dieser Gleichungen ist $q+1$, die Anzahl der zur Verfügung stehenden Gröfsen ist $2q$, die μ's sind also nicht ganz willkürlich, sondern es existirt eine Relation zwischen ihnen. Man kann aber die letzte der Gleichungen in (18) ganz ohne erheblichen Nachtheil unberücksichtigt lassen, wodurch ihre Anzahl sich auf q reducirt, und die μ's also ganz willkührlich gewählt werden können.

Genügt man den Gleichungen auf diese Weise, so bestimmt man in (10) die B_i, wenn q ungrade ist, bis $B^{\frac{q-1}{2}}$ inclusive, und wenn q grade ist bis $B^{(\frac{1}{2}q)}$ exclusive. Man kann aber statt die μ's willkührlich anzunehmen, den Gleichungen in (18) noch $q-1$ Bedingungen hinzufügen, und man kann diese Bedingungen dahin richten, dafs in (10) alle B_i bis $B_i^{(q-1)}$ ihre Bestimmung erhalten, d. h. man kann durch eine zweckmäfsige Verfügung über die willkührlichen μ's dieselbe Anzahl Glieder in (19) durch die halbe Anzahl Beobachtungen bestimmen. Diese Bedingungen werden dadurch ausgedrückt, dafs man den Gleichungen (18) noch $q-1$ ähnliche Gleichungen hinzufügt, d. h. sie fortsetzt bis zur $2q-1^{\text{ten}}$ Potenz der μ's. Sie verwandeln sich demnach in folgende:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 + a_2 + a_3 + \ldots a_q = 1 \\ a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + a_3\mu_3 + \ldots a_q\mu_q = 0 \\ a_1\mu_1^2 + a_2\mu_2^2 + a_3\mu_3^2 + \ldots a_q\mu_q^2 = \frac{1}{3} \\ \vdots \\ a_1\mu_1^{2q-1} + a_2\mu_2^{2q-1} + a_3\mu_3^{2q-1} + \ldots a_q\mu_q^{2q-1} = 0 \end{array}\right\}\ldots(19)$$

aus welchen die μ's und a's zu bestimmen sind. Die Theile dieser Gleichungen rechter Hand haben die Form der Glieder einer recurrenten Reihe, woraus erhellt, dafs die μ's die Wurzeln einer algebraischen Gleichung vom q^{ten} Grade sind. Es sei diese Gleichung:

$$X^q + \alpha_1 x^{q-1} + \alpha_2 x^{q-2} + \ldots \alpha_q = 0 \ldots\ldots(20)$$

Unterscheiden wir vorläufig die zwei Fälle: erstens, wo q eine grade Zahl, zweitens wo q eine ungrade Zahl ist.

1. q sei eine grade Zahl. Die Coefficienten aller ungraden Potenzen von x in (20) werden $= 0$; die Coefficienten der graden Potenten werden zufolge der bekannten Eigenschaften recurrirender Reihen durch folgende Relationen bestimmt:

$$\left.\begin{array}{l} 0 = \frac{1}{q+1} + \frac{\alpha_2}{q-1} + \frac{\alpha_4}{q-3} + \ldots \frac{\alpha_q}{1} \\ 0 = \frac{1}{q+3} + \frac{\alpha_2}{q+1} + \frac{\alpha_4}{q-1} + \ldots \frac{\alpha_q}{3} \\ 0 = \frac{1}{q+5} + \frac{\alpha_2}{q+3} + \frac{\alpha_4}{q+1} + \ldots \frac{\alpha_q}{5} \\ \vdots \\ 0 = \frac{1}{2q-1} + \frac{\alpha_2}{2q-3} + \frac{\alpha_4}{2q-5} + \ldots \frac{\alpha_q}{q-1} \end{array}\right\}\ldots(21)$$

2. q sei eine ungrade Zahl. Jetzt sind in (20) die Coefficienten aller graden Potenzen von $X = 0$, so dafs in diesem Falle eine Wurzel von (20) immer $= 0$ ist. Für die Coefficienten der ungraden Potenzen: $\alpha_2, \alpha_4 \ldots$ erhält man folgende Relationen:

$$(22)\ldots\begin{cases} 0 = \frac{1}{q+2} + \frac{\alpha_2}{q} + \frac{\alpha_4}{q-2} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{3} \\ 0 = \frac{1}{q+4} + \frac{\alpha_2}{q+2} + \frac{\alpha_4}{q} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{5} \\ 0 = \frac{1}{q+6} + \frac{\alpha_2}{q+4} + \frac{\alpha_4}{q+2} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{7} \\ \vdots \\ 0 = \frac{1}{2q-1} + \frac{\alpha_2}{2q-3} + \frac{\alpha_4}{2q-5} + \ldots \frac{\alpha_{q-1}}{q} \end{cases}$$

Ich werde jetzt nachweisen, dafs die Gleichung (20), deren Wurzeln die durch (19) bestimmt werdenden μ's sind, immer, q mag grade oder ungrade seyn, identisch ist mit

$$X^{(q)} = 0$$

Aus dem Satz (4):

$$\int_{-1}^{+1} X^{(q)} X^{(q')} d\mu = 0$$

vorausgesetzt, dafs q und q' verschieden sind, leitet man, indem für $X^{(q')}$ nach und nach $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)} \ldots X^{(q-1)}$ gesetzt wird, leicht ab:

$$(23)\ldots\ldots\ldots\ldots \int_{-1}^{+1} X^{(q)} \mu^{q'} d\mu = 0$$

wenn q' irgend eine ganze Zahl, die aber kleiner sein mufs als q, bedeutet. Der Umstand, dafs $X^{(q)}$ eine ganze algebraische Function von der Ordnung q ist, verbunden mit der Eigenschaft (23) bestimmt diese Function vollständig bis auf einen constanten Factor, auf den es hier nicht weiter ankömmt. Es sei nun q eine grade Zahl, $X^{(q)}$ enthält alsdann nur grade Potenzen von μ und es sei

$$X^{(q)} = \mu^q + A_2 \mu^{q-2} + A_4 \mu^{q-4} + \ldots A_q$$

Multipliciren wir diese Gleichung nach und nach mit $\mu^0, \mu^2, \mu^4 \ldots \mu^{q-2}$ und nehmen jedesmal das Integral zwischen $\mu = -1$ und $\mu = +1$, so erhalten wir zufolge (23):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{q+1} + \frac{A_2}{q-1} + \frac{A_4}{q-3} + \ldots \frac{A_q}{1} \\ 0 &= \frac{1}{q+3} + \frac{A_2}{q+1} + \frac{A_4}{q-1} + \ldots \frac{A_q}{3} \\ &\vdots \\ 0 &= \frac{1}{2q-1} + \frac{A_2}{2q-3} + \frac{A_4}{2q-4} + \ldots \frac{A_q}{q-1} \end{aligned}$$

Dies ist aber dasselbe System Gleichungen, als in (21), woraus folgt, dafs $X^{(q)} = 0$ identisch ist mit der Gleichung (20).

Wenn q ungerade ist, enthält $X^{(q)}$ nur ungrade Potenzen von μ; es sei

$$X^{(q)} = \mu^q + A_2 q^{\mu-2} + \cdot\cdot A_{q-1}\mu$$

Multipliciren wir diese Gleichung nach und nach mit $\mu^1, \mu^3 \ldots \mu^{q-2}$, integriren jedesmal zwischen -1 und $+1$, so erhalten wir nach (23) ein System Gleichungen zwischen $A_2, A_4 \ldots$ welches übereinstimmt mit (22), so dafs also auch in diesem Falle die Identität zwischen (20) und $X^{(q)} = 0$ nachgewiesen ist.

Ich will jetzt noch bemerken, dafs wenn eine Function: $F(x)$, für welche, zwischen $x = A$ und $x = B$, q einzelne Werthe gegeben sind, zwischen diesen Grenzen A und B dargestellt werden soll, man in vielen Fällen sich der Reihe

$$F(x) = B^{(0)} X^{(0)} + B^{(1)} X^{(1)} + B^{(2)} X^{(2)} \ldots\ldots (24)$$

als einer sehr zweckmäfsigen Interpolations-Formel bedienen wird. Setzt man nemlich $x = \frac{1}{2}(A+B) - \frac{1}{2}(A-B)\mu$, so verwandelt sich $F(x)$ in eine Function von μ, welche zwischen $\mu = -1$ und $\mu = +1$ darzustellen ist. Wenn nun die x, in Beziehung auf welche die Werthe gegeben sind, so gewählt sind, dafs die ihnen entsprechenden μ die Wurzeln der Gleichung $X^{(q)} = 0$ sind, so giebt die Anwendung der entwickelten Methode in (24) alle Coefficienten bis $B^{(q)}$ exclusive. Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung der Coefficienten in (24) führt zu keinem andern Verfahren, und man ist also überhoben der so lästigen Auflösung der sonst durch diese Methode gegebenen Gleichungen. Wenn Fx eine algebraische ganze Function von der Ordnung $q-1$ ist, so wird sie durch (24) vollständig bestimmt; wenn dies nicht der Fall ist, mufs man sich $F\left(\frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2}\mu\right)$ in eine Reihe nach den steigenden Potenzen von μ entwickelt denken, die hinlänglich convergirt, um die $q$te und die höhern Potenzen vernachlässigen zu können. Diese vernachlässigten Glieder üben einen Einflufs auf die Werthe, welche man für $B^{(0)}, B^{(1)}, B^{(2)} \ldots$ erhält, aus, der aber um so geringer ist, je niedriger die Stellenzahl der B ist. So ist $B^{(0)}$ genau bis auf diejenigen Glieder, deren Exponent in der Entwickelung von $F\left(\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}\mu\right)$ gleich oder gröfser als $2q$ ist, und allgemein: $B^{(m)}$ ist genau bis auf die Glieder, deren Exponent gleich oder gröfser als $2q-m$ ist. Grade aus diesem Umstande, dafs die ersten Glieder mit viel gröfserer Genauigkeit bestimmt werden, läfst sich oft nicht unerheblicher Nutzen ziehen. Wenn z. B. das Integral $\int F(x)dx$ zwischen A und B aus den gegebenen q Beobachtungen gefunden werden soll, so ist dieses $= (B-A)B^{(0)}$ und also genau bis auf die Glieder in der Entwickelung von $F\left(\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}\mu\right)$ von der

Ordnung $2q$, vorausgesetzt, dafs die gegebenen Werthe von Fx auf Abscissen fallen, deren zugehörige μ's die Wurzeln von $X^{(q)} = 0$ sind. Es seien diese gegebenen Werthe $M_1, M_2, \ldots M_q$ so ist also

$$\int_A^B Fx\,dx = (B-A)\left\{a_1 M_1 + a_2 M_2 + \ldots a_q M_q\right\}$$

wo die a's aus (18) bestimmt werden müssen. Diese Integrationsmethode, die sich hier gleichsam von selbst darbietet, ist genau dieselbe, welche Herr Hofrath *Gaufs* in seiner Abhandlung: Methodus nova integralium etc. (Comm. Soc. Reg. Gött. recent. Vol. III) entwickelt hat, ausgehend grade von der Forderung, dies Integral bis auf Glieder von der Ordnung $2q$ genau zu erhalten. In dieser Abhandlung findet man die Wurzeln der Gleichungen, von denen die μ's abhängen, bis $X^{(7)} = 0$, und zugleich die Werthe der entsprechenden a's. Diese a's sind in der erwähnten Abhandlung mit $R, R' \ldots$ bezeichnet, und unsere $\mu', \mu'' \ldots$ erhält man aus den dortigen a, a', a'', indem man diese a's verdopppelt und von 1 abzieht.

Ueber vortheilhafte Anordnung der Rechnung bei Anwendung der entwickelten Methode, einige Hülfstafeln u. dgl. werde ich mich in einer spätern Mittheilung, wo ich diese Methode auf die Darstellung der Vertheilung des Erdmagnetismus anwenden werde, auslassen.

F. E. Neumann.

Beobachtung der Sternschnuppen vom 20sten bis 26sten April 1838 von Dr. *Benzenberg*.

1.

Herr *Arago* sagt im Annuaire vom Jahr 1836 S. 297, dafs vom 20sten bis zum 24sten April 1803 und zwar wie er glaubte am 22sten April von 1 bis 3 Uhr Morgens eine grofse Menge Sternschnuppen in Virginien und Massachusets sei gesehen worden, und zwar seien sie so häufig gewesen, dafs sie in allen Richtungen wie ein Raketenregen zu sehen gewesen wären.

Dieses war um so merkwürdiger, da man immer noch glaubte, dafs im Frühjahre die Sternschnuppen sehr selten wären, etwa 3 auf die Stunde von einem Beobachter.

Ich hatte mir nun vorgenommen diese Nächte beobachten zu lassen, um zu sehen, ob die Sternschnuppen so häufig erschienen, wie Herr *Arago* es sagte. Ich wurde hierin noch bestärkt, als ich von Herrn Dr. *Olbers* einen Brief erhielt, der am 16. April geschrieben war. Er sagte unter anderm: „Dafs nach einer Mittheilung von Herrn *Erie* in Newhafen (Amerika) an Herrn *Arago*, dieser behauptete, dafs besonders im April die Sternschnuppen sehr häufig erschienen."

Wenn im April in Amerika die Sternschnuppen häufig sind, so mufs dieses in Europa dasselbe sein; denn da die Erde in jeder Secunde $4\frac{1}{4}$ Meilen auf ihrer Bahn fortgeht, so durchläuft sie in $6\frac{1}{2}$ Minuten ihren Durchmesser von 1719 Meilen.

Nach Herrn *Arago* wurden im Jahr 1803 eine aufserordentliche Menge Sternschnuppen im April in Amerika gesehen, und zwar Morgens von 1 bis 3 Uhr. Da nun die Erde nach einem Jahr (365 Tagen 6 Stunden) wieder an demselben Orte ist, wo sie auch im vorigen Jahre war, so folgt hieraus, dafs im Jahre 1804 um 7 Uhr Morgens diese Sternschnuppenerscheinung statt fand, die im vorigen Jahr um 1 Uhr stattgefunden hatte. Allein um 7 Uhr ist der Tag da, und man kann die Sternschnuppen der Sonne wegen nicht sehen, obschon sie dann eben so häufig sind, wie des Nachts.

Dasselbe war der Fall im Jahr 1806, wo um 1 Uhr Nachmittags diese Sternschnuppenerscheinung statt finden mufste. Im Jahr 1807 war die Erde um 7 Uhr Abends in der Lage, dafs man die Sternschnuppenerscheinung wahrnehmen konnte, und da diese Erscheinung von Abends 7 bis 9 Uhr dauerte, so konnte man in Amerika diese Sternschnuppen sehen.

Da nun in Düsseldorf der Unterschied zwischen dem Meridian von Massachusets ungefähr 80° oder 5,3 Stunden ist, so ist es hier Mitternacht, wenn es in Amerika Abends 7 Uhr ist. Man konnte also hier eben so gut um Mitternacht diese Sternschnuppen sehen, wie in Amerika um 7 Uhr. Es war kein Mondlicht, und daher konnte der Mond nicht störend einwirken. Nur ist es Schade, dafs Herr *Arago* in Hinsicht des Tages nicht sicher ist, wo diese Erscheinung in Amerika stattfand. Er glaubte der 22ste April sei der Tag gewesen, allein den Tag mufste man nun durch die Beobachtungen finden, welche man vom 20sten bis zum 24sten April anstellte.

Jetzt folgen die Beobachtungen.

2.

Beobachtung vom $\frac{20}{21}$. April 1838 von Abends $8\frac{1}{2}$ Uhr bis Morgens $4\frac{1}{2}$ Uhr.

Der Himmel war an diesem Abende zum Theil dunkel. Bei den Beobachtungen ist die Tertienuhr nicht gebraucht worden, weil sie abgezeichnet wird.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 45′	5r Gröfse.
2	8 57	3r Gr., ging langsam.
3	9 15	4r Gr. Man konnte jetzt nur noch an einem kleinen Theile beobachten.
4	10 23	eine kleine.
5	10 40	1r Gr., hell, um 10h 45′ ganz trübe. Um 11 Uhr etwas helle.
6	11 5	4r Gröfse.
7	11 9	eine kleine. Um 11h 25′ war es ganz heiter.
8	11 24	5r Gröfse.
9	11 30	sehr klein.
10	12 1	3r Gröfse.
11	12 2	ebenso. Um 12h 5′ wurde es dunkel, um 1h wieder helle.
12	1 5	sehr klein.
13	1 14	2r Gr. Sehr hell.
14	1 35	4r Gr. Um 1h 45′ trübe, um 2h wieder hell.
15	2 7	5r Gr.
16	2 26	4r Gr. Um 2h 50′ zum Theil trübe.
17	3 14	2r Gr., ging sehr langsam.

Da es nun die ganze Nacht ungefähr 2 Stunden 25 Minuten dunkel war, so kommen auf 8 Stunden 23 Sternschnuppen, demnach 3 auf die Stunde.

Die Anzahl der Sternschnuppen war also das tägliche, welches 3 auf die Stunde ist.

3.

Beobachtungen der Sternschnuppen vom $\frac{21}{22}$. April von 8¼ Uhr bis 3¾ Uhr.

Am 21sten April war es den Tag über trübe, aber Abends klärte es sich auf und es blieb die Nacht hell.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 34′	ganz klein.
2	9 8	2r Gröfse, sehr langsam.
3	9 37	5r Gr.
4	10 5	4r Gr.
5	10 45	sehr klein.
6	10 54	1r Gr.
7	11 29	5r Gr.
8	11 38	klein.
9	12 5	2r Gr.
10	12 11	klein.
11	12 15	1r Gr. mit kleinem Schweife.
12	12 34	3r Gr.
13	12 47	klein.
14	1 25	klein.
15	1 40	3r Gr. Diese ging im Zickzak.
16	1 46	klein.
17	2 20	sehr klein.
18	2 25	3r Gr., ging langsam.
19	3 18	5r Gr.

In 7½ Stunden wurden 19 Sternschnuppen beobachtet. Also [illegible] jeder Stunde 2½ Sternschnuppen.

4.

Beobachtung von $\frac{22}{23}$. April von 9 Uhr Abends bis 3¼ Uhr Morgens.

Diese Nacht war es helle und kein Wölkchen zeigte sich. [illegible] wurde diese Nacht die Tertienuhr gebraucht.

Nr.	Zeit.	Dauer.	Bemerkungen.
1	9h 37′	— —	unbedeutend.
2	9 58	1″ 3‴	3r Gröfse.
3	10 27	— 57	5r Gr.
4	10 38	— —	sehr klein.
5	10 47	1 3	2r Gr.
6	10 59	— 59	sehr klein.
7	11 30	1 12	2r Gr., sehr hell.
8	11 51	1 58	1r Gr., mit Schweif.
9	12 14	— —	sehr klein.
10	12 20	— —	ebenso.
11	12 41	— 48	5r Gr.
12	1 10	1 14	2r Gr.
13	1 15	— 49	5r Gr.
14	1 32	— 59	4r Gr.
15	2 1	— 58	dito.
16	2 20	1 2	2r Gr.
17	3 14	— —	eine kleine.

Es waren also in 6¼ Stunden 17 Sternschnuppen sichtbar, oder 2¾ auf die Stunde.

5.

Beobachtung vom $\frac{23}{24}$. April von 8¾ Uhr Abends bis 1 Uhr 17 Minuten Morgens.

Diese Nacht war es meist trübe, und man konnte nur an einem Theile des Himmels beobachten. Aber es mufste dennoch, ungeachtet der Dunkelheit, beobachtet werden.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	8h 55′	4r Gröfse. Die Luft war neblich.
2	9 50	sehr klein.
3	10 20	dito.
4	11 25	4r Gr. Von 12 bis 12½ Uhr dunkel.
5	11 46	5r Gr.
6	12 49	dito.
7	1 3	sehr klein.
8	1 17	klein.

Um 1 Uhr 30 Minuten wurde es ganz dunkel.

Wenn man nun 4 Beobachtungsstunden annimmt, so kommen 2 Sternschnuppen auf die Stunde. Diese Nacht fand also auch kein Sternschnuppenregen Statt.

6.

Beobachtung vom $\frac{24}{25}$. April von 9 Uhr Abends bis Morgens 3¼ Uhr.

An diesem Abend war die Luft etwas trübe, man sah zwar die Sterne, aber blafs.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	9h 5′	sehr klein, es war nebliche Luft.
2	9 32	dito.
3	10 19	5r Gröfse.
4	10 42	eine kleine.
5	11 5	dito. Um 11½ Uhr ganz trübe.
6	1 31	eine kleine. Es war theilweise hell.
7	1 52	4r Gr. Jetzt war es ganz hell.
8	1 57	klein.
9	2 14	5r Gr.
10	2 23	3r Gr.

In 6¼ Stunden nur 10 Sternschnuppen, also auch kein Sternschnuppenregen.



Es scheint daher, dafs in den von Herrn *Arago* bezeichneten Nächten, nemlich vom 20sten bis zum 25sten April keine Sternschnuppennacht statt fand. Es mufs also verschrieben sein, welches durch die Länge der Zeit (1803) sehr leicht möglich ist.

7.

Beobachtung vom $\frac{25}{26}$. April von $8\frac{3}{4}$ Uhr Abends bis $3\frac{3}{4}$ Uhr Morgens.

In dieser Nacht war es sehr hell, doch waren nur wenige Sternschnuppen sichtbar.

Ein Beobachter sah in dieser Nacht nur 17 Sternschnuppen, Also $2\frac{1}{2}$ in jeder Stunde.

Nr.	Zeit.	Bemerkungen.
1	$8^h48'$	klein.
2	9 34	3^r Gröfse.
3	9 47	2^r Gr., hell, ging langsam.
4	10 54	3^r Gröfse.
5	11 —	klein.
6	11 25	sehr klein.
7	11 7	klein.
8	11 25	4^r Gr.
9	11 43	2^r Gr., sehr schnell.
10	12 16	sehr klein.
11	12 20	klein.
12	12 58	5^r Gr.
13	1 20	klein.
14	1 24	4^r Gröfse, ging langsam.
15	1 50	sehr klein.
16	2 5	klein.
17	2 48	5^r Gr.

Es regnete in der Nacht vom 26sten zum 27sten April, und die Luft war völlig undurchsichtig, aber wohl nur in einer Höhe von einer halben Stunde, denn jenseits dieser Wolkenschicht war es ganz hell. In der Nacht vom 27sten zum 28sten April war es wieder dunkel.

8.

Ergebnisse.

1. Vom 20sten bis zum 21sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder 3 auf die Stunde. Es wurden für die Zeit, dafs es trübe war, 6 Sternschnuppen gerechnet.
2. Vom 21sten zum 22sten April wurden 19 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.
3. Vom 22sten zum 23sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.
4. Vom 23sten zum 24sten April zum Theil trüber Himmel und nur 8 Sternschnuppen.
5. Vom 24sten zum 25sten April ebenfalls zum Theil trübe und nur 10 Sternschnuppen.
6. Vom 25sten zum 26sten April wurden 17 Sternschnuppen gesehen, oder $2\frac{1}{2}$ auf die Stunde.

Man sieht also hieraus, dafs vom 20sten bis zum 26sten Apri wenige Sternschnuppen waren, nemlich im Durchschnitt $2\frac{1}{2}$ au die Stunde. Freilich macht hierbei der Tag einen grofsen Un terschied, denn von Morgens 4 Uhr bis Abends 8 Uhr war es Tag und man konnte in dieser Zeit keine Sternschnuppen sehen.

Die Sternschnuppennacht in Amerika, die im Jahr 1803 von Morgens 1 bis 3 Uhr stattfand, mufste im Jahre 1838 von 7 bis 9 Uhr Abends stattfinden, und in Düsseldorf von 12 bis 2 Uhr um Mitternacht.

Alles wohl erwogen, so bleibt nichts übrig als anzunehmen, dafs sich Herr *Arago* geirrt habe, und dieser Irrthum mufs sich mit der Zeit auffinden, denn die Beobachtungen in Düsseldorf waren sehr genau, ungeachtet sie einer ungewöhnlichen Anstrengung unterworfen waren.

Mein Gehülfe blieb 6 Nächte nacheinander auf und schlief dann am Tage. Aber es war dennoch keine Kleinigkeit. Denn in den letzten Nächten gegen 2 oder 3 Uhr Morgens kam der Schlaf und er konnte denselben nur los werden, wenn er im Garten auf und ab spazieren ging. Zwar hoffte ich immer, dafs um 12 Uhr Nachts die Erde so weit fortgerückt sey, dafs eine Menge Sternschnuppen gesehen würden, und ich wartete ängstlich auf die Stunde, wenn man mich wecken würde, aber vergeblich, und erst um 2 oder 3 Uhr wurde ich wach, ich ging dann ans Fenster und vernahm, dafs keine Sternschnuppennacht gewesen sei.

Herr *Custodis*, der im Jahr 1832 am $\frac{12}{13}$. November in 3 Stunden 267 Sternschnuppen sah, war auch zum Theil aufgeblieben. Er wohnt nemlich in der Neustadt, wo er nach Norden eine unbeschränkte Aussicht in den Rhein hat, und also aus dem Fenster recht gut die Sternschnuppen beobachten kann. Dieser sagte mir: dafs er in diesen Nächten 2 bis 3 Stunden acht gegeben habe, und er hätte denn nur 5 bis 7 Sternschnuppen gesehen.

In der Nacht vom 29sten April sah mein Gehülfe, weil es hell war, nur 7 Sternschnuppen in 3 Stunden. Also auch sehr wenige.

Es scheint daher, wenn im April Sternschnuppennächte kommen, dafs diese sehr beschränkt sind, und höchstens nur 12 Stunden anhalten. Aber im August hat man schon die Sternschnuppen die 2mal 24 Stunden anhalten, und zwar ohne Unterbrechung z. B. den 9ten, 10ten und 11ten August. Hingegen vom 7ten zum 8ten Aug. sind nur sehr wenige Sternschnuppen; denn im vorige Jahre sah ein Beobachter in dieser Nacht in 6 Stunden nur 11 Sternschnuppen.

In der Nacht vom 3ten zum 4ten Mai war der Mond 8 Tag alt, aber es war aufserordentlich sternhelle. Es wurden nur äufserst wenige Sternschnuppen gesehen. In 7 Stunden sah Ei ner nur 12.

Die Sternschnuppe Nr. 11 ging ganz senkrecht und sie fi wahrscheinlich auf unsere Erde, aber sie erlosch, und diese Sternschnuppe ging nach ihrem Erlöschen noch immer eben schnell. Aber unsichtbar.

Dr. *Benzenberg*.

Altona 1838. September 13.

ssen.

Dichtigkeiten dieser drei
Drucke ausgesetzt werden,
keit D giebt:
$0,9691\, D = d\, D$
$1,1026\, D = d_{,}D$
$0,5260\, D = d_{,,}D$
en einer Ausgleichung un-

$\cdot v_{,,} d_{,,} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$
tsprechen. Man hat näm-
r Raumeseinheit enthaltenen
estandtheile, $D, \delta, \delta_{,}, \delta_{,,}$
h die Voraussetzung der
Raume:
$n_{,} = \delta_{,,} : m_{,,} ; \ldots\ldots (2)$
ke bezeichnen, welche das
ese einzeln genommen, auf
einschliefsenden Raumes
esetz:
$: \delta$
$: \delta_{,}$
$: \delta_{,,}$

$= p_{,,} : v_{,,}$

$\delta_{,,} = v_{,,} d_{,,} D$
$\delta_{,}, \delta_{,,}$ in die obige Pro-

$m_{,,} = v_{,,} d_{,,} M$
le Relation (1). Damit
d $d_{,}$ ein wenig geändert
in 1,1048 verwandelt.
Luft, nämlich des Ge-
y und *Arago* bestimmt.
sich an der Oberfläche
melzenden Eises unter
22

Tafeln

zu

Bessels Abhandlung über barometrisches Höhenmessen.

(zu Nr. 356 der Astr. Nachrichten.)

Es scheint daher, dafs in den
Nächten, nemlich vom 20sten bis
schnuppennacht statt fand. Es mufs
ches durch die Länge der Zeit (1803

7.

Beobachtung vom [illegible]. April von
Morgens.

In dieser Nacht war es sehr
Sternschnuppen sichtbar.

Ein Beobachter sah in dieser
Also 2[illegible] in jeder Stunde.

Nr.	Zeit.	Bemerk
1	8h 48′	klein.
2	9 34	3r Gröfse.
3	9 47	2r Gr., hell
4	10 54	3r Gröfse.
5	11 —	klein.
6	11 25	sehr klein.
7	11 7	klein.
8	11 25	4r Gr.
9	11 43	2r Gr., sehr
10	12 16	sehr klein.
11	12 20	klein.
12	12 58	5r Gr.
13	1 20	klein.
14	1 24	4r Gröfse, g
15	1 60	sehr klein.
16	2 5	klein.
17	2 48	6r Gr.

Es regnete in der Nacht v
die Luft war völlig undurchsichti
von einer halben Stunde, denn j
es ganz hell. In der Nacht vom
wieder dunkel.

8

Ergel

1. Vom 20sten bis zum 2
pen gesehen, oder 3 auf die S
dafs es trübe war, 6 Sternschnu

2. Vom 21sten zum 22sten
gesehen, oder 2[illegible] auf die Stun

3. Vom 22sten zum 23sten
gesehen, oder 2[illegible] auf die Stun

4. Vom 23sten zum 24sten
und nur 8 Sternschnuppen.

5. Vom 24sten zum 25sten
und nur 10 Sternschnuppen.

6. Vom 25sten zum 26st
gesehen, oder 2[illegible] auf die Stu

Ueber eine neue Eigenschaft
Functionen der geograph
Beobachtung der Sternschnu

Tafel I.

Argument = $\tau+\tau'$ (Centesimalscale)

$\tau+\tau'$	0,00375 $\log V$	$\log W$	0,003648 $\log V$	$\tau+\tau'$	0,00375 $\log V$	$\log W$	0,003648 $\log V$
—20°	3,95747	9,3501	3,95793	20	3,99014	9,9096	3,98971
—19	3,95832	9,3646	3,95875	21	3,99093	9,9229	3,99048
—18	3,95916	9,3792	3,95958	22	3,99171	9,9362	3,99124
—17	3,96001	9,3937	3,96040	23	3,99249	9,9495	3,99200
—16	3,96085	9,4083	3,96122	24	3,99328	9,9628	3,99277
—15	3,96169	9,4227	3,96203	25	3,99406	9,9760	3,99353
—14	3,96253	9,4372	3,96285	26	3,99484	9,9892	3,99428
—13	3,96337	9,4516	3,96366	27	3,99561	0,0023	3,99504
—12	3,96420	9,4660	3,96447	28	3,99639	0,0165	3,99580
—11	3,96504	9,4803	3,96629	29	3,99716	0,0285	3,99655
—10	3,96587	9,4946	3,96610	30	3,99794	0,0416	3,99731
— 9	3,96670	9,5089	3,96690	31	3,99871	0,0546	3,99806
— 8	3,96753	9,5232	3,95771	32	3,99948	0,0677	3,99881
— 7	3,96836	9,5374	3,96851	33	4,00026	0,0806	3,99966
— 6	3,95918	9,5516	5,96932	34	4,00102	0,0936	4,00031
— 5	3,97001	9,5657	3,97012	35	4,00179	0,1065	4,00106
— 4	3,97083	9,6799	3,97092	36	4,00255	0,1193	4,00180
— 3	3,97165	9,5940	3,97172	37	4,00332	0,1322	4,00255
— 2	3,97247	9,6080	3,97252	38	4,00408	0,1450	4,00329
— 1	3,97329	9,6221	3,97332	39	4,00484	0,1578	4,00403
0	3,97411	9,6361	3,97411	40	4,00560	0,1705	4,00477
+ 1	3,97493	9,6500	3,97490	41	4,00636	0,1833	4,00551
2	3,97574	9,6640	3,97570	42	4,00712	0,1960	4,00625
3	3,97655	9,6779	3,97649	43	4,00787	0,2086	4,00699
4	3,97736	9,6918	3,97728	44	4,00863	0,2212	4,00772
5	3,97817	9,7056	3,97806	45	4,00938	0,2338	4,00846
6	3,97898	9,7194	3,97885	46	4,01013	0,2464	4,00919
7	3,97979	9,7332	3,97963	47	4,01088	0,2589	4,00992
8	3,98059	9,7470	3,98042	48	4,01163	0,2714	4,01066
9	3,98140	9,7607	3,98120	49	4,01238	0,2839	4,01139
10	3,98220	9,7744	3,98198	50	4,01313	0,2963	4,01211
11	3,98300	9,7880	3,98276	51	4,01388	0,3087	4,01284
12	3,98380	9,8017	3,98364	52	4,01462	0,3211	4,01357
13	3,98460	9,8153	3,98431	53	4,01536	0,3335	4,01429
14	3,98539	9,8288	3,98509	54	4,01611	0,3458	4,01502
15	3,98619	9,8424	3,98586	66	4,01685	0,3581	4,01574
16	3,98698	9,8569	3,98663	56	4,01759	0,3703	4,01646
17	3,98777	9,8693	3,98741	57	4,01832	0,3824	4,01718
18	3,98856	9,8828	3,98818	58	4,01906	0,3946	4,01790
19	3,98935	9,8962	3,98894	59	4,01980	0,4068	4,01862
20	3,99014	9,9095	3,98971	60	4,02053	0,4189	4,01933

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 356. 357.

Bemerkungen über barometrisches Höhenmessen.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

(Hiebei eine Beilage.)

1.

Die Atmosphäre der Erde ist bekanntlich aus Stickstoffgas, Sauerstoffgas, Kohlensäuregas und Wasserdampf zusammengesetzt, und es wird angenommen, dafs diese Bestandtheile derselben keine chemische Wirkung aufeinander äufsern, oder dafs willkührliche Massen derselben, zusammengemischt, unter gleichem Drucke und in gleicher Wärme, einen Raum füllen, welcher der Summe der von den einzelnen gefüllten Räume gleich ist. Wenn die Bestandtheile der Atmosphäre zu allen Zeiten und in allen Höhen, in einem gleichen Verhältnisse vermischt angenommen werden, so ist die Kenntnifs dieses Verhältnisses, insofern es sich um die Bedingungen ihres Gleichgewichts handelt, unnöthig; wenn man aber die Freiheit behalten will, den Untersuchungen darüber auch andere Voraussetzungen zum Grunde zu legen, so darf man die Art der Zusammensetzung der Atmosphäre nicht stillschweigend übergehen.

Die drei Gasarten, welche sich in der Atmosphäre befinden, können vielleicht, an einem bestimmten Punkte der Oberfläche der Erde, nicht immer in genau gleichem Verhältnisse vorhanden sein; allein die Veränderungen, welche dieses Verhältnifs von einer Zeit zur andern erfährt, sind jedenfalls so klein, dafs sie, durch die Methoden der Chemie, nur in Folge oft wiederholter Versuche entdeckt werden können; nicht mit so grofser Leichtigkeit, dafs man das stattfindende Verhältnifs in jedem einzelnen Falle durch Beobachtung erkennbar beachten könnte. Man mufs also ein bestimmtes Verhältnifs annehmen.

Nach der Angabe von *Berzelius* sind die Räume, welche die drei Gasarten, in der Reihenfolge, in welcher ich sie oben angeführt habe, einnehmen, in dem Verhältnisse:

$$77{,}96 : 21{,}15 : 0{,}07;$$

oder der Raum 1 trockner atmosphärischer Luft, an der Oberfläche der Erde, wird gefüllt durch:

$v = 0{,}78605$ Stickstoffgas
$v_{,} = 0{,}21325$ Sauerstoffgas
$v_{,,} = 0{,}00070$ Kohlensäuregas.

Derselbe grofse Chemiker giebt die Dichtigkeiten dieser drei Gasarten, wenn sie alle demselben Drucke ausgesetzt werden, welcher ihrem Gemische eine Dichtigkeit D giebt:

des Stickstoffgases....... $= 0{,}9691\, D = d\, D$
des Sauerstoffgases...... $= 1{,}1026\, D = d_{,}D$
des Kohlensäuregases.... $= 0{,}5260\, D = d_{,,}D$

Diese 6 Zahlen bedürfen indessen einer Ausgleichung untereinander, indem sie der Relation:

$$1 = v\,d + v_{,}\,d_{,} + v_{,,}\,d_{,,} \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

der sie entsprechen müssen, nicht entsprechen. Man hat nämlich, wenn M, m, $m_{,}$, $m_{,,}$ die in der Raumeseinheit enthaltenen Masse des Gemisches und seiner Bestandtheile, D, δ, $\delta_{,}$, $\delta_{,,}$ ihre Dichtigkeiten bezeichnen, durch die Voraussetzung der gleichförmigen Vertheilung in diesem Raume:

$$D : M = \delta : m = \delta_{,} : m_{,} = \delta_{,,} : m_{,,}; \ldots\ldots (2)$$

ferner, wenn P, p, $p_{,}$, $p_{,,}$ die Drücke bezeichnen, welche das Gemisch und seine Bestandtheile, diese einzeln genommen, auf die Einheit der Oberfläche des sie einschliefsenden Raumes ausüben, durch das *Mariotte*sche Gesetz:

$$P : d\,D = p : \delta$$
$$P : d_{,}D = p_{,} : \delta_{,}$$
$$P : d_{,,}D = p_{,,} : \delta_{,,}$$

und auch,

$$P : 1 = p : v = p_{,} : v_{,} = p_{,,} : v_{,,}$$

also

$$\delta = v\,d\,D; \quad \delta_{,} = v_{,}\,d_{,}\,D; \quad \delta_{,,} = v_{,,}\,d_{,,}\,D$$

Setzt man diese Ausdrücke von δ, $\delta_{,}$, $\delta_{,,}$ in die obige Proportion (2), so erhält man:

$$m = v\,d\,M, \quad m_{,} = v_{,}\,d_{,}\,M, \quad m_{,,} = v_{,,}\,d_{,,}\,M$$

und, da $M = m + m_{,} + m_{,,}$ ist, die Relation (1). Damit ihr entsprochen werde, habe ich d und $d_{,}$ ein wenig geändert und das erstere in 0,9711, das andere in 1,1048 verwandelt.

Die Dichtigkeit der atmosphärischen Luft, nämlich des Gemisches der drei Gasarten, haben *Biot* und *Arago* bestimmt. Sie haben gefunden, dafs sie, wenn sie sich an der Oberfläche der Erde und in der Wärme des schmelzenden Eises unter

dem Drucke, welchen eine gleich warme Quecksilbersäule von 336,905 Pariser Linien Höhe unter dem 45sten Grade der Polhöhe äufsert, befindet, 10466,8mal leichter ist als Quecksilber. Unter diesen Umständen ist also das obige

$$D = \frac{1}{10466,8}.$$

So wie die Wärme zunimmt, nimmt auch die specifische Elasticität der Luft zu, oder der Raum, den eine Masse Luft einnimmt, vergröfsert sich bei gleichbleibendem Drucke. *Gay-Lussac* hat das merkwürdige Resultat gefunden, dafs die specifische Elasticität aller Gasarten und Dämpfe, bei gleicher Aenderung der Wärme, sich gleichviel verändert und dafs diese Aenderung den Graden des Quecksilberthermometers proportional ist. Wenn sie für die Wärme des schmelzenden Eises $= 1$, und ihre Aenderung für eine, einem Grade der Thermometerscale entsprechenden Aenderung der Wärme $= k$ gesetzt wird, so ist also ihr Werth für die Angabe t des Thermomometers:

$$E = 1 + kt.$$

Für die Wärme des siedenden Wassers fand *Gay-Lussac* $E = 1,375$.

Zu den drei Gasen gesellt sich in der Atmosphäre noch Wasserdampf, und es ist bekannt, dafs er in veränderlicher Menge, welche in jedem besonderen Falle nur durch einen Versuch bestimmt werden kann, vorhanden ist. Was sich hierauf bezieht, werde ich später berühren, zuerst aber die atmosphärische Luft als trocken betrachten.

2.

Die barometrischen Höhenmessungen beruhen auf der Vergleichung des beobachteten Verhältnisses der Drücke der Luft in verschiedenen Höhen, mit dem Ausdrucke, welche die Bedingung des Gleichgewichts der Luft dafür giebt. Obgleich dieser Ausdruck in der Mécanique Céleste, und später in vielen anderen Schriften, entwickelt worden ist, so werde ich seine Entwickelung doch auch hier nicht unterlassen: es wird mir dadurch leichter werden, sowohl eine kleine Veränderung anzubringen, als später Vorkommendes anzuknüpfen.

Das *Mariotte*sche Gesetz fordert, dafs die Dichtigkeit δ der Luft, in dem Verhältnisse des Druckes p, den sie erfährt und folglich, im Gleichgewichte, selbst wieder ausübt, und in dem umgekehrten Verhältnisse ihrer specifischen Elasticität E, oder dafs

$$\frac{\delta . E}{p}.$$

beständig ist. Hierbei ist Luft von gleicher Beschaffenheit in allen Höhen, vorausgesetzt. Nimmt man zum Maafse von p den Druck an, welchen eine Quecksilbersäule von der Wärme des schmelzenden Eises und der Höhe von 336,905 Par. Linien, an der Oberfläche der Erde und unter dem 45sten Grade der Polhöhe, auf eine Flächeneinheit äufsert; als Maafs von δ die Dichtigkeit des Quecksilbers in der Wärme des schmelzenden Eises und als Maafs von E die specifische Elasticität der Luft in derselben Wärme, und setzt man $\delta = D$ für $p = 1$ und $E = 1$, so ist:

$$\delta . E = pD \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Der Druck der Luft in einer Höhe x über der Oberfläche der Erde, oder in einer Entfernung $a + x$ von ihrem Mittelpunkte, ist die Summe der Drücke aller über x liegenden Schichten. Eine Schichte zwischen den Höhen x und $x + dx$ hat, für jede Einheit ihrer Oberfläche, die Masse $\delta . dx$, äufsert also auf diese Einheit den Druck:

$$(g)\,\delta \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx$$

wo (g) die Schwere an der Oberfläche der Erde, senkrecht unter dem Punkte, auf welchen x und δ sich beziehen, in Theilen der Schwere unter dem 45sten Grade der Polhöhe ausgedrückt, bedentet. Allein um die durch das Wegnehmen dieser Schichte von den über x liegenden erzeugte Verminderung des Druckes durch dasselbe Maafs zu messen, durch welches oben p gemessen worden ist, mufs der eben gegebene Ausdruck durch dieses Maafs dividirt werden und ergiebt dann:

$$dp = -\frac{(g)\,\delta}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx$$

oder, wenn man a und x nicht durch die Pariser Linie, sondern durch die Toise messen will:

$$dp = -\frac{(g)\,864 . \delta}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx \ldots\ldots\ldots (4)$$

Wenn man δ durch die Verbindung beider Gleichungen eliminirt, erhält man:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{(g)\,864 . D}{336,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E}$$

Durch das Integral dieser Gleichung werden die Werthe von p, welche in zwei verschiedenen Höhen über der Oberfläche der Erde, für $x = h$ und $x = h'$ vorhanden sind, miteinander verglichen; nämlich, wenn man sie durch P und P' bezeichnet und die Logarithmen des *Brigg*schen Systems, für dessen Modul μ geschrieben wird, annimmt:

$$\log \frac{P'}{P} = -\frac{(g)\,864 . D . \mu}{336,905}\int_h^{h'} \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E}$$

oder, wenn man

$$\frac{336,905}{864 . D . \mu} = 9397,74 = l = (g)\,l'$$

setzt

$$\log \frac{P'}{P} = -\frac{1}{l'}\int_h^{h'} \left(\frac{a}{a+x}\right)^2 \frac{dx}{E} \ldots\ldots (5)$$

Die noch auszuführende Integration setzt voraus, daſs man die Relation zwischen x und E, oder das Gesetz kenne, nach welchem die in beiden Höhen beobachteten, der Wärme der Luft entsprechenden Thermometerstände τ und τ' ineinander übergehen. Man kennt dieses Gesetz in keinem Falle und hat daher keinen Grund, die Aenderung der Wärme anders, als der Aenderung der Höhe proportional anzunehmen. *Laplace* setzt, um diese Absicht näherungsweise zu entsprechen und um zugleich dem Integrale die möglichst einfache Form zu geben:

$$(1+kt)^2+\frac{iax}{a+x}$$

für alle zusammengehörige Werthe von t und x als beständig voraus und bestimmt die Constante i so, daſs sie den beiden beobachteten Temperaturen τ und τ' genügt. Hierdurch wird:

$$(1+kt)^2+iX=(1+k\tau)^2+iH=(1+k\tau')^2+iH'$$

wo ich X, H, H' für $\frac{ax}{a+x}$, $\frac{ah}{a+h}$, $\frac{ah'}{a+h'}$ geschrieben habe. Man erhält dadurch

$$i=\frac{2k(\tau-\tau')\left(1+k\frac{\tau+\tau'}{2}\right)}{H'-H}$$

und

$$dX=\left(\frac{a}{a+x}\right)^2dx=-\frac{2k}{i}(1+kt)\,dt$$

und ferner

$$\left(\frac{a}{a+x}\right)^2\frac{dx}{E}=-\frac{2k}{i}\,dt,$$

woraus das von h bis h' genommene Integral ist:

$$\frac{2k}{i}(\tau-\tau')=\frac{H'-H}{1+k\frac{\tau+\tau'}{2}}.$$

Man hat also, der *Laplace*schen Annahme des Gesetzes der Wärmeänderung zufolge, die Formel (5) in:

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\log\frac{P}{P'}=\frac{1}{l}\cdot\frac{H'-H}{1+k\frac{\tau+\tau'}{2}}$$

verwandelt.

3.

Ich habe hierbei die Luft als trocken angenommen, muſs aber den immer darin enthaltenen Wasserdampf noch berücksichtigen. Wenn das sich in einem begrenzten Raume befindliche Gemisch der trockenen Bestandtheile der Luft auf die begrenzende Oberfläche den Druck p ausübt, der Wasserdampf den Druck p_i, und wenn die specifischen Schweren beider durch D und d_iD, der feuchten, aus ihrer Mischung entstandenen Luft durch D' bezeichnet werden, so ist, der Gleichung (1) zufolge:

$$1=v\frac{D}{D'}+v_i\frac{d_iD}{D'}$$

und

$$v=\frac{p}{p+p_i},\quad v_i=\frac{p_i}{p+p_i}$$

also

$$D'=D\frac{p+p_id_i}{p+p_i}$$

oder, wenn man (um kein neues Zeichen einzuführen) den ganzen Druck ($=p+p_i$) jetzt durch p bezeichnet:

$$D'=D\left\{1-\frac{p_i}{p}(1-d_i)\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

Für feuchte Luft verwandelt sich also die Gleichung (3) in:

$$\delta.E=\{p-p_i(1-d_i)\}D$$

und ihre Verbindung mit (4) ergiebt:

$$0=dp+\frac{1}{\mu l}p\frac{dX}{E}-\frac{(1-d_i)}{\mu l}p_i\frac{dX}{E}\ldots\ldots\ldots(8)$$

Um diese Gleichung integriren zu können, muſs man wissen, wie p_i von den übrigen veränderlichen Gröſsen abhängt. Wenn keine Beobachtung, welche die in der Luft enthaltene Quantität Wasserdampf für einen besonderen Fall bestimmt, vorhanden ist, so muſs man seine Berechnung auf die Voraussetzung entweder eines mittleren, oder eines den sonstigen jedesmaligen Umständen angemessen erscheinenden Zustandes der Atmosphäre gründen. Ich werde diesen Fall zuerst untersuchen, indem ich voraussetzen werde, daſs an jedem Punkte der Atmosphäre ein bestimmter Theil derjenigen Menge Wasserdampfes vorhanden ist, welche sie, ihrer Wärme gemäſs, daselbst aufnehmen kann. Wenn dieses Maximum des Wasserdampfes den Druck (p_i) äuſsert, nehme ich also

$$p_i=\alpha(p_i)$$

an, wo ich unter α einen beständigen Factor, nicht gröſser als 1, verstehe, dessen Werth der späteren Wahl überlassen bleibt.

Den Ausdruck von (p_i) durch die Angabe t des Centesimalthermometers, hat *Laplace* (Méc. Cél. IV. p. 273) aus Versuchen von *Dalton*, in der im vorigen Art. gewählten Einheit des Druckes ausgedrückt:

$$=10^{(t-100)\,0{,}0154547-(t-100)^2\,0{,}0000\,625\,826}$$

abgeleitet, wofür man auch

$$(p_i)=0{,}0067407.10^{t.0{,}0279712-tt.0{,}0000\,625\,826}\ldots\ldots(9)$$

schreiben kann. Man hat also, der Voraussetzung gemäſs,

$$p_i=\alpha\beta\,10^{at-ctt}$$

wo

$$\beta=0{,}0067407$$
$$a=0{,}0279712$$
$$c=0{,}0000\,625\,826$$

sind.

Multiplicirt man die Differentialgleichung (8) mit

$$10^{\frac{1}{l}\int\frac{dX}{E}}$$

so kann man das Product integriren, nämlich:

$$C = p.10^{\frac{1}{l}\int\frac{dX}{E}} - \frac{(1-d_{\prime})}{\mu l}\int p_{\prime}\, 10^{\frac{1}{l}\int\frac{dX}{E}}\frac{dX}{E}$$

Der *Laplace*schen Annahme des Gesetzes der Aenderung der Wärme, zwischen zwei Höhen, für welche sie durch Beobachtung gegeben ist (Art. 2), zufolge, ist:

$$\frac{dX}{E} = -\frac{2k}{i}\,dt;$$

substituirt man dieses und auch den Ausdruck von p, so wird

$$C = p.10^{-\frac{2k}{li}t} + \frac{2\alpha\beta(1-d_{\prime})k}{\mu l.i}\int 10^{\left(a-\frac{2k}{li}\right)t-ctt}\,dt.$$

Durch diese Gleichung enthält man die Relation zwischen den Drücken der Atmosphäre P und P' in den Höhen h und h', nämlich:

$$P.10^{-\frac{2k}{li}\tau} - P'.10^{-\frac{2k}{li}\tau'} = \frac{2\alpha\beta(1-d_{\prime})k}{\mu l i}\int_{\tau}^{\tau'} 10^{\left(a-\frac{2k}{li}\right)t-ctt}\,dt$$

Setzt man T für $\frac{1}{2}(\tau+\tau')$ und $T+z$ für t, so verwandelt das noch zu suchende Integral sich in:

$$-10^{-\frac{2k}{li}T}.10^{aT-cT^2}\int_{-\frac{1}{2}(\tau-\tau')}^{\frac{1}{2}(\tau-\tau')} 10^{\left(a-\frac{2k}{li}-2cT\right)z-c.zz}$$

Wenn man, um abzukürzen,

$$u = \frac{2\alpha\beta(1-d_{\prime})k}{l i}10^{aT-c.T^2}\int_{-\frac{1}{2}(\tau-\tau')}^{\frac{1}{2}(\tau-\tau')} 10^{\left(a-\frac{2k}{li}-2cT\right)z-czz}\,dz$$

schreibt, hat man also

$$P.10^{-\frac{2k}{li}\tau} - P'.10^{-\frac{2k}{li}\tau'} = -\frac{u}{\mu}10^{-\frac{2k}{li}T}$$

oder

$$P.10^{-\frac{2k}{li}(\tau-\tau')} + \frac{u}{\mu}10^{-\frac{2k}{li}\left(\frac{\tau-\tau'}{2}\right)} = P'$$

woraus folgt:

$$10^{-\frac{2k}{li}(\tau-\tau')} = \frac{P'}{P}\frac{\sqrt{[4\mu^2 PP'+uu]}-u}{\sqrt{[4\mu^2 PP'+uu]}+u}$$

und, wenn man die *Brigg*schen Logarithmen beider Glieder dieser Gleichung nimmt und bis uu incl. richtig entwickelt:

$$\frac{2k}{li}(\tau-\tau') = \log\frac{P}{P'} + \frac{u}{\sqrt{(PP')}}.$$

Der angewandten Relation zwischen der Wärme und der Höhe zufolge, ist aber (Art. 2):

$$\frac{2k}{i}(\tau-\tau') = \frac{H'-H}{1+kT};$$

wodurch man erhält

$$(10)\ldots\ldots\ldots\log\frac{P}{P'} = \frac{1}{l}\frac{H'-H}{1+kT} - \frac{u}{\sqrt{(PP')}}$$

Das in dem Ausdrucke von u vorkommende Integral findet man, durch Reihenentwickelung der Exponentialgröfse:

$$= (\tau-\tau')\left\{1 + \frac{(\tau-\tau')^2}{24\mu^2}\left[\left(a-\frac{2k}{li}-2cT\right)^2 - 2c\mu\right] + \text{etc.}\ldots\right\}$$

Um die Gröfse des zweiten Gliedes dieser Reihe einigermafsen zu schätzen, kann man annehmen, dafs der Stand des Centesimalthermometers für 85 Toisen der Zunahme der Höhe um einen Grad abnimmt. Dann ist dieses Glied für $H'-H = n.1000$ Toisen und für $T=0$, $= nn.0{,}0093$; es ist also für kleine Höhenunterschiede ein unbedeutender Theil des ersten Gliedes, während es selbst für die gröfsten, welche noch zugänglich sind, nicht auf ein Zehntel desselben steigt. Die Voraussetzung über die Vertheilung des Wasserdampfes in der Atmosphäre, worauf die gegenwärtige Rechnung beruhet, besitzt weit gröfsere Unsicherheit; wefshalb ich glaube, dafs es wenig Interesse haben kann, ihr durch eine zusammengesetztere Rechnung g a n z treu zu bleiben. Ich vereinfache diese daher und nehme:

$$u = \frac{2\alpha\beta(1-d_{\prime})k(\tau-\tau')}{l i}10^{aT-cT^2}$$

an. Nach der Angabe von *Berzelius* ist $d_{\prime} = 0{,}62$, und oben ist gezeigt worden, dafs

$$\beta = 0{,}0067407$$

$$\frac{2k(\tau-\tau')}{i} = \frac{H'-H}{1+kT}$$

ist. Hierdurch wird

$$u = \alpha\frac{H'-H}{l}.\frac{10^{aT-cT^2}}{1+kT}0{,}002561$$

und man erhält, durch die Substitution dieses Ausdruckes in die Gleichung (10):

$$\log\frac{P}{P'} = \frac{H'-H}{l(1+kT)}\left\{1-\alpha.\frac{0{,}002561}{\sqrt{(PP')}}10^{aT-cT^2}\right\}\ldots(11)$$

Will man die Berechnung des Höhenunterschiedes der beiden Punkte, wo der Druck und die Wärme der Luft beobachtet sind, auf die Voraussetzung des mittleren Zustandes zwischen Trockenheit und gröfster Feuchtigkeit der Luft gründen, so mufs man $\alpha = \frac{1}{2}$ annehmen. Es scheint aber, dafs man, auch ohne unmittelbare Bestimmung der jedesmal wirklich vorhandenen Menge des Wasserdampfes, durch Berücksichtigung äufserer Umstände, in geeigneten Fällen gröfsere Genauigkeit erlangen kann, als durch die Voraussetzung $\alpha = \frac{1}{2}$; wenn es z. B. in der ganzen Luftmasse zwischen beiden Punkten r e g n e t, so ist $\alpha = 1$; wenn die beiden Punkte sich in einem weit von dem Meere entfernten, schon als ausgezeichnet trocken bekannten Lande *) befinden, so wird es angemessen sein,

*) Dieses ist z. B. der Fall mit einem grofsen Theile von N o r d a s i e n, wie aus *A. Ermans* Reise um die Erde B. S. 67 u. s. w. hervorgeht. Man lernt daselbst nicht nur die Thatsache kennen, sondern auch die geographischen Verhältnisse, wovon sie die Folge ist.

kleiner als $\frac{1}{3}$ anzunehmen. Damit man unmittelbar übersehe, wie grofs der Einflufs der Feuchtigkeit auf barometrische Höhenmessungen werden kann, werde ich ihn weiter entwickeln. Die Vergröfserung, welche ein, unter der Voraussetzung trockener Luft berechneter Höhenunterschied, durch die Berücksichtigung des Wasserdampfes erfährt, ist, der Gleichung (11) zufolge:

$$\doteq \frac{\alpha w}{1-\alpha w}(H'-H)$$

wo w für

$$\frac{0{,}00256\,1}{\sqrt{(PP')}}\,10^{aT-cT^2}$$

geschrieben ist. Vernachlässigt man das Quadrat dieser Gröfse und setzt man

$$P' = P\,10^{-\frac{(H'-H)}{l\,(1+kT)}},$$

was gleichfalls nur einen Fehler von der Ordnung w^2 erzeugt, so wird

$$w = \frac{0{,}00256\,1}{P}\,10^{\frac{H'-H}{2l\,(1+kT)}}.10^{aT-cT^2}.$$

und daher der Einflufs des Wasserdampfes:

$$12)\ldots = \alpha.\frac{0{,}00256\,1}{P}(H'-H)\,10^{\frac{H'-H}{2l\,(1+kT)}}.10^{aT-cT^2}$$

Nimmt man den in dieser Formel vorkommenden Druck in der Höhe $h = 1$, oder den Barometerstand daselbst $= 336^L,905$ und $k = 0{,}00375$ an, so findet man die in α zu multiplicirende Gröfse für verschiedene Werthe von $H'-H$ und T, so wie folgende Tafel sie angiebt:

$$T = \tfrac{1}{2}(\tau+\tau')$$

$H'-H$ T	0° T	10° T	20° T
500	1,36	2,55	4,64
1000	2,90	5,41	9,83
1500	4,62	8,61	15,60
2000	6,55	12,18	22,02
2500	8,70	16,15	29,14
3000	11,10	20,55	37,02

Man kann aus diesen Zahlen beurtheilen, wie grofs der Einflufs einer Unsicherheit über den Werth von α, in einem vorkommenden Falle ist.

4.

Seit der Erfindung des *Daniell*schen Hygrometers und des *August*schen Psychrometers kann man die jedesmal in der Luft enthaltende Menge des Wasserdampfes leicht und mit hinreichender Genauigkeit erkennen. Die Forderung, dafs an beiden Punkten, deren Höhenunterschied barometrisch gemessen werden soll, aufser dem Barometer und Thermometer, auch das Psychrometer beobachtet werde, kann leicht erfüllt werden, und gewährt dann dem Resultate der Beobachtungen den Vortheil, von einer willkührlichen Annahme über die vorhandene Menge des Wasserdampfes, etwa in derselben Art frei zu sein, als es, durch die Beobachtung der Luftwärme an beiden Punkten, von einer Willkühr in dieser Beziehung befreiet wird. Ich werde daher die Rechnungsvorschrift aufsuchen, welche anzuwenden ist, wenn man auch die Beobachtungen des Psychrometers besitzt.

Das Psychrometer beruhet auf der Vergleichung des Standes $\tau_,$ eines Thermometers, dessen Kugel befeuchtet wird, mit dem Stande τ eines anderen nicht befeuchteten Thermometers. Wenn der gröfste Druck, welchen Wasserdampf von der Wärme t ausüben kann, durch φt und der in Pariser Linien ausgedrückte Barometerstand durch b bezeichnet werden, so ist der Druck, welchen der in der Luft wirklich vorhandene Wasserdampf ausübt:

$$= \varphi\tau_, - \frac{0{,}558\,(\tau-\tau_,)\,b}{336{,}905\,(m-\tau_,)}$$

wo, in dem Falle eines positiven Werthes von $\tau_,$, $m = 640$; in dem Falle eines negativen, einen Eisüberzug der befeuchteten Thermometerkugel bedingenden Werthes aber, $m = 715$ ist. Diese Formel ist von dem Erfinder des Psychrometers, *August*, gegeben, und stützt sich auf die Vergleichung von Versuchen mit physischen Betrachtungen *). Den Ausdruck von φt durch t leitet *August* aus Beobachtungen über den Druck, welchen Wasserdampf von verschiedener Wärme ausübt, ab, indem er ein, von *Kämptz* aus den von *Dalton*, *Ure*, *Schmidt* und *Artzberger* darüber angestellten, gezogenes mittleres Resultat anwendet. Diese Beobachtungen sind aber, mit Ausnahme der beiden zuerst angeführten Reihen, so wenig übereinstimmend untereinander, dafs es zweifelhaft wird, ob man alle vier vereinigen darf. Ich ziehe daher vor, bei dem oben schon angewandten, von *Laplace* gegebenen, sich an *Daltons* Beobachtungen, also auch an die ihnen nahe kommenden von *Ure*, anschliefsenden Ausdrucke zu bleiben. Es ist im Allgemeinen meine Meinung, dafs man sehr bekannt gewordene und häufig angewandte Formeln nicht eher ändern sollte, als bis die Nothwendigkeit der Aenderung als entschieden betrachtet werden kann; was in dem gegenwärtigen Falle keinesweges statt findet. Die ausgezeichneten späteren Untersuchungen *Aragos* über denselben Gegenstand, betreffen nur die Elasticität des Wasserdampfes in sehr hohen Wärmegraden, und es ist nicht darauf zu rechnen, dafs dieselbe Interpolationsformel, welche diese befriedigend darstellt, auch auf weit geringere anwendbar sei.

Wenn man den *Laplace*schen Ausdruck anwendet, erhält man den Druck, welchen der in der Luft enthaltene Wasser-

*) *Poggendorff* Annalen der Physik Bd. 81. S. 69 und Bd. 90 (14 der neuen Folge) S. 137.

dampf ausübt, der angeführten Formel zufolge:

$$p_{,} = 0{,}0064707 \cdot 10^{a\tau_{,}-c\tau_{,}\tau_{,}} - 0{,}0016562\,\frac{(\tau-\tau_{,})b}{m-\tau_{,}}$$

und wenn man ihn durch

$$(p_{,}) = 0{,}0064707 \cdot 10^{a\tau-c\tau\tau},$$

oder durch den Druck dividirt, den der Wasserdampf ausüben würde, wenn die Luft damit gesättigt wäre, das oben durch α bezeichnete Verhältnifs, also:

$$(13) \ldots \alpha = \frac{10^{a\tau_{,}-c\tau_{,}\tau_{,}}}{10^{a\tau-c\tau\tau}} - 0{,}2457\,\frac{b}{m-\tau_{,}} \cdot \frac{\tau-\tau_{,}}{10^{a\tau-c\tau\tau}}$$

Zur Erleichterung der Berechnung von α theile ich hier eine Tafel mit, deren erste Spalte, für alle Werthe von t, von — 20 bis + 30,

$$\log 10^{at-ctt} = ft$$

die zweite

$$\log \frac{0{,}2457}{m-t}\,10^{-at+ctt} = \psi t$$

enthält. Man erlangt dadurch

$$\log A = f\tau_{,} - f\tau$$
$$\log B = \log A + \psi\tau_{,} + \log(\tau-\tau) + \log b$$

und das gesuchte $\alpha = A - B$.

t	ft		ψt	
— 20°	9,4155	304	7,1086	298
— 19	9,4459	303	7,0788	297
— 18	9,4762	302	7,0491	296
— 17	9,5064	300	7,0195	295
— 16	9,5364	299	6,9900	293
— 15	9,5663	298	6,9507	292
— 14	9,5961	297	6,9315	290
— 13	9,6258	295	6,8925	290
— 12	9,6553	294	6,8735	288
— 11	9,6847	293	6,8447	287
— 10	9,7140	292	6,8160	285
— 9	9,7432	290	6,7875	285
— 8	9,7722	289	6,7590	283
— 7	9,8011	288	6,7307	282
— 6	9,8299	287	6,7025	280
— 5	9,8586	285	6,6745	279
— 4	9,8871	284	6,6466	278
— 3	9,9155	283	6,6188	277
— 2	9,9438	282	6,5911	276
— 1	9,9720	280	6,5635	274
0	0,0000	279	} 6,5361 } 6,5842	272
+ 1	0,0279	278	6,5570	271
2	0,0557	277	6,5299	270
3	0,0884	275	6,5029	268
4	0,1109	274	6,4761	268
5	0,1383		6,4493	

t	ft		ψt	
+ 5°	0,1383	273	6,4493	266
6	0,1656	271	6,4227	264
7	0,1927	271	6,3963	264
8	0,2198	269	6,3699	262
9	0,2467	268	6,3437	261
10	0,2735	266	6,3176	260
11	0,3001	265	6,2916	258
12	0,3266	264	6,2658	257
13	0,3530	263	6,2401	256
14	0,3793	262	6,2145	255
15	0,4055	260	6,1890	253
16	0,4315	259	6,1637	252
17	0,4574	258	6,1385	251
18	0,4832	257	6,1134	249
19	0,5089	255	6,0885	249
20	0,5344	254	6,0636	247
21	0,5598	253	6,0389	246
22	0,5851	251	6,0143	244
23	0,6102	251	5,9899	243
24	0,6353	249	5,9656	242
25	0,6602	247	5,9414	241
26	0,6849	247	5,9173	239
27	0,7096	245	5,8934	239
28	0,7341	244	5,8695	237
29	0,7585	243	5,8458	235
30	0,7828		5,8223	

Bestimmt man auf diese Art die Werthe von α für beide Höhen, so wird man sie selten von gleicher Gröfse finden. Da man das Gesetz des Ueberganges von dem einen zu dem anderen nicht kennt, so ist die Willkühr unvermeidlich. Ich halte für das Angemessenste, das Mittel aus beiden Werthen von α zur Berechnung der Formel (11) anzuwenden.

5.

Es scheint mir nöthig, die verschiedenen Voraussetzungen näher zu untersuchen, durch welche ich die Formel (11) erlangt habe. Die erste Voraussetzung aller Untersuchungen, welche den Druck und die Dichte der Atmosphäre in unbestimmten Höhen betreffen, ist die ihres Gleichgewichts. Dafs sie nicht richtig ist, darf nicht erst hier gesagt werden. Ihre Unrichtigkeit zeigt sich sowohl in den Schwankungen des Barometerstandes um seinen mittleren Werth für jeden Punkt der Erde, als auch in der Verschiedenheit dieses Werthes für verschiedene Punkte, selbst wenn sie in der Oberfläche des Meeres angenommen werden. Die Kenntnifs dieser Verschiedenheit haben wir erst im J. 1831 durch eine Untersuchung *Adolph Ermans* erlangt *), durch welche er, theils aus eigenen, auf einer Reise um die Erde gemachten Beobachtungen, theils aus fremden, sowohl im nördlichen Asien und Amerika gesammelten, als auch auf der Russischen Corvette Krotkoi, unter der Leitung des Capitains *Hagemeister* angestellten, gezeigt hat, dafs die von dem Aequator entferntere Grenze der Zone der Passatwinde, einen höheren Barometerstand hat, als die ihm nähere; und ferner, dafs dieser Stand auch unter verschiedenen Meridianen verschieden ist. Das erstere Resultat beruhet auf Beobachtungen, welche während des achtmaligen Durchschiffens der Passatzone gesammelt worden sind, und ist auch später auf der, für die Astronomie denkwürdigen Reise *Herschels* nach dem Vorgebirge der guten Hoffnung hervorgetreten; das andere beruhet auf einer Vergleichung der in dem atlantischen und dem stillen Meere gemachten Beobachtungen. Die Unterschiede geben bis auf mehrere Linien und lassen nicht zweifelhaft, dafs der mittlere Barometerstand in verschiedenen Punkten der wahren Oberfläche der Erde, von der geographischen Länge und Breite dieser Punkte abhängig ist.

Die als zufällig zu betrachtenden Schwankungen des Barometerstandes müssen Abweichungen einzelner barometrischer Bestimmungen eines Höhenunterschiedes, von dem Mittel aus vielen, hervorbringen; die mittleren Verschiedenheiten welche von der Länge und Breite abhangen, müssen aber, wenn man sie nicht kennt, Fehler zur Folge haben, welche selbst aus dem Mittel vieler Beobachtungen nicht verschwinden, aufser in dem Falle, dafs beide Punkte, deren Höhenunterschied bestimmt werden soll, in einer Lothlinie lägen. Es geht aus der erlangten Kenntnifs dieser Verschiedenheiten hervor, dafs die barometrische Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte, selbst wenn sie auf jahrelang wiederholten Beobachtungen beruhet, desto zweifelhafter bleibt, je weiter die Punkte voneinander entfernt sind. Denkt man sich Oberflächen, in welchen der mittlere Luftdruck gleich ist, um die Erde gelegt, so kann durch das Barometer nichts anders erlangt werden, als die Bestimmung des auf diese Oberflächen bezogenen Höheunterschiedes; ob aber diese Oberflächen da wo die beiden Punkte sich befinden, sich mehr oder weniger von dem Parallelismus mit der Oberfläche der Erde entfernen, bleibt gänzlich unbekannt, so lange man die Function der Länge und Breite nicht kennt, welche die beziehungsweise Lage beider bestimmt. Hierdurch wird den Beobachtungen über den Luftdruck ein neuer Gesichtspunkt eröffnet, indem durch sie die Absicht verfolgt werden mufs, an allen Punkten der Erde, die Höhe der Oberfläche eines bestimmten Druckes zu erfahren. Allein für jetzt kann die, aus der allenthalben gleichen Annahme dieser Höhe hervorgehende Gröfse der Unsicherheit noch nicht näher bestimmt werden; gleichfalls kann die, von der als zufällig zu betrachtenden Schwankungen erzeugte, nicht näher angegeben werden; und selbst wenn man, um sie näher kennen zu lernen, lange fortgesetzte Beobachtungen an Punkten in verschiedener Höhe machen wollte, so würden ihre Unterschiede untereinander immer nur als der Erfolg der Vermischung dieser Ursache, mit anderen, gleichfalls unvermeidlich fehlerhaften Voraussetzungen, zu betrachten sein.

Die Beschaffenheit der trockenen Luft ist so vorausgesetzt werden, wie sie zu der Zeit war, als *Biot* und *Arago* für ihre Dichtigkeit die im 1sten Art. angeführte Bestimmung erhielten. Aenderte sich der Sauerstoffgehalt derselben um n Hundertel, so würde sich ihre Dichtigkeit um $n \cdot 0{,}001337$ verändern, und ein, unter der Annahme $D = \frac{1}{10466{,}8}$ bestimmter Höhenunterschied müfste in dem Verhältnisse $1 : 1 + n \cdot 0{,}001337$ geändert werden. *Humboldt* und *Gay-Lussac* haben aber an 19 Tagen, zwischen dem 17ten Novbr. und 23sten Decbr. 1804. keine merkliche Veränderung des Sauerstoffgehaltes der Luft gefunden, weshalb die Voraussetzung eines beständigen Verhältnisses der beiden hauptsächlichen Bestandtheile der atmosphärischen Luft, als gerechtfertigt betrachtet werden darf.

Indessen hat *Dalton* bekanntlich für wahrscheinlich gehalten, dafs jeder der Bestandtheile der Luft nur von den höheren Schichten seiner eigenen Materie, nicht aber von der ganzen höheren Masse, zusammengedrückt werde, also in verschiedenen Höhen die Dichtigkeit besitze, welche er besitzen würde, wenn er ausschliefslich vorhanden wäre. Hieraus mufs ein mit der Höhe veränderliches Mischungsverhältnifs, und damit auch ein anderes Verhältnifs der Drucke der Luft in verschiedenen Höhen entstehen, als aus der älteren im 2ten Art. verfolgten Annahme. Die barometrischen Höhenmessungen sind deshalb als ein Mittel vorgeschlagen, zwischen beiden Annahmen zu

*) *Poggendorff* Annalen der Physik und Chemie Bd. 99 (23 der neuen Folge) S. 144.

entscheiden. Die Aufmerksamkeit, welche die Ansichten eines Physicus, wie *Dalton*, erheischen, fordert, dafs ich auch hier die seinige verfolge.

Die Formel (6) ist nun nicht mehr für die atmosphärische Luft, sondern nur für jeden ihrer Bestandtheile richtig; sie bezieht sich auf den einen oder den anderen derselben, jenachdem man seine specifische Schwere, statt der der Luft im Allgemeinen, darin voraussetzt. Setzt man die Drücke, welche die drei Bestandtheile der Luft in den Höhen h und h' äufsern, $= p, p_{,}, p_{,,}$ und $p', p'_{,}, p'_{,,}$ und ihre specifischen Schweren $Dd, Dd_{,}, Dd_{,,}$, und schreibt man, um abzukürzen, U für

$$\frac{1}{l} \cdot \frac{H'-H}{1+kT}$$

so wird, der Formel (6) gemäfs:

$$p' = p \, . 10^{-Ud}$$
$$p'_{,} = p_{,} . 10^{-Ud_{,}}$$
$$p'_{,,} = p_{,,} . 10^{-Ud_{,,}}$$

und da

$$P = p + p_{,} + p_{,,}$$
$$P' = p' + p'_{,} + p'_{,,}$$
$$p = v P; \quad p_{,} = v_{,} P; \quad p_{,,} = v_{,,} P$$

ist,

$$P' = P \left\{ v . 10^{-Ud} + v_{,} . 10^{-Ud_{,}} + v_{,,} . 10^{-Ud_{,,}} \right\}$$

oder

$$P' = P . 10^{-U} \left\{ v . 10^{U(1-d)} + v_{,} . 10^{U(1-d_{,})} + v_{,,} . 10^{U(1-d_{,,})} \right\}$$

wofür ich, um abzukürzen,

(10) .... $P' = P . 10^{-U} . \psi$

schreiben werde. Die Gröfse ψ ist, in allen zugänglichen Höhen, wenig von 1 verschieden, wie die folgende, nach den im 1sten Art. angeführten Werthen:

$$v = 0{,}78605 \qquad d = 0{,}9711$$
$$v_{,} = 0{,}21325 \qquad d_{,} = 1{,}1048$$
$$v_{,,} = 0{,}00070 \qquad d_{,,} = 0{,}5260$$

berechnete Tafel zeigt:

U	ψ	$log\ \psi$
0,0	1,0000000	0,0000000
0,1	1,0000840	0365
0,2	1,0003334	1148
0,3	1,0007444	3232
0,4	1,0013135	5701
0,5	1,0020375	8840

Wenn das Verhältnifs $P' : P$ aus der Beobachtung hervorgegangen ist und daraus das dem Höhenunterschiede proportionale U gesucht wird, so findet es sich, wie diese Tafel zeigt, nach der *Dalton*schen Ansicht etwas gröfser, als nach der älteren, in einem Verhältnisse, welches die Tafel (deren Zahlen nahe wie das Quadrat des Arguments fortschreiten) ergiebt.

Will man mit einer, in allen vorkommenden Fällen kaum von der Wahrheit abweichenden Näherung zufrieden seyn, so kann man (14) weiter entwickeln. Man hat nämlich:

$$U = log \frac{P}{P'} + log\ \psi$$

und wenn man für $log\ \psi$ das erste Glied seiner Entwickelung, oder

$$\frac{UU}{2\mu} \left\{ v(1-d)^2 + v_{,}(1-d_{,})^2 + v_{,,}(1-d_{,,})^2 \right\} = UU . 0{,}003675$$

und für U seinen Ausdruck schreibt:

$$\frac{H'-H}{l(1+kT)} = log \frac{P}{P'} + \left\{ \frac{H'-H}{l(1+kT)} \right\}^2 0{,}003675.$$

Die Aenderung, welche die Befolgung der *Dalton*schen Ansicht von der Zusammensetzung der Luft, in dem nach der älteren berechneten Werthe von $H'-H$ hervorbringt, ist also:

$$+ \frac{(H'-H)^2}{l(1+kT)} 0{,}003675$$

und, wenn man $H'-H = n . 1000$ Toisen setzt

$$= + \frac{nn . 0^T{,}391}{1+kT} \text{ .... (15)}$$

Diese Aenderung ist viel zu klein, als dafs man je hoffen dürfte, durch barometrische Höhenmessungen eine Entscheidung für oder wider die Ursache, aus welcher sie hervorgeht, zu erhalten. Sie wird weit überwogen von dem Einflusse der immer vorhandenen Störungen des Gleichgewichtes der Atmosphäre, so wie auch von der Unsicherheit des im 2ten Art. angewandten Gesetzes der Wärmeänderung zwischen beiden Höhen, wo der Thermometerstand beobachtet ist. Selbst der geometrischen Messung des Höhenunterschiedes würde äufserst schwer eine Sicherheit gegeben werden können, welche grofs genug wäre, um ein Urtheil über eine Gröfse zu gewähren, welche so klein ist, als die, auf welcher die Entscheidung zwischen beiden Annahmen beruhet.

6.

Die nothwendige Verfolgung der *Dalton*schen Annahme in Beziehung auf die barometrischen Höhenmessungen giebt mir Veranlassung, auch meine Ansicht dieses vielbesprochenen Gegenstandes mitzutheilen. Diese Annahme stützt sich hauptsächlich auf das Verhalten des Wasserdampfes, sowohl für sich allein, als in seiner Vermischung mit Luft.

Wenn eine Flüssigkeit in einen leeren Raum gebracht wird, so entwickelt sie Dämpfe, so lange, bis diese eine bestimmte von der Wärme des Raumes abhängige Dichtigkeit erlangt haben. *Dalton* hat diese Dichtigkeit im Falle des Wasserdampfes, für alle Wärmeabstufungen zwischen den Wärmen des gefrierenden und des siedenden Wassers, bestimmt und durch unzweifelhafte Versuche gezeigt, dafs die Dämpfe, eben-

sowohl wenn der Raum Anfangs mit trockener Luft von beliebiger Dichtigkeit gefüllt, als wenn er Anfangs leer ist, genau dieselbe Dichtigkeit erlangen. Jeder Versuch, diese Dichtigkeit (bei gleichbleibender Wärme) zu vergrößern, ist erfolglos: wird der mit reinem dichtesten Dampfe gefüllte Raum, im Verhältnisse 1 : 1 — n verkleinert, so verwandelt sich ein Theil des Dampfes, welcher sich zu dem Ganzen verhält wie n : 1, in Flüssigkeit; genau dieselbe Verwandlung tritt ein, wenn der mit der Mischung von dichtestem Dampfe und beliebig dichter Luft gefüllte Raum, in demselben Verhältnisse verkleinert wird; die Luft des Gemisches erfährt dadurch aber keine Verwandlung, sondern eine Vermehrung ihrer Dichtigkeit, in dem Verhältnisse 1 — n : 1.

Dieses ist das reine Ergebnifs von *Daltons* Versuchen. Es bestimmt den Unterschied zwischen Dampf und Luft, indem es jenem ein, von der Wärme abhängiges Maximum von Dichtigkeit beilegt, welches für diese nicht vorhanden ist. Es zeigt ferner, dafs den Kräften an der Oberfläche der Flüssigkeit, welche ihre Verdampfung im leeren Raume bewirken, nicht durch den Druck entgegengewirkt wird, welchen diese Oberfläche von sie berührender Luft erfährt. In dieser letzteren Beziehung erinnere ich, dafs *Poisson* aus ganz anderen Erscheinungen, den sogenannten capillaren, gefolgert hat, dafs die Dichtigkeit der Oberfläche der Flüssigkeiten unendlich klein ist. Ob die Luftarten sämmtlich ein von der Wärme abhängiges Maximum der Dichtigkeit besitzen (wie von dem Kohlensäuregase schon bekannt ist), ob sie sich also von den Dämpfen nur durch die Gröfse dieses Maximums, oder specifisch, unterscheiden, kann für jetzt nicht entschieden werden, hier aber auch unberührt bleiben.

So lange die Dämpfe eine kleinere Dichtigkeit besitzen, als die gröfste, die sie in ihrer jedesmaligen Wärme erlangen können, sind sie nicht physisch von den Gasen verschieden. Sie befolgen nämlich das *Mariotte*sche Gesetz, und *Gay-Lussac* hat gezeigt, dafs sie dieselbe Ausdehnbarkeit durch die Wärme besitzen, welche allen Gasarten gemeinschaftlich ist. Sie verhalten sich also, so lange sie das Maximum ihrer Dichtigkeit nicht erreicht haben, sowohl für sich allein, als in der Vermischung mit Gasen, genau wie die letzteren. Ein Druck bringt, eben so wenig in den Dämpfen, als in den Gasen, eine Veränderung ihrer Beschaffenheit hervor, sondern diese tritt, die Dämpfe mögen rein, oder mit Gasen vermischt seyn, erst ein, wenn ein Versuch gemacht wird, ihre Dichtigkeit ihr Maximum überschreiten zu lassen; sie kann z. B. immer durch Verkleinerung des Raumes, in welchem sie sich befinden, hervorgebracht *werden*, und zwar in dem letzteren Falle ebensowohl als in dem ersteren, indem die unbegrenzte Zusammendrückbarkeit der Gase die dazu erforderliche Verkleinerung des Raumes jedesmal möglich macht. Wenn ferner ein Raum durch eine Luftart gefüllt ist, welche auf eine Einheit seiner Oberfläche einen Druck p ausübt, so hat die Hineinbringung einer andern Luftart, welche für sich allein, auf dieselbe Einheit, den Druck $p_{,}$ ausüben würde, keinen anderen physischen Erfolg, als den, dafs diese Einheit nun den Druck $p + p_{,}$ erfährt; genau denselben Druck erfährt sie aber, wenn statt der zweiten Luftart Dampf hineingebracht wird, welcher, gleichfalls für sich allein, den Druck $p_{,}$ ausüben würde. Endlich vermischen sich sowohl verschiedene Luftarten unter sich, als auch mit Dämpfen, in jedem beliebigen Verhältnisse.

Es ist also zwischen dem physischen Verhalten eines Gemisches eines Gases mit einem anderen, und eines Gemisches des ersteren mit Dampf, durchaus kein Unterschied. Folglich kann dieses Verhalten des zweiten Gemisches nichts lehren, was durch das Verhalten des ersten nicht gelernt werden kann. Das Verhalten des mit Luft vermischten Wasserdampfes, welches *Daltons* Versuche vollständig an den Tag legen, ist also auch nicht lehrreicher, als das Verhalten jedes Gemisches zweier Gase, und eine Theorie, die auf das letztere nicht hätte gebauet werden können, kann auch in dem ersteren keine Stütze finden. Es würde auch, aus dem Verhalten eines Gemisches von Dampf und Luft nicht haben gefolgert werden können, dafs die Luft den Dampf nicht drücke, wenn nicht, als sich von selbst verstehend, vorausgesetzt worden wäre, dafs Druck den Dampf in Flüssigkeit verwandele, für welche Voraussetzung nichts desteweniger keine, ihre Rechtmäfsigkeit andeutende Thatsache vorhanden ist.

Dieser Ansicht der über die Dämpfe erlangten Kenntnisse zufolge, geben sie keine Veranlassung zu der Annahme, Dampf werde nur von Dampf, nicht aber von Luft gedrückt. Mit dieser Veranlassung geht auch die Analogie verloren, welche für das ähnliche Verhalten des Gemisches verschiedener Gase geltend gemacht werden ist. Allein *Dalton* hat seine Annahme auch durch eine, von den Versuchen über den Wasserdampf unabhängige Wahrnehmung unterstützt, nämlich dadurch, dafs ein specifisch schwereres Gas sich mit einem leichteren vermischt, selbst wenn dieses Anfangs höher liegt. Die *Dalton*sche Annahme erklärt diese Wahrnehmung allerdings, allein damit kann nicht behauptet werden, dafs sie allein sie begreiflich mache; das Aufsteigen von Flüssigkeiten in Röhren, welche durch sie benetzt werden, könnte z. B. durch die Annahme, die Schwere äufsere innerhalb der Röhre ihre Wirkung unvollständig, erklärt werden; seine wahre Erklärung ist aber bekanntlich hiervon verschieden.

Wenn ich nicht irre, so ist auch die Kleinheit der Veränderung der Beschaffenheit der Luft in einem Raume, in welchem sich viele Personen befinden, deren Athmen das Sauer-

stoffgas vermindern und das Kohlensäuregas vermehren mufs, als für die Richtigkeit der *Dalton*schen Annahme sprechend, angeführt worden. In der That mufs das Sauerstoffgas sich vorzugsweise aus der äufseren Luft ersetzen und das Kohlensäuregas vorzugsweise in diese übergehen, wenn die einzelnen Bestandtheile der inneren Luft nur von den gleichartigen der äufseren gedrückt werden. Die ersten Versuche dieser Art sind in einem der Pariser Schauspielhäuser von *Humboldt* und *Gay-Lussac* vorgenommen *) und haben eine Verminderung des Sauerstoffgehaltes von 0,007, so wie einen nicht näher bestimmten Kohlensäuregehalt ergeben. Neuerlich hat *Dalton* diese Versuche in Räumen wiederholt **), welche gleichfalls durch zahlreiche Versammlungen gefüllt waren, und den Sauerstoffgehalt = 0,20325 gefunden, während er ihn in freier Luft = 0,2090 fand; auch zeigte sich mehr Kohlensäuregas als in freier Luft; in einem Falle, in welchem es bestimmt wurde, betrug es 0,01. Diese Versuche zeigen also wirkliche Veränderungen der Beschaffenheit der Luft, und es kommt nur darauf an, zu untersuchen, ob sie kleiner sind als die Veränderungen, die man nach der älteren Theorie erwarten durfte. Wenigstens die früheren dieser Versuche scheinen nicht in der Absicht angestellt zu seyn, dadurch die Richtigkeit der *Dalton*schen Theorie zu prüfen; allen fehlen die näheren Angaben, welche einer Berechnung zum Grunde gelegt werden müfsten, namentlich die Angaben des cubischen Inhalts der Räume, deren Luft untersucht worden ist; der Anzahl der darin befindlichen Menschen und Lichtflammen und der Stärke der letzteren; der Verbindungen zwischen dem Inneren und Aeufseren und der Wärme in verschiedenen Höhen; auch ist der untersuchte Fall wohl nicht einfach genug, um ihn streng richtig berechnen zu können. Um aber eine ohngefähre Uebersicht zu erhalten, bin ich von der in den Preufsischen Städten beobachtet werdenden Regel, die Räume, welche Versammlungen aufnehmen sollen, nicht kleiner zu machen, als 100 Cubikfufs für jeden Menschen, ausgegangen, habe aber diesen Raum noch um ein Drittel vermindert; ferner habe ich nach *Davys* Versuchen ***) angenommen, dafs jeder Mensch in einer Minute die Luft von 4,9 Cubiczoll Stickstoffgas und 19,5 Cubiczoll Sauerstoffgas vermindert, dagegen um 15,4 C. Z. Kohlensäuregas vermehrt. Wenn man das, bei der Verminderung von 9 C. Z in einer Minute nothwendige Eindringen der äufseren Luft durch die jedesmal vorhandene Vermehrung der Wärme ausgeglichen annimmt, so findet man aus diesen Zahlen, dafs das im 1sten Art. angeführte Verhältnifs der drei in der Luft Anfangs befindlichen Gasarten, nämlich:

$$v = 0{,}78605, \quad v_{,} = 0{,}21325, \quad v_{,,} = 0{,}00070$$

sich nach Verlauf einer Stunde in

$$v = 0{,}78719, \quad v_{,} = 0{,}20405, \quad v_{,,} = 0{,}00876$$

ändert. Entzieht man der vermischten Luft das Kohlensäuregas, so ist das Verhältnifs der beiden anderen Gase Anfangs = 0,7866 : 0,2134 und nach Verlauf der Stunde = 0,7941 : 0,2059. Dieses Resultat der Rechnung ist dem Resultate der Versuche nicht so unähnlich, dafs man daraus schliefsen dürfte, die Voraussetzung, auf welche die erstere gebauet ist, sei unrichtig; vielmehr scheint es, dafs man diese Vergleichung beider leichter gegen als für die *Dalton*sche Annahme geltend machen könnte. Ich glaube überhaupt, dafs, wenn man Versuche zu haben wünscht, welche unmittelbar gegen oder für diese Annahme entscheiden, man sie am leichtesten erhalten wird, indem man das Eindringen atmosphärischer Luft in einen, mit einem ihrer Bestandtheile, oder auch mit beiden in einem anderen Verhältnisse gefüllten, nicht luftdicht verschlossenen Raum beobachtet. Um diese Versuche zu vereinfachen und die Grundlagen ihrer Berechnung leichter zu erhalten, müfste der Raum nicht das Innere eines Saales, sondern das Innere einer Glasglocke seyn.

Wenn keine besondere Hypothese über die moleculare Beschaffenheit der Gase und Dämpfe gemacht wird, so ist offenbar, dafs ein Gastheilchen ein angrenzendes Theilchen von gleicher oder ungleicher Beschaffenheit, mit gleicher Kraft (mit derselben, womit es sich auszudehnen strebt) drücken mufs. Ohne eine solche Hypothese ist also die *Dalton*sche Annahme im Widerspruche mit den Grundsätzen der Aerostatik. Unbedingt aber kann dieses nicht eher behauptet werden, als bis der Beweis geführt sein wird, dafs keine Hypothese dieser Art mathematisch möglich sei. Die von mir entwickelte Ansicht des Verhaltens der Dämpfe bedarf dagegen nicht der Rechtfertigung durch eine besondere Hypothese, indem sie als unmittelbares Resultat der Erfahrung und als Unterscheidungszeichen zwischen Dämpfen und Gasen angesehen wird, dafs die Dichtigkeit der Dämpfe nicht über einen gewissen, von der Wärme abhängigen Grad, gesteigert werden kann. Will man aber auch auf die moleculare Beschaffenheit eingehen, so ist leicht begreiflich, dafs eine Entfernung der kleinsten Theilchen der Dämpfe stattfinde, für welche ihre Anziehungskraft der aus der Wärme hervorgehenden Abstofsungskraft gleich wird, so dafs jede kleinere Entfernung die erstere überwiegend macht und die Vereinigung der Theilchen zur Folge hat.

7.

Wenn ich die *Dalton*sche Annahme, trotz dem, was ich eben darüber gesagt habe, in Beziehung auf die trockenen Bestandtheile der Luft verfolgt habe (Art. 5), so darf ich noch

*) *Gilberts* Annalen der Physik. Bd. XX. S. 88.

**) Phil. Transact. 1837. P. II. p. 363.

***) Nach *Gilberts* Berechnung. Annalen der Physik Bd. XIX. S. 312.

weniger unterlassen, zu untersuchen, was daraus, in Beziehung zu den in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampf hervorgeht. Auch mufs man diese Untersuchung durchführen, wenn man erfahren will, ob Beobachtungen über die Vertheilung des Wasserdampfes in der Atmosphäre für oder wider die *Dalton*sche Annahme geltend gemacht werden können.

Ich werde also nach *Dalton* annehmen, der Wasserdampf in der Atmosphäre werde nur durch höhere Schichten seiner eigenen Art zusammengedrückt, oder er bilde eine, durch ihr eigenes Gleichgewicht bestehende Atmosphäre. Die Aenderung des Druckes dieser Dampfatmosphäre, welche der Vergröfserung dx der Höhe x entspricht, ist, der Formel (4) zufolge:

$$dp_{,} = -\frac{(g)\,864.\delta}{336\,905}\left(\frac{a}{a+x}\right)^2 dx$$

oder, nach später eingeführten Bezeichnungen,

$$dp_{,} = -\frac{\delta}{\mu\, l'\, D}\, dX$$

Ihre Dichtigkeit δ folgt, bis sie ihr Maximum erreicht, dem *Mariotte*schen Gesetze, oder entspricht der Gleichung (3), welche für den gegenwärtigen Fall:

$$\delta . E = p_{,} D d_{,}$$

ist; wozu noch die zum Gleichgewichte wesentlich erforderliche Bedingung hinzukommt, dafs das aus dieser Gleichung hervorgehende δ in keiner Höhe gröfser werde, als das der Wärme angemessene Maximum der Dichtigkeit; oder, der Bezeichnung des 1ten Art. zufolge, die Bedingung, dafs

$$p_{,} \overline{\overline{<}}\, \varphi t$$

sei.

Eliminirt man δ, so erhält man

$$\frac{dp_{,}}{p_{,}} = -\frac{d_{,}}{\mu l'}\,\frac{dX}{1+kt};$$

ein ganz ähnliches Differential ist schon im 2ten Art., unter der Voraussetzung integrirt, dafs die Wärme zwischen den beiden Höhen, wo sie beobachtet ist, sich so verändere, wie *Laplace* es annimmt. Dieser Voraussetzung zufolge ist

$$\frac{dX}{1+kt} = -\frac{2k}{i}\, dt$$

und daher das von der Höhe h, wo der Thermometerstand τ ist, und für welche ich den Druck des Wasserdampfes durch $P_{,}$ bezeichnen werde, an gezählte Integral:

$$\log\frac{P_{,}}{p_{,}} = \frac{d_{,}}{l'}\,\frac{2k}{i}\,(\tau - t)$$

oder

$$(16) \ldots\ldots\ldots\ldots p_{,} = P_{,} 10^{-\frac{d_{,}}{l'}\cdot\frac{2k}{i}(\tau - t)}$$

Nimmt man den Druck $P_{,}$ in der Höhe $h = \alpha\varphi\tau$ an, wo α nicht gröfser als 1 sein kann, so fordert die zu erfüllende Bedingung, dafs für jeden Werth von t,

$$\alpha\varphi\tau . 10^{-\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i}(\tau - t)} \overline{\overline{<}}\, \varphi t$$

oder

$$\alpha\varphi\tau . 10^{-\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i}\tau} \overline{\overline{<}}\, \varphi t . 10^{-\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i}t} \ldots\ldots\ldots (17)$$

und wenn für $\varphi\tau$ und φt der Ausdruck (9) gesetzt wird, dafs

$$\alpha 10^{-\left(\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i} - a\right)\tau - c\tau\tau} \overline{\overline{<}}\, 10^{-\left(\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i} - a\right)t - ctt} \ldots\ldots (18)$$

sei.

Wenn man t, mit zunehmender Höhe, ohne Begrenzung kleiner werdend annimmt, so mufs es zwar einen negativen Werth erlangen, für welchen, selbst bei dem kleinsten Werthe von α, diese Bedingung nicht mehr erfüllt wird; man darf aber hieraus nicht schliefsen, dafs die *Dalton*sche Annahme mit dem Vorhandensein einer im Gleichgewichte befindlichen Wasserdampfatmosphäre von nicht verschwindender Dichtigkeit, unter allen Umständen unvereinbar sei. Das Abnehmen von t geht nämlich nicht ins Unendliche, sondern nur bis zu dem Werthe, den es an der Grenze der Atmosphäre besitzt; auch ist die Formel (9), worauf der Ausdruck der Bedingung beruhet, nur eine Interpolationsformel, deren Form nicht gerechtfertigt werden kann, und für welche nichts anders geltend gemacht wird, als ihre mehr oder weniger genügende Uebereinstimmung mit den *Dalton*schen, zwischen $t = 0$ und $t = 100°$ gemachten Beobachtungen.

Wenn man indessen die Logarithmen der beiden Gröfsen, zwischen welchen die Bedingung stattfindet, nimmt, so folgt daraus

$$\log\alpha \overline{\overline{<}} \left(\frac{d_{,}}{l'}\cdot\frac{2k}{i} - a + c(\tau + t)\right)(\tau - t)$$

und man weifs überdiefs, dafs $\alpha \overline{\overline{<}} 1$, also $\log\alpha$ nicht positiv sein mufs. Hieraus geht hervor, dafs die Bedingung erfüllt wird, oder die Wasserdampfatmosphäre möglich ist, auch das ihre Dichtigkeit in der Höhe h bestimmende $\alpha (< 1)$ willkührlich bleibt, wenn

$$\frac{d_{,}}{l'}\,\frac{2k}{i} > a - c(\tau + t) \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

ist, was bis zur Grenze der Atmosphäre stattfinden mufs; ferner, dafs im entgegengesetzten Falle, wenn also, selbst in der Höhe h,

$$\frac{d_{,}}{l'}\,\frac{2k}{i} < a - c(\tau + t) \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

ist, zwar auch eine sich im Gleichgewichte befindende Wasserdampfatmosphäre möglich ist, ihre Dichtigkeit in der Höhe h aber durch die Bedingung beschränkt wird, dafs α kleiner sein mufs, als

$$10^{\left(\frac{d_{,}}{l'}\frac{2k}{i} - a + c(\tau + t)\right)(\tau - t)} \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

für den Werth von t ist, welcher an der Grenze der Atmosphäre stattfindet. In einem besonderen Falle der Wärmeabnahme kann die Wasserdampfatmosphäre in allen Höhen so dicht sein, als ihre Wärme erlaubt; dieser Fall fordert, dafs

$$\frac{dp_{,}}{p_{,}} = -\frac{d_{,}}{\mu l} \frac{dX}{1+kt} = \frac{d\varphi t}{\varphi t}$$

oder, unter Voraussetzung des immer angewandten Ausdruckes von φt,

$$-\frac{d_{,}}{l'}\, dX = (a-2ct)\, 1+kt)\, dt$$

sei. Hieraus folgt durch Integration:

$$a(\tau-t)+\left(\frac{ak}{2}-c\right)(\tau^2-t^2)-\tfrac{2}{3}ck(\tau^3-t^3) = \frac{d_{,}}{l'}(X-H)$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$(22) \ldots\ldots\ldots\ldots X-H = \frac{l'}{d_{,}}\left\{(a-2c\tau)(1+k\tau)(\tau-t)-\left(\frac{ak}{2}-c+2ck\tau\right)(\tau-t)^2-\tfrac{2}{3}ck(\tau-t)^3\right\}$$

Setzt man die oben schon angewandten Werthe von l', $d_{,}$, a, c, k in diese Gleichung, so erhält man das Gesetz der Wärmeabnahme, welches, unter der Voraussetzung der *Dalton*schen Annahme, allein mit einer allenthalben durch Wasserdampf gesättigten Atmosphäre vereinbar ist:

$$X-H = \overset{r}{424{,}0}\,(1-\tau.0{,}00447)(1+\tau.0{,}00375)(\tau-t)+\overset{r}{0{,}15}\,(1-\tau.0{,}0463)(\tau-t)^2-\overset{r}{0{,}003}\,(\tau-t)^3$$

Setzt man ferner, dem 2ten Art. zufolge,

$$\frac{2k}{i} = \frac{H'-H}{\tau-\tau'}\cdot\frac{1}{1+kT}$$

und bezeichnet man den Werth, welchen t an der äufsersten Grenze der Atmosphäre hat, durch (t), so verwandelt sich die Bedingung (19) in:

$$\frac{H'-H}{\tau-\tau'} > \frac{l'}{d_{,}}(1+kT)\left\{a-c\left(\tau+(t)\right)\right\}$$

$$> \left\{\overset{r}{424{,}0}-\overset{r}{0{,}95}\left(\tau+(t)\right)\right\}(1+kT)$$

In der Wirklichkeit ist die Veränderung der Höhe, welche eine Abnahme des Thermometerstandes von 1° hervorbringt, weit kleiner, etwa = 85 Toisen. Mit diesem wirklichen Zustande der Atmosphäre kann also, der *Dalton*schen Annahme zufolge, ihre Sättigung durch Wasserdampf, an der Oberfläche der Erde, nicht vereinigt werden. Wird aber die Bedingung (20) erfüllt, oder ist

$$\frac{H'-H}{\tau-\tau'} < (\overset{r}{424{,}0}-1{,}9\tau)(1+kT)$$

so ist, der Formel (21) zufolge, nachdem man darin den Ausdruck von $\frac{2k}{i}$ substituirt hat,

$$\log\alpha < \left\{\frac{H'-H}{\tau-\tau'}\,\frac{1}{1+kT}\cdot\frac{d_{,}}{l'}-a+c\left(\tau+(t)\right)\right\}\left(\tau-(t)\right)$$

oder

$$(1+kT)\frac{l'}{d_{,}}\log\alpha < \left\{\frac{H'-H}{\tau-\tau'}-[\overset{r}{424{,}0}-\overset{r}{0{,}95}\left(\tau+(t)\right)](1+kT)\right\}\left(\tau-(t)\right)$$

woraus

$$\tau-(t) < \frac{-\frac{l'}{d_{,}}\log\alpha.(1+kT)}{[424{,}0-0{,}95\left(\tau+(t)\right)](1+kT)-\frac{H'-H}{\tau-\tau'}}$$

folgt. Kennt man also das letzte Glied des Nenners und zugleich α, so kann man nach dieser Formel einen Werth von $\tau-(t)$ berechnen, der, unter der verfolgten Voraussetzung der *Dalton*schen Annahme, gröfser ist als der Wärmeunterschied zwischen der Höhe h und der Grenze der Atmosphäre. Nimmt man z. B. $\frac{H'-H}{\tau-\tau'} = 85$ Toisen und $T = 0$, und setzt man die Atmosphäre an der Oberfläche der Erde, halb gesättigt mit Wasserdampf voraus, so erhält man näherungsweise $\tau-(t) < 13°5$, was kaum die gewöhnliche Wärmeabnahme in 1200 T. Höhe, geschweige denn an der Grenze der Atmosphäre erreicht; ist die letztere $= n.13°5$, so wird die gröfste Grenze von $\alpha = \tfrac{1}{2}n$. Die *Dalton*sche Annahme ist also nur mit einer sehr geringen Menge Wasserdampfes in der Atmosphäre, und nicht mit der wirklich darin vorkommenden vereinbar. Wenn man die in dieser Untersuchung gemachte Voraussetzung des Gleichgewichtes der Atmosphäre als richtig ansehen könnte, so würde das Vorkommen einer beträchtlichen Menge Wasserdampfes in ihr, ein nicht zu beseitigendes Argument gegen die *Dalton*sche Annahme sein; dieses Gleichgewicht ist aber nie wirklich vorhanden, und namentlich verdanke ich Herrn Professor *Neumann* die Bemerkung, dafs die Dichtigkeit von der Oberfläche der Erde aufsteigenden Wasserdampfes durch den Widerstand vermehrt werden mufs, welchen die Luft ihm entgegensetzt.

8.

Ich komme nun zu der Untersuchung der Voraussetzung dafs die Wärme zwischen beiden Höhen, wo sie beobachtet ist, sich nach dem von *Laplace* dafür angenommenen Gesetze

(Art. 2) verändere. Die Gleichung zwischen t und X, welche dies Gesetz ausspricht, ist, wie aus dem 2ten Art. hervorgeht:

$$(23)\ldots (1+kt)^2 = (1+k\tau)^2 \frac{H'-X}{H'-H} + (1+k\tau')^2 \frac{X-H}{H'-H}$$

Man hat aber keinen Grund, mäfsige Abweichungen des Ueberganges der Wärme von τ zu τ', von der durch diese Gleichung ertheilten Vorschrift, als unstatthaft zu betrachten; es bleibt z. B. gänzlich zweifelhaft, ob nicht zwischen den beiden Höhen ein Unterschied der wahren Wärme, von der aus dieser Vorschrift hervorgehenden, vorhanden ist, welcher bis auf ein Zehntel von $\tau-\tau'$ steigt. Es ist daher nicht überflüssig, den Einflufs solcher Abweichungen weiter zu verfolgen.

Ich werde voraussetzen, dafs der wahre Werth von

$$\frac{1}{E} = \frac{1-4\alpha k\frac{(\tau-t)(t-\tau')}{\tau-\tau'}}{1+kt}$$

ist, wo t den der Gleichung (23) entsprechenden Werth des Thermometerstandes in der Höhe x, und α einen beständigen Coefficienten bezeichnet, dessen gröfsere oder kleinere Annahme die Gröfse der Abweichung von dem Gesetze bestimmt. Dieser Ausdruck von $\frac{1}{E}$ ist so gewählt, dafs er in den beiden Grenzen mit dem vorigen übereinstimmt, und dafs die Abweichung der Wärme, welche er voraussetzt, von der aus der angenommenen Gleichung folgenden, etwa für $t = \frac{1}{2}(\tau+\tau')$, oder $x = \frac{1}{2}(h+h')$, ihr Maximum $= \alpha(\tau-\tau')$ erlangt. Man erhält dadurch

$$\left(\frac{a}{a+x}\right)^2\frac{dx}{E} = -\frac{2k}{i}\,dt\left\{1-4\alpha k\frac{(\tau-t)(t-\tau')}{\tau-\tau'}\right\}$$

und das von h bis h' genommene Integral:

$$= \frac{2k}{i}(\tau-\tau')\left\{1-\frac{2}{3}\alpha k(\tau-\tau')\right\}$$

$$(24)\ldots\ldots = \frac{H'-H}{1+kT}\left\{1-\frac{2}{3}\alpha k(\tau-\tau')\right\}$$

Ich glaube nicht, dafs man in irgend einem vorkommenden Falle geneigt sein wird, für wahrscheinlich zu halten, dafs α sich innerhalb sehr enger Grenzen, z. B. $\pm\frac{1}{10}$ befinde; erreicht es eine dieser Grenzen, so ist die daraus folgende Verbesserung des, unter der Voraussetzung des Gesetzes (23) gefundenen Höhenunterschiedes

$$= \pm\frac{H'-H}{1+kT}\cdot\frac{\tau-\tau'}{4000},$$

also z. B. für einen Höhenunterschied von 1000 Toisen, für welchen $\tau-\tau'$ gewöhnlich 12° ist, etwa $\pm$ 3 Toisen. Man wird desto weniger geneigt sein, α als nothwendig sehr klein vorauszusetzen, da man nicht übersehen wird, dafs die Wärme der Luft, welche man an einem, in der Ebene oder auf einer Höhe liegenden Punkte beobachtet, immer an der Wärme der Oberfläche der Erde an diesem Punkte Theil nimmt. Man sieht hieraus, wie wenig geeignet barometrische Höhenmessungen schon aus diesem Grunde allein sind, über Fragen zu entscheiden, deren Beantwortung auf kleinen Verschiedenheiten zwischen einer Theorie und der Erfahrung beruhet. Es ist übrigens nicht unwahrscheinlich, dafs spät in der Nacht vorgenommene barometrische Höhenmessungen besser untereinander übereinstimmen werden, als am Tage gemachte, wo die Sonne die Oberfläche der Erde erwärmt.

9.

Es ist bekannt, dafs *Gay-Lussac* den hier durch k bezeichneten Werth, durch fast vollkommen untereinander übereinstimmende Versuche $= 0{,}00375$ gefunden hat; auch dafs *Dalton*, aus den seinigen genau dasselbe Resultat erhalten hat. Beide grofse Physiker haben beabsichtigt, die Vergröfserung unmittelbar zu bestimmen, welche die Raumeseinheit trockener Luft erfährt, indem man sie bei gleichbleibendem Drucke aus der Wärme des gefrierenden Wassers in die des siedenden bringt. Nicht nur die Uebereinstimmung der einzelnen Versuche beider Reihen untereinander, sondern auch der Resultate beider, hat die Annahme allgemein gemacht, dafs die Bestimmung $k = 0{,}00375$ zu den sichersten gehöre, welche man besitzt; und es würde kein Grund, diese Annahme in Zweifel zu ziehen, vorhanden sein *), wenn nicht neuerlich eine Arbeit von *Rudberg* bekannt geworden wäre, welche sich durch grofse darauf verwandte Vorsicht, namentlich in der Austrocknung der angewandten Luft, auszeichnet, allein ein beträchtlich kleineres Resultat, nämlich $k = 0{,}003648$, ergiebt. Indessen sollte jede neuere Bestimmung, welche gegen eine ältere, durch eigenes Gewicht und durch häufige allgemeine Anwendung gewissermafsen classisch gewordene, streitet, immer nur von einer genauen Critik der älteren begleitet, auftreten; nur wenn sich aus dieser Critik Gründe zum Mifstrauen gegen

*) Ich selbst habe zwar die Zahl, welche man statt k, bei der Berechnung der astronomischen Strahlenbrechungen, anwenden mufs, aus meinen Beobachtungen bestimmt und $= 0{,}0036438$ gefunden; allein diese Zahl mufs verschieden von k, und zwar kleiner sein, wie aus der VIJ. Abthl. meiner Beobb. S. XI hervorgeht. Man könnte ihre Aufsuchung ersparen, wenn man, für die Zeit jeder Beobachtung einer Strahlenbrechung, auch die Beobachtung des Wasserdampfgehaltes der Luft besäfse; der Mangel dieser Beobachtung sollte und mufste durch meine Untersuchung, in soweit er ohne Kenntnifs des jedesmaligen, zufälligen Zustandes der Luft beseitigt werden kann, weniger nachtheilig gemacht werden. Als ein Beitrag zur Bestimmung von k ist ihr Resultat nicht anzusehen, sondern nur als ein Beitrag zur Kenntnifs der astronomischen Strahlenbrechungen.

die ältere ergeben, darf billigerweise angenommen werden, dafs die neuere den Vorzug verdient. *Rudberg* hat sich auf diese Critik nicht eingelassen. Da der Unterschied beider Bestimmungen nicht durch die zufälligen Fehler der Versuche, so wie sie sich aus der Uebereinstimmung der einzelnen, sowohl der früher als der später gemachten, ergeben, erklärt werden kann, also auf einen beständigen Fehler deutet, so darf von dem arithmetischen Mittel beider Resultate nicht die Rede sein. Meiner Meinung nach darf für jetzt nichts Anderes geschehen, als beide Resultate anzuwenden und über den Unterschied des dadurch Erlangten spätere Entscheidung abzuwarten.

10.

Nachdem ich die verschiedenen Voraussetzungen, welche der Formel (11) zum Grunde liegen, durchgegangen bin, kehre ich zu dieser Formel zurück und werde nun zeigen, welche Anwendung auf barometrische Höhenmessungen davon gemacht werden mufs.

Die Drücke P und P' in den Höhen h und h' kann man aus den daselbst gemachten Barometerbeobachtungen ableiten.

Bezeichnet man eine Barometerhöhe durch b, die Wärme d Quecksilbers und der Scale, auf welcher sie gemessen word ist, durch t, und nimmt man an, dafs diese, wie gewöhnli von Messing verfertigt ist, so erhält man die Masse Quec silbers, welche jede Flächeneinheit trägt

$$= b.\frac{53242+t}{53242+(t)}\cdot\frac{5550}{5550+t}$$

wo (t) die Normaltemperatur der Maafseinheit der Baromete scale bedeutet, und wo die Raumeseinheit Quecksilber, in d Wärme des schmelzenden Eises, zur Einheit der Masse g nommen ist. Diese Masse drückt im Verhältnisse der Schwe welcher sie ausgesetzt ist, also mit der Kraft

$$(g)\left(\frac{a}{a+h}\right)^2,$$

und der Druck, den sie ausübt, ist das Product beider, dur die angenommene Einheit des Druckes (= 336ᴸ905) divid Man erhält also

$$P = \frac{(g)\,b}{336{,}905}\left(\frac{a}{a+h}\right)^2\cdot\frac{53242+t}{53242+(t)}\cdot\frac{5550}{5550+t}$$

und seinen, in der Formel (11) vorkommenden *Briggschen* L garithmen, mit hinreichender Annäherung:

$$= \log b - \log\frac{336{,}905\,(53242+(t))}{53242} - \mu t\left\{\frac{1}{5550}-\frac{1}{53242}\right\} - \frac{2\mu}{a}H$$

Setzt man für a das geometrische Mittel beider halben Axen des Erdsphäroids (nach Astron. Nachrichten Nr. 333 ist sein $\log = 6{,}5140838$), und für (t) die Normaltemperatur des französischen Fufsmaafses $= 16°25$, so wird

$$\log P = \log b - \log.337{,}008 - t.0{,}000070095 - \frac{H}{3760707}$$

Man erhält also

$$\log\frac{P}{P'} = \log b_{,} - \log b_{,}' + \frac{H'-H}{3760707}$$

wo $\log b_{,}$ und $\log b_{,}'$, um abzukürzen, für $\log b - t.0{,}000$ und $\log b' - t'.0{,}00007$ gesetzt sind. Ferner erhält man, o merklichen Fehler:

$$\sqrt{(PP')} = \frac{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}{337{,}008}.$$

Setzt man beides in (11) und überdies $\frac{l}{(g)}$ für l', so wi diese Gleichung:

$$\log b_{,} - \log b_{,}' = \frac{(g)(H'-H)}{l(1+kT)}\left\{1-\frac{l(1+kT)}{(g).3760707} - \alpha\,\frac{0{,}863}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}\,10^{eT-cT^2}\right\}$$

Verwechselt man (g), im Nenner des zweiten Gliedes, mit 1, was keinen merklichen Einflufs hat, und nimmt man für α die halbe Summe seiner Werthe an beiden Beobachtungspunkten $= \frac{1}{2}(\alpha+\alpha')$, so wird die in den Klammern befindliche Gröfse

$$= \frac{399{,}17-kT}{400{,}17}\left\{1-(\alpha+\alpha')\,\frac{172{,}67}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}\cdot\frac{10^{eT-cT^2}}{399{,}17-kT}\right\}.$$

Bezeichnet man daher

$$l(1+kT)\,\frac{400{,}17}{399{,}17-kT}\ \text{durch}\ V$$

$$\frac{172{,}67.10^{eT-cT^2}}{399{,}17-kT}\ \text{durch}\ W$$

so ergiebt die Gleichung:

$$H'-H = \frac{\log b_{,}-\log b_{,}'}{(g)}\;\frac{V}{1-\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}}$$

und da

$$H'-H = \frac{ah'}{a+h'} - \frac{ah}{a+h} = h'-h-\frac{h'h'}{a}+\frac{hh}{a}$$

ist:

$$h'-h-\frac{h'h'}{a}+\frac{hh}{a} = \frac{\log b_{,}-\log b_{,}'}{(g)}\;\frac{V}{1-\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}}\ \ldots($$

Dieses ist die zur Anwendung bequemste Umformung Gleichung (11). Sie kann nicht weiter abgekürzt werden, w die Freiheit nicht aufgeopfert werden soll, den Wasserdan gehalt der Luft, so wie man ihn jedesmal durch das P chrometer erkennen kann, richtig in Rechnung zu brin Man kann auch den, zur Erleichterung der Rechnung besti ten Hülfstafeln, eine Einrichtung geben, welche die Mühe, Wasserdampf gehörig zu berücksichtigen, höchst unbedeut macht.

11.

Ich werde noch diese Hülfstafeln erklären. Sie sind logarithmisch eingerichtet, so wie die kleinen, sehr bequemen Tafeln von *Gauſs*. Sie sind aber etwas weitläuftiger; sowohl weil sie das gesuchte Resultat unter den beiden Annahmen von k, nämlich $= 0{,}00375$ und $0{,}003648$ ergeben sollen, als auch weil der Einfluſs des Wasserdampfes vollständiger in Rechnung gebracht werden soll, als nach der von *Laplace* gewählten Formel geschieht.

Bezeichnet man

$$\log Br \left\{ \log b_{,} - \log b_{,}' \right\} \text{ durch } B$$

$$\frac{1}{1-\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}} \text{ —— } V'$$

$$\frac{1}{(g)} \cdots\cdots \text{ —— } G$$

so ist der Logarithme von $h'-h-\frac{h'h'}{a}+\frac{hh}{a}$

$$= B + \log V + \log V' + \log G$$

Die Tafel I enthält in ihrer ersten Spalte für $k = 0{,}00375$, in der letzten für $k = 0{,}003648$ berechnet:

$$\log V = \log \frac{9397{,}74 \,.\, 400{,}17\,(1+kT)}{399{,}17 - kT}$$

Ihr Argument ist $2T = \tau + \tau_{,}$; in der zweiten Spalte enthält sie

$$\log W = \log \frac{172{,}67 \,.\, 10^{aT-cT^2}}{399{,}17 - kT}$$

und zwar hat die Verschiedenheit der beiden Annahmen von k keinen Einfluſs auf die letzte Decimalstelle von $\log W$, weſshalb nur eine Spalte damit gefüllt werden durfte. Wenn man von dem daraus entnommenen Werthe von $\log W$ die halbe Summe der (schon aufgesuchten) Logarithmen von $b_{,}$ und $b_{,}'$ abzieht, so ist der Rest der Logarithme von

$$\frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}$$

unter der Voraussetzung $\alpha = \alpha' = \frac{1}{2}$; sollen α und α' anders angenommen werden, so muſs noch $\log(\alpha+\alpha')$ addirt werden. Hierdurch hat man das Argument von Tafel II, welche $\log V'$ enthält. Tafel III enthält, mit dem Argumente φ = Polhöhe:

$$\log G = \log \frac{1}{1 - 0{,}0026257 \cos 2\varphi}$$

welche Formel auf dem Werthe der Zunahme der Secundenpendellänge von dem Aequator bis zu den Polen beruhet, welchen Herr *Baily*, aus der Berechnung aller bekannt gewordenen Beobachtungen des Pendels, im VII. Bande der Schriften der Astr. Society p. 94, abgeleitet hat.

Die Summe von B und der aus den drei Tafeln genommenen Zahlen ist $= \log\left\{h'-h-\frac{h'h'}{a}+\frac{hh}{a}\right\}$; um aus dem hierdurch bekannt werdenden Werthe dieser Gröſse, $h'-h$ selbst zu finden, muſs man $\frac{h'h'}{a}$ addiren und $\frac{hh}{a}$ subtrahiren, welche beide durch Tafel IV gegeben werden, indem man mit h' und mit h in sie eingeht.

Um alle Bezeichnungen und Vorschriften beisammen zu haben, setze ich sie noch einmal her:

- b, b' Barometerstände, auf einer in Pariser Linien getheilten Scale abgelesen.
- t, t' Stände des Centesimalthermometers am Barometer.
- τ, τ' Stände des Centesimalthermometers in freier Luft.
- α, α' Sättigungsgrade der Luft durch Wasserdampf.

Die Berechnung des Höhenunterschiedes der Punkte, wo diese Beobachtungen gemacht worden sind, fordert die Aufsuchung von:

1. $\log b_{,} = \log b - t \,.\, 0{,}00007$; $\log b_{,}' = \log b' - t' \,.\, 0{,}00007$.
2. $B = \log\left\{\log b_{,} - \log b_{,}'\right\}$
3. $\log V$ und $\log W$, welche mit dem Argumente $\tau + \tau'$, aus Tafel I genommen werden.
4. $\log V'$, welchen Tafel II, mit dem Argumente $\log \frac{(\alpha+\alpha')W}{\sqrt{(b_{,}b_{,}')}}$ ergiebt.
5. $\log G$, welchen Tafel III mit dem Argumente Polhöhe $= \varphi$ ergiebt.
6. $\log$ des genäherten Höhenunterschiedes $= B + \log V + \log V' + \log G$.
7. Der wahre Höhenunterschied ist der genäherte + dem Unterschied der kleinen Verbesserungen, welche man aus Tafel IV, mit den Argumenten gröſsere und kleinere Höhe, erhält.

Zum Beispiele wähle ich eine von *d'Aubuissons* Messungen der Höhe des Monte-Gregorio über einem Punkte, dessen Höhe $h = 128{,}3$ Toisen ist; sie findet sich im Traité de Géognosie I p. 481. Da der Wasserdampfgehalt der Luft nicht beobachtet ist, so nehme ich $\alpha = \alpha' = \frac{1}{2}$.

$$b = 329^{L}013,\quad t = 19^{\circ}85,\quad \tau = 19^{\circ}95$$
$$b' = 268{,}215,\quad t' = 10{,}5,\quad \tau' = 9{,}9$$

$$\log b = 2{,}51721;\quad 7.t = 139;\quad \log b_{,} = 2{,}51582 \quad \text{halbe}$$
$$\log b' = 2{,}42848;\quad 7.t' = 73{,}5;\quad \log b_{,}' = 2{,}42774{,}5 \quad \text{Summe *)}$$

$$\log \frac{b_{,}}{b_{,}'} = 0{,}088075$$

$$B = 8{,}94485$$

Tafel		$B = 8{,}94485$	
I.	$\tau + \tau' = 29°85$ ($k = 0{,}00375$)	$\log V = 3{,}99782$	$\log W = 0{,}0397$
II.	Arg. $= 7{,}5679$	$\log V' = \quad 161$	*) 2,4718
III.	$\varphi = 45° 32'$	$\log G = \quad -2$	7,5679
		2,94426	
	genäherter Höhenunterschied	$879^{T}54$	
IV.	$h' = 1007{,}8$, $h = 128{,}3$	$+0{,}31$	
	$h' - h$	$879^{T}85$	

D'Aubuisson berechnet selbst $879^{T}7$; aus den *Gaufsisch* Tafeln erhält man $879^{T}63$. Will mau $k = 0{,}003648$ ann men, so erhält man $1^{T}26$ weniger. Nimmt man die *L* ganz trocken an, so erhält man $3^{T}24$ weniger; nimmt m sie ganz feucht an, $3^{T}28$ mehr.

Bessel.

Schreiben des Herrn *Dumouchel*, Directors der Sternwarte auf dem Collegio Romano, an den Herausgeber.

Rom 1838. Aug. 9.

Après un trop long silence, il y a pourtant déjà quelque tems que je me propose de vous écrire pour vous communiquer plusieurs observations intéressantes, dont la lecture de votre journal a fourni l'occasion. Je n'ai différé un peu que pour donner plus de certitude à nos conclusions, leur concilier plus de confiance, et pour éloigner jusqu'au soupçon même de précipitation. Les observations faites par M[r] *Encke* sur l'anneau de Saturne, avec un excellent oculaire achromatique, firent naître à mon très-cher Collègue le Père *De Vico*, l'espoir de voir quelque chose de semblable avec notre grande lunette, il ne fut pas trompé, car profitant de quelques nuits très-claires et sereines, qui ne sont pas rares actuellement sous notre beau ciel de Rome, Saturne se trouvant à peu près à sa moindre distance de la terre, avec son excellente vue et en employant nos plus forts oculaires, quoique non achromatiques, le soir du 29 mai il apperçut très-distinctement et fit voir à ses élèves et amis outre les 2 anneaux déjà connus, 3 autres divisions, ou lignes noires, l'une presque au milieu de l'anneau extérieur et deux sur l'anneau intérieur. Les observations des jours suivans donnèrent quelque variation dans le nombre des zônes selon que l'air était plus ou moins pur et serein. Vers la culmination de la planète, on voyait quelques fois jusqu'à 6 anneaux (si l'on peut leur donner ce nom); la distinction étoit telle, qu'on n'y pouvoit soupçonner aucun illusion d'optique.

Mais ce qui nous paroit plus important encore, à l'oc aion et dans le cours de ces observations, ils apperçurent tr bien les 7 satellites de Saturne, même les deux voisins de planète, qu'on dit n'avoir encore été vus que par *Hersch* Ceux-ci paroissoient auprès de l'anneau, et se voyoient t bien, pendant quelque tems, vers la culmination: à mesure la planète s'abaissoit, on les distinguoit toujours plus diffi ment et on finissoit par les perdre de vue. Le Père *De V* n'a pu instituer d'observations sur le 1[er] satellite, à partir Saturne, avec les moyens que nous avons (J'ai écrit de à M[r] *Cauchoix* pour avoir 1 ou 2 bons oculaires achromatiq munis de micromètres j'attends sa réponse.) mais il à déjà un assez grand nombre d'observations sur le second ay soin de déterminer d'avance sa position approchée, pour p de sûreté: ce qui l'a engagé en de très-longs calculs (car n manquons de secours pour cet objet) et lui a donné lieu déployer une grande capacité, avec une rare patience et persévérance à toute épreuve. Ce sera l'objet d'un mém au quel il travaille sans relâche.

A partir du mois de juillet les 2 prem. satell. se vo plus difficilement il y avoit pourtant encore dans ce quelques belles nuits où on les voyait très-bien tous les chacun à sa place.

E. G. Dumouch
Pr. de la C[ie] de Jés

Inhalt.

Altona 1838. September 20. (Hiebei eine Beilage und ein Blatt mit Tafeln.)

B E I L A G E

ZU

№ 357. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben Sr. Excellenz des Herrn würklichen StaatsRaths *v. Fuss*, Mitglieds und beständigen Secretairs der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, an den Herausgeber.

Am gestrigen Tage sind die am $\frac{19. \text{Juni}}{1. \text{Juli}}$ in Warschau Allerhöchst bestätigten Statuten und Etat unserer Hauptsternwarte durch die Senatszeitung promulgirt worden. Ich glaube mir einige Ansprüche auf Ihren Dank zu erwerben, indem ich Ihnen heute schon eine treue deutsche Uebersetzung dieser denkwürdigen Actenstücke für Ihre Zeitschrift übersende, die mir das passendste Organ zu seyn scheint, um die Nachricht über die Vollendung der großartigen Stiftung unseres Monarchen unter den Astronomen zu verbreiten. Der liberale Sinn des [illegible], in welchem sich die hohe Achtung für die Wissenschaft ausspricht, die unsere Regierung schon auf so vielfältige Weise an den Tag gelegt hat, wird gewifs nicht minder anerkannt werden, als die würdige Ausstattung der Anstalt mit den nöthigen Geldmitteln. Die Bedingungen des Gedeihens derselben sind jetzt in den Händen der Akademie und dieses selbst also, auch für die fernere Zukunft denke ich, verbürgt. Für die nächste haftet uns der Ruf und die geistige und körperliche Tüchtigkeit des bereits designirten ersten Directors der Hauptsternwarte, unsers *Struve*, der Sie nächstens persönlich begrüßen und Ihnen einen Separatabdruck des Statuts in der Originalsprache mit französischer Uebersetzung überreichen wird.

St. Petersburg den $\frac{6}{18}$. August 1838.

Fuss.

Ukas an den dirigirenden Senat.

In dem Wunsche, die Fortschritte der Astronomie in Unserm Reiche zu befördern, haben Wir befohlen in der Nähe St. Petersburgs, auf dem Pulkowaberge, eine Hauptsternwarte zu errichten und diese mit einem vollständigen Apparat der vollkommensten Instrumente zu versehen.

Jetzt, da der Bau der für diese Anstalt bestimmten Gebäude seiner Vollendung nahet, so dafs dieselbe vom Jahre 1839 an eröffnet werden und in Wirksamkeit treten kann, haben Wir die von dem Minister des öffentlichen Unterrichts entworfenen und im Reichsrathe durchgesehenen Statuten und Etat der Hauptsternwarte bestätigt, und befehlen dieselben vom 1sten Januar des künftigen Jahres in Kraft treten lassen.

Das Original ist von Sr. Kaiserlichen Majestät Höchsteigenhändig unterzeichnet.

Warschau, den $\frac{19. \text{Juni}}{1. \text{Juli}}$ 1838. *Nikolai.*

Statut der Kaiserlich-Russischen Hauptsternwarte zu Pulkowa bei St. Petersburg.

1. Die auf dem Pulkowaberge, 17 Werst von St. Petersburg erbaute Sternwarte steht unmittelbar unter der Oberleitung der Kaiserlichen St. Petersburger Akademie der Wissenschaften und führt, als Central-Anstalt dieser Art im Reiche, den Namen der Kaiserlich-Russischen Hauptsternwarte (Imperialis primaria Rossiae specula academica).

2. Der Zweck bei der Gründung der Hauptsternwarte ist ein dreifacher. Es sollen auf derselben a) ununterbrochen und in möglichster Vollkommenheit Beobachtungen angestellt werden, die auf die Förderung der Astronomie, als Wissenschaft, abzielen; b) correspondirende Beobachtungen für geographische Unternehmungen im Reiche und wissenschaftliche Reisen überhaupt. Außerdem soll c) nach Möglichkeit zur Vervollkommnung der praktischen Astronomie in ihren Anwendungen auf Geographie und Nautik beigetragen und zu Uebungen in der geographischen Ortsbestimmung Gelegenheit geboten werden.

Anmerkung. Diesem dreifachen Zweck angemessen, ist die Hauptsternwarte bei ihrer Eröffnung mit einem vollständigen Apparat der vorzüglichsten astronomischen Instrumente nach der neuesten Construction versehen. Zur Unterhaltung und Ausbesserung derselben, zur Bestellung neuer Instrumente, je nachdem etwa neue Fortschritte der Wissenschaft und Kunst, solche erforderlich machen sollten, so wie endlich zur Ausführung solcher wissenschaftlichen Arbeiten und Beobachtungen, die besondere Mittel erheischen, ist im Etat der Sternwarte eine besondere Summe ausgeworfen.

3. Die bei der Hauptsternwarte angestellten Beamten sind: 1) der Director derselben oder der erste Astronom; 2) vier Assistenten, deren einer den Titel des zweiten Astronomen führt; 3) der Sekretair des Directors; 4) der Mechaniker, und 5) der Inspector.

4. Das Amt des Directors der Hauptsternwarte oder des ersten Astronomen wird jedesmal dem ordentlichen Akademiker für praktische Astronomie übertragen. Die Akademie wird künftig bei der Wahl eines Akademikers für besagtes Fach diese seine wichtige Bestimmung mit vor Augen haben.

5. Der Director ist gehalten, seine ganze Thätigkeit ungetheilt den Pflichten seines Amtes zu widmen, und da sein Beruf als Director und als Akademiker den beharrlichsten Eifer und seine stete Gegenwart erheischt, so ist es ihm untersagt, sich mit irgend andern öffentlichen oder Privat-Aemtern zu befassen, die dem Zweck der Hauptsternwarte fremd sind. Als Ersatz ist für ihn im Etat der Hauptsternwarte ein besonderes Jahrgehalt angewiesen, dessen er unabhängig von seinen Emolumenten als Akademiker geniefst.

6. Der Director wacht darüber, dafs auf der Hauptsternwarte ununterbrochen und in möglichster Vollkommenheit beobachtet werde, nach einem von ihm selbst, dem neuesten Standpunkt der Wissenschaft gemäfs, entworfenen und vorläufig von der Akademie gut geheifsenen Plane. Als Vorgesetzter der Sternwarte und der bei derselben angestellten Beamten, leitet er alle auf Grundlage jenes Planes vorhabenden Arbeiten, vertheilt dieselben und nimmt persönlich daran Theil. Wenn übrigens irgend einer der Assistenten wünschen sollte, neben den ihm vom Director auferlegten Pflichten, selbstständig irgend eine wissenschaftliche Untersuchung vorzunehmen, so wird der Director nicht allein ihm keine Hindernisse in den Weg legen, sondern vielmehr sich beeifern, ihm nach Möglichkeit alle Mittel zur Anstellung der nöthigen Beobachtungen oder Versuche und zur Erreichung seines Zweckes zu bieten.

7. Der Director verwaltet die ihm anvertraute Anstalt nach denselben Regeln, welche in den §§. 105 u. 107 des Reglements der Akademie für die Directoren der übrigen wissenschaftlichen Institute festgesetzt sind. In allen die Hauptsternwarte betreffenden Angelegenheiten, wo die Einwilligung der höhern Vorgesetzten einzuholen ist, wendet er sich mit seinen Vorstellungen an die Akademie.

8. Der Director überreicht alljährlich der Akademie das druckfertige Resumé der vornehmsten auf der Sternwarte im Laufe des vergangenen Jahres angestellten Beobachtungen, welches die Akademie ihrerseits sofort dem Druck übergiebt, unter dem Titel: Annales Speculae u. s. w. Von diesen Annalen werden unentgeltlich Exemplare an sämmtliche Russischen Universitäten, an die berühmtesten Sternwarten des In- und Auslandes, so wie an die bekanntesten Russischen und auswärtigen Astronomen vertheilt, die ihrerseits dieselbe Höflichkeit gegen die Hauptsternwarte beobachten.

9. Der Director der Hauptsternwarte bringt unverzüglich alle wichtige Entdeckungen, die durch irgend einen der Beobachter der Hauptsternwarte gemacht seyn mögen, so wie alle merkwürdige Himmelserscheinungen zur Kenntnifs der Akademie.

10. Die vier Assistenten werden durch die Akademie aus der Zahl der von dem Director dazu vorgeschlagenen Candidaten gewählt, und zwar vorläufig auf drei Jahre, während welcher sie sämmtliche ihnen laut dem Etat zukommende Emolumente geniefsen. Nach Verlauf dieser Zeit werden sie, sofern sie sich als tüchtig erwiesen, auf die Vorstellung der Akademie, durch den Minister des öffentlichen Unterrichts in ihrem Amte bestätigt, mit Zurechnung der drei verflossenen Jahre, seit ihrem Eintritt in den Dienst. Im entgegengesetzten Falle ist es dem Director freigestellt, die etwa Unfähigen auch vor Ablauf des Trienniums zur Entlassung vorzustellen.

11. Es bleibt der Akademie übrigens unbenommen, junge Gelehrte, die ihr durch frühere Leistungen bekannt sind, und für welche die vorläufigen Probejahre als überflüssig erkannt werden, auf den Wunsch des Directors auch sofort zur Bestätigung als Assistenten der Hauptsternwarte vorzustellen.

12. Der zweite Astronom wird durch die Akademie auf die Vorstellung des Directors unter den vier Assistenten gewählt; in diesem Amte durch den Minister des öffentlichen Unterrichts bestätigt und geniefst sodann das mit demselben verknüpfte Zulagegehalt, gemäfs dem Etat der Hauptsternwarte.

13. Im Falle einer Krankheit oder Abwesenheit des Directors der Hauptsternwarte versieht der zweite Astronom provisorisch seine Stelle. Wenn, während dessen, eine Angelegenheit der Hauptsternwarte zur Berathung in der Akademie kommen sollte, so wird der die Stelle des Directors bekleidende zweite Astronom zur Sitzung der Akademie zugelassen, auch wenn er nicht Mitglied wäre, um persönlich die Angelegenheit vertreten zu können.

14. Die Assistenten dürfen auch andere wissenschaftliche oder Lehrposten bekleiden, die sich mit ihrem Geschäft bei der Hauptsternwarte vertragen, als bei der Akademie der Wissenschaften, der Universität und andern höhern Lehranstalten, und die mit diesen Posten verknüpften Emolumente beziehen, ihrem etatmäfsigen Gehalt bei der Hauptsternwarte unbeschadet.

15. Dem Director sind beigegeben: 1) ein Secretair zur Führung der Correspondenz; 2) ein Mechaniker, zur Aufsicht über die Instrumente, ihre Instandhaltung und zur Anfertigung verschiedener kleinerer Apparate, und 3) ein Inspector, zur

Aufsicht über die polizeiliche Ordnung und Reinlichkeit in den Gebäuden der Sternwarte und den Beobachtungssälen. Diese Beamten werden von dem Director selbst angestellt und entlassen, worüber er jedoch der Akademie zu berichten hat. Das Amt des Inspectors kann, nach dem Ermessen des Directors, dem Secretair oder Mechaniker übertragen werden mit dem, diesem Amte etatmäfsig zugewiesenen Gehalte.

16. Der Director ist berechtigt, aus der für die wissenschaftlichen Bedürfnisse angewiesenen Summe kleine Jahresgehalte solchen Handwerkern auszuwerfen, die er temporair oder für immer bei der Sternwarte anzustellen für nöthig erachtet.

17. Der zweite Astronom steht im 7ten, die übrigen Assistenten aber im 8ten Klassenrange, auf dieselbe Weise, wie diese Rangs den Mitgliedern der Akademie (Regl. §. 29) und den Professoren der höhern Lehranstalten zugestanden sind. Die Beförderung zu den folgenden Rangs erfolgt auf Grundlage der für die Akademiker bestehenden Gesetze, wobei der zweite Astronom und die Assistenten zur 1sten Categorie der Staatsbeamten zu rechnen sind.

18. Hinsichtlich der Ausländer, die etwa zu Assistentenstellen oder zur Stelle eines Mechanikers berufen werden möchten, gelten dieselben Regeln, welche bereits für die Besetzung ähnlicher wissenschaftlicher Stellen bei der Akademie durch Ausländer bestehen.

19. Die Hauptsternwarte braucht für ihre Correspondenz das Siegel mit dem Reichswappen und der Umschrift: Siegel der Kaiserlichen Akademischen Hauptsternwarte. Sämmtliche aus dem Innern an die Hauptsternwarte gerichteten oder von ihr ins Innere abgesendeten Briefe und Packen, wenn letztere nicht über Ein Pud wiegen, werden in allen Postämtern und Postcomptoirs portofrei angenommen und expedirt.

20. Die zur Unterhaltung der Hauptsternwarte und zur Gagirung der bei derselben angestellten Beamten etatmäfsig angewiesene Summe wird aus dem Reichsschatze zugleich mit der Etatsumme der Akademie verabfolgt und mit dieser in der Hauptkasse bei dem Verwaltungs-Comité deponirt, welches über dieselbe nach Grundlage gegenwärtigen Statuts und den allgemeinen Regeln verfügt.

21. Die für wissenschaftliche Zwecke bestimmten 12000 Rubel, so wie für die Unterhaltung der Bibliothek angewiesenen 000 Rubel verabfolgt das Verwaltungs-Comité theilweise dem Director auf sein Verlangen, oder verausgabt dieselben laut dessen Anweisungen. Zur Buchführung der dem Director ausgezahlten Geldsummen wird ihm aus dem Comité ein Schnurbuch übergeben, welches er am Schlusse des Jahres mit seiner Unterschrift dem Comité zur Revision und Controlle vorzulegen hat.

22. Die Ueberschüsse dieser Summen verbleiben in der Kasse des Comité unter dem Namen des Sternwarten-Capitals. Die sonstigen Ueberschüsse aber, welche aus temporairen Vacanzen in dem Personal der Sternwarte und andern Ersparnissen entstehen mögen, fliefsen am Schlusse des Jahres in die ökonomische Summe der Akademie.

23. Das Sternwarten-Capital steht gleichfalls zur Verfügung des Directors und kommt der Anstalt zu Gute, jedoch nur nach vorhergegangener Einholung der Genehmigung der Akademie, oder durch ihre Vermittelung der höhern Autorität.

24. Das Comité sorgt: a) für die Instandhaltung der Gebäude der Sternwarte sowohl äufserlich als im Innern; b) für zeitgemäfse Anschaffung der für Heizung und Beleuchtung nöthigen Vorräthe und für die äufsere Reinlichkeit; c) für anständige Unterhaltung der Dienerschaft, Bekleidung und Beköstigung derselben. Für diese Ausgaben ist im Etat eine besondere Summe angewiesen.

25. In allen die Oekonomie und das Polizeiwesen betreffenden Fällen wendet sich der Director, als Wirth der Anstalt direct an das Verwaltungs-Comité, welches gehalten ist, in allen Dingen seinen gerechten Forderungen zu entsprechen.

26. Die Hauptsternwarte hat dahin zu wirken, dafs die Arbeiten der übrigen Sternwarten des Reichs dem neuesten Zustande der Astronomie entsprechend und nach Möglichkeit in gegenseitigem Zusammenhange seyen, damit aus den auf den verschiedenen Sternwarten angestellten Beobachtungen die Wissenschaft den möglichst gröfsten Nutzen ziehe. Hiezu hat sie a) einen regelmäfsigen Briefwechsel mit den Sternwarten des Reichs zu unterhalten und, da sie in ununterbrochenem Verkehr mit den auswärtigen Sternwarten steht, alle wichtige, die Wissenschaft betreffende Gegenstände und Ereignisse zur Kenntnifs der inländischen Astronomen zu bringen; b) den Verkehr zwischen den inländischen und auswärtigen Sternwarten auch dadurch zu vermitteln, dafs sie Aufträge zur Anschaffung litterarischer Hülfsmittel und Bestellungen astronomischer Apparate übernimmt; c) diejenigen Sternwarten, die ihre Beobachtungen nicht veröffentlichen, aufzufordern, Abschriften derselben einzuschicken, die im Archiv der Hauptsternwarte niederzulegen und in vorkommenden Fällen zu benutzen wären. Sollten dergleichen Beobachtungen, ihrer Wichtigkeit wegen, des Druckes werth befunden werden, sey es in extenso oder im Auszuge, so wird die Hauptsternwarte sie ihren Annalen als Anhang beifügen. Endlich d) in vorkommenden dringenden Fällen andern Sternwarten durch ihre eigenen Mittel auszuhelfen, als z. B. bei wissenschaftlichen Reisen durch Reiseinstrumente, Chronometer u. s. w.

Das Original ist von Sr. Kaiserl. Majestät gezeichnet:
„Dem sey also."

Warschau, den 19. Juni 1838.

Etat der Kaiserlich-Russischen Haupt-Sternwarte.

	Unterhalt. Einzeln.	Unterhalt. Allen.	Classen und Catogorieen. Rang.	Pension.	Uniform.
Dem Director oder ersten Astronomen, außer seinem Akademikergehalt	8000	8000	Wie bei den Akademikern.		
Demselben für Equipage	2000	2000			VIII. wenn sie nicht wirkl. Mitgl. der Akad. sind. VII.
Den vier Assistenten	2500	10000	VIII. wenn sie nicht wirkl. Mitgl. der Akad. sind.	Die Pension nach den effectiven Gehalten auf Grundlage des Reglements der Akademie.	
Denselben für Equipage	1000	4000			
Dem zweiten Astronomen, Zulagegehalt	2000	2000	VII.		
Dem Secretair	1200	1200	wie oben.		
Dem Mechaniker	1000	1000	XIV.	IX.	X.
Dem Inspector	1000	1000	XIV.	IX.	X.
Zur Unterhaltung der Sternwarte in wissenschaftlicher Beziehung	—	12000	XIV.	IX.	X.
Für die Bibliothek	—	1000			
Zur Unterhaltung der Häuser, der Aufwärter u. ökonom. Bedürfnisse	—	20000			
Total		62200			

Schreiben des Herrn *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1838. August 20.

Es wird Ihnen ohne Zweifel interessant seyn zu erfahren, daſs es mir gelungen ist den *Encke*schen Cometen auf der hiesigen Sternwarte aufzufinden.

Obgleich ich bei der noch für den Monat Juli vorgenommenen Verlängerung der Ephemeride dieses Cometen wohl gewahr wurde, daſs fast gar keine Hoffnung vorhanden war, ihn schon im Juli aufzufinden (da seine Lichtstärke am 15ten Juli nur 0,060 und am 27sten Juli nur 0,073 von der schwachen betrug, welche derselbe am 30sten Juli 1835 gehabt hatte; so machte ich doch am 14ten, 24sten, 25sten, 28sten, 29sten und 30sten, natürlich ganz fruchtlose, Versuche.

Erst nach dem Mondscheine am 14ten August glaubte ich eine sehr schwache Spur von demselben aufzufinden. Noch in einer späteren Nachtstunde veranlaſste mich die völlige Klarheit des Himmels, die ich bei Beobachtung des Austritts von 136 Aur. wahrnahm, meine Nachforschungen fortzusetzen. Wirklich zeigte sich die vorhin schon bemerkte lichtere Stelle am Himmel noch deutlicher, ja in einigen Momenten so, daſs mir 2 Beobachtungen am 4½füſsigen Frauenhofer, mit einem sehr einfachen Micrometer, dessen Beschreibung ich mir vorbehalten muſs, in nachfolgender Art gelangen:

M. Bresl. Zt.	α	δ	Ephem.	
$14^h 12' 2$	$2^h 15' 18'' 39$	$+24° 38' 10'' 6$	$-18'' 77$	$+4' 21'' 2$
14 18,8	2 15 18,05	+24 38 4,1	−19,34	+4 11,3

Der Comet wurde verglichen mit *(8) H. C. 24 Août 1793 $2^h 13^m 5^s 2$
und *(7) 2 13 55,5

Die anbrechende Dämmerung verhinderte alle weiteren Versuche zur Ueberzeugung zu gelangen; und so blieben diese Beobachtungen nur Vermuthungen, die ich als solche vorläufig dem Herrn Professor *Encke* meldete. Die beiden folgenden Nächte waren und blieben trübe. Am 17ten schien es Nachts eine Zeitlang sehr heiter zu sein; dennoch war nichts vom Cometen zu bemerken, aber auch nichts von der Stelle, welche ich am 14ten beobachtet hatte.

Endlich in der verwichenen Nacht gelang es mir, den Cometen, aber unbeschreiblich lichtschwach wieder aufzufinden und zweimal mit den beiden Sternen der *Bessel*schen Zone Nr. 333 den 19ten Jan. 1826 $2^h 11^m 59^s 30$ und $2^h 12^m 0^s 04$ (das genannte Micrometer erfordert immer 2 Vergloichssterne) zu beobachten. Die zweite Beobachtung wurdo durch dunstige Luft gestört, und ist ganz ungenau:

M. Bresl. Zt.	α	δ	Ephem.	
um $13^h 20' 50$	$2^h 19' 41'' 53$	$+25° 41' 21'' 2$	$+9'' 53$	$+3' 45'' 3$
13 33,75	2 19 38,22	+25 38 3,7	+5,86	+0 10,5

Alle Beobachtungen können natürlich bei der unbeschreiblichen Lichtschwächo des Gegenstandes keinen Anspruch auf Genauigkeit machen, und können fast nur jenem Mikrometer verdankt werden. Dio letzte Beobachtung wird am besten ganz verworfen, obgleich sio der Ephemeride am nächsten kommt. Herr Prof. *Encke* hat den Cometen am 14ten und 15ten aller Wahrscheinlichkeit nach, oder eigentlich gewiſs auch gesehen, aber da noch nicht zu beobachten unternommen.

v. Boguslawski.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
N°. 358. 359.

Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Die Wahrscheinlichkeit eines Beobachtungsfehlers kann von seiner Gröfse abhängig angenommen werden, aber sie ist so lange unbekannt, so lange unbekannt ist, *auf welche Art* er aus seinen Ursachen entsteht. Wir verdanken indessen *Laplace* das merkwürdige Resultat, dafs, aus einer *grofsen* Anzahl gleichartiger Beobachtungen, die *wahrscheinlichsten* Folgerungen gezogen werden können, ohne dafs es nöthig ist, das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler zu kennen.

Wenn man eine solche Reihe von Beobachtungen einer Erscheinung, deren mathematische Theorie bekannt ist, besitzt und wenn man die Constanten dieser Theorie, diesem Resultate gemäfs, bestimmt, so giebt ihre Vergleichung mit den einzelnen Beobachtungen der Reihe, Unterschiede zu erkennen, durch welche man eine *practische* Bestimmung des Gesetzes der Wahrscheinlichkeit der Fehler der angewandten Beobachtungsart ableiten kann. Findet man nämlich, dafs in m Fällen, unter der vorhandenen grofsen Anzahl μ derselben, der Fehler zwischen zwei einander sehr nahe liegende Grenzen x und $x-\frac{1}{i}$ fiel, so ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses, welche ich durch $\frac{1}{i}\varphi x$ bezeichnen werde, $=\frac{m}{\mu}$, oder

$$\varphi x = \frac{mi}{\mu}.$$

Sucht man diese Bestimmung einer Anzahl Werthe von φx zu Ordinaten einer Curve, deren Abscissen die Fehler x sind, so ist diese Curve das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler an, und zwar desto richtiger, je gröfser μ und i sind. Kann man dahin gelangen, die Ordinaten dieser Curve, unbestimmt durch eine Function φx darzustellen, so ist hierdurch das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler der angewandten Beobachtungsreihe gegeben, und es ist kein Hindernifs mehr vorhanden, wenn es darauf ankommt, aus einer *beliebigen* Anzahl von Beobachtungen derselben Art, ihre *wahrscheinlichsten* Resultate zu ziehen und die *wahrscheinlichen* Fehler derselben zu berechnen. Das was ich hier gefordert habe, nämlich das Vorhandensein einer sehr zahlreichen Beobachtungsreihe einer Erscheinung, deren mathematische Theorie bekannt ist, kann aber nicht immer vorausgesetzt werden; wo es *fehlt*, so kann der hier vorgezeichnete Weg zu der Bestimmung des Gesetzes der Wahrscheinlichkeit der Fehler nicht betreten werden.

Um in allen Fällen anwendbare Vorschriften zur Benutzung einer Beobachtungsreihe zu erhalten, hat *Gauss*, in seiner anfänglichen Darstellung der Methode der kleinsten Quadrate, die Annahme verfolgt, dafs das arithmetische Mittel aus einer Anzahl gleichartiger Beobachtungen einer gleichbleibenden Gröfse, ihre wahrscheinlichste Bestimmung sei. Er hat gezeigt, dafs diese Annahme gleichbedeutend ist mit der Bedingung, dafs, auch in dem allgemeineren Falle, in welchem die beobachtete Gröfse nach einem gegebenen Gesetze veränderlich ist, die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Unterschiede zwischen den Beobachtungen und der darauf gegründeten Theorie, den *möglichst kleinen* Werth erhält; ferner, dafs die eine wie die andere ein bestimmtes Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler nämlich

$$\varphi x = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}}\cdot e^{-\frac{xx}{2mm}}$$

fordert, wo mm den mittleren Werth der Quadrate der Fehler, oder den Werth des bestimmten Integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty} xx\varphi x\, dx$$

bedeutet. Wenn kein Grund vorhanden ist, in dem speciellen Falle die Annahme des arithmetischen Mittels zurückzuweisen, so ist also auch keiner vorhanden, in dem allgemeinen Falle von der Methode der kleinsten Quadrate abzuweichen; allein dieser Mangel eines Widerspruchs gegen das eine oder das andere, ist kein Beweis des Stattfindens des angegebenen Ausdruckes von φx, und man mufs sich anderweitig von seiner Anwendbarkeit auf eine gegebene Beobachtungsreihe überzeugen, ehe man geneigt sein kann, der darauf gegründeten Berechnung des *wahrscheinlichen* Fehlers, sowohl der Beobachtungen selbst, als ihrer Resultate, irgend ein Gewicht beizulegen.

Da aber nicht bezweifelt werden kann, dafs die Function φx von der Art der Beobachtungen, auf welche sie angewandt werden soll, abhängig ist, und man ihren, dieser zugehörigen wahren Ausdruck, wenigstens im Allgemeinen, nicht kennt, so mufs die Auflösung der Aufgabe, aus vorhandenen Beobach-

tungen einer Erscheinung, deren mathematische Theorie gegeben ist, die *besten* Resultate zu ziehen, auf die Betrachtung einer *willkürlich* bleibenden Function φx gegründet werden. Diesem Gesichtspunkte sind *Laplace*, *Gauss* und *Poisson* in den bewunderungswürdigen Abhandlungen gefolgt, welche sie über die gegenwärtige Materie bekannt gemacht haben. Das Wesentlichste der Theorie dieser Materie hat schon *Lagrange* zum Gegenstande einer, in den Turiner Mémoiren für 1770—1773 gedruckten Abhandlung gemacht.

Wenn ich, nach solchen Vorgängern, Untersuchungen über denselben Gegenstand anstelle, so mufs ich zu ihrer Entschuldigung sagen, dafs ich eine Ansicht verfolgen werde, deren Verfolgung aufser der Absicht der genannten grofsen Geometer lag. Ich werde nämlich die Entstehungsart der Beobachtungsfehler *aus ihren Ursachen*, zum Grunde des Folgenden machen. Wenn man anfangs die Fehler einer gewissen Beobachtungsart, als aus *einer*, auf gegebene Art wirkenden Ursache hervorgehend betrachtet, so wird dadurch ihre jedesmalige Gröfse x eine gegebene Function eines Arguments ξ, welches in derselben Art willkührlich ist, wie das Fallen eines Würfels. Aus dem Ausdrucke $x = f\xi$ kann aber der Ausdruck φx abgeleitet werden, und durch diesen wird man in den Stand gesetzt, alle Folgerungen, welche man aus der Beobachtungsreihe ziehen kann, der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäfs zu ziehen. Unter dieser Voraussetzung, welche fordert, dafs das *Argument* einer gegebenen Function als willkürlich angesehen werde, würde man also mit Unrecht die *Function* des Fehlers, welche seine Wahrscheinlichkeit ausdrückt, als willkürlich betrachten. Ich werde diese Bemerkung verfolgen, auch auf einige Beispiele anwenden, durch welche zugleich anschaulich werden wird, dafs Fälle vorkommen können, in welchen es ein Interesse hat, die gewöhnliche Voraussetzung der Willkür der Function φx zu verlassen. *Gewöhnlich* sind diese Fälle aber nicht, indem man meistens über die Function $f\xi$ eben so zweifelhaft sein wird, als über die Function φx; dann findet die Betrachtung der ersteren keine Anwendung, und die Voraussetzung der Willkür der letzteren tritt an deren Stelle. In der Wirklichkeit wird es auch selten erlaubt sein, die Fehler *einer* Ursache zuzuschreiben; vielmehr werden im Allgemeinen mehrere, meistens viele von einander unabhängige Ursachen zusammenwirken. Hierdurch wird es nöthig, die Zusammensetzung der wirklich vorkommenden Fehler aus mehreren Ursachen, zu untersuchen. Ich bin dadurch zu dem merkwürdigen Resultate gelangt, dafs viele von einander unabhängige Fehlerursachen von gleicher Ordnung durch ihr Zusammenwirken Fehler hervor bringen, deren Wahrscheinlichkeit näherungsweise dieselbe ist, welche durch die Voraussetzung des arithmetischen Mittels, oder durch die Bedingung der kleinsten Quadrate, gefordert wird. Hierdurch findet eine auffallende Uebereinstimmung zwischen diesem Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler und der Vertheilung derselben in wirklich gemachten Beobachtungsreihen ihre Erklärung; welche Uebereinstimmung ich in häufigen Fällen bemerkt und auch einigemale bekannt gemacht habe, z. B. in der, am 29sten Juni 1815 an den verstorbenen *Bode* gesandten und in dem Astr. Jahrb. 1818 S. 234 gedruckten, frühesten öffentlichen Nachricht von einer Anwendung der Fehler zum Maafse der Genauigkeit der Beobachtungen, und in den Fundamentis Astronomiae pro Ao. 1755 p. 19. Ich nenne diese Uebereinstimmung *auffallend*, weil sie auf eine *allgemeine*, das jeder Beobachtungsart Eigenthümliche überwiegende Eigenschaft deutet, indem nicht angenommen werden kann, dafs die verschiedenartigsten Beobachtungsreihen, eben so verschiedenartige Gegenstände betreffend, ohne eine solche Eigenschaft, dem angeführten Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler sehr nahe entsprechen würden.

1.

Ich fange mit der Aufsuchung der Wahrscheinlichkeit $= \varphi x . dx$ an, mit welcher erwartet werden kann, dafs ein Beobachtungsfehler zwischen x und $x + dx$ falle, wenn x, auf gegebene Art, von einer Ursache ξ abhängt, für welche jeder zwischen zwei Grenzen $-\alpha$ und α liegende Werth gleich möglich ist.

Die zu x und $x + dx$ gehörigen Werthe der Ursache bezeichne ich durch ξ und $\xi + d\xi$, die gegebene Art der Abhängigkeit der ersten Gröfse von der zweiten, durch $x = f\xi$, wodurch $dx = df\xi$ wird. Die Wahrscheinlichkeit, dafs der Fehler zwischen x und $x + dx$ falle, ist einerseits $= \varphi x\, dx$, andrerseits ist sie, der Annahme zufolge, dafs jeder zwischen $-\alpha$ und α liegende Werth von ξ gleich möglich ist $= \frac{d\xi}{2\alpha}$. Man hat also

$$\varphi x\, dx = \frac{d\xi}{2\alpha}$$

und wenn man für dx seinen Ausdruck schreibt:

$$\varphi x = \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{d\xi}{df\xi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots [1]$$

woraus ξ durch die Gleichung $x = f\xi$ weggeschafft werden kann.

Wenn die Elemente $p, q, r \ldots\ldots$ aus einer Reihe von $n + 1$ Beobachtungen bestimmt werden sollen, so ist bekanntlich das System derselben das wahrscheinlichste, welches das Product

$$\Omega = \varphi x . \varphi x' . \varphi x'' \ldots . \varphi x^{(n)}$$

so grofs als möglich macht, oder welches die Gleichungen:

$$(\Theta)\ldots\ldots\begin{cases} 0 = \varphi'x.\dfrac{dx}{dp}+\varphi'x'.\dfrac{dx'}{dp}+\varphi'x''.\dfrac{dx''}{dp}+\ldots. \\ 0 = \varphi'x.\dfrac{dx}{dq}+\varphi'x'.\dfrac{dx'}{dq}+\varphi'x''.\dfrac{dx''}{dq}+\ldots. \\ 0 = \varphi'x.\dfrac{dx}{dr}+\varphi'x'.\dfrac{dx'}{dr}+\varphi'x''.\dfrac{dx''}{dr}+\ldots. \\ \text{u. s. w.} \end{cases}$$

[er]füllt, in welchen $\varphi'x$, $\varphi'x'$, ... für

$$\frac{d\varphi x}{dx\,\varphi x},\quad \frac{d\varphi x'}{dx'\,\varphi x'},\ldots.$$

[ge]schrieben sind. Bei der Bestimmung der wahrscheinlichsten [El]emente kommt also nicht sowohl φx, als $\varphi'x$ in Betracht; [w]ill man dieses, ohne in [1] ξ durch x ersetzt zu haben, also [du]rch ξ ausdrücken, so erhält man, durch Differentiirung [vo]n [1]:

$$[2]\ldots\ldots\ldots\varphi'x = -\frac{d^2f\xi}{(df\xi)^2}$$

[wor]aus nun ξ, durch $x = f\xi$, wegzuschaffen ist.

Die Grenzen $\mp a$, zwischen welchen die möglichen Werthe [vo]n x eingeschlossen sind, sind $\mp fa$. Der Ausdruck des Qua[dra]ts des *mittleren* Fehlers einer Beobachtung ist

$$[3]\ldots\ldots mm = \int_{-a}^{a} xx\,\varphi x\,dx = \frac{1}{2x_a}\int_{-a}^{+a}(f\xi)^2\,d\xi$$

[D]er *wahrscheinliche* Fehler einer Beobachtung $= mk$, findet [sic]h aus der Auflösung der Gleichung:

$$\int_0^{mk} x\,\varphi x.dx = \tfrac{1}{2}\int_0^{a} x\,\varphi x\,dx$$

[ode]r, nach der Einführung von ξ und unter der Voraussetzung [da]ß $x = 0$ und $\xi = 0$ zusammengehören, und $f(-\xi) = -f\xi$ [ist], aus der Gleichung:

$$[4]\ldots\ldots\ldots\ldots\int_0^{K} f\xi.d\xi = \tfrac{1}{2}\int_0^{a} f\xi\,d\xi$$

[wor]aus K gefunden und dann

$$mk = fK$$

[wir]d.

2.

Zur Erläuterung des Vorigen werde ich es auf zwei Bei[spi]ele anwenden.

Das *erste* Beispiel soll die Annahme

$$x = a \sin\xi$$

[er]folgen, und für ξ soll jeder Werth gleich möglich, oder [a] $= \frac{1}{2}\pi$ sein. Man erhält ohne Weiteres aus den Formeln [1], [2] und [3],

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}}$$

$$\varphi'x = \frac{x}{aa-xx}$$

$$mm = \tfrac{1}{2}aa$$

Die Formel [4] ergiebt

$$\int_0^{K}\sin\xi\,d\xi = \tfrac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\sin\xi\,d\xi$$

oder

$$1-\cos K = \tfrac{1}{2},$$

woraus

$$K = 60^\circ$$

und

$$mk = a\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

hervorgehen.

Die *wahrscheinlichsten* Elemente folgen aus der Auflösung der Gleichungen (Θ), wenn darin

$$\varphi'x = \frac{x}{aa-xx}$$

gesetzt wird; für den einfachsten Fall, in welchem eine immer gleiche Größe p, durch die Beobachtungen

$$p = h,\ h',\ h''\ldots\ldots h^{(n)}$$

bestimmt werden soll, folgt p aus der Auflösung der Gleichung:

$$0 = \frac{h-p}{aa-(m-p)^2}+\frac{h'-p}{aa-(m'-p)^2}+\ldots+\frac{h^{(n)}-p}{aa-(m^{(n)}-p)^2}\ldots.[5]$$

statt deren die Methode der kleinsten Quadrate die Auflösung der Gleichung

$$0 = h-p+h'-p+\ldots.+h^{(n)}-p$$
$$= \{h+h'+\ldots.+h^{(n)}\}-(n+1)p\ldots\ldots[6]$$

fordert. Das Verhältniß des *mittleren* Fehlers zum *wahrscheinlichen* ist $= 1:k = 1:\sqrt{3} = 1:1{,}732$, nach der gewöhnlichen Theorie, als *wahrscheinlichste* angenommen, würde es $1:0{,}4769364\sqrt{2} = 1:0{,}6745$ sein.

Ein diesem Beispiele entsprechender Fall würde vorhanden sein, wenn der Winkel zwischen zwei Punkten, von beliebigen und nicht angegebenen Punkten der Theilung eines Kreises an, gemessen wäre, welcher Kreis eine bekannte Excentricität und nur eine einfache Ablesung besitzt, übrigens aber fehlerfrei ist und fehlerfrei angewandt wird. Wird in diesem Falle der Anfangspunkt einer Messung durch u, der Punkt der Theilung, welcher in der Richtung von ihrem Mittelpunkte nach dem Mittelpunkte der Bewegung der Albidade liegt, durch A, die Excentricität durch e bezeichnet, so ergiebt die Messung, statt des wahren Winkels p,

$$p+2e\sin\tfrac{1}{2}p\cos(u-A+\tfrac{1}{2}p)$$

Man hat also, den im Beispiele angewandten Bezeichnungen zufolge:

$$2e\sin\tfrac{1}{2}p = a;\quad u-90^\circ-A+\tfrac{1}{2}p = \xi$$

und u sowohl wie das davon abhängige ξ, ist, der Annahme gemäß, vollkommen willkührlich. Man sollte also p durch die Auflösung der Gleichung [5], welche vom $2n+1^{\text{ten}}$ Grade ist, bestimmen, und sein so bestimmter Werth würde der *wahr-*

scheinlichste sein, der aus den vorhandenen Beobachtungen gefolgert werden kann. Dafs er desto weniger, je gröfser n ist, von dem arithmetischen Mittel aus allen Beobachtungen abweicht, welches man durch [6] erhält, kann sowohl in dem vorhandenen Falle leicht nachgewiesen werden, als es auch aus der allgemeinen, von *Laplace* gefundenen Eigenschaft folgt, welcher zufolge die Bestimmung der Elemente desto freier von φx wird, je gröfser die Anzahl der vorhandenen Beobachtungen ist. Der *wahrscheinliche* Fehler ist 2,568 Mal so grofs, als man ihn durch Verfolgung der Hypothese, auf welcher die Methode der kleinsten Quadrate beruhet, schätzen würde.

Weifs man nichts von der *Ursache* der Abweichungen der verschiedenen Messungen des Winkels p von einander, so erscheinen sie als wahre Beobachtungsfehler und es ist kein Grund vorhanden, welcher sich der Anwendung des arithmetischen Mittels, oder allgemeiner der Methode der kleinsten Quadrate, auch auf diese Beobachtungen, widersetzte. Man erhält aber dadurch, in dem betrachteten Falle, nicht den wahrscheinlichsten Werth von p und eine viel zu kleine Bestimmung seines wahrscheinlichen Fehlers. Ein anderer, dem Beispiele gleichfalls entsprechender Fall ist mir in meiner eigenen Praxis vorgekommen: ich hatte den Unterschied zweier Längen durch eine Mikrometerschraube, oft wiederholt gemessen, und bemerkte, als ich die Beobachtungen untereinander verglich, dafs gröfsere positive oder negative Abweichungen von dem mittleren Resultate der Messungen häufiger vorkamen als kleinere; was sowohl der Hypothese, auf welcher die Methode der kleinsten Quadrate beruhet, als der gewöhnlichen Erfahrung widersprach. Ich konnte nicht zweifeln, dafs in diesem Falle ein ganz anderes Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler stattfinden müsse, und fand wirklich bei einer hierdurch veranlafsten näheren Prüfung des Apparates, dafs die Mikrometerschraube, in dem Umfange jeder ganzen Drehung, sich nicht den Angaben ihrer Trommel proportional fortbewegte, aber in verschiedenen Drehungen wiederkehrende, dem Sinusse des von einem gewissen Anfangspunkte an gezählten Drehungswinkels proportionale Ungleichheiten zeigte. Dieser Fall entsprach also dem Beispiele. Als ich die erkannte Fehlerursache durch Rechnung beseitigte, hatte ich das Vergnügen, meine Messungen in sehr befriedigender Uebereinstimmung zu finden; woraus also hervorging, dafs der Apparat nur geringe sonstige Fehlerursachen besafs.

Das *zweite* Beispiel soll die Annahme

$$x = a\xi\xi$$

verfolgen, und jeder zwischen den Grenzen $-\alpha$ und α liegende Werth von ξ soll gleich möglich seyn. Die Formeln [1], [2] und [3] ergeben in diesem Falle:

$$\varphi x = \frac{1}{4\alpha\sqrt{(a\xi)}}$$

$$\varphi' x = -\frac{1}{2x}$$

$$mm = \tfrac{1}{5}aa\alpha^4$$

Die Formel [4] ergiebt die Gleichung:

$$\int_0^K \xi\xi\, d\xi = \tfrac{1}{2}\int_0^\alpha \xi\xi\, d\xi$$

oder

$$K^3 = \tfrac{1}{2}\alpha^3$$

und man erhält dadurch:

$$mk = \frac{a.\alpha\alpha}{\sqrt[3]{4}};\quad k = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{4}}$$

Beobachtungen dieser Art ergeben die wahrscheinlichsten Werthe der Elemente, wenn man, in den Gleichungen (θ)

$$\varphi' x = -\frac{1}{2x}$$

setzt; in dem einfachsten Falle, in welchem eine immer gleiche Gröfse p, durch die Beobachtungen

$$p = h,\ h',\ h'' \ldots\ldots h^{(n)}$$

bestimmt werden soll, folgt also p aus der Auflösung der Gleichung:

$$0 = \frac{1}{h-p} + \frac{1}{h'-p} + \ldots\ldots + \frac{1}{h^{(n)}-p}$$

oder, wenn man das Product:

$$(h-p)\,(h'-p)\,(h''-p)\ldots\ldots(h^{(n)}-p)$$

durch P bezeichnet, aus der Auflösung der Gleichung des n^{ten} Grades:

$$0 = \frac{dP}{dp} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [7^b]$$

Das Verhältnifs des mittleren Fehlers zum wahrscheinlichen ist $= \sqrt[3]{4} : \sqrt{5} = 1 : 1,409$.

Dieses Beispiel ist eins von denen, in welchen man nicht zu der Bestimmung von p, sondern zu der Bestimmung einer davon verschiedenen Grenze gelangt, nämlich der Grenze $p + \int x\varphi x\, dx$; man gelangt zwar immer nur zu einer Grenze welche diesen Ausdruck hat, allein wenn $\varphi(-x) = \varphi x$ ist, so ist sie von p nicht verschieden, was hier, wo alle x gleiche Zeichen haben, nicht stattfindet. In dem gegenwärtigen Falle erhält man die Grenze

$$= p + \frac{1}{2\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha} f\xi . d\xi = p + \tfrac{1}{3}a\alpha\alpha.$$

Das Quadrat des mittleren, auf diese Grenze bezogenen Fehlers, ist bekanntlich *)

$$= mm - \tfrac{1}{9}aa\alpha^4 = \tfrac{4}{45}aa\alpha^4$$

*) *Gauss* Theoria combin. observationum etc. Gottingae 1823 p. 7.

und den wahrscheinlichen Fehler findet man

$$= \frac{\sqrt{2}}{3} a\alpha\alpha = 0{,}420 \cdot a\alpha\alpha.$$

Wenn das die Methode der kleinsten Quadrate ergebende Fehlergesetz auch hier angewandt werden sollte, würde man ihn $= 0{,}6745 \cdot \sqrt{\tfrac{4}{45}} \cdot a\alpha\alpha = 0{,}201 \cdot a\alpha\alpha$ finden.

Es ist nicht schwer, auch diesem Beispiele untergeordnete Fälle, welche wirklich vorkommen können, aufzufinden. Einer von ihnen ist vorhanden, wenn die Länge einer Stange, welche eine kugelförmig gekrümmte Endfläche hat, auf einem mikrometrischen Apparate gemessen werden soll, welcher den Fehler hat, dafs der Mittelpunkt der kugelförmigen Fläche nicht sicher in die gerade Linie zwischen der Mikrometerspitze und dem Punkte, von welchem an die Länge gezählt wird, gebracht werden, sondern innerhalb der Grenzen $-\alpha$ und α willkürlich davon entfernt sein kann. Bezeichnet man den Halbmesser der Kugelfläche durch r, so ist, für ein convexes Ende der Stange, $x = -\frac{\xi\xi}{2r}$, für ein concaves $x = \frac{\xi\xi}{2r}$, und also $a = \mp\frac{1}{2r}$. Dafs a und x stets gleiches Zeichen haben, liegt in der Natur der Sache.

In beiden Beispielen, welche ich gegenwärtig verfolgt habe, ist das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler beträchtlich verschieden von dem oft erwähnten Gesetze

$$\varphi x = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} e^{\frac{-xx}{2mm}}$$

In dem ersten derselben sind sogar die sich den Grenzen nähernden Fehler weit wahrscheinlicher als die kleinen, und für die Grenzen selbst wird $\varphi x = \infty$. Dieses findet in vielen, und vermuthlich auch häufig vorkommenden Fällen statt. Wenn jeder Fehler aus einer einzigen Ursache entstände, so würde, meiner Meinung nach, kein Grund vorhanden sein, zu erwarten, dafs die Abnahme der Zahl der Fehler sich mit dem Zunehmen ihrer Gröfse verbunden zeigen werde; so wie es, seltener, nur bei sehr einfachen Beobachtungsarten vorkommender Ausnahmen nicht zu gedenken, in der Wirklichkeit der Fall ist. Da ich die Absicht erreicht zu haben glaube, welche mich in der Verfolgung einiger Beispiele veranlafste, so verlasse ich diese, und bemerke darüber nur noch, dafs jeder Versuch, das der Methode der kleinsten Quadrate (wenn man sie als wahrscheinlichste Methode betrachten will) zum Grunde liegende Gesetz *allgemein* als das wirklich vorkommende zu erkennen, nothwendig vergebens sein mufs, da die Beispiele zeigen, dafs Bedingungen, welche nicht blofs mathematisch möglich sind, sondern auch practisch erfüllt werden können, auf davon gänzlich verschiedene Gesetze führen.

3.

Ich werde nun die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers untersuchen, welcher aus der *Zusammenwirkung* mehrer, von einander unabhängiger Ursachen entsteht. Um nicht unnöthige Weitläuftigkeit herbeizuführen, werde ich voraussetzen, dafs jede dieser Ursachen so wirkt, dafs sie positiven und negativen Fehlern von gleicher Gröfse gleiche Wahrscheinlichkeit giebt; ferner werde ich, als Maafs dieser Wahrscheinlichkeit, die Gewifsheit des Vorhandenseins der Ursache, aus welcher ein Fehler entsteht, oder, was dasselbe ist, das zwischen den äufsersten Grenzen des Fehlers genommene Integral $\int \varphi x . dx = 1$ annehmen. Indem ich schon gezeigt habe, wie aus einer gegebenen Art der Wirkung der einen Fehler erzeugenden Ursache, die seine Wahrscheinlichkeit ausdrückende Function hervorgeht, so ist es auch unnöthig, die erstere in dem Folgenden ferner zu betrachten.

Man erhält eine deutliche Vorstellung von dem Zusammenwirken verschiedener Fehlerursachen, wenn man die Einheit, durch welche die Wirkung jeder derselben, oder der Beitrag, den sie zu dem Gesammtfehler liefert, gemessen wird, in unendlich viele gleiche Theile (i^{tel}) theilt und diese Wirkung von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortgehend annimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dafs eine der Ursachen die Wirkung x erzeuge, ist der Anzahl von Fällen proportional, in welchen diese Wirkung sich, unter einer unendlich grofsen Zahl N von Fällen, zeigt. Bezeichnet man diese Anzahl durch $\frac{N}{i}\varphi x$, so ist der Ausdruck der Wahrscheinlichkeit des Vorkommens von $x = \frac{1}{i}\varphi x$. Die Wahrscheinlichkeit, dafs eine andere von der vorigen unabhängige Fehlerursache die Wirkung y hervorbringe, hat eben so den Ausdruck $\frac{1}{i}\varphi_1 y$; dafs eine dritte die Wirkung z hervorbringe, den Ausdruck $\frac{1}{i}\varphi_2 z$; u. s. w. Die Wahrscheinlichkeit, dafs diese Ursachen *zugleich* die durch $x, y, z, \ldots$ bezeichneten Wirkungen hervorbringen, ist das Product aller Wahrscheinlichkeiten der einzelnen, also, wenn die Anzahl der von einander unabhängigen Ursachen $= \mu + 1$ gesetzt wird,

$$= \frac{1}{i^{\mu+1}} \cdot \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots$$

Wenn nun

$$x + y + z + \ldots = n$$

gesetzt wird, so ist die Wahrscheinlichkeit, dafs die Gesammtwirkung aller Ursachen, oder der Gesammtfehler, $= n$ sei, die Summe aller Werthe, welche der eben gegebene Ausdruck erhält, wenn für $x, y, z, \ldots$ alle von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortschreitende Werthe gesetzt werden, welche mit der Bedingung $x + y + z + \ldots = n$ vereinbar sind. Bezeichnet man diese Wahrscheinlichkeit durch $\frac{1}{i}\psi n$, so hat man also

$$\psi n = \frac{1}{i^{\mu}} \Sigma \varphi x . \varphi_1 y . \varphi_2 z \ldots\ldots\ldots [7]$$

in welchem Ausdrucke das Summenzeichen Σ die angegebene Bedeutung hat.

Die Aufgabe, die Function ψn zu finden, ist also gleichbedeutend mit der Aufgabe, die geforderte Summation auszuführen. Da die Summation einer Reihe von Werthen einer Function, deren Argument von einer Grenze zu einer anderen, in arithmetischer Progression, und zwar durch unendlich kleine Aenderungen fortgeht, sich auf eine Integration zwischen diesen Grenzen reducirt, und unsere Aufgabe μ solcher Summationen, also auch μ successive Integrationen erfordert, so erhält sie hierdurch eine Schwierigkeit, welche nur in besonderen Fällen der Functionen φx, $\varphi_{,}y$, $\varphi_{2}z \ldots$ übersteiglich ist. Wenn $x, y, z, \ldots$ nicht jede beliebige Gröfse haben können, sondern der Bedingung unterworfen sind, dafs sie sich in den Grenzen resp. $\mp a$, $\mp b$, $\mp c \ldots$ befinden müssen, so gesellt sich zu dieser Schwierigkeit noch eine andere, gleichfalls sehr beträchtliche, nämlich die Schwierigkeit, jede Integration in ihren gehörigen Grenzen auszuführen. Offenbar ist dann ψn keine stetige Function von n, sondern sie erhält andere und andere Ausdrücke, jenachdem n sich zwischen den verschiedenen ihrer Gröfse nach aufeinander folgenden Combinationen von $\mp a$, $\mp b$, $\mp c, \ldots$ befindet.

4.

Obgleich das, was ich eben gesagt habe, nicht erwarten läfst, dafs man, ohne die Aufgabe von einer andern Seite aufzufassen, ein allgemein befriedigendes Resultat dadurch erhalten werde, so werde ich doch den Ausdruck [7] zu verfolgen anfangen. Man kann dadurch zu zwar speciellen, aber doch der Aufmerksamkeit nicht unwerth erscheinenden Resultaten gelangen.

Nimmt man zuerst nur *zwei* zusammenwirkende Fehlerursachen, so verwandelt sich [7] in:

$$\psi n = \frac{1}{i}\Sigma \varphi x\ \varphi_{,}y$$

und die durch x und y zu erfüllende Bedingung ist

$$n = x + y.$$

Schafft man dadurch y fort, so wird

$$\psi n = \frac{1}{i}\Sigma \varphi x\ \varphi_{,}(n-x)$$

und diese Summe mufs über alle, von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ fortschreitende Werthe von x ausgedehnt werden, welche x nicht aufserhalb der Grenzen $\mp a$, und zugleich $n-x$ nicht aufserhalb der Grenzen $\mp b$ bringen. Die Grenzen, über welche n nicht hinausgehen kann, sind offenbar $\mp(a+b)$.

Unter Vorbehalt der gehörigen Begrenzung des Integrals, ist

$$\frac{1}{i}\Sigma \varphi x\ \varphi_{,}(n-x) = \int \varphi x\ \varphi_{,}(n-x)\, dx$$

Die Bedingung, dafs x zwischen $-a$ und a liege, fordert, dafs das Integral nicht über diese Grenzen hinaus ausgedehnt werde; die zweite Bedingung, dafs $n-x$ zwischen $-b$ und b liege, fordert aber auch, dafs das Integral nicht über die Grenzen $n-b$ und $n+b$ hinausgehe. Es geht hieraus hervor, dafs man die gehörige Begrenzung des Integrals erhält, wenn man $-a$, a, $n-b$, $n+b$ nach ihrer Gröfse ordnet und die beiden mittleren als Grenzen des Integrals annimmt. Das Integral geht nicht bis zu a, wenn $n-a < -b$ und $> b$, oder $n < a-b$ und $> a+b$ ist, woron jedoch die Bedingung $n > a+b$ weggelassen werden kann, indem sie nur fordert, dafs n die Grenze seiner möglichen Gröfse nicht überschreite; es erlangt also die Grenze a nicht, sondern $n+b$ statt derselben, wenn $n < a-b$ ist. Dagegen fängt es nicht von $-a$ an, wenn $n+a < -b$ und $> b$, oder $n < -a-b$ und $> -a+b$ ist, wovon aus dem angeführten Grunde die Bedingung $n < -a-b$ weggelassen werden kann; es fängt also nicht von der Grenze $-a$ an, sondern von $n-b$ statt derselben, wenn $n > -a+b$ ist. Wenn man diejenige von beiden Functionen, deren Grenzen sich am weitesten ausdehnen, als die erste von beiden, also $a > b$ annimmt, erhält man also:

$$[8] \ldots\ldots \begin{cases} \psi n = \int_{-a}^{n+b} \varphi x . \varphi_{,}(n-x)\, dx, & \text{wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } a+b \\ \quad\;\; = \int_{n-b}^{n+b} \varphi x . \varphi_{,}(n-x)\, dx \ldots\ldots & -a+b \ldots a-b \\ \quad\;\; = \int_{n-b}^{a} \varphi x . \varphi_{,}(n-x)\, dx \ldots\ldots & a-b \ldots a+b \end{cases}$$

Dafs diese Formeln die Bedingung $\psi n = \psi(-n)$, der sie, der Annahme $\varphi x = \varphi(-x)$ und $\varphi_{,}y = \varphi_{,}(-y)$ gemäfs, entsprechen müssen, wirklich erfüllen, bemerkt man leicht.

Ich werde diese Formeln auf einige Beispiele anwenden. *Zuerst* werde ich die beiden zusammenwirkenden Fehlerursachen so annehmen, dafs die eine innerhalb der Grenzen $\mp a$, die andere innerhalb $\mp b$ liegenden Fehlern *beständige* Wahrscheinlichkeit giebt; also

$$\varphi x = \frac{1}{2a}, \quad \varphi_{,}y = \frac{1}{2b}$$

Die Formeln [8] ergeben für diesen Fall unmittelbar

$$\psi n = \frac{n+a+b}{4ab} \quad \text{wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } -a+b$$

$$= \frac{2b}{4ab} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots -a+b \ldots\ldots \quad a-b$$

$$= \frac{-n+a+b}{4ab} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad a-b \ldots\ldots \quad a+b$$

Indem n von $\mp(a+b)$ zu $\mp(a-b)$ übergeht, wächst also ψn gleichförmig von 0 bis $\frac{1}{2a}$, welchen Werth es behält, während n sich zwischen $-a+b$ und $a-b$ befindet.

Als *zweites* Beispiel werde ich für eine der beiden zusammenwirkenden Fehlerursachen, die in dem ersten Beispiele des 2ten Art. abgeleitete, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}},$$

und für die andere die eben angewandte, also

$$\varphi_{,} y = \frac{1}{2b}$$

annehmen. Dadurch werden die Formeln [8].

$$\psi n = \frac{1}{2b\pi}\int_{-a}^{n+b} \frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}\left(\tfrac{1}{2}\pi+u\right) \quad \text{wenn } n \text{ zwischen } -a-b \text{ und } -a+b$$

$$= \frac{1}{2b\pi}\int_{n-b}^{n+b} \frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}\left(u-u'\right) \ldots\ldots\ldots\ldots -a+b \ldots\ldots \quad a-b$$

$$= \frac{1}{2b\pi}\int_{n-b}^{a} \frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} = \frac{1}{2b\pi}\left(\tfrac{1}{2}\pi-u'\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a-b \ldots\ldots \quad a+b$$

wo die Winkel u und u' aus den Formeln:

$$\sin u = \frac{n+b}{a}; \quad \sin u' = \frac{n-b}{a}$$

hervorgehen.

Der in diesem Beispiele verfolgte Fall findet unter andern statt, wenn man der Ablesung der Theilungen des im 2ten Art. zur Erläuterung gewählten excentrischen Kreises eine optische Parallaxe beilegt, und den Ort des Auges, von welchem ihre Gröfse abhängt, innerhalb der Grenzen, zwischen welchen diese von $-b$ zu b übergeht, willkürlich annimmt.

Als *drittes* Beispiel werde ich beide zusammenwirkende Fehlerursachen, von der Art der im 1sten Beispiele des 2ten Art. abgeleiteten, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}}; \quad \varphi_{,} y = \frac{1}{\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(bb-yy)}}$$

annehmen. Bei dieser Annahme setzt die Erfindung von ψn die Integration von

$$\frac{1}{\pi^2}\cdot\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}\sqrt{(bb-(n-x)^2)}}$$

zwischen den in den Formeln [8] angegebenen Grenzen voraus. Diese Function ist also eine elliptische Transcendente der ersten Gattung, deren Ausdruck unter die Form:

$$\frac{1}{M}\int \frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}\sqrt{(1-kkyy)}}$$

gebracht werden kann. Man erlangt diese Reduction sehr leicht, wenn man den, durch Eleganz und Vollständigkeit der Entwickelung des Meisters würdigen Formeln folgt, welche *Jacobi* *) gegeben hat. Wenn man in diesen Formeln x für y und y für x schreibt, so lehren sie, dafs

$$\frac{dx}{\sqrt{\{(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)\}}} = \frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}\sqrt{(L^4-N^4yy)}}$$

wird, wo (unter der Voraussetzung $\alpha>\beta>\gamma>\delta$) unter L und N die Ausdrücke:

$$2L = \sqrt[4]{\{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)\}} + \sqrt[4]{\{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)\}}$$

$$2N = \sqrt[4]{\{(\alpha-\gamma)(\beta-\delta)\}} - \sqrt[4]{\{(\alpha-\beta)(\gamma-\delta)\}}$$

verstanden werden, und die Relation zwischen x und y die folgende ist.

1) wenn x nicht kleiner als α und nicht gröfser als δ ist

$$\frac{L-Ny}{L+Ny} = \sqrt[4]{\left\{\frac{(\alpha-\beta)(\beta-\delta)}{(\alpha-\gamma)(\gamma-\delta)}\right\}}\sqrt{\frac{x-\gamma}{x-\beta}}$$

2) wenn x nicht kleiner als γ und nicht gröfser als β ist

$$\frac{L-Ny}{L+Ny} = \sqrt[4]{\left\{\frac{(\beta-\delta)(\gamma-\delta)}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)}\right\}}\sqrt{\frac{\alpha-x}{x-\delta}}$$

Die vier Factoren des Quadrats des Nenners des Differentials, welches mit diesen Formeln verglichen werden soll, sind:

$$x-a\,.\,x+a\,.\,x-n+b\,.\,x-n-b.$$

Wenn 1tens n zwischen $-a-b$ und $-a+b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-a\,.\,x-n-b\,.\,x+a\,.\,x-n+b$$

*) Fundamenta nova theoriae funct. ellipt. Regiomonti 1829. p. 12. Man findet daselbst auch ähnliche Formeln für den Fall, in welchem der Nenner

$$\sqrt{\{-(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)\}}$$

ist.

und das Integral wird von $-a$ bis $n+b$ genommen. Man hat also

$$\alpha = a, \quad \beta = n+b, \quad \gamma = -a, \quad \delta = n-b$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Hieraus folgt

$$2L = \sqrt{4ab} + \sqrt{\{nn-(a-b)^2\}}$$
$$2N = \sqrt{4ab} - \sqrt{\{nn-(a-b)^2\}}$$

und die Grenzen des Integrals $= -1$ und $+1$.

Wenn 2tens n zwischen $-a+b$ und $a-b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-a \,.\, x-n-b \,.\, x-n+b \,.\, x+a$$

und das Integral wird von $n-b$ bis $n+b$ genommen. Man hat also

$$\alpha = a, \quad \beta = n+b, \quad \gamma = n-b. \quad \delta = -a$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Hieraus folgt

$$2L = \sqrt{\{(a+b)^2-nn\}} + \sqrt{\{(a-b)^2-nn\}}$$
$$2N = \sqrt{\{(a+b)^2-nn\}} - \sqrt{\{(a-b)^2-nn\}}$$

und die Grenzen des Integrals $= -1$ und $+1$.

Wenn 3tens n zwischen $a-b$ und $a+b$ fällt, ist ihre Reihefolge:

$$x-n-b \,.\, x-a \,.\, x-n+b \,.\, x+a$$

und das Integral wird von $n-b$ bis a genommen. Man hat also

$$\alpha = n+b, \quad \beta = a, \quad \gamma = n-\beta, \quad \delta = -a$$

und das Integral von γ bis β zu nehmen. Das Uebrige folgt hieraus wie in dem ersten Falle, was auch eine Folge davon ist, dafs $\psi n = \psi(-n)$ sein mufs.

Man hat also in allen drei Fällen

$$\psi n = \frac{1}{\pi^2 L^2}\int_{-1}^{1} \frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}\sqrt{(1-kkyy)}}$$

und wenn man

$$k = \left(\frac{N}{L}\right)^2 = \sin\theta$$

und $y = \sin\phi$ setzt

$$[9] \ldots\ldots \psi n = \frac{2}{\pi^2 L^2}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{(1-\sin\theta^2 \sin\phi^2)}}$$

Den Zahlenwerth des Integrals hat *Legendre*, im 3ten Theile der Exercices du calcul intégral, in eine Tafel gebracht, deren Argument θ ist.

5.

Ich habe diese Beispiele verfolgt, um dadurch in einigen speciellen Fällen anschaulich zu machen, in welcher Art die Beschaffenheit der Functionen ϕ und φ, durch ihr Zusammenwirken verändert wird. Die drei Beispiele sind dieser Absicht angemessen gewählt: das *erste* setzt zwei Fehlerursachen voraus, welche gröfseren und kleineren Fehlern gleiche Wahrscheinlichkeiten beilegen; das *zweite* verbindet eine solche Fehlerursache mit einer anderen, deren Wirkungen desto wahrscheinlicher werden, je gröfser sie sind und für welche ϕx, an den Grenzen von x, sogar bis ins Unendliche wächst; das *dritte* betrachtet endlich das Zusammenwirken zweier Fehlerursachen der letzteren Art. Um leichter als durch die erlangten Formeln das Resultat dieses Zusammenwirkens zweier von einander unabhängiger Fehlerursachen übersehen zu können, habe ich die Zahlenwerthe von $(a+b)\psi n$ zuerst für die Voraussetzung $a = 5$ und $b = 5$, dann für die Voraussetzung $a = 6$ und $b = 4$ berechnet und führe sie hier an:

$\pm n$	$a = 5$ und $b = 5$ I	II	III	$\pm n$	$a = 6$ und $b = 4$ I	II	III
0	1,0	1,00	∞	0	0,83	0,58	0,61
1	0,9	0,80	0,15	1	0,83	0,60	0,64
2	0,8	0,70	0,12	2	0,83	0,76	∞
3	0,7	0,63	0,11	3	0,73	0,69	0,60
4	0,6	0,56	0,10	4	0,63	0,63	0,51
5	0,5	0,50	0,09	5	0,52	0,56	0,46
6	0,4	0,44	0,08	6	0,42	0,49	0,42
7	0,3	0,37	0,08	7	0,31	0,42	0,39
8	0,2	0,30	0,07	8	0,21	0,33	0,36
9	0,1	0,20	0,07	9	0,10	0,23	0,34
10	0,0	0,00	0,06	10	0,00	0,00	0,32

Im Beispiele III ist eigentlich der Werth von ψn, an der Grenze von n, unbestimmt; allein für ein unendlich wenig kleineres n drücken ihn die berechneten Zahlen aus. Durch diese Tafeln wird anschaulich, wie das Zusammenwirken zweier Fehlerursachen gröfseren Fehlern, im Allgemeinen, kleinere Wahrscheinlichkeiten giebt, selbst wenn die den einzelnen zugehörigen ϕ und φ, diese Eigenschaft nicht haben. In dem Beispiele II ist das starke Zusammendrängen der Fehler an den Grenzen der aus der einen ihrer Ursachen hervorgehenden, gänzlich verschwunden, und es zeigt sich darin im Ganzen ein mit dem Wachsen von n verbundenes Abnehmen von ψn. In dem Beispiele III drängen sich die Fehler in dem ersten berechneten Falle bei $n = 0$, in dem zweiten bei $n = 2$, noch stark zusammen, aber die Werthe von n, für welche dieses stattfindet, liegen nicht mehr an den Grenzen. Dafs etwas Aehnliches aus dem Zusammenwirken zweier Fehlerursachen entstehen müsse, begreift man auch leicht ohne Rechnung; allein diese weiset es in den ihr entworfenen Fällen näher nach.

Man kann aus speciellen Fällen allerdings nichts Allgemeines folgern; allein ich bemerke, bei Gelegenheit der gegenwärtigen Verfolgung einiger derselben, dafs die dadurch erlangten Resultate der Vermuthung nicht zuwider sind, dafs das Zusammenwirken einer *grofsen Anzahl*, von einander unabhängiger Fehlerursachen, die Gesetze der einzelnen mögen sein wie man will, einem Ausdrucke von ψn näheren könne, welcher die Eigenschaft besitzt, mit dem Wachsen der Werthe von n fortwährend abzunehmen.

6.

Man kann, durch weitere Verfolgung der Formel [7], leicht einen Ausdruck von ψn erhalten, welcher das Resultat des Zusammenwirkens *dreier* Fehlerursachen angiebt. Für zwei Fehlerursachen φx und $\varphi_{,} y$ habe ich oben gefunden:

$$\psi n = \int_{-a}^{a} \varphi x \, \varphi_{,}(n-x)\, dx$$

welcher Ausdruck aber die Hinzufügung der Bedingung fordert, dafs statt $\varphi_{,}(n-x)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-x$ ausserhalb $\mp b$ liegt. Führt man, um die Bezeichnungen n und ψn auch für das Zusammenwirken dreier Fehlerursachen beibehalten zu können, statt ihrer andere ein, nämlich ν statt n und $F\nu$ statt ψn, oder schreibt man statt des obigen Ausdruckes:

$$F\nu = \int_{-a}^{a} \varphi_{,}(\nu-x)\, \varphi x \, dx$$

so kann man, bei der Aufsuchung von ψn für *drei* Fehlerursachen, dieses $F\nu$ statt des vorigen φx und $\varphi_2 z = \varphi_2(n-\nu)$ statt der vorigen $\varphi_{,}(\nu-x)$ anwenden; unter der Bedingung, dafs statt $\varphi_2(n-\nu)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-\nu$ aufserhalb $\mp c$ liegt, wird das Integral zwischen den Grenzen von $\nu = \mp(a+b)$ genommen. Man erhält also

$$\psi n = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, F\nu \, d\nu = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, d\nu \int_{-a}^{a} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [10]$$

und es wird klar, dafs man dieses Verfahren auch auf vier oder jede gröfsere Zahl von Fehlerursachen ausdehnen kann, indem man immer die Bedingung hinzufügt, dafs, statt der hinzukommenden $\varphi_3(n-\nu_1)$, $\varphi_4(n-\nu_2)$ u. s. w. *Null* gesetzt werde, sobald $n-\nu_1$, $n-\nu_2$, u. s. w. ausserhalb $\mp d$, $\mp e$, u. s. w. liegen. Für *vier* Fehlerursachen hat man z. B.

$$\psi n = \int_{-a-b-c}^{a+b+c} \varphi_3(n-\nu_{,})\, d\nu_{,} \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(\nu_{,}-\nu)\, d\nu \int_{-a}^{a} \varphi_1(\nu-x)\, \varphi x \, dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots [11]$$

Die hier geforderten successiven Integrationen sind aber nur in sehr eingeschränkten Fällen der Bedeutung von $\varphi, \varphi_1, \varphi_2 \ldots\ldots$ ausführbar, und selbst wenn sie ausführbar sind, wird die wirkliche Berechnung von ψn, durch die Nebenbedingungen, welche die Begrenzungen der Integrale erfordern, aufserordentlich erschwert. Um wenigstens den Anfang dieser Schwierigkeit anschaulich zu machen, werde ich den nächst-einfachen Fall, nämlich den Fall *dreier* Fehlerursachen, verfolgen. Die Formeln, welche ich dadurch erhalten werde, sind nicht nur hier anwendbar, sondern immer wenn ein Integral

$$\iint \varphi_2 z . \psi_1 y . \varphi x . dy . dx$$

über alle Werthe der veränderlichen Gröfsen ausgedehnt werden soll, für welche $x+y+z$ einen gegebenen Werth n hat: sie können also noch anderweitige Anwendungen finden.

Um abzukürzen, werde ich das Integral

$$\int_{h}^{i} \varphi_{,}(\nu-x)\, \varphi x \, dx \text{ durch } [h, i]$$

bezeichnen. Daraus folgt, den Formeln [8] gemäfs:

wenn $\nu > -a-b < -a+b \ldots . F\nu = [-a, \nu+b]$
$\nu > -a+b < a-b \ldots\ldots F\nu = [\nu-b, \nu+b]$
$\nu > a-b \quad < a+b \ldots\ldots F\nu = [\nu-b, a]$

Man sucht

$$\psi n = \int_{-a-b}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\, F\nu . d\nu$$

unter der Bedingung, dafs statt $\varphi_2(n-\nu)$ *Null* gesetzt werde, wenn $n-\nu$ aufserhalb $\mp c$ liegt. Setzt man nach und nach für $F\nu$ die eben gegebenen Ausdrücke, so fordert die Anwendbarkeit des *ersten* derselben, dafs $\nu > -a-b$ und $< -a+b$ sei; die jetzt hinzugekommene Bedingung fordert, dafs $n-\nu > -c$ und $< c$, oder $\nu > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $-a-b$ und $-a+b$, also n zwischen $-a-b+c$ und $-a+b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $-a-b$. Fällt $n+c$ zwischen $-a-b$ und $-a+b$, also n zwischen $-a-b-c$ und $-a+b-c$, so wird das Integral hiezu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $-a+b$. Insofern der erste der drei Ausdrücke von $F\nu$, bei dem Integrale in Betracht kommt, hat man also, unter der Annahme $a \gtreqless b \gtreqless c$:

$$\psi n = \int_{-a-b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)[-a, \nu+b]\, d\nu, \text{ wenn } n > -a-b-c < -a-b+c$$

$$= \int_{n-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)[-a, \nu+b]\, d\nu, \ldots\ldots n > -a-b+c < -a+b-c$$

$$= \int_{n-c}^{-a+b} \varphi_2(n-\nu)[-a, \nu+b]\, d\nu \ldots\ldots\ldots n > -a+b-c < -a+b+c$$

Die Anwendbarkeit des *zweiten* der Ausdrücke von $F\nu$ fordert, dafs $\nu > -a+b$ und $< a-b$ sei; die hinzukommende Bedingung, dafs $\nu > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $-a+b$ und $a-b$, also n zwischen $-a+b+c$ und $a-b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $-a+b$. Fällt $n+c$ zwischen $-a+b$ und $a-b$, also n zwischen $-a+b-c$ und $a-b-c$, so wird das Integral bis zu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $a-b$. Insofern der *zweite* der drei Ausdrücke von $F\nu$ bei dem Integrale in Betracht kommt, hat man also, unter der Annahme $a \geqq b+c$:

$$\psi n = \int_{-a+b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > -a+b-c < -a+b+c$$

$$= \int_{n-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \ldots\ldots\ldots n > -a+b+c < a-b-c$$

$$= \int_{n-c}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots\ldots n > a-b-c < a-b+c$$

Wenn aber $a < b+c$ so widerspricht dieses der zweiten Bedingung $n > -a+b+c < a-b-c$ und die Reihefolge der vier Grenzen ist dann $-a+b-c$, $a-b-c$, $-a+b+c$, $a-b+c$, woraus, den angeführten Bedingungen gemäfs, hervorgeht:

$$\psi n = \int_{-a+b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > -a+b-c < a-b-c$$

$$= \int_{-a+b}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots\ldots n > a-b-c < -a+b+c$$

$$= \int_{n-c}^{a-b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ \nu+b]\,d\nu \ldots\ldots\ldots n > -a+b+c < a-b+c$$

Die Anwendbarkeit des *dritten* der Ausdrücke von $F\nu$ fordert endlich, dafs $\nu > a-b$ und $< a+b$ sei; die hinzukommende Bedingung, dafs $\nu > n-c$ und $< n+c$ sei. Fällt $n-c$ zwischen $a-b$ und $a+b$, also n zwischen $a-b+c$ und $a+b+c$, so wird das Integral von $n-c$ angerechnet, für kleinere n von $a-b$. Fällt $n+c$ zwischen $a-b$ und $a+b$, also n zwischen $a-b-c$ und $a+b-c$, so wird das Integral bis zu $n+c$ genommen, für gröfsere n bis zu $a+b$. Insofern der *dritte* der Ausdrücke von $F\nu$ bei dem Integrale in Betracht kommt hat man also:

$$\psi n = \int_{a-b}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu, \quad \text{wenn } n > a-b-c < a-b+c$$

$$= \int_{n-c}^{n+c} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu \ldots\ldots\ldots n > a-b+c < a+b-c$$

$$= \int_{n-c}^{a+b} \varphi_2(n-\nu)\,[\nu-b,\ a]\,d\nu \ldots\ldots\ldots n > a+b-c < a+b+c$$

Sammelt man diese 9 Ausdrücke, und bezeichnet man, um abzukürzen,

$$\int_k^l \varphi_2(n-\nu)\,d\nu \int_h^i \varphi_1(\nu-x)\,\varphi x\,dx \quad \text{durch } [k,\ l;\ h,\ i]$$

so erhält man:

α. in dem Falle $a \geqq b+c$

$$[12] \ldots\ldots\ldots \begin{cases} \psi n = [-a-b,\ n+c;\ -a,\ \nu+b] \text{ wenn } n > -a-b-c < -a-b+c \\ \psi n = [n-c,\ n+c;\ -a,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a-b+c < -a+b-c \\ \psi n = [n-c,\ -a+b;\ -a,\ \nu+b] \\ \quad + [-a+b,\ n+c;\ \nu-b,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a+b-c < -a+b+c \\ \psi n = [n-c,\ n+c;\ \nu-b,\ \nu+b] \ldots\ldots n > -a+b+c < a-b-c \\ \psi n = [n-c,\ a-b;\ \nu-b,\ \nu+b] \\ \quad + [a-b,\ n+c;\ \nu-b,\ a] \ldots\ldots n > a-b-c < a-b+c \\ \psi n = [n-c,\ n+c;\ \nu-b,\ a] \ldots\ldots n > a-b+c < a+b-c \\ \psi n = [n-c,\ a+b;\ \nu-b,\ a] \ldots\ldots n > a+b-c < a+b+c \end{cases}$$

β. in dem Falle $a \gtreqless b + c$

$$\left.\begin{array}{lll}
\psi n = [-a-b,\ n+c;\ \ -a,\ \nu+b] & \text{wenn} & n > -a-b-c < -a-b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ n+c;\ \ -a,\ \nu+b] & \ldots\ldots & n > -a-b+c < -a+b-c \\
\psi n = [\ n-c,\ -a+b;\ \ -a,\ \nu+b] & & \\
\quad +[-a+b,\ n+c;\ \ \nu-b,\ \nu+b] & \ldots\ldots & n > -a+b-c < a-b-c \\
\psi n = [\ n-c,\ -a+b;\ \ -a,\ \nu+b] & & \\
\quad +[-a+b,\ a-b;\ \ \nu-b,\ \nu+b] & & \\
\quad +[\ a-b,\ n+c;\ \ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots & n > a-b-c < -a+b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ a-b;\ \ \nu-b,\ \nu+b] & & \\
\quad +[\ a-b,\ n+c;\ \ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots & n > -a+b+c < a-b+c \\
\psi n = [\ n-c,\ n+c;\ \ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots & n > a-b+c < a+b-c \\
\psi n = [\ n-c,\ a+b;\ \ \nu-b,\ a\ ] & \ldots\ldots & n > a+b-c < a+b+c
\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots [12^*]$$

Es kann kein Interesse haben, die noch viel weitläuftiger werdende, und die Unterscheidung mehrerer besonderer Fälle fordernde vollständige Entwickelung des Ausdruckes [11], oder gar eines, noch mehr als vier Fehlerursachen berücksichtigenden, zu verfolgen und die zahlreicheren Unterbrechungen der Stetigkeit von ψn aufzusuchen. Dafs der Fortgang auf diesem Wege in abschreckende Weitläuftigkeiten führt, und doch kein, eine Uebersicht gewährendes Resultat geben kann, wird durch die Formeln [12] und [12*] anschaulich, und damit ist die Absicht ihrer Entwickelung erreicht.

7.

Es sind indessen besondere Fälle vorhanden, in welchen das Zusammenwirken mehrerer Fehlerursachen, zu einem *einfachen* Resultate führt. Mit diesen werde ich mich jetzt beschäftigen.

Einer von ihnen ist der Fall, in welchem die verschiedenen Fehlerursachen nach demselben Gesetze der Wahrscheinlichkeit wirken, welches zur vollständigen Rechtfertigung der Methode der kleinsten Quadrate nothwendig ist. Ich werde zuerst nur *zwei* solcher Fehlerursachen annehmen, also

$$\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-hhxx}, \quad \varphi_{,} y = \frac{h_{,}}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h_{,}h_{,}yy}$$

setzen, und $\mp\infty$ als Grenzen von x und y betrachten. Dann ist (Art. 4)

$$\psi n = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi x . \varphi_{,}(n-x)\,dx = \frac{hh_{,}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-hhxx - h_{,}h_{,}(n-x)^2}\,dx$$

welcher Ausdruck auch

$$\psi n = \frac{hh_{,}\, e^{\frac{-(hh_{,}n)^2}{hh+h_{,}h_{,}}}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left\{x\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})} - \frac{hh_{,}n}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}}\right\}^2} dx$$

geschrieben werden kann, oder wenn man

$$x\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})} - \frac{hh_{,}n}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}} = t$$

setzt:

$$\psi n = \frac{hh_{,}\, e^{-\frac{(hh_{,}n)^2}{hh+h_{,}h_{,}}}}{\pi\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-tt}\,dt$$

Da das Integral bekanntlich $= \sqrt{\pi}$ ist, so wird

$$\psi n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} . \frac{hh_{,}}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}}\, e^{-\left\{\frac{hh_{,}}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}}\right\}^2 nn}$$

oder ψn erhält wieder dasselbe Gesetz, welches für die einzelnen Ursachen angenommen wurde, welches nun aber von der Constante

$$\frac{hh_{,}}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}}$$

statt der in φx und $\varphi_{,} y$ stattfindenden h und $h_{,}$, abhängig geworden ist. Setzt man $\frac{1}{\alpha\sqrt{2}}$ für h, und $\frac{1}{\beta\sqrt{2}}$ für $h_{,}$, wodurch also α und β die mittleren aus den einzelnen Ursachen entstehenden Fehler werden, so wird

$$\left(\frac{hh_{,}}{\sqrt{(hh+h_{,}h_{,})}}\right)^2 = \frac{1}{2(\alpha\alpha+\beta\beta)}$$

und es geht hieraus hervor, dafs das Gesetz der Wahrscheinlichkeit des aus beiden Fehlerursachen zusammengesetzten Fehlers n, keinen andern Unterschied von den zum Grunde gelegten Gesetzen der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen hat, als den, dafs der mittlere Werth des Quadrates von n, die Summe der mittleren Werthe der Quadrate von x und y ist. Da diese Wiederhervorbringung des zum Grunde gelegten Gesetzes bei zwei Fehlerursachen eingetreten ist, so tritt sie auch bei der Verbindung des dadurch zusammengesetzten Fehlers mit einer neuen Fehlerursache derselben Art ein, u. s. w. Man hat also den mittleren Werth des Quadrats des aus einer beliebigen Anzahl ähnlicher Fehlerursachen zusammengesetzten Fehlers

$$mm = \alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma + \text{etc.} \ldots$$

und

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} . e^{-\frac{nn}{2mm}} \ldots\ldots\ldots\ldots [13]$$

Ein anderer, der Aufmerksamkeit würdiger Fall ist der, in welchem die einzelnen zusammenwirkenden Fehlerursachen ihren Wirkungen von gleicher Gröfse *gleiche*, übrigens aber einem beliebigen Gesetze folgende Wahrscheinlichkeiten geben. Dafs die Summe aller Wirkungen $x + y + z + \ldots\ldots$ den Werth n erhalte, ist dann offenbar genau so wahrscheinlich, als wahr-

scheinlich ist, dafs die Summe der Fehler von oben so vielen Beobachtungen, als Fehlerursachen vorhanden sind, $= n$ werde. Die Aufgabe ψn zu bestimmen, ist also in diesem Falle von der von *Laplace* *) aufgelöseten Aufgabe die Summe der Fehler einer Anzahl gleichartiger Beobachtungen zu finden, nicht verschieden; und sie führt, eben so wie diese, zu dem merkwürdigen Resultate, dafs eine Anzahl voneinander unabhängiger, zwar nach einem willkürlichen, aber sämmtlich nach einem gleichen Gesetze wirkender Fehlerursachen, den Ausdruck von ψn der oft angeführten exponentiellen Formel [13] destomehr nähert, *je gröfser* sie ist. *Poisson* hat später **) eine meisterhafte Analyse derselben Aufgabe gegeben; auch die Récherches sur la probabilité des jugements desselben grofsen Geometers, enthalten Vieles was sich darauf bezieht.

8.

Ich werde in diesem und dem folgenden Art. zeigen, dafs beliebig wirkende Fehlerursachen, also willkürliche Annahmen der Functionen φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z$, ... sowohl, als auch der Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c$, ... von x, y, z, ..., unter gewissen Bedingungen, zu der Erzeugung eines Beobachtungsfehlers zusammenwirken, *dessen Gesetz der Wahrscheinlichkeit dasselbe ist* [13], *welches die Methode der kleinsten Quadrate zur wahrscheinlichsten macht.*

Der Ausdruck [7]:

$$\psi n = \frac{1}{i^\mu}\,\Sigma\,\varphi x.\varphi_1 y.\varphi_2 z\ldots.$$

in welchem $\mu+1$ die Anzahl der voneinander unabhängigen Fehlerursachen bezeichnet, würde von der Schwierigkeit, welche die gehörigen Begrenzungen von x, y, z, ... seiner Verfolgung in den Weg legen, frei sein, wenn die durch die Bedingung $x+y+z+\ldots = n$ hervorgebrachte Abhängigkeit dieser Gröfsen voneinander nicht vorhanden wäre. Man kann ihn aber von dieser Bedingung befreien, also x, y, z.... als voneinander unabhängig betrachten, wenn man ihn, unter dem Summenzeichen, mit einer Function von $x+y+z$.... multiplicirt, welche die Eigenschaften hat, für jeden nichtverschwindenden Werth von $x+y+z+\ldots-n$ zu verschwinden und für $x+y+z+\ldots-n=0$ den Werth 1 zu erlangen. Da x, y, z, ... sich von $\frac{1}{i}$ zu $\frac{1}{i}$ verändern (Art. 4) so hat die Function:

$$\frac{\sin i\pi\{x+y+z+\ldots-n\}}{i\pi\{x+y+z+\ldots-n\}}$$

diese Eigenschaften und man erhält durch ihre Einführung:

$$\psi n = \frac{1}{i^{\mu+1}}\,\Sigma\,\varphi x.\varphi_1 y.\varphi_2 z\ldots\frac{\sin i\pi(x+y+z+\ldots-n)}{\pi(x+y+z+\ldots-n)}$$

wo das Summenzeichen sich geradezu auf die Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c$, ... bezieht.

Man kann aber diesem Ausdrucke eine weit zweckmäfsigere Form geben, indem man sich erinnert, dafs

$$\frac{\sin i\pi(x+y+z+\ldots-n)}{\pi(x+y+z+\ldots-n)} = \frac{1}{2\pi}\int_{-i\pi}^{i\pi} e^{(x+y+z+\ldots-n)u\sqrt{-1}}\,du$$

ist; denn dadurch werden x, y, z, ... voneinander abgesondert und der Ausdruck erhält die Form:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi}\int_{-i\pi}^{i\pi}\left(\Sigma\frac{1}{i}\varphi x\, e^{ux\sqrt{-1}}\right)\left(\Sigma\frac{1}{i}\varphi_1 y\, e^{uy\sqrt{-1}}\right)\ldots\ldots e^{-nu\sqrt{-1}}\,du$$

oder, da i unendlich grofs ist und man die einzelnen Summen durch Integrale ausdrücken kann:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-a}^{a}\varphi x.e^{ux\sqrt{-1}}dx\right)\left(\int_{-b}^{b}\varphi_1 y.e^{uy\sqrt{-1}}dy\right)\ldots\ldots\ldots e^{-nu\sqrt{-1}}du \text{ ***}).$$

Setzt man, statt der imaginären Exponentialgröfsen unter den sich auf x, y, z, ... beziehenden Integralzeichen, ihre Ausdrücke durch die trigonometrischen Linien, z. B.

$$e^{ux\sqrt{-1}} = \cos ux + \sqrt{-1}.\sin ux$$

so kann man den in $\sqrt{-1}$ multiplicirten Theil derselben weglassen, weil er aus den zwischen den Grenzen $\mp a$, $\mp b$, $\mp c$.. genommenen Integralen (wegen $\varphi x = \varphi(-x)$, $\varphi_1 y = \varphi_1(-y)$ u. s. w.) verschwindet. Ferner kann man von

$$e^{-nu\sqrt{-1}} = \cos un - \sqrt{-1}.\sin un$$

gleichfalls den in $\sqrt{-1}$ multiplicirten Theil weglassen, da das von einer negativen, bis zu einer gleich grofsen positiven Grenze genommene Integral von

$$\cos ux.\cos uy.\cos uz\ldots\ \sin un.du$$

verschwindet. Man erhält also

$$[14]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\psi n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-a}^{a}\varphi x.\cos ux\,dx\right)\left(\int_{-b}^{b}\varphi_1 y.\cos uy\,dy\right)\ldots\ldots\cos un.du$$

---

*) Theorie analytique des probabilités. Paris 1812. p. 304.

**) Connoissance des Tems 1827 p. 273.

***) Auf eine ähnliche Formel, in welcher aber die Begrenzungen aller Integrale *gleich* sind, gelangt *Poisson* (probabilités des jugements p. 256) bei der Auflösung einer andern Aufgabe.

welcher Ausdruck für jede Anzahl Fehlerursachen und jede Annahme von φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z$, ... richtig, auch nur der Form nach von den im 6ten Art. gegebenen Ausdrücken, z. B. [11], verschieden ist.

Ehe ich diesen Ausdruck weiter verfolge, werde ich seine Anwendung durch ein Beispiel erläutern. Ich werde das zweite der im 4ten Art. ausgeführten Beispiele wieder vornehmen, also

$$\varphi x = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{(aa-xx)}};\quad \varphi_1 y = \frac{1}{2b}$$

setzen. Man hat also nach [14], indem man zuerst nach y integrirt:

$$\psi n = \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\int_{-a}^{a}\frac{\cos ux}{\sqrt{(aa-xx)}}dx\right)\frac{\sin ub}{ub}\cos un\,.\,du$$

oder

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-a}^{a}\left\{\sin u(x+n+b)+\sin u(x-n+b)-\sin u(x+n-b)-\sin u(x-n-b)\right\}\frac{du\,dx}{u\sqrt{(aa-xx)}}$$

integrirt man zuerst in Beziehung auf u und erinnert man sich, dafs

$$\int_{-\infty}^{\infty}\sin ru\,.\,\frac{du}{u}$$

für jeden positiven Werth von $r = \pi$, für jeden negativen $= -\pi$ ist, so wird z. B.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-a}^{a}\sin u(x+n+b)\frac{du\,dx}{u\sqrt{(aa-xx)}} = \pi\int_{-n-b}^{a}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}} - \pi\int_{-a}^{-n-b}\frac{dx}{\sqrt{(aa-xx)}}$$

wofür ich, um abzukürzen $\pi[-n-b,\,a] - \pi[-a,\,-n-b]$ schreiben werde. Man erhält also:

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{[-n-b,a]-[-a,-n-b]+[n-b,a]-[-a,n-b]-[-n+b,a]+[-a,n+b]-[n+b,a]+[-a,n+b]\right\}$$

Wenn

1tens $n > -a-b$ und $< -a+b$, oder $-n > a-b$ und $< a+b$ so ist $n-b < -a$ und $-n+b > a$, weshalb die 3te und 6te dieser Gröfsen $= [-a,a]$ werden, die 4te und 5te aber verschwinden. Setzt man, wie im 4ten Art.,

$$\sin u = \frac{n+b}{a};\quad \sin u' = \frac{n-b}{a}$$

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{(\tfrac{1}{2}\pi+u)-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi+u)\right\}$$

wenn 3tens

$n > a-b$ und $< a+b$, oder $-n > -a-b$ und $< -a+b$ so ist $-n-b < -a$ und $n+b > a$, weshalb das 1te und 8te der Glieder des Ausdruckes $= [-a,a]$ werden, das 2te und 7te aber verschwinden. Man erhält also

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{\pi+(\tfrac{1}{2}\pi-u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')-(\tfrac{1}{2}\pi+u')+(\tfrac{1}{2}\pi-u')+\pi\right\}$$

Dieses alles ist übereinstimmend mit den im 4ten Art. gefundenen Formeln.

Die früher auf die Begrenzungen fallende Schwierigkeit wird durch den Ausdruck [14], auf die in Beziehung auf u auszuführende Integration übertragen. Es ist kein Grund vorhanden, entweder der Form [11] oder der Form [14] *im Allgemeinen* einen Vorzug einzuräumen, sondern die vortheilhafteste Wahl zwischen beiden hängt von der Beschaffenheit der Functionen φx, $\varphi_1 y$, $\varphi_2 z$, ... ab. Allein da der vollständige Ausdruck von ψn, immer wenn die Begrenzungen der einzelnen Fehlerursachen nicht $\mp\infty$ sind, *nicht stetig* ist, und seine Anwendung zur Bearbeitung einer Beobachtungsreihe, aus diesem Grunde, in unüberwindliche Weitläuftigkeiten führen würde, so ist eine *Näherung*, welche sich von dem Ausdrucke von ψn wenig entfernt und die Unterbrechungen seiner Stetigkeit nicht besitzt, wirklich wünschenswerther als der streng richtige Ausdruck. Kommt es darauf an, die Frage: ob eine solche Näherung möglich ist, zu beantworten, und, im Falle ihrer Bejahung, dieselbe aufzusuchen, so erscheint der Vorzug der gegenwärtigen Form, vor der früheren, sehr grofs.

so wird also

$$\psi n = \frac{1}{8b\pi}\left\{(\tfrac{1}{2}\pi+u)-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+\pi+\pi-(\tfrac{1}{2}\pi-u)+(\tfrac{1}{2}\pi+u)\right\};$$

wenn 2tens

$n > -a+b$ und $< a-b$, oder $-n > -a+b$ und $< a-b$ so geht keine der Gröfsen $-n-b$, $n-b$, $-n+b$, $n+b$ über die Grenzen $\mp a$ hinaus und alle Glieder des Ausdruckes bleiben ungeändert, so dafs man erhält:

9.

Laplace hat bekanntlich gezeigt, dafs die Entwickelung von Ausdrücken, welche als Functionen *grofser Zahlen* betrachtet werden können, durch die Berücksichtigung dieses Umstandes, im Allgemeinen erleichtert werden kann. Sowohl er selbst, als auch *Poisson*, haben hieraus, bei der Auflösung vieler Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung, grofsen Nutzen gezogen, und auch die gegenwärtige wird dadurch, falls sie das Zusammenwirken *vieler* Fehlerursachen von nicht sehr

ungleicher Gröfse betrifft, näherungsweise auflöslich. In diesem Falle ist es klar, dafs das im Ausdrucke [14] enthaltene Product:

$$\left(\int_{-a}^{a}\varphi x.\cos ux\,dx\right)\left(\int_{-b}^{b}\varphi_{,}y.\cos uy\,dy\right)\left(\int_{-c}^{c}\varphi_{2}z\cos uz\,dz\right)\ldots\ldots$$

welches den gröfsten Werth, dessen er fähig ist, erlangt, wenn $u=0$ gesetzt wird, für einigermaafsen beträchtliche Werthe von ux, uy, uz, ..., deren Cosinusse merklich kleiner werden als 1, sehr klein werden mufs.

Wenn man es daher als eine Function von u betrachtet, so ist es zweckmäfsig, ihr die Form: Me^{-U} zu geben, in welcher U eine Function von u ist, die für $u=0$ verschwindet und mit u wächst, und in welcher M den gröfsten Werth des Products, also da $\int_{-a}^{a}\varphi x\,dx=1$, $\int_{-b}^{b}\varphi_{,}y.dy=1$, u.s.w. sind, die Zahl 1 bedeutet. Ich wähle also die Form:

$$[15]\ldots\ldots\ldots\ldots e^{-U}=\left(\int_{-a}^{a}\varphi x\cos ux\,dx\right)\left(\int_{-b}^{b}\varphi_{1}y\cos uy\,dy\right)\left(\int_{-c}^{c}\varphi_{2}z\cos uz\,dz\right)\ldots\ldots\ldots$$

und werde nun U aufsuchen.

Entwickelt man $\varphi x.\cos ux\,dx$ in die Reihe

$$\varphi x\,dx\left\{1-\frac{uuxx}{2}+\frac{u^4x^4}{24}-\frac{u^6x^6}{720}+\ldots\right\}$$

und bezeichnet man:

$$\int_{-a}^{a}xx\,\varphi x\,dx=\alpha^2;\ \int_{-a}^{a}x^4\varphi x\,dx=\alpha_1{}^4;\ \int_{-a}^{a}x^6\,\varphi x\,dx=\alpha_2^6;\ldots$$

wo also α^2 den mittleren Werth des Quadrats des aus der ersten Ursache hervorgehenden Fehlers, α_1^4 den mittleren Werth seines Biquadrats u. s. w. bedeuten, so hat man

$$\int_{-a}^{a}\varphi x\cos ux\,dx=1-\frac{\alpha^2}{2}uu+\frac{\alpha_1^4}{24}u^4-\frac{\alpha_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

und eben so

$$\int_{-b}^{b}\varphi_{,}y\cos uy\,dy=1-\frac{\beta^2}{2}uu+\frac{\beta_1^4}{24}u^4-\frac{\beta_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

$$\int_{-c}^{c}\varphi_{2}z.\cos uz\,dz=1-\frac{\gamma^2}{2}uu+\frac{\gamma_1^4}{24}u^4-\frac{\gamma_2^6}{720}u^6+\ldots.$$

u. s. w.

Nimmt man, auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens, die Logarithmen von [15] und setzt man

$$\begin{aligned}
[\alpha^2] &= \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\ldots\\
[\alpha^4] &= \alpha^4+\beta^4+\gamma^4+\ldots\\
[\alpha_1^4] &= \alpha_1^4+\beta_1^4+\gamma_1^4+\ldots\\
[\alpha^6] &= \alpha^6+\beta^6+\gamma^6+\ldots\\
[\alpha^2\alpha_1^4] &= \alpha^2\alpha_1^4+\beta^2\beta_1^4+\gamma^2\gamma_1^4+\ldots\\
[\alpha_2^6] &= \alpha_2^6+\beta_2^6+\gamma_2^6+\ldots
\end{aligned}$$

so erhält man

$$[16]\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots U=\frac{[\alpha^2]}{2}uu+\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4+\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720}u^6+\ldots.$$

Ich werde zuerst nur das erste Glied dieses Ausdruckes berücksichtigen, also, der Formel [14] gemäfs,

$$[17]\ldots\ldots\ldots\psi n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du$$

annehmen. Das in diesem Ausdruck vorkommende bestimmte Integral hat *Laplace*, wie ich glaube zuerst, gefunden *); aufser diesem Integrale werde ich später noch einige andere, die darauf reducirt werden können, gebrauchen und deshalb alle zugleich hier anführen:

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du=\frac{\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{[\alpha^2]}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}u^2e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du=\frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(1-\frac{nn}{[\alpha^2]}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}u^4e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du=\frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{5}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(3-\frac{6.nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}u^6e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du=\frac{\sqrt{(2\pi)}}{[\alpha^2]^{\frac{7}{2}}}e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}\left(15-\frac{45.nn}{[\alpha^2]}+\frac{15.n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)$$

Man erhält jede folgende dieser Formeln durch zweimalige Differentiirung der vorangehenden in Beziehung auf n.

Der Ausdruck [17] verwandelt sich hierdurch in:

$$[18]\ldots\ldots\ldots\psi n=\frac{1}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}.e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}$$

welche Formel jedoch nur in *den* Fällen als eine Annäherung an den wahren Ausdruck von ψn angesehen werden kann, in welchen gezeigt werden kann, dafs der Einflufs der weggelassenen Glieder von [16] von geringer Bedeutung ist.

*) Theorie analytique des probabilités p. 96.

Man vervollständigt den Ausdruck [17], indem man ihn, unter dem Integralzeichen mit

$$e^{\frac{[\alpha^2]}{2}uu-U} = e^{-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720}u^6-etc.\dots}$$

oder mit

$$1-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24}u^4-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720}u^6-etc.\dots$$

multiplicirt. Man erhält dadurch

$$\psi n = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du - \frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{48\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u^4 e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un.du$$
$$- \frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{1\,440\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u^6 e^{-\frac{[\alpha^2]}{2}uu}\cos un\,du - etc.\dots$$

und durch die Anwendung der angeführten Ausdrücke der hier vorkommenden Integrale:

$$\psi n = \frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\left\{1-\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24[\alpha^2]^2}\left(3-\frac{6nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)-\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720[\alpha^2]^3}\left(15-\frac{45nn}{[\alpha^2]}+\frac{15n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)-\dots\right\}\dots[19]$$

Hieraus geht hervor, dafs der Ausdruck [18] eine Annäherung an ψn ist, wenn die jetzt hinzugekommenen Glieder, nämlich:

$$-\frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\cdot\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{24[\alpha^2]^2}\left(3-\frac{6nn}{[\alpha^2]}+\frac{n^4}{[\alpha^2]^2}\right)$$

$$-\frac{e^{-\frac{nn}{2[\alpha^2]}}}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\cdot\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{720[\alpha^2]^3}\left(15-\frac{45nn}{[\alpha^2]}+\frac{15n^4}{[\alpha^2]^2}-\frac{n^6}{[\alpha^2]^3}\right)$$

u. s. w.

für alle Werthe von n sehr klein sind. Man bemerkt leicht, dafs sie den gröfsten Werth, dessen sie fähig sind, für $n = 0$ erlangen, also für keinen Werth dieser Gröfse der Grenze:

$$-\frac{1}{\sqrt{[\alpha^2]}\sqrt{(2\pi)}}\left\{\frac{3[\alpha^4]-[\alpha_1^4]}{8[\alpha^2]^2}+\frac{30[\alpha^6]-15[\alpha^2.\alpha_1^4]+[\alpha_2^6]}{48[\alpha^2]^3}+etc.\dots\right\}\dots\dots\dots\dots[20]$$

überschreiten.

Die Gröfsen α, α_1, α_2, ... können immer als von gleicher Ordnung betrachtet werden, eben so β, β_1, β_2, ...; γ, γ_1, γ_2, ... u. s. w. Wenn auch α, β, γ, ... als von gleicher Ordnung angesehen werden können, oder wenn die einzelnen Fehlerursachen mittlere Fehler von gleicher Ordnung hervorbringen, von der Ordnung einer Gröfse k, und wenn die Anzahl der zusammenwirkenden Fehlerursachen, wie oben, durch $\mu+1$ bezeichnet wird, so ist $[\alpha^2]$ von der Ordnung von $(\mu+1)k^2$; $[\alpha^4]$ und $[\alpha_1^4]$ sind von der Ordnung von $(\mu+1)k^4$; $[\alpha^6]$, $[\alpha^2\alpha_1^4]$ und $[\alpha_2^6]$ von der Ordnung von $(\mu+1)k^6$, u. s. w. Man erhält also das erste Glied des eben entwickelten Ausdruckes von der Ordnung von $\frac{1}{\mu+1}$, das zweite Glied desselben von der Ordnung von $\frac{1}{(\mu+1)^2}$, u. s. w. Wenn also die Annahme, dafs α, β, γ,... von gleicher Ordnung sind, statthaft ist, so ist der Ausdruck [18] *mit desto gröfserem Rechte als eine Annäherung an ψn anzusehen, je gröfser die Anzahl der zusammenwirkenden Fehlerursachen* ist. Es ist dagegen kein Grund vorhanden, ihn für eine Näherung zu halten, wenn eine oder einige der Fehlerursachen beträchtlich gröfsere Wirkungen äufsern als die übrigen, oder wenn ihre Anzahl nicht grofs ist. Uebrigens bemerkt man leicht, dafs die Reihe [19] nicht convergiren, also auch nicht Folgerungen zum Grunde gelegt werden kann, welche nicht aus dem schnellen Kleinerwerden ihrer früheren Glieder allein gezogen werden können. Die Natur des Ausdruckes von ψn bringt nämlich, wie ich vorher gezeigt habe, mit sich, dafs er eine nicht-stetige Function von n ist; dieser Eigenschaft kann die Reihe nur entsprechen, wenn sie nicht convergirt, und *allgemein* folgt hieraus, dafs ψn nicht durch eine convergirende Reihe ausgedrückt werden kann. Andere Anwendungen, welche, in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, von dem Principe der *grofsen Zahlen* gemacht worden sind und gemacht werden können, sind im Allgemeinen, in dieser Beziehung, in einem gleichen Falle.

10.

Fälle, in welchen nicht *viele* von einander unabhängige Ursachen zusammenwirkten, um einen Beobachtungsfehler zu erzeugen, sind wahrscheinlich sehr selten; selbst in sehr einfach erscheinenden Beobachtungsarten können oft zahlreiche Ursachen ihrer Fehler nachgewiesen werden. Um dieses durch ein Beispiel zu erläutern, werde ich annehmen, dafs eine Reihe von Entfernungen eines Fixsterns von dem Scheitelpunkte oder Pole, mit einem, nach *Reichenbach*scher Art eingerichteten Meridiankreise beobachtet sei, und versuchen, die Ursachen der Fehler aufzuzählen, welche sich in der Zusammenstellung ihrer Resultate verrathen. Das Instrument mufs zuerst auf



den Stern eingestellt werden, und diese Einstellung kann aus verschiedenen Ursachen fehlerhaft werden, nämlich 1tens, weil eine Grenze der Kraft des Fernrohrs vorhanden ist, innerhalb welcher seine Richtung willkürlich bleibt; 2tens weil der Punkt des Bildes des Sterns, den man in die Absehenslinie zu bringen beabsichtigt, innerhalb gewisser Grenzen willkürlich sein kann, welche bei grofsen und hellen Sternen ohne Zweifel weiter auseinander liegen, als bei kleineren weniger hellen, und woraus hervorgehen kann, dafs bei Nacht und bei Tage, oder bei hellerem und weniger hellem Himmel, verschiedene Punkte gewählt werden; 3tens weil der Stern sich selten oder nie ruhig, sondern in zitternder, von dem Mangel des Gleichgewichts der Luft herrührender Bewegung zeigt, und also eine, zwischen den äufsersten Grenzen dieser Bewegung liegende Wahl getroffen werden mufs. Hiezu gesellen sich Fehlerursachen, welche von der Einstellung des Instruments ganz unabhängig sind, z. B. 4tens ein Einflufs der Elasticität seines Metalls, welcher, zufälligen äufseren Umständen zufolge, bald diesen, bald jenen Werth erhalten, auch zur Folge haben kann, dafs die Richtung des Fernrohrs, in dem Augenblicke des Ablesens der Beobachtung, nicht mehr dieselbe ist, welche sie bei seiner Einstellung war; 5tens eine Unsicherheit der Angabe des Kreises, welche aus kleinen Ungleichheiten der Entfernungen seiner eigenen Theilstriche und der Theilstriche der Nonien hervorgeht, und welcher sich als veränderlicher Fehler äufsert, da gewöhnlich, bei jeder Wiederholung der Beobachtung, andere Theilstriche zur Coincidenz gelangen; 6tens die aus der begrenzten Schärfe des optischen Hülfsmittels, wodurch die Ablesungen erlangt werden, hervorgehende Unsicherheit; 7tens die aus dem Umstande hervorgehenden Fehler, dafs die Schätzung der Angaben der Nonien nur z. B. bis auf die Hälfte des kleinsten Zwischenraumes von 2″, welchen sie angeben, getrieben werden kann, wodurch alle an den vier Nonien dieser Instrumente abgelesenen Beobachtungen, sich immer mit einer vollen, einer viertel, halben oder dreiviertel Secunde, nie aber mit anderen Theilen derselben schliefsen. Ferner kommen dazu äufsere Umstände, z. B. 8tens der Einflufs der Körperwärme des Beobachters auf den Kreis oder andere Theile des Apparats; 9tens der Einflufs einer, im Allgemeinen vorhandenen, Verschiedenheit der Wärme zwischen dem unteren und oberen Rande des Kreises, welcher Spannungen in seinem Metalle und Veränderungen seiner Figur erzeugt. Auch veranlafst 10tens die Voraussetzung, dafs die Wasserwage der Alhidade bei jeder Ablesung, sich im nicht beeinträchtigten Zustande des Gleichgewichts befinde, einen zufälligen Fehler; 11tens geht ein solcher aus der Annahme hervor, dafs das Instrument zwischen zwei mit einander zu vergleichenden Beobachtungen in vollkommen gleichem Zustande geblieben sei, während doch die Bemerkung von Aenderungen, welche es in kürzerer oder längerer Zeit erfährt, nicht selten ist. Mit dem sogenannten Beobachtungsfehler vermischt sich auch 12tens der Einflufs, welchen die fehlerhafte Annahme hat, dafs der Zustand der Atmosphäre, so wie Barometer und Thermometer ihn angeben, genau der sei, wonach die Gröfse der jedesmaligen Strahlenbrechung sich richtet, und 13tens der Einflufs kleiner Unvollkommenheiten der Reductionselemente der Beobachtungen. Ich werde vermuthlich in dieser Aufzählung von Ursachen, welche zur Erzeugung eines scheinbaren Beobachtungsfehlers zusammenwirken, mehrere übersehen haben, so wie ich der zufälligen Unachtsamkeit in der Ausführung einzelner Momente der Beobachtungen, nicht vortheilhafter oder unruhiger Beleuchtung der Fäden und der Theilstriche, der Einflüsse der Kälte auf das Instrument u. s. w. nicht habe erwähnen wollen. Immer aber wird durch diese Aufzählung von Fehlerursachen der Zweck erreicht, bemerklich zu machen, dafs selbst diese einfache Beobachtungsart einen Gesammtfehler zeigen mufs, welcher aus zahlreichen Ursachen entsteht, deren jede von den übrigen unabhängig wirkt.

Es ist das Bestreben des Künstlers, welcher ein Instrument verfertigt, seine *einzelnen* Theile so anzuordnen, dafs sie das was sie leisten sollen, mit *gleichmäfsiger* Genauigkeit leisten. Es würde unnütz sein, einem Kreise einen grofsen Halbmesser und bis auf Kleinigkeiten sichere Theilungen zu geben, wenn er nur ein kleines, wenig sichere Einstellungen gewährendes Fernrohr tragen sollte. Wenn es dagegen in der Absicht liegt, in den ersteren Beziehungen das Aeusserste zu leisten, so ist jedesmal auch die Absicht vorhanden, ein dieser Leistung angemessenes Fernrohr anzuwenden. Auch die Wasserwage, wodurch der Scheitelpunkt erkannt werden soll, giebt der Künstler *gleichmäfsige* Vollendung, und sein ganzes Nachdenken wendet er an, um *alle* Theile des Instruments so zu zuführen, dafs nicht die Mangelhaftigkeit des einen, den Vortheil vernichte, welchen die Vollendung der übrigen hervorbringt. Der Beobachter, der das Instrument anwendet, bestrebt sich gleichfalls, dieser Anwendung eine der Genauigkeit des Instruments *gleichmäfsige* Sicherheit zu geben. Er wird Beobachtungen als ungenügend erkennen, wenn die äufseren Umstände so ungünstig sind, dafs sie ihm Zweifel erzeugen, welche er für *ungleichmäfsig* mit der Genauigkeit des Apparats hält. Während er z. B. eine, bis auf einige Secunden gehende Unsicherheit, welche das Zittern der Luft verursacht, für sehr bedeutend hält, wenn er mit einem grofsen und genauen Instrumente beobachtet, mufs sie ihm unbedeutend erscheinen, wenn er ein mit einem schwachen Fernrohre versehenes Instrument von kleinem Halbmesser, welches, auch bei der ruhigsten Luft, viel gröfsere Unsicherheiten übrig lassen würde, anwendet. Es ist nicht die *Gröfse* der Unsicherheit, welche diesen Unterschied veranlafst, sondern nur ihr *verschiedenes Verhältnifs* zu anderen vorhandenen Fehlerursachen.

Aus dieser Darstellung der Beobachtungen im Allgemeinen [...]d der wesentlichen Beschaffenheit eines guten Apparats und [...]ner, ihm angemessenen Beobachtungsreihe, scheint mir her[...]vorzugehen, dafs man die *beiden* Annahmen, unter welchen [...]as im 9ten Art. erlangte Resultat näherungsweise richtig ist, [...]icht für so selten gerechtfertigt halten darf, als man, ohne [...]nauere Betrachtung der Beobachtungsarten und Apparate, [...]ielleicht geneigt sein mögte. Die erste dieser Annahmen ist, [...]afs *viele* Ursachen zur Hervorbringung des Beobachtungsfeh[...]lers *zusammenwirken*; die zweite, dafs unter den, aus den [...]inzeinen Ursachen hervorgehenden mittleren Fehlern, *keiner die übrigen beträchtlich übertreffe.* Wenn diese Annahmen er[...]laubt sind, nähert sich immer die Wahrscheinlichkeit des Ge[...]sammtfehlers n einer Beobachtung, der Form:

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} \cdot e^{-\frac{nn}{mm}}$$

d. h. demselben Gesetze, wovon *Gaufs* zuerst gezeigt hat, dafs [...]s das von der Vorschrift des arithmetischen Mittels gefor[...]derte ist.

11.

Ohne Ausnahme kann zwar die Richtigkeit der beiden Annahmen, worauf dieses Resultat beruhet, nicht vorausgesetzt [...]erden, und ich habe selbst, im 2ten Art., einen Fall angeführt, [...]n welchem sie nicht stattfand; dort war eine, die übrigen *beträchtlich übertreffende* Fehlerursache vorhanden und sie [...]folgte für sich allein einem ganz anderen Gesetze, wefshalb [...]ieses in den Beobachtungen vorzugsweise hervortrat. Aber [...]s scheint, dafs die Beobachtungsarten, wenigstens die astro[...]nomischen, *selten* so einfach sind, dafs sie nicht die Annahmen [...]nd ihr Resultat mehr oder weniger rechtfertigen sollten.

Ich halte für zweckmäfsig, hierüber das Zeugnifs von [...]stronomischen Beobachtungen selbst anzuführen. Ich habe [...] den Fundamentis Astronomiae pro Ao. 1755 p. 19) abge[...]zählt, wie viele Fehler sich, bei verschiedenen Beobachtungs[...]reihen *Bradleys*, innerhalb enger, von 0 bis zu den gröfsten [...]ehlern fortgehender Begrenzungen fanden. Die eine dieser [...]bzählungen habe ich auf 300 Beobachtungen der Declinationen [...]iger häufig beobachteten Sterne gegründet; die andere auf [...] Beobachtungen der Rectascensionen in Zeit ausgedrückt; [...] dritte auf 470 Beobachtungen weit zusammengesetzterer [...]t, nämlich der Rectascensionen einiger Fixsterne, so wie sie [...] ihren Rectascensionsunterschieden von der Sonne, deren [...]ctascensionen aus ihren beobachteten Declinationen berechnet [...]den sind, hervorgehen. Diese Abzählungen werde ich jetzt [...] den Fall von 100 Beobachtungen reduciren, und sie mit [...] auf die Annahme

$$\psi n = \frac{1}{m\sqrt{(2\pi)}} e^{-\frac{nn}{2mm}}$$

gegründeten Theorie, so vergleichen, dafs ich mm durch die Summe der Quadrate der Fehler bestimme, während, in den Fund. Astr. selbst, eine andere Bestimmungsart angewandt worden ist.

1. Beobachtungen der Declinationen

$m = \pm 1''6237$

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0"0 — 0"4	22,0	19,5	— 2,5
0,4 — 0,8	19,3	18,3	— 1,0
0,8 — 1,2	18,3	16,2	— 2,1
1,2 — 1,6	9,3	13,6	+ 4,3
1,6 — 2,0	9,0	10,6	+ 1,6
2,0 — 2,4	7,7	7,9	+ 0,2
2,4 — 2,8	3,3	5,5	+ 2,2
2,8 — 3,2	5,0	3,6	— 1,4
3,2 — 3,6	2,7	2,2	— 0,5
3,6 — 4,0	1,3	1,3	0,0
4,0 etc....	2,0	1,4	— 0,6

2. Beobachtungen der Rectascensionen.

$m = \pm 0''2283$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0"0 — 0"1	38,0	33,5	— 4,5
0,1 — 0,2	28,0	28,0	0,0
0,2 — 0,3	17,7	19,2	+ 1,5
0,3 — 0,4	8,0	10,9	+ 2,9
0,4 — 0,5	4,7	5,1	+ 0,4
0,5 — 0,6	2,0	2,0	0,0
0,6 — 0,7	1,0	0,7	— 0,3
0,7 — 0,8	0,3	0,2	— 0,1
0,8 — 0,9	0,3	0,0	— 0,3

3. Beobachtung der absoluten Rectascensionen.

$m = \pm 0''4033$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0"0 — 0"1	20,0	19,6	— 0,4
0,1 — 0,2	18,7	18,4	— 0,3
0,2 — 0,3	16,6	16,3	— 0,3
0,3 — 0,4	12,4	13,6	+ 1,2
0,4 — 0,5	10,8	10,6	— 0,2
0,5 — 0,6	7,7	7,8	+ 0,1
0,6 — 0,7	5,5	5,4	— 0,1
0,7 — 0,8	3,0	3,6	+ 0,6
0,8 — 0,9	2,1	2,1	0,0
0,9 — 1,0	1,5	1,3	— 0,2
1,0 etc....	1,7	1,3	— 0,4

Diese drei Beobachtungsreihen sind von sehr verschiedener Art; ich werde aber noch ein viertes Beispiel anführen, bei welchem die Fehler durch wieder andere Ursachen hervorgebracht seyn müssen. Ich nehme es von 100 Rectascensionen des Polarsterns her, welche ich in den J. 1813 bis 1815 mit dem älteren Passagen-Instrumente der Königsberger Sternwarte beobachtet habe.

4. Rectascensionen des Polarsterns.

$m = \pm 1''3093$ Zeit.

Grenzen.	Beobb.	Theorie.	Untersch.
0"0 — 0"4	25	24,0	— 1,0
0,4 — 0,8	22	21,9	— 0,1
0,8 — 1,2	19	18,2	— 0,8
1,2 — 1,6	11	13,7	+ 2,7
1,6 — 2,0	9	9,5	+ 0,5
2,0 — 2,4	8	6,0	— 2,0
2,4 — 2,8	2	3,4	+ 1,4
2,8 — 3,2	3	1,8	— 1,2
3,2 — 3,6	1	0,9	— 0,1
3,6 etc....	0	0,6	+ 0,6

Die aus diesen vier Beispielen hervorgehende nahe Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Forderung, welche die Theorie, unter der Voraussetzung des Stattfindens der beiden oft erwähnten Annahmen macht, ist geeignet dieses zu rechtfertigen; und zwar desto geeigneter, je zahlreicher die von anderen Reihen astronomischer Beobachtungen hergenommenen Beispiele sind, welche ich *für* dasselbe hätte anführen können. Es ist nicht wahrscheinlich, dafs die *einzelnen* Ursachen, aus deren Zusammenwirkung die Fehler so verschiedenartiger Beobachtungsreihen entstehen, jede für sich, dasselbe exponentielle Gesetz der Wahrscheinlichkeit ihrer Wirkungen haben sollten, und dafs, aus *diesem* Grunde, dem 7ten Art. zufolge, dieses Gesetz sich auch in ihrer Zusammenwirkung zeigte; vielmehr ist es wahrscheinlich, und durch die früher angeführten Verfolgungen specieller Fälle auch anschaulich geworden, dafs diese einzelnen Ursachen nach sehr verschiedenen Gesetzen wirken, und die nahe Uebereinstimmung zwischen der Erfahrung und dem exponentiellen Gesetze, nur durch das *Zusammenwirken* einer grofsen Zahl derselben hervorgebracht wird.

Diese Untersuchung führt also, im Allgemeinen (nicht ohne mögliche Ausnahme, deren eine ich angeführt habe) zu dem Gesetze der Wahrscheinlichkeit der Fehler zurück, auf welches die Methode der kleinsten Quadrate Anfangs gegründet wurde, und welches spätere Betrachtungen über die Willkür, welche das Gesetz der Fehler immer hat, wenn die Art ihrer Entstehung aus *einer* Ursache nicht bekannt ist, wieder aufzugeben veranlafsten.

Bessel.

Verzeichnifs meiner astronomischen Uhren, welche ich für beigesetzte Preise zu verkaufen beabsichtige.

	ℛ	Holl. Duc.
1. Ein Regulator von *P. Bofenschen* in Hannover in Mahagoni-Kasten mit Stiftengang und Quecksilber-Pendel. Geht einen Monat.........für	300	38
2. Ein Regulator von *Lion* vor 10 Jahren in Hamburg gemacht, mit Stiftengang und Rostpendel von 5 stählernen und 4 messingenen Stangen mit Gewichten, 8tägig, mit Schlüssel aufzuziehen für..................................	200	25
3. Ein Regulator von *J. A. Libberts* in Hamburg mit Emaille-Zifferblatt, auf eine besondere Art eingerichtet, indem das Werk nur 3 Räder und 2 Getriebe hat; die Erfindung ist von Dr. *Franklin* in Philadelphia. 8tägig und mit Schnur zum Aufziehen und QuecksilberPendel für....	250	32
4. Ein Regulator in Mahagoni-Kasten mit viereckigem Zifferblatt von *J. A. Libberts* in Hamburg. Mit Schlüssel aufzuziehen und Quecksilber-Pendel. *Grahams* Hacken. 8tägig. für	260	33
5. Ein 8tägiger Box-Chronometer von *Levitt* Nr. 512 in einem Kasten, für..........................	750	94
Dieser Chronometer ist jetzt beim Uhrmacher *Lorentzen* in Altona, der ihn sehr lobt.		
6. Ein alter Regulator von *J. Magellan* in Mahagoni-Kasten und mit Quecksilber-Pendel, auf Sternzeit ajustirt. *Grahams* Hacken. Mit Schlüssel aufzuziehen, für..........................	200	25
Ferner ein Gregorianisches 5füfsiges Teleskop mit Gestell für..........................	200	25

Hamburg, Vorstadt St. Pauli hinter der Reeperbahn, Monat Juli 1838.

Th. Blacker.

Inhalt.

Altona 1838. October 4.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 360.

Ueber die Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo bei einer Sternbedeckung der Stern ein- und austritt.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

Die astronomischen Ephemeriden, und unter diesen namentlich die *Encke*schen, sind unter andern auch für die Beobachtung von Sternbedeckungen für den praktischen Astronomen von [illegible] Nutzen. Namentlich leisten die *Encke*schen Ephemeriden durch die Aufnahme der *Bessel*schen Constanten für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen dem Beobachter große Hülfe, indem sie ihn in den Stand setzen, mit wenig Mühe nicht nur die Ein- und Austrittszeiten, sondern auch den Ort des Mondrandes, wo der Ein- oder Austritt geschieht, bis auf sehr Weniges genau im voraus berechnen zu können. Wenn nun gleich diese Berechnung hinsichtlich der Ein- und Austrittszeiten alles erfüllt, was man wünschen kann, so läßt doch die aus derselben hervorgehende Bestimmung des Punktes des Mondrandes, wo die Erscheinung statt findet, noch etwas zu wünschen übrig. Durch Hülfe eines Winkels, welcher dort Q genannt wird, bestimmt man vom Declinationskreise, der durch den Stern gelegt wird, ausgehend den fraglichen Punkt des Mondrandes, aber diese Bestimmung ist in der Praxis deswegen mangelhaft, weil es, wenn man nicht an einem mit parallactischer Aufstellung versehenen Fernrohre beobachtet, oder wenn der Mond nicht im Meridiane steht, sehr schwer ist, die Lage des Declinationskreises sich zu vergegenwärtigen, und selbst wenn dieses möglich ist, doch der Winkel Q nur nach dem Augenmaaße geschätzt werden kann. Es ist jedoch vorzüglich für Austritte am hellen Mondrande von sehr wesentlichem Nutzen den fraglichen Punkt des Mondrandes im Voraus genau zu kennen, damit man die Aufmerksamkeit ungetheilt darauf richten könne; ja es läßt sich erwarten, daß wenn dieses möglich gemacht wird, die Beobachtungen der Austritte am hellen Rande denen am dunklen Rande an Genauigkeit nicht nachstehen werden.

Um den fraglichen Punkt genau im Voraus zu bestimmen, [illegible] die vortreffliche *Beer-Mädler*sche Mondkarte ein [illegible] an die Hand, welches nichts zu wünschen übrig läßt, [illegible] man sich in den Stand gesetzt sieht, die selenocentrische Lage des fraglichen Punktes im Voraus bequem berechnen zu können. Man lernt somit den Mondfleck kennen, an welchem der Stern hervortreten wird, und kann ihn bei der Beobachtung mit Sicherheit ins Auge fassen.

Diese Idee theilte der Herr Hofrath *Gauss* mir kürzlich mündlich mit und forderte mich auf, die Formeln für diesen Zweck zu entwickeln und zu publiciren. Indem ich hiemit dieser angenehmen Aufforderung Genüge leiste, spreche ich zugleich den Wunsch aus, daß der Herr Professor *Encke* inskünftige die Data für diese Berechnung den schätzenswerthen Angaben seiner Ephemeriden hinzufügen möchte. Zufolge der Auflösung, die ich gefunden habe, ist in den Ephemeriden die Angabe von drei Constanten für jede Sternbedeckung außer den bisherigen erforderlich, und diese Constanten werden, wie man weiter unten sehen wird, durch Auflösung eines schiefwinklichen sphärischen Dreiecks gefunden, ihre Berechnung erfordert also nur wenig Mühe. Weniger Mühe hat alsdann der Beobachter, um aus diesen Constanten und dem Winkel Q die selenocentrische Lage des Punktes des Mondrandes zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt geschieht, denn er braucht nur ein rechtwinkliches sphärisches Dreieck aufzulösen.

1.

Seyen x, y, z die Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes vom Mittelpunkte der Erde ausgehend so genommen, daß die positive Axe der x im Aequator nach dem Frühlingsaequinox, die positive Axe des y nach 90° Grader Aufsteigung, und die positive Achse der z nach dem Nordpole gerichtet ist. Seyen ferner ξ, η, ζ die Coordinaten irgend eines Punktes E der Oberfläche der Erde vom Mittelpunkte derselben ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel, ferner x', y', z' die Coordinaten irgend eines Punktes M der Mondoberfläche von dem Punkte E ausgehend, und jenen Coordinaten resp. parallel; endlich ξ', η', ζ' die auf den Mondmittelpunkt bezogenen, und jenen resp. parallelen Coordinaten des Punktes M. Somit haben wir sogleich die Gleichungen

$$x' = x - \xi + \xi'; \quad y' = y - \eta + \eta'; \quad z' = z - \zeta + \zeta'.$$

2.

Bezeichnen wir nun mit ξ'', η'', ζ'' andere auf den Mittelpunkt des Mondes bezogene Coordinaten des Punktes *M*, die solche Lage haben sollen, dafs die positive Axe die der ξ'' nach irgend einem Punkte des Mondaequators, dessen selenocentrische Länge λ ist, die positive Axe der η'' im Mondaequator nach dem Punkte, dessen selenocentrische Länge $90^\circ + \lambda$ ist, und die positive Axe der ζ'' nach dem Nordpole des Mondaequators gerichtet ist, so haben wir

$$\xi' = a\,\xi'' + b\,\eta'' + c\,\zeta''$$
$$\eta' = a'\,\xi'' + b'\,\eta'' + c'\,\zeta''$$
$$\zeta' = a''\,\xi'' + b''\,\eta'' + c''\,\zeta''$$

Nennen wir aber ☊ die Länge des aufsteigenden Knotens des Mondaequators auf dem Erdaequator, i die gegenseitige Neigung dieser beiden Aequatoren, und ψ den Bogen des Mondaequators von der positiven Axe der ξ'' bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators auf dem Erdaequator, dann giebt die sphärische Trigonometrie

$$\begin{aligned}
a &= \cos ☊ \cos\psi - \sin ☊ \sin\psi \cos i \\
b &= -\cos ☊ \sin\psi - \sin ☊ \cos\psi \cos i \\
c &= \sin ☊ \sin i \\
a' &= \sin ☊ \cos\psi + \cos ☊ \sin\psi \cos i \\
b' &= -\sin ☊ \sin\psi + \cos ☊ \cos\psi \cos i \\
c' &= -\cos ☊ \sin i \\
a'' &= \sin\psi \sin i \\
b'' &= \cos\psi \sin i \\
c'' &= \cos i
\end{aligned}$$

3.

Sey nun

α, δ, r Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Mondmittelpunktes in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;

α', δ, r' Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes *M* in Beziehung auf den Punkt *E*;

μ, φ, ρ Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung des Punktes *E* in Beziehung auf den Erdmittelpunkt;

μ' der Winkel, den eine durch den Punkt *M* und der Rotationsaxe des Mondes gelegte Ebene mit der Ebene der $\xi''\zeta''$ macht;

φ' der Winkel, den die von dem Punkte *M* nach dem Mondmittelpunkte gezogene Linie mit der Ebene der $\xi''\eta''$ macht, oder mit anderen Worten φ' die selenocentrische Polhöhe des Punktes *M*;

ρ' der Halbmesser des Mondkörpers;

Dann haben wir

$$\begin{aligned}
x &= r\cos\delta\cos\alpha & x' &= r'\cos\delta'\cos\alpha' \\
y &= r\cos\delta\sin\alpha & y' &= r'\cos\delta'\sin\alpha' \\
z &= r\sin\delta & z' &= r'\sin\delta' \\
\xi &= \rho\cos\varphi\cos\mu & \xi'' &= \rho'\cos\varphi'\cos\mu' \\
\eta &= \rho\cos\varphi\sin\mu & \eta'' &= \rho'\cos\varphi'\sin\mu' \\
\zeta &= \rho\sin\varphi & \zeta'' &= \rho'\sin\varphi'
\end{aligned}$$

Substituiren wir diese Werthe der Coordinaten, so wie die Ausdrücke des vorigen Artikels in die Gleichungen des Art. 1, so ergiebt sich

$$\begin{aligned}
r'\cos\delta'\cos\alpha' &= r\cos\delta\cos\alpha - \rho\cos\varphi\cos\mu + \rho'\cos\varphi'\cos ☊ \cos(\mu'+\psi) - \rho'\cos\varphi'\sin ☊ \sin(\mu'+\psi)\cos i + \rho'\sin\varphi'\sin ☊ \sin i \\
r'\cos\delta'\sin\alpha' &= r\cos\delta\sin\alpha - \rho\cos\varphi\sin\mu + \rho'\cos\varphi'\sin ☊ \cos(\mu'+\psi) + \rho'\cos\varphi'\cos ☊ \sin(\mu'+\psi)\cos i - \rho'\sin\varphi'\cos ☊ \sin i \\
r'\sin\delta' &= r\sin\delta - \rho\sin\varphi + \rho'\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i + \rho'\sin\varphi'\cos i
\end{aligned}$$

Um den Bogen $\mu'+\psi$ zu erklären, sey ν die vom Frühlingsaequinox an gerechnete selenocentrische Länge des Punktes *M*, dann haben wir, vermöge der Eigenschaft, dafs der aufsteigende Knoten des Mondaequators auf der Ecliptik immer mit dem absteigenden Knoten der Mondbahn auf der Ecliptik zusammenfällt, den Bogen des Mondaequators von dem Durchschnitte des durch *M* gehenden Declinationskreises an bis zu dem aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit der Ecliptik $= \nu - \Theta + 180^\circ$, wenn Θ die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn auf der Ecliptik bedeutet. Nennen wir nun Δ den Bogen des Mondaequators von dem aufsteigenden Knoten dieser Ebene mit der Ecliptik an bis zu dem aufsteigenden Knoten derselben Ebene mit dem Erdaequator, so erhalten wir den Bogen des Mondaequators von dem Punkte ν an bis zum aufsteigenden Knoten des Mondaequators mit dem Erdaequator $= \nu - \Theta + 180^\circ + \Delta$. Aber dieser Bogen ist zufolge der vorhergehenden Erklärungen gleich der Summe der Bögen μ' und ψ, wir haben also

$$\mu' + \psi = \nu - \Theta + 180^\circ + \Delta.$$

Es ist jedoch zweckmäfsiger, die selenocentrischen Längen von dem Punkte des Mondaequators an zu zählen, welcher der Erde zugekehrt die Mitte der Mondscheibe einnimmt, wenn die Librationen Null sind, und so ist es auch auf der Beer-*Mädler*schen Mondkarte geschehen; wir müssen daher die Länge ν auf diesen Anfangspunkt reduciren. Nennen wir von diesem mittleren Mittelpunkte der Mondscheibe an gezählt positiv nach Westen und negativ nach Osten für das unbewaffnete Auge, L die Länge des Punktes *M*, so haben wir in Folge der gleichförmigen Rotationsbewegung des Mondes und der Identität seiner Rotationszeit mit seiner Umlaufszeit um die Erde, $\nu = L + l + 180^\circ$, wenn l die mittlere Mondlänge bedeutet, und somit ergiebt sich endlich

$$\mu' + \psi = L + l - \Theta + \Delta$$

4.

Die Formeln des vorigen Artikels geben, wenn die Lage irgend eines Punktes *M* der Mondoberfläche, das heifst φ' und L

gegeben sind, die Grade Aufsteigung α', die Abweichung δ' und die Entfernung r' dieses Punktes in Beziehung auf irgend einen gegebenen Punkt E der Oberfläche der Erde und für irgend eine gegebene Zeit. Sie geben aber auch, wenn sie demgemäfs aufgelöst werden, den Punkt M der Mondoberfläche, welcher von irgend einem gegebenen Punkte E der Erdoberfläche aus zu einer gegebenen Zeit irgend einem gegebenen, durch α', δ' bezeichneten Punkte der Himmelskugel entspricht, sie geben folglich auch den Punkt der Oberfläche des Mondes, welcher dem Ein- oder Austritte eines Sterns entspricht, wenn wir mit α' und δ' die Grade Aufsteigung und Abweichung dieses Sterns bezeichnen, und übrigens den in diesen Formeln vorkommenden Gröfsen die Bedingung unterlegen, dafs die Linie von dem Punkte E nach dem Punkte M, das ist die Gesichtslinie von dem Auge des Beobachters nach dem Punkte α'. δ' die Mondkugel tangire.

Die Formeln, welche diese Bedingung ausdrücken, entnehme ich aus meiner in Nr. 339—42 abgedruckten Abhandlung über die Verfinsterungen auf der Erde überhaupt. Beschränken wir die dortigen Formeln auf Sternbedeckungen, so wird $a = \alpha'$, $d = \delta'$, $u = \rho'$, und da dort $r_{,}^2 = u^2 + z_{,}^2$ ist, so wird $z_{,} = \sqrt{(r_{,}^2 - u^2)} = r'$. Hiemit gehen die Gleichungen (9) und die dritte Gleichung (4) der genannten Abhandlung in folgende über:

$$\rho' \sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') + \rho\cos\varphi\sin(\mu-\alpha')$$
$$\rho'\cos\theta = r\sin\delta\cos\delta' - r\cos\delta\sin\delta'\cos(\alpha-\alpha') - \rho\sin\varphi\cos\delta' + \rho\cos\varphi\sin\delta'\cos(\mu-\alpha')$$
$$r' = r\sin\delta\sin\delta' + r\cos\delta\cos\delta'\cos(\alpha-\alpha') - \rho\sin\varphi\sin\delta' - \rho\cos\varphi\cos\delta'\cos(\mu-\alpha')$$

wo θ der Winkel ist, den der durch den Ort des Sterns gelegte Declinationskreis mit dem durch den Ort des Sterns und den Mittelpunkte des Mondes gelegten gröfsten Kreise macht. Dieser Winkel ist so gezählt, dafs er Null ist, wenn, während diese beiden Kreise zusammenfallen, der Mondmittelpunkt nördlich vom Stern ist, von dieser Stellung ausgehend wächst er, wenn der Mittelpunkt des Mondes sich westlich von jenem Declinationskreise entfernt.

5.

Multipliciren wir nun die erste der in Art. 3 entwickelten Gleichungen mit $-\sin\alpha'$, die zweite mit $\cos\alpha'$, und addiren sie; multipliciren wir dann die erste mit $\cos\alpha'$, die zweite mit $\sin\alpha'$, und addiren sie, so erhalten wir

$$0 = r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') - \rho\cos\varphi\sin(\mu-\alpha') + \rho'\cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) + \rho'\cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i - \rho'\sin\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin i$$
$$r'\cos\delta' = r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha') - \rho\cos\varphi\cos(\mu-\alpha') + \rho'\cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) - \rho'\cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i + \rho'\sin\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin i$$
$$r'\sin\delta' = r\sin\delta \quad - \rho\sin\varphi \quad + \rho'\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i + \rho'\sin\varphi'\cos i$$

Multipliciren wir ferner die zweite Gleichung des Art. 4 mit $-\sin\delta'$, die dritte mit $\cos\delta'$, und addiren sie; multipliciren wir endlich die zweite dieser Gleichungen mit $\cos\delta'$, die dritte mit $\sin\delta'$, und addiren sie, dann gehen diese Gleichungen in folgende über:

$$\rho'\sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-\alpha') + \rho\cos\varphi\sin(\mu-\alpha')$$
$$r'\cos\delta' - \rho'\sin\delta'\cos\theta = r\cos\delta\cos(\alpha-\alpha') - \rho\cos\varphi\cos(\mu-\alpha')$$
$$r'\sin\delta' + \rho'\cos\delta'\cos\theta = r\sin\delta - \rho\sin\varphi$$

Die Verbindung dieser Gleichungen mit den vorhergehenden giebt sogleich

$$\sin\theta = \cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) + \cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i - \sin\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\sin i$$
$$\sin\delta'\cos\theta = \cos\varphi'\cos(\Omega-\alpha')\cos(\mu'+\psi) - \cos\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin(\mu'+\psi)\cos i + \sin\varphi'\sin(\Omega-\alpha')\sin i$$
$$-\cos\delta'\cos\theta = \cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i + \sin\varphi'\cos i$$

und hieraus erhalten wir durch Multiplicationen mit $\sin(\Omega-\alpha')$, $\cos(\Omega-\alpha')$, $\sin i$ und $\cos i$ ohne Mühe

$$\cos\varphi'\cos(\mu'+\psi) = \sin(\Omega-\alpha')\sin\theta + \sin\delta'\cos(\Omega-\alpha')\cos\theta$$
$$\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi) = \cos(\Omega-\alpha')\cos i\sin\theta - \{\cos\delta'\sin i + \sin\delta'\cos i\sin(\Omega-\alpha'\}\cos\theta$$
$$\sin\varphi' = -\cos(\Omega-\alpha')\sin i\sin\theta - \{\cos\delta'\cos i - \sin\delta'\sin i\sin(\Omega-\alpha'\}\cos\theta$$

welche die Auflösung unserer Aufgabe enthalten.

6.

In den eben gefundenen Gleichungen ist θ die einzige Gröfse, die von der Lage des Beobachtungsortes abhängt. Die Coefficienten von $\sin\theta$ und $\cos\theta$ sind nur von der Lage des Mondaequators und dem Orte des bedeckten Sterns abhängig, sie können also in den astronomischen Ephemeriden für eine Sternbedeckung ein für allemal angegeben werden, und wenn dieses geschehen ist, ist es für jeden Beobachter, welcher ohnehin die Ein- und Austrittszeiten für seinen Beobachtungsort, und somit auch den Winkel θ berechnet ein Leichtes vermittelst der eben gefundenen Formeln den Punkt der Mondoberfläche zu berechnen, wo der Ein- oder Austritt statt findet, und sich diesen vermittelst der *Beer-Mädler*schen Mondkarte zu vergegenwärtigen.

In den vorstehenden Formeln sind sechs Constanten enthalten und die in dem Bogen $\mu'+\psi$ enthaltenen bekannten Gröfsen fügen diesen noch eine siebente Constante hinzu; ich werde aber jetzt zeigen, dafs sich diese auf drei Constanten

zurückführen lassen. Diese Reduction liefse sich leicht durch rein analytische Betrachtungen ausführen, ich werde indefs, weil dieses etwas kürzer zum Ziele führt, einige geometrische Betrachtungen anwenden. Die Coefficienten $\cos(\text{☊}-\alpha')\sin i$ und $\cos\delta'\cos i - \sin\delta'\sin i\sin(\text{☊}-\alpha')$ zeigen sogleich, dafs i, $90-\delta'$ und $90°-(\text{☊}-\alpha')$ zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel eines sphärischen Dreiecks sind. Wenn wir daher die übrigen Stücke dieses Dreiecks $90°-\varphi_{,}$, $-(\mu_{,}+\psi)$ und c nennen, so dafs den Seiten i, $90°-\delta'$, $90°-\varphi$, resp. die Winkel c, $-(\mu_{,}+\psi)$, $90°-(\text{☊}-\alpha')$ gegenüber liegen, so giebt uns die sphärische Trigonometrie sogleich

$$\begin{aligned}
\cos\varphi_{,}\sin c &= \sin i\cos(\text{☊}-\alpha')\\
\cos\varphi_{,}\cos c &= \cos\delta'\cos i - \sin\delta'\sin i\sin(\text{☊}-\alpha')\\
\sin\varphi_{,} &= \sin\delta'\cos i + \cos\delta'\sin i\sin(\text{☊}-\alpha')\\
-\cos(\mu_{,}+\psi)\cos c - \sin(\mu_{,}+\psi)\sin c\sin\varphi_{,} &= \sin(\text{☊}-\alpha')\\
\cos(\mu_{,}+\psi)\sin c - \sin(\mu_{,}+\psi)\cos c\sin\varphi_{,} &= \cos(\text{☊}-\alpha')\sin\delta'\\
-\sin(\mu_{,}+\psi)\cos c + \cos(\mu_{,}+\psi)\sin c\sin\varphi_{,} &= \cos(\text{☊}-\alpha')\cos i\\
\cos\delta'\cos(\text{☊}-\alpha') &= -\sin(\mu_{,}+\psi)\cos\varphi_{,}\\
\sin i\cos(\text{☊}-\alpha) &= \sin c\cos\varphi_{,}.
\end{aligned}$$

Multipliciren wir die dritte dieser Gleichungen mit $\sin(\text{☊}-\alpha)$, dann erhalten wir nach einer leichten Umstellung

$$\sin\varphi_{,}\sin(\text{☊}-\alpha') + \cos\delta'\cos(\text{☊}-\alpha').\sin i\cos(\text{☊}-\alpha') = \cos\delta'\sin i + \sin\delta'\cos i\sin(\text{☊}-\alpha)$$

Substituiren wir nun in das erste Glied der linken Seite dieser Gleichung für $\sin(\text{☊}-\alpha')$ seinen Werth aus der vorstehenden vierten Gleichung, und für die beiden Factoren, aus welchen das zweite Glied der linken Seite besteht, ihre Werthe aus den beiden letzten vorstehenden Gleichungen, so ergiebt sich sogleich

$$-\sin(\mu_{,}+\psi)\sin c - \cos(\mu_{,}+\psi)\cos c\sin\varphi_{,} = \cos\delta'\sin i + \sin\delta'\cos i\sin(\text{☊}-\alpha')$$

Hiemit gehen die letzten Gleichungen des vorigen Artikels sogleich in folgende über

$$\begin{aligned}
\cos\varphi'\cos(\mu'+\psi) &= -\cos(\mu_{,}+\psi)\sin(\theta-c) - \sin(\mu_{,}+\psi)\sin\varphi_{,}\cos(\theta-c)\\
\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi) &= -\sin(\mu_{,}+\psi)\sin(\theta-c) + \cos(\mu_{,}+\psi)\sin\varphi_{,}\cos(\theta-c)\\
\sin\varphi' &= -\cos\varphi_{,}\cos(\theta-c)
\end{aligned}$$

und diese verwandelt man leicht in folgende

$$\begin{aligned}
\cos\varphi'\sin(\mu'-\mu_{,}) &= \sin\varphi_{,}\cos(\theta-c)\\
\cos\varphi'\cos(\mu'-\mu_{,}) &= -\sin(\theta-c)\\
\sin\varphi' &= -\cos\varphi_{,}\cos(\theta-c)
\end{aligned}$$

Nehmen wir nun an, dafs

$$\mu_{,}+\psi = L_{,}+l-\Theta+\Delta$$

sey, so haben wir

$$\mu'-\mu_{,} = L-L_{,}$$

und die vorstehenden Formeln gehen in folgende über

$$(A)\ldots\ldots\begin{cases}\operatorname{cotg}\varphi'\sin(L-L_{,}) = -\operatorname{tg}\varphi_{,}\\ \operatorname{cotg}\varphi'\cos(L-L_{,}) = \sec\varphi_{,}\operatorname{tg}(\theta-c)\end{cases}$$

wo zu bemerken ist, dafs φ' positiv genommen werden mufs, wenn $\theta-c$ im zweiten oder dritten Quadranten, hingegen φ' negativ genommen werden mufs, wenn $\theta-c$ im ersten oder vierten Quadranten liegt.

7.

Die Gleichungen (A) des vorigen Artikels geben jedem Beobachter mit geringer Mühe die selenocentrische Position des Punktes des Mondrandes, wo der bedeckte Stern ein- oder austritt, wenn in den Ephemeriden für jede Sternbedeckung die drei Gröfsen

$$L_{,},\quad \varphi_{,}\ \text{und}\ c$$

angegeben werden. Aus der Betrachtung des im vorigen Artikel erwähnten sphärischen Dreiecks haben wir für die Berechnung dieser Gröfsen sogleich die Formeln

$$\begin{aligned}
\cos\varphi_{,}\sin M &= -\cos\delta'\cos(\text{☊}-\alpha')\\
\cos\varphi_{,}\cos M &= \sin\delta'\sin i - \cos\delta'\cos i\sin(\text{☊}-\alpha')\\
\sin\varphi_{,} &= \sin\delta'\cos i + \cos\delta'\sin i\sin(\text{☊}-\alpha')\\
\sin c &= -\frac{\sin i\sin M}{\cos\delta'}
\end{aligned}$$

wo M für $\mu_{,}+\psi$ geschrieben ist. Da der Winkel c nie grofs werden kann, so kann man ihn immer mit hinreichender Sicherheit durch seinen Sinus berechnen. Man kann für die Berechnung dieser Gröfsen auch die *Gauss*ischen Formeln anwenden. Dasselbe eben erwähnte sphärische Dreieck giebt auch

$$\begin{aligned}
\sin(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\sin\tfrac{1}{2}(c+M) &= -\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\text{☊}-\alpha'))\cos(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\sin(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\cos\tfrac{1}{2}(c+M) &= \cos(45°+\tfrac{1}{2}(\text{☊}-\alpha'))\cos(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\cos(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\sin\tfrac{1}{2}(c-M) &= \sin(45°+\tfrac{1}{2}(\text{☊}-\alpha'))\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'+i))\\
\cos(45°-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\cos\tfrac{1}{2}(c-M) &= \cos(45°+\tfrac{1}{2}(\text{☊}-\alpha))\sin(45°+\tfrac{1}{2}(\delta'-i))
\end{aligned}$$

$\varphi_{\prime}$ wird immer innerhalb der Grenzen $-90°$ und $+90°$ genommen. Aus M haben wir $L_{\prime}$ durch folgende Formel

$$L_{\prime} = M - l + (\Theta - \Delta)$$

Da während der Dauer einer Sternbedeckung ☊ und i sich sehr wenig ändern, so können $\varphi_{\prime}$, c und M unbedenklich als constant angesehen werden, und eben so verhält es sich mit $\Theta - \Delta$; die Gröfse $L_{\prime}$ ändert sich aber mehr, weil sie von der mittleren Mondlänge abhängt. Da aber l sich der Zeit proportional ändert, so ist die Veränderung von $L_{\prime}$ sehr leicht zu berücksichtigen, sobald der Zeitpunkt, für welchen der berechnete Werth derselben gilt, angegeben wird. Am zweckmäfsigsten ist es, $L_{\prime}$ für dieselbe Epoche, auf welche sich die übrigen, für die Vorausberechnung der Zeitmomente einer Sternbedeckung, nöthigen Constanten beziehen, zu berechnen. Die stündliche Veränderung von $L_{\prime}$ kann ein für allemal angeführt werden, damit man nicht nöthig habe, diese aus den Mondtafeln zu entnehmen.

Ich habe im Vorhergehenden den Winkel θ, den ich bei Vorausberechnungen von Sternbedeckungen immer anwende, eingeführt; will man statt dessen den Winkel Q, den *Encke* nach *Bessel* in seinen Ephemeriden zu berechnen lehrt, gebrauchen, so dient die Bemerkung, dafs immer $\theta = 180° - Q$ ist. Führt man diesen Werth in die Gleichungen (A) ein, so ergiebt sich

$$\cot g\, \varphi' \sin(L - L_{\prime}) = -tg\, \varphi_{\prime}$$
$$\cot g\, \varphi' \cos(L - L_{\prime}) = -\sec \varphi_{\prime}\, tg(Q + c)$$

bei deren Anwendung φ' positiv genommen werden mufs, wenn $Q + c$ im ersten oder vierten Quadranten, φ' hingegen negativ genommen werden mufs, wenn $Q + c$ im zweiten oder dritten Quadranten liegt.

Die Länge L ist, weil der fragliche Punkt immer dem mittleren Mondrande nahe ist, auf der Mondkarte manchmal schwer zu bestimmen, und es kann daher, besonders wenn φ' absolut genommen grofs ist, zweckmäfsig seyn, dafür den Bogen des gröfsten Kreises zu wählen, welcher den mittleren Mittelpunkt der Mondscheibe mit dem fraglichen Punkt verbindet. Nennt man diesen Bogen R, so ist

$$\cos R = \cos \varphi' \cos L$$

und R kann durch diese Formel immer sicher bestimmt werden, da dieser Bogen sich nie beträchtlich von 90° entfernt. Mehrentheils ist aber eigentlich die Berechnung der Polhöhe φ' hinreichend, man kann diese aber, wenn sie grofs ist, nicht genau berechnen, ohne zuvor den Bogen $L - L_{\prime}$ berechnet zu haben.

Ich erwähne beiläufig, dafs sich aus den Formeln des Art. 3 auch die Librationen des Mondes auf einfache Art ableiten lassen, und dafs die Berechnung derselben für irgend einen Punkt der Oberfläche der Erde von drei Constanten abhängig ist, die nur aus Gröfsen, die sich auf den Mittelpunkt der Erde beziehen, zusammengesetzt sind.

Die hier vorkommenden Gröfsen i, ☊ und Δ sind übrigens ganz dieselben, die *Encke* in den letzten Bänden seines Jahrbuches unter der Ueberschrift i, ☊$'$ und Δ' gegeben hat. Sie hängen von folgenden Gleichungen ab, worin ε die Schiefe der Ecliptik, und I die Neigung des Mondaequators gegen die Ecliptik bedeutet.

$$\sin \tfrac{1}{2}(\Delta - \text{☊}) \sin \tfrac{1}{2} i = \sin \tfrac{1}{2}(\varepsilon - I) \cos \tfrac{1}{2} \Theta$$
$$\cos \tfrac{1}{2}(\Delta - \text{☊}) \sin \tfrac{1}{2} i = -\sin \tfrac{1}{2}(\varepsilon + I) \sin \tfrac{1}{2} \Theta$$
$$\sin \tfrac{1}{2}(\Delta + \text{☊}) \cos \tfrac{1}{2} i = \cos \tfrac{1}{2}(\varepsilon - I) \cos \tfrac{1}{2} \Theta$$
$$\cos \tfrac{1}{2}(\Delta + \text{☊}) \cos \tfrac{1}{2} i = \cos \tfrac{1}{2}(\varepsilon + I) \sin \tfrac{1}{2} \Theta.$$

8.

Um eine Anwendung der obigen Formeln zu geben, habe ich zuvörderst die Constanten für die im *Encke*schen Jahrbuche angekündigten Sternbedeckungen des Monats September dieses Jahres berechnet, und werde die Constanten für die Bedeckungen der übrigen Monate dieses Jahrs nachfolgen lassen,

1838.

		$\varphi_{\prime}$	$L_{\prime}$	c
Sept. 2.	43 κ Capric.	− 5° 53′	86° 28′	+ 17° 41′
3.	70 Aquarii	− 3 26	87 50	+ 20 42
4.	20 n Piscium	− 1 37	89. 52	+ 21 55
5.	44 t ——	− 0 46	92 7	+ 21 55
7.	27 ψ Arietis	+ 3 31	95 14	+ 17 42
8.	58 ζ ——	+ 3 55	96 45	+ 14 54
—	66 ——	+ 4 54	96 27	+ 13 57
9.	59 χ Tauri	+ 5 18	97 38	+ 9 39
12.	47 Gemin.	+ 5 50	97 37	− 5 50
13.	19 λ Cancri	+ 5 42	97 2	− 11 51
30.	50 Aquarii	− 4 8	85 8	+ 19 45

NB. Die Constante $L_{\prime}$ gilt für die in der *Encke*schen Ephemeride der Sternbedeckungen angeführte Zeitepoche T. Die Veränderung von $L_{\prime}$ ist $= -32'9$ für jede mittlere Stunde nach dieser Epoche.

Da die Anwendung dieser Constanten so sehr einfach ist, so wird wohl nicht nöthig seyn, diese durch ein Beispiel zu erläutern.

Seeberg 1838. Aug. 20.

Hansen.

Constanten zur Berechnung der selenographischen Lage des Punktes, wo die vom Monde bedeckten Sterne ein- und austreten, für die Monate October, November und December des Jahres 1838.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

1838.		$\varphi_{,}$	$L_{,}$	c
Octbr. 2.	(270) Piscium	−1° 5′	89° 4′	+21° 58′
—	(33) ———	−0 16	89 1	+21 57
3.	(252) ———	+0 20	91 19	+21 23
8.	(236) Tauri	+5 59	98 13	+1 43
10.	2 ω^1 Cancri	+6 6	98 5	−10 11
—	4 ω^2 ———	+5 53	98 12	−10 18
25.	60 a Sagittarii	−6 47	82 50	+10 1
28.	70 Aquarii	−3 22	85 0	+20 39
29.	20 n Piscium	−1 33	86 28	+21 54
30.	441 ———	−0 40	88 33	+21 56
Novbr. 1.	19 Arietis	+2 34	92 12	+18 41
—	27 ψ ———	+3 35	92 6	+17 43
2.	58 ζ Arietis	+3 59	94 7	+14 57
—	q Tauri	+4 54	93 49	+13 22
3.	59 χ Tauri	+5 20	95 50	+9 43
4.	(135) Aurigae	+5 47	97 2	+3 9
—	(235) Tauri	+6 0	96 18	+1 45
5.	49 c Aurigae	+6 17	96 49	−2 24
—	25 Gemin.	+6 33	97 36	−2 59
6.	76 c ———	+5 49	97 39	−8 42
9.	37 Leonis	+3 36	95 56	−19 22
10.	Martis Centrum	+2 29	94 41	−20 0
—	63 χ Leonis	+1 51	94 5	−21 7
24.	50 Aquarii	−4 4	85 31	+19 43
—	(2961) Aquarii	−3 58	85 13	+19 57
26.	(270) Piscium	−1 1	87 32	+21 58
—	(33) ———	−0 11	87 0	+21 58
27.	(252) ———	+0 25	88 52	+21 25
30.	59 χ Tauri	+5 21	93 17	+9 44
Decbr. 2.	136 C Tauri	+5 38	93 50	+1 34
—	(287) Aurigae	+5 35	96 4	+0 50
3.	47 Gemin.	+5 49	96 41	−5 45
8.	89 II Leonis	+0 30	92 43	−21 44
14.	(255) m Scorpii	−6 34	86 19	−11 1
20.	28 φ Capricorni	−5 34	85 53	+15 51
22.	85 h^3 Aquarii	−2 25	86 59	+21 9
25.	102 π Piscium	+2 30	89 56	+20 19
26.	27 ψ Arietis	+3 39	91 11	+17 48
27.	65 ———	+4 59	92 20	+14 4
—	9 Tauri	+4 56	92 2	+13 26.
—	23 d Plejadum	+5 12	91 50	+12 44
—	25 η Tauri	+5 18	91 31	+12 38
—	27 f Plejadum	+5 10	91 53	+12 31
—	28 h ———	+5 15	91 55	+12 31
28.	59 χ Tauri	+5 22	93 29	+9 47
29.	(136) Aurigae	+5 47	94 29	+3 5
—	(235) Tauri	+6 0	93 50	+1 49
—	136 C ———	+5 39	93 46	+1 36
—	(287) Aurigae	+5 34	93 57	+0 53
31	76 c Gemin.	+5 47	97 14	−8 37

Die Constante $L_{,}$ gilt für die in der *Encke*schen Ephemeride der Sternbedeckungen T genannte Zeit, und ihre Veränderung ist für jede Stunde nach dieser Epoche $= -32'9$.

Die Planetenbedeckungen können fast immer und vielleicht immer auf gleiche Art wie die Bedeckungen der Fixsterne behandelt werden, da es aber doch wünschenswerth seyn möchte, die Lage des Austrittspunktes genau berechnen zu können, so habe ich dieses Problem auch für den Fall aufgelöst, wo das entferntere Gestirn Parallaxe und Durchmesser zeigt.

Die Gleichungen (9) und die dritte Gleichung (4) meiner in Nr. 339—342 abgedruckten Abhandlung, nemlich die folgenden

$$y_{,} \sin\theta = -r\cos\delta\sin(\alpha-a) + \rho\cos\varphi\sin(\mu-a)$$
$$y_{,} \cos\theta = r\sin\delta\cos d - r\cos\delta\sin d\cos(\alpha-a) - \rho\sin\varphi\cos d + \rho\cos\varphi\sin d\cos(\mu-a)$$
$$z_{,} = r\sin\delta\sin d + r\cos\delta\cos d\cos(\alpha-a) - \rho\sin\varphi\sin d - \rho\cos\varphi\cos d\cos(\mu-a)$$

verbinden den von dem Punkte E der Oberfläche der Erde aus gesehenen Ort des Mittelpunktes des Mondes mit dem Punkte (a, d) der Himmelskugel durch einen gröfsten Kreis, dessen Lage gegen den durch den Punkt (a, d) gehenden Declinationskreis durch den Winkel θ bestimmt wird. Wenn wir in diese Gleichung für die auf den Punkt E bezogenen Coordinaten $y_{,}$, $z_{,}$ und für die auf den Mittelpunkt der Erde bezogene Grade Aufsteigung α, Abweichung δ, und Entfernung r des Mittelpunktes des Mondes die homologen Coordinaten, Grade Aufsteigung, Abweichung und Entfernung irgend eines andern Punktes desselben gröfsten Kreises substituiren, so verbinden dieselben Gleichungen diesen Punkt mit dem Punkte (a, d). Auf demselben gröfsten Kreise liegt der vom Punkte E aus gesehene Mittelpunkt des entfernteren Gestirns, und folglich liegt auch der scheinbare Berührungspunkt beider Gestirne auf diesem gröfsten Kreise. Nennen wir nun die auf den Punkt E bezogenen Coordinaten dieses Berührungspunktes X, Y, Z, die gleichfalls auf den Punkt E bezogene Grade Aufsteigung und Abweichung desselben Punktes α' und δ', und seine Entfernung vom Punkte $E \ldots r'$, so müssen wir, wie leicht zu erkennen ist, nach der Substitution dieser Gröfsen in die obigen Gleichungen, die von dem Radius ρ der Erde abhängigen Glieder weglassen. Wir haben also für den scheinbaren Berührungspunkt

$$Y\sin\theta = -r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)$$
$$Y\cos\theta = r'\sin\delta'\cos d - r'\cos\delta'\sin d\cos(\alpha'-a)$$
$$Z = r'\sin\delta'\sin d + r'\cos\delta'\cos d\cos(\alpha'-a)$$

Ziehen wir diese Gleichungen von den obigen ab, so ergiebt sich

$$\left.\begin{aligned}(Y-y_{,})\sin\theta &= -r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)+r\cos\delta\sin(\alpha-a)-\rho\cos\varphi\sin(\mu-a)\\ (Y-y_{,})\cos\theta &= [r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\varphi]\cos d-[r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\varphi\cos(\mu-a)]\sin d\\ Z-z_{,} &= [r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\varphi]\sin d+[r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\varphi\cos(\mu-a)]\cos d\end{aligned}\right\}\ldots(1)$$

Nennen wir wie in meinem vorigen Aufsatze den Radius der Mondkugel ρ', so haben wir (S. Nr. 339 Art. 4)

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ldots y_{,} = \rho'\sec f + z_{,}\,tg f$$

und dieselbe Gleichung verbindet auch die Coordinaten Y und Z mit einander, wenn wir $\rho' = 0$ machen, denn wenn wir den Halbmesser der Mondkugel gleich Null machen, fällt der scheinbare Berührungspunkt derselben und des entfernteren Gestirns mit dem Mittelpunkte der Mondkugel zusammen, und die übrigen durch die vorstehenden Gleichungen bedingten Umstände bleiben die nemlichen, wenn wir den Radius des entfernteren Gestirns um so viel vergrößern, wie wir den Mondradius verkleinert haben, das ist, wenn wir den Mondradius zum Radius des entfernteren Gestirns addirt uns denken *). Wir haben also

$$Y = Z\,tg f$$

und die Gleichungen $x_{,} = 0$, $x_{,}' = 0$ (S. Nr. 339 Art. 4) geben $X = 0$. Diese beiden Gleichungen zwischen X, Y, Z sind die Gleichungen der vom Punkte E an die Mondkugel am Berührungspunkt des entfernteren Gestirns gezogene Tangente. Verbinden wir diese Gleichungen mit der Gleichung der Mondkugel selbst, das ist mit

$$X^2+(Y-y_{,})^2+(Z-z_{,}) = \rho'^2$$

dann bekommen wir durch Zuziehung der Gleichung (2) ohne Mühe

$$Z-z_{,} = \rho'\sin f;\quad Y-y_{,} = -\rho'\cos f$$

Substituiren wir diese Werthe von $Y-y_{,}$ und $Z-z_{,}$ in die Gleichungen (1), und multipliciren diese dann beziehungsweise mit $\sin d$ und $\cos d$, dann ergiebt sich

$$\begin{aligned}\rho'\cos f\sin\theta &= r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a)-r\cos\delta\sin(\alpha-a)+\rho\cos\varphi\sin(\mu-a)\\ \rho'\sin f\cos d+\rho'\cos f\sin d\cos\theta &= r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a)-r\cos\delta\cos(\alpha-a)+\rho\cos\varphi\cos(\mu-a)\\ \rho'\sin f\sin d-\rho'\cos f\cos d\cos\theta &= r'\sin\delta'-r\sin\delta+\rho\sin\varphi\end{aligned}$$

Gehen wir nun zu den Gleichungen des Art. 3 meines vorigen Aufsatzes über diese Aufgabe über. Multipliciren wir die erste dieser Gleichungen mit $-\sin a$, die zweite mit $\cos a$, und addiren; multipliciren wir dann die erste mit $\cos a$, die zweite mit $\sin a$, und addiren, dann gehen sie in folgende über

$$\begin{aligned}r'\cos\delta'\sin(\alpha'-a) &= r\cos\delta\sin(\alpha-a)-\rho\cos\varphi\sin(\mu-a)+\rho'\cos\varphi'\sin(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)+\rho'\cos\varphi'\cos(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i\\ &\quad -\rho'\sin\varphi'\cos(\Omega-a)\sin i\\ r'\cos\delta'\cos(\alpha'-a) &= r\cos\delta\cos(\alpha-a)-\rho\cos\varphi\cos(\mu-a)+\rho'\cos\varphi'\cos(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)-\rho'\cos\varphi'\sin(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i\\ &\quad +\rho'\sin\varphi'\sin(\Omega-a)\sin i\\ r'\sin\delta' &= r\sin\delta-\rho\sin\varphi+\rho'\cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i+\rho'\sin\varphi'\cos i\end{aligned}$$

Addiren wir diese beziehungsweise zu den vorstehenden Gleichungen, so erhalten wir sogleich

$$\begin{aligned}\cos f\sin\theta &= \cos\varphi'\sin(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)+\cos\varphi'\cos(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i-\sin\varphi'\cos(\Omega-a)\sin i\\ \sin f\cos d+\cos f\sin d\cos\theta &= \cos\varphi'\cos(\Omega-a)\cos(\mu'+\psi)-\cos\varphi'\sin(\Omega-a)\sin(\mu'+\psi)\cos i+\sin\varphi'\sin(\Omega-a)\sin i\\ \sin f\sin d-\cos f\cos d\cos\theta &= \cos\varphi'\sin(\mu'+\psi)\sin i+\sin\varphi'\cos i\end{aligned}$$

und hieraus durch Multiplicationen mit $\sin(\Omega-a)$, $\cos(\Omega-a)$, $\sin i$ und $\cos i$,

$$\begin{aligned}\cos\varphi'\cos(\mu'+\psi) &= \sin f\cos d\cos(\Omega-a)+\cos f\{\sin(\Omega-a)\sin\theta+\sin d\cos(\Omega-a)\cos\theta\}\\ \cos\varphi'\sin(\mu'+\psi) &= \sin f\{\sin d\sin i-\cos d\cos i\sin(\Omega-a)\}+\cos f\{\cos i\cos(\Omega-a)\sin\theta-[\cos d\sin i+\sin d\cos i\sin(\Omega-a]\cos\theta\}\\ \sin\varphi' &= \sin f\{\sin d\cos i+\cos d\sin i\sin(\Omega-a)\}-\cos f\{\sin i\cos(\Omega-a)\sin\theta+[\cos d\cos i-\sin d\sin i\sin(\Omega-a]\cos\theta\}\end{aligned}$$

welche die Auflösung unserer Aufgabe enthalten. Man kann diese Gleichungen auf die nemliche Art, wie in meinem vorigen Aufsatze geschehen ist, vereinfachen. Führt man die Hülfsgrößen $\varphi_{,}$, $L_{,}$ und c ein, welche nunmehr durch folgende Gleichungen berechnet werden müssen

$$\begin{aligned}\sin(45^\circ-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\sin\tfrac{1}{2}(c+M) &= -\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d+i))\\ \sin(45^\circ-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\cos\tfrac{1}{2}(c+M) &= \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d-i))\\ \cos(45^\circ-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\sin\tfrac{1}{2}(c-M) &= \sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d+i))\\ \cos(45^\circ-\tfrac{1}{2}\varphi_{,})\cos\tfrac{1}{2}(c-M) &= \cos(45^\circ+\tfrac{1}{2}(\Omega-a))\sin(45^\circ+\tfrac{1}{2}(d-i))\\ L_{,} &= M-l+(\Theta-\Delta)\end{aligned}$$

---

*) Die Gleichung (2) und die Gleichung $x_{,} = 0$ sind, wenn wir uns $x_{,}$, $y_{,}$ und $z_{,}$ als veränderliche Coordinaten denken die Gleichungen der durch den Mittelpunkt des Mondes gehenden, und mit der Gesichtslinie vom Auge des Beobachters nach dem scheinbaren Berührungspunkte der beiden Gestirne parallelen graden Linie.

dann verwandeln sich die vorstehenden Gleichungen durch das in meinem vorigen Aufsatze ausgeführte Verfahren in folgende

$$\begin{aligned} \cos\varphi' \sin(L - L_{,}) &= \sin f \cos\varphi_{,} + \cos f \sin\varphi_{,} \cos(\theta - c) \\ \cos\varphi' \cos(L - L_{,}) &= \qquad\qquad\qquad - \cos f \sin(\theta - c) \\ \sin\varphi' &= \sin f \sin\varphi_{,} - \cos f \cos\varphi_{,} \cos(\theta - c) \end{aligned}$$

Der Unterschied dieses Resultats von dem für Fixsternbedeckungen erhaltenen Resultate besteht also darin, daſs man in dem Falle, wo das entferntere Gestirn Parallaxe und Halbmesser zeigt, die Hülfsgröſsen $\varphi_{,}$, $L_{,}$ und c nicht mit der auf den Mittelpunkt der Erde bezogenen Graden Aufsteigung α' und Abweichung δ', sondern mit der vom Mittelpunkte des Mondes aus gesehenen Graden Aufsteigung a und Abweichung d des Mittelpunktes dieses Gestirns berechnen muſs, und daſs man bei der Benutzung dieser Hülfsgröſsen jetzt ein schiefwinkliches sphärisches Dreieck aufzulösen hat, in welchem aber der gegebene Winkel (oder wenn man will die gegebene Seite) nur um den immer sehr kleinen Bogen f von 90° verschieden ist.

Da während der Dauer der Bedeckung die Gröſse a von α', und d von δ' nur äuſserst wenig verschieden sind, so kann man sich immer begnügen der Berechnung der Constanten $\varphi_{,}$, $L_{,}$ und c die Gröſsen α' und δ' zu Grunde zu legen, und so habe ich es auch bei der oben angeführten Nov. 10 statt findenden Bedeckung des Mars gemacht. Die immer hinreichend genaue Berechnung dieser Constanten für eine Planetenbedeckung unterscheidet sich also gar nicht von der Berechnung derselben für eine Fixsternbedeckung.

Schlieſslich bemerke ich noch, daſs die obigen Resultate auch **mit Rücksicht auf die Strahlenbrechung** strenge richtig sind, wenn man nur, wo nöthig, bei der Berechnung des Winkels θ auf die Strahlenbrechung Rücksicht genommen hat.

Um zu zeigen, wie für die obige Bedeckung des Mars der Winkel f sich gestaltet, habe ich dessen Werth berechnet und gefunden

für die äuſseren Berührungen $\log \sin f = 5{,}3179 - 10$

für die inneren Berührungen $\log \sin f = 4{,}8108 - 10$

Die Berücksichtigung von f ist also bei der Vorausberechnung dieser Bedeckung ganz überflüssig, denn für die Oerter, wo der Mars hinter dem Monde eine so kleine Sehne beschreibt, daſs diese geringen Werthe von f (beziehungsweise $+4''3$ und $-1''3$) die Lage des Orts am Mondrande, wo er ein- und austritt, beträchtlich ändern könnten, wird die Beobachtung der Bedeckung ohnehin nur ungenau ausfallen können.

Hansen.

A n z e i g e.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, daſs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt mit 8 ℳ Hamburger GrobCourant, oder mit einem holländischen Ducaten, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℳ Hamburger GrobCourant, oder 1½ Ducaten verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℳ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

S.

I n h a l t.

Altona 1838. October 11.

Register.

A.

B.

C.

L.

M.

N.

O.

P.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Y.

Z.

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

wirklichem Etatsrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Schwed. Nordsternordens, des Königl. Preufsischen Rothen Adlerordens dritter Classe, des Kaiserl. Russischen Stanislausordens und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm, Göttingen und Upsala, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

Sechzehnter Band.

mit einem Steindruck, einem Bogen Mondsephemeride, Inhaltsverzeichnifs und Register.

Altona 1839.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

Inhalt.

Nr. 375.

Nr. 376.

Nr. 377.

Nr. 378.

Nr. 379.

Nr. 380. 381.

Nr. 382.

Nr. 383.

Nr. 384.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 361.

Ueber die Summation der Progressionen.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

[I]ch habe hier kein neues Resultat mitzutheilen, sondern nur [ein]e neue Entwickelungsart eines bekannten Resultats. Sie [fü]hrt so vollständig zu demselben, daſs sie mir die Mit[the]ilung zu verdienen scheint. Ich suche die Summe der Progression:

$$S = f\alpha + f(\alpha+\delta) + f(\alpha+2\delta) + \ldots + f(\alpha+n\delta) \ldots [1]$$

Wenn man

$$\tfrac{1}{2}\left\{f[\alpha+(\tfrac{1}{2}-x)\delta] + f[\alpha+(\tfrac{1}{2}+x)\delta]\right\} + \tfrac{1}{2}\left\{f[\alpha+(\tfrac{3}{2}-x)\delta] + f[\alpha+(\tfrac{3}{2}+x)\delta]\right\} + \ldots$$
$$\ldots + \tfrac{1}{2}\left\{f[\alpha+(n-\tfrac{1}{2}-x)\delta] + f[\alpha+(n-\tfrac{1}{2}+x)\delta]\right\} \ldots [2]$$

[du]rch φx bezeichnet, so ist

$$[3] \ldots S = \tfrac{1}{2}f\alpha + \tfrac{1}{2}f(\alpha+n\delta) + \varphi(\tfrac{1}{2})$$

Die Function φx ist für positive und negative Werthe [vo]n x gleich, und kann daher durch die Reihe

$$\varphi x = A^0 + 2A' \cos 2\pi x + 2A'' \cos 4\pi x + \ldots$$

[au]sgedrückt werden, welcher Ausdruck, wenn man ihn nach [un]d nach mit dx, $\cos 2\pi x\,dx$, $\cos 4\pi x\,dx$, ... multiplicirt und von $-\tfrac{1}{2}$ bis $+\tfrac{1}{2}$ integrirt:

$$A^0 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x\,dx$$
$$A' = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 2\pi x\,.\,dx$$
$$A'' = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 4\pi x\,.\,dx$$

u. s. w.

ergiebt. Man hat also

$$\varphi x = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x\,dx + 2\cos 2\pi x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 2\pi x\,dx + 2\cos 4\pi x \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 4\pi x\,dx + \ldots$$

[un]d

$$\varphi(\tfrac{1}{2}) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x\,dx - 2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 2\pi x\,dx + 2\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 4\pi x\,dx \ldots [4]$$

[Di]e einzelnen Theile von [2] haben den Ausdruck:

$$\tfrac{1}{2}\left\{f\left[\alpha+\left(\frac{2h+1}{2}-x\right)\delta\right] + f\left[\alpha+\left(\frac{2h+1}{2}+x\right)\delta\right]\right\}$$

[un]d ihre Summe, von $h=0$ bis $h=n-1$ genommen, ist $=\varphi x$. Man hat also

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 2m\pi x\,.\,dx = \tfrac{1}{2}\sum_0^{n-1}\left\{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f\left[\alpha+\left(\frac{2h+1}{2}-x\right)\delta\right]\cos 2m\pi x\,.\,dx + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f\left[\alpha+\left(\frac{2h+1}{2}+x\right)\delta\right]\cos 2m\pi x\,.\,dx\right\}$$

[wof]ür man, da beide Integrale offenbar einander gleich sind, auch

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi x \cos 2m\pi x\,.\,dx = \sum_0^{n-1}\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f\left[\alpha+\left(\frac{2h+1}{2}+x\right)\delta\right]\cos 2m\pi x\,.\,dx$$

[sch]reiben kann. Setzt man y für $x+\tfrac{1}{2}$, so wird dieser [A]usdruck:

$$= (-1)^m \sum_0^{n-1}\int_0^1 f[\alpha+(h+y)\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

[od]er, indem man das Argument des Cosinus um eine beliebige Anzahl ganzer Peripherien verändern kann,

$$= (-1)^m \sum_0^{n-1}\int_0^1 f[\alpha+(h+y)\delta]\cos 2m\pi(h+y)\,.\,dy$$

und wenn man die *einzelnen* Glieder, auf welche das Zeichen Σ sich bezieht, schreibt:

$$= (-1)^m\left\{\int_0^1 f[\alpha+y\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy + \int_0^1 f[\alpha+(1+y)\delta]\cos 2m\pi(1+y)\,.\,dy + \int_0^1 f[\alpha+(n-1+y)\delta]\cos 2m\pi(n-1+y)\,.\,dy\right\}$$

Die in den Klammern stehende Gröfse ist nun offenbar

$$=\int_0^n f[\alpha+\gamma\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

und man erhält dadurch:

$$[5]\ldots\ldots\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\varphi x\cos 2m\pi x\,.\,dx=(-1)^m\int_0^n f[\alpha+\gamma\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

Man kann diesen Ausdruck in andere Formen bringen, indem man die Integration wiederholt theilweise ausführt: man erhält dadurch

$$\int f[\alpha+\gamma\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy=\frac{1}{2m\pi}f[\alpha+\gamma\delta]\sin 2m\pi y-\frac{1}{2m\pi}\int\frac{df[\alpha+\gamma\delta]}{dy}\sin 2m\pi y\,.\,dy$$

und wenn man dieses fortsetzt,

$$\frac{1}{2m\pi}f[\alpha+\gamma\delta]\sin 2m\pi y+\frac{1}{(2m\pi)^2}\frac{df[\alpha+\gamma\delta]}{dy}\cos 2m\pi y-\frac{1}{(2m\pi)^2}\int\frac{d^2f[\alpha+\gamma\delta]}{dy^2}\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

Das von 0 bis zu der ganzen Zahl n genommene Integral ist daher:

$$\int_0^n f[\alpha+\gamma\delta]\cos 2m\pi y\,.\,dy=\frac{\delta}{(2m\pi)^2}\frac{dF}{d\alpha}-\frac{\delta^2}{(2m\pi)^2}\int_0^n\frac{d^2f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^2}\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

wo satt der Differentialquotienten in Beziehung auf y, die Differentialquotienten in Beziehung auf α, oder

$$\frac{df[\alpha+\gamma\delta]}{dy}=\delta\frac{df[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha}$$

$$\frac{d^2f[\alpha+\gamma\delta]}{dy^2}=\delta^2\frac{d^2f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^2}$$

genommen worden sind und F, um abzukürzen, für $f[\alpha+\gamma\delta]-f\alpha$ gesetzt ist. Man kann ferner für dasselbe Integral schreiben:

$$\frac{\delta}{(2m\pi)^2}\frac{dF}{d\alpha}-\frac{\delta^3}{(2m\pi)^4}\frac{d^3F}{d\alpha^3}+\frac{\delta^4}{(2m\pi)^4}\int_0^n\frac{d^4f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^4}\cos 2m\pi y\,.\,dy$$

und allgemein:

$$\frac{\delta}{(2m\pi)^2}\frac{dF}{d\alpha}-\frac{\delta^3}{(2m\pi)^4}\frac{d^3F}{d\alpha^3}+\ldots\ldots+(-1)^{(i-1)}\frac{\delta^{2i-1}}{(2m\pi)^{2i}}\frac{d^{2i-1}F}{d\alpha^{2i-1}}+(-1)^i\frac{\delta^{2i}}{2(m\pi)^{2i}}\int_0^n\frac{d^{2i}f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^{2i}}\cos 2m\pi y\,.\,dy.$$

Substituirt man diese Umformung in [5] und die Anwendung dieser Formel auf alle Werthe von m, von 1 bis ∞, in [4], so erhält man:

$$\begin{aligned}[6]\ldots\ldots\varphi(\tfrac{1}{2})=\int_0^n f[\alpha+\gamma\delta]\,dy&+\frac{\delta}{2\pi^2}\frac{dF}{d\alpha}\left\{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots\right\}\\&-\frac{\delta^3}{2^3\pi^4}\frac{d^3F}{d\alpha^3}\left\{1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{4^4}+\ldots\right\}\\&+\ldots\\&+\frac{(-1)^{i-1}\,\delta^{2i-1}}{2^{2i-1}\pi^{2i}}\frac{d^{2i-1}F}{d\alpha^{2i-1}}\left\{1+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\ldots\right\}\\&+\frac{(-1)\,\delta^{2i}}{2^{2i-1}\pi^{2i}}\int_0^n\frac{d^{2i}f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^{2i}}\left\{\cos 2\pi y+\frac{\cos 4\pi y}{2^{2i}}+\frac{\cos 6\pi y}{3^{2i}}+\ldots\right\}dy\end{aligned}$$

Das letzte Glied dieses Ausdruckes ist die Ergänzung der bei dem ihm vorangehenden Gliede abgebrochenen Reihe. Man kann dafür

$$+\frac{(-1)^i\,\delta^{2i}}{2^{2i-1}\pi^{2i}}\int_0^n\frac{d^{2i}f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^{2i}}\left\{1+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\ldots-2\sin\pi y^2-\frac{2\sin 2\pi y^2}{2^{2i}}-\frac{2\sin 3\pi y^2}{3^{2i}}-\ldots\right\}dy$$

schreiben, wodurch sein von den Sinussen unabhängiger Theil dem vorangehenden Gliede gleich, aber von entgegengesetztem Zeichen wird. Beide Glieder zusammengenommen sind daher:

$$[7]\ldots\ldots\frac{(-1)^{i-1}\,\delta^{2i}}{2^{2i-2}\pi^{2i}}\int_0^n\frac{d^{2i}f[\alpha+\gamma\delta]}{d\alpha^{2i}}\left\{\sin\pi y^2+\frac{\sin 2\pi y^2}{2^{2i}}+\frac{\sin 3\pi y^2}{3^{2i}}+\ldots\right\}dy$$

und man erhält den vollständigen Ausdruck von $\varphi(i)$, wenn man ihn hiermit, statt mit

$$[8] \ldots\ldots \frac{(-1)^{i-1}\,\delta^{2i-1}}{2^{2i-1}\,\pi^{2i}} \cdot \frac{d^{2i-1}F}{d\alpha^{2i-1}} \left\{1+\frac{1}{2^{2i}}+\frac{1}{3^{2i}}+\frac{1}{4^{2i}}+\ldots\right\}$$

schliefst. Wenn

$$\frac{d^{2i}f[\alpha+y\delta]}{d\alpha^{2i}}$$

zwischen $y=0$ und $y=n$ immer dasselbe Zeichen behält, so haben [7] und [8] offenbar gleiches Zeichen, und es geht hieraus hervor, dafs alsdann die Summe der früheren Glieder einer Ergänzung bedarf, welche das *Zeichen* von [8] hat. Wenn diese Bedingung erfüllt wird, und wenn die Zeichen des Ausdruckes [6] abwechseln, so giebt also sein Abbrechen bei einem positiven Gliede ein zu grofses, bei einem negativen ein zu kleines Resultat.

Bezeichnet man, wie gewöhnlich

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots\ldots \text{durch } S_2$$

$$1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{4^4}+\ldots\ldots \text{durch } S_4$$

$$1+\frac{1}{2^6}+\frac{1}{3^6}+\frac{1}{4^6}+\ldots\ldots \text{durch } S_6$$

u. s. w.

so erhält man, durch die Verbindung von [5] und [6]:

$$\begin{aligned} S = \int_0^n f[\alpha+y\delta]\,dy + \tfrac{1}{2}f\alpha + \tfrac{1}{2}f[\alpha+n\delta] &+ \frac{S_2}{2\pi^2}\cdot\delta\,\frac{d\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha} \\ &- \frac{S_4}{2^3\pi^4}\,\delta^3\,\frac{d^3\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha^3} \\ &+ \frac{S_6}{2^5\pi^6}\,\delta^5\,\frac{d^5\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha^5} \\ &- \text{etc.} \ldots\ldots\ldots\ldots [9] \end{aligned}$$

oder, wenn man die bekannte Relation zwischen den reciproken Reihen und den *Bernoulli*schen Zahlen, nämlich

$$\frac{S_{2i}}{2^{2i-1}\pi^{2i}} = \frac{B_i}{1.2\ldots 2i}$$

benutzt, um statt der ersteren die letzteren einzuführen:

$$\begin{aligned} S = \int_0^n f[\alpha+y\delta]\,dy + \tfrac{1}{2}f\alpha + \tfrac{1}{2}f[\alpha+n\delta] &+ \frac{B_1\delta}{1.2}\,\frac{d\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha} \\ &- \frac{B_2\delta^3}{1.2.3.4}\,\frac{d^3\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha^3} \\ &+ \frac{B_3\delta^5}{1.2.3.4.5.6}\,\frac{d^5\{f[\alpha+n\delta]-f\alpha\}}{d\alpha^5} \\ &- \text{etc.} \ldots\ldots\ldots\ldots [10] \end{aligned}$$

Dieses ist die bekannte Formel für die Summation der Progressionen.

Bessel.

Sternbedeckung beobachtet auf der Göttinger Sternwarte.

Eintritt χ Leonis 1838 Junius 27. $10^h\,9'\,17''7$ M. Z. *Gauss.*
10 9 16,9 —— *Goldschmidt.*

Durch die Güte des Herrn Hofraths und Ritters *Gauss* mitgetheilt. S.

Auszug aus zwei Briefen des Herrn Professors und Ritters *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin den 19ten Septbr. 1838.

Endlich glaube ich Ihnen die Auffindung des Cometen anzeigen zu können. Am 16ten Septbr. fand mein Gehülfe, Herr *Galle*, mit dem grofsen Refractor einen ganz ungemein schwachen Nebel in der Gegend der Ephemeride, den wir etwa 3 Stunden lang verfolgten. Er schien in dieser Zeit augenfällig seine Stelle geändert zu haben. Beobachtet konnte er nur werden vermittelst des Durchgangs durch die Mitte des Gesichtsfeldes, da er auch am Rande verschwand und von Beleuchtung keine Rede seyn konnte. Auch diese Beobachtungen, so wenig

sicher sie waren, gaben doch die Declinations-Aenderung mit gröſserer Uebereinstimmung, als erwartet werden konnte. Am 17ten Septbr. wurde nur nach der bekannten Constellation der neue Ort aufgesucht und ein ganz ähnlicher Nebel von etwa 2 bis 3 Minuten Durchmesser beobachtet. Die Reduction beider Beobachtungen giebt im Mittel

			Fehler d. Ephem.
Sept. 16.	14h 0′ Berl. Zt.	AR. = 38° 13′ 24″	+ 2′ 19″
		Decl. = 33 22 29	+ 1 31
17.	12 0 ——	AR. = 38 13 33	+ 2 48
		Decl. = 33 42 39	+ 1 35

Es müſste ein sonderbares Zusammentreffen von Umständen seyn, wenn dieses nicht der Comet wäre, um so mehr als ich noch vor wenigen Stunden den Fehler in der Declination für weit gröſser hielt und also die Ephemeride uns nicht bestochen haben kann. Es ist nämlich in Ihren Reductionstafeln der Hist. cél. die Correctionstafel für die Declination für 1794 Dec. 18. pag. 133 der H. C. Z. D. = 15°, an der Stelle, wo ich sie gebrauchte, um 2′ 34″ irrig, wie die Vergleichung mit *Bessels* Zonen und mit den *Piazzi*schen Sternen lehrt. Ein flüchtiger Blick hätte mich belehren können, daſs hier ein Fehler sey, da für Decbr. 16. Z. D. 15° und Decbr. 19. Z. D. 19° *p* um 2′ wenigstens verschieden ist und auch im entgegengesetzten Sinne sich ändert. Anfangs glaubte ich deſshalb, der Fehler der Ephemeride sey 4′.

Gerne hätte ich noch eine neue Bestätigung abgewartet, da das Object so ungemein schwach ist, daſs das Auge sich immer erst gewöhnen und anstrengen muſs, um es wieder zu sehen, wenn man einmal vom Fernrohr weggegangen ist. Aber da es jetzt wieder eine trübe Periode zu werden droht, so habe ich vorgezogen, das was ich schon für hinlänglich sicher halte zu geben.

Wie übrigens der Comet zur Zeit des Mondscheins auf einer Sternwarte mit ganz gewöhnlichen Instrumenten gesehen werden sein kann, ist mir unbegreiflich. Ich vermuthe, daſs eine Verwechselung mit andern Nebeln vorgegangen ist, sonst kann ich mir auch bei dem günstigsten Himmel dieses nicht erklären. Herrn *v. Boguslawski's* Wahrnehmungen scheinen ebenfalls sämmtlich nicht zum Cometen zu gehören.

Berlin, den 4ten Octbr. 1838.

Den Cometen haben wir hier so unablässig verfolgt, als das Wetter erlaubte, und trotz dem, daſs wir wegen seiner Schwäche ihn nur in der Mitte eines unerleuchteten Gesichtsfeldes von 14 Minuten Durchmesser einstellen konnten, denn die Beobachtungen der Ein- und Austritte selbst waren nicht möglich, so zeigen doch die Resultate eine verhältniſsmäſsig gute Uebereinstimmung. Das schöne Münchner Instrument hat sich auf diese Weise auch als Aequatoreal bewährt. Die Beobachtungen sind ohne Rücksicht auf Parallaxe.

	M. Berl. Zt.	AR.	Decl.	Diff. der Ephem. AR.	Diff. der Ephem. Decl.	
Sept. 16.	14h 0′ 38″	38° 13′ 24″	+33° 22′ 29″	+1′ 59″	+1′ 32″	6 Vergl.
17.	11 52 0	38 13 33	33 42 32	+2 28	+1 36	9 ——
19.	11 4 10	38 12 15	34 28 0	+3 3	+1 15	7 ——
21.	12 56 54	38 8 9	35 17 57	+3 3	+1 40	6 ——
22.	11 12 13	38 4 45	35 41 40	+3 23	+1 23	7 ——
23.	11 8 5	38 0 40	36 7 28	+3 26	+1 31	6 ——
24.	12 3 58	37 55 3	36 35 30	+3 32	+1 21	6 ——
25.	11 10 9	37 49 43	37 1 44	+2 42	+1 42	8 ——
27.	11 2 15	37 33 23	37 59 42	+2 55	+1 35	7 ——
29.	15 11 27	37 9 12	39 6 37	+3 31	+2 12	8 ——
30.	14 59 44	36 55 48	39 39 18	+3 47	+2 4	8 ——
Oct. 1.	16 30 31	36 38 42	40 15 34	+4 58	+1 58	6 ——

Die letzte Beobachtung ist unsicher, weil gleich nach Untergang des Mondes die Dämmerung schon hinderte und auſserdem ein schwacher Stern, der in dem Cometen-Nebel stand, oder ihm folgte, sein Licht noch mehr verdeckte.

Es geht hieraus hervor, daſs nach den Differential-Coefficienten von Herrn *Bremiker* die mittlere Anomalie um 60″ etwa zu groſs ist, da wahrscheinlich von ihr die Fehler herrühren werden. Der Comet kommt etwa 1½ Stunde später in sein Perihel, als die Rechnung voraussetzt, wodurch die Störungsrechnungen des Herrn *Bremiker* vortrefflich bestätigt werden. Wenn hierin die Hauptquelle des Fehlers liegt, so werden sich später weit gröſsere Fehler zeigen, die am 23sten Oct. auf 9 Minuten in Declination, am 12ten Novbr. auf 18 Minuten in AR. steigen, eine Vergröſserung, die von der Nähe des Cometen an der Erde herrührt und weiter nicht befremden kann.

Der Comet hat an Licht zugenommen, ist aber immer noch sehr schwach und formlos. Seinen Durchmesser schätzen wir auf etwa 2 bis 3 Minuten. In den ersten Tagen war er nur von Zeit zu Zeit und bei gänzlicher Verdunkelung des

Zimmers zu sehen trotz der Lichtstärke des Refraktors. In den letzten Tagen konnte man ihn schon bemerken, wenn auch das Zimmer etwas erhellt war und er war immer sichtbar. Nach dem Mondscheine wird er sich immer besser und besser zeigen.

Von auswärtigen Beobachtern hat, so viel ich weifs, nur Sir *James South* ihn gesehen. Denn die in den Zeitungen von anderen Orten her bekannt gemachten Angaben sind gänzlich falsch. Eine Nachricht setzt ihn bei k Persei hin, etwa 15 bis 20 Grade von seinem wahren Orte.

Ich glaube völlig überzeugt zu seyn, dafs man ihn nicht über 3 Monat etwa vor seinem Durchgange durch das Perihel mit den jetzigen besten Hülfsmitteln sehen kann, womit auch *Struve's* Wahrnehmung im Jahre 1828 stimmt, da die erste Vermuthung, welche 4 Monate vorher damals angeführt wird, mir zweifelhaft erscheint, auch hat *Struve* nur dann erst geglaubt, ihn schon damals gesehen zu haben, als er später ihn bestimmt gefunden. In dem Monat August dieses Jahres konnte er mit dem hiesigen Refractor nicht gesehen werden, geschweige denn mit schwächeren Instrumenten.

Die Beobachtung des Cometen wird mir jetzt, da ich bei dieser Gelegenheit die Güte des Refractors in so mannichfacher Art kennen gelernt habe, noch mehr Vergnügen gewähren. Möge nur der November sich nicht zu ungünstig erweisen.

Encke.

Auflösung einer allgemeinen Aufgabe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

Aufgabe.

Seyen $W=0$, $W'=0$, $W''=0$ etc. Gleichungen, die durch irgend eine Theorie gegeben, zwischen den unbekannten Grössen v, v', v'', etc. statt finden müssen. Sey aber die Anzahl dieser Gleichungen kleiner wie die der unbekannten Gröfsen, so dafs man diese daraus nicht bestimmen kann. Ich nehme nun an, dafs die Bestimmung der unbekannten Gröfsen möglich werde, wenn man die Werthe gewisser Functionen V, V', V'', etc. derselben durch Beobachtungen ermittelt, und frage in dem Falle, wo man eine gröfsere Anzahl der Functionen V, V', V'', etc. als zur vollständigen Bestimmung der unbekannten Gröfsen unumgänglich nothwendig ist, durch Beobachtungen ermittelt hat, nach den wahrscheinlichsten Werthen dieser, und nach dem Gewichte jeder dieser Bestimmungen, so wie nach dem wahrscheinlichsten Werthe irgend einer Function von v, v', v'', etc. und dem Gewichte dieser Bestimmung?

Erste Auflösung.

Seyen L, L', L'', etc. die beobachteten Werthe der Functionen V, V', V'', etc. und die Gewichte dieser Beobachtungen beziehungsweise p, p', p'', etc. Seyen ferner (v), (v'), (v''), etc. die durch irgend eine vorläufige Rechnung gefundenen, genäherten Werthe von v, v', v'', etc. und x, x', x'', etc. die denselben hinzuzufügenden Verbesserungen, so dafs die wahrscheinlichsten Werthe $v=(v)+x$, $v'=(v')+x'$, $v''=(v'')+x''$, etc. sind. Ich nehme an, dafs x, x', x'', etc. so klein seyen, dafs man sowohl in den Functionen V, V', V'', etc. wie in den Gleichungen $W=0$, $W'=0$, $W''=0$, etc. ihre Quadrate und Producte vernachlässigen kann. Seyen (V), (V'), (V''), etc. die Werthe, welche die Functionen V, V', V'', etc. annehmen, nachdem man darin (v), (v'), (v''), etc. beziehungsweise für v, v', v'', etc. substituirt hat. Sey ferner

$$L-(V)=l,\quad L'-(V')=l',\quad L''-(V'')=l'',\ \text{etc.}$$

$$\frac{dV}{dv}=a,\quad \frac{dV}{dv'}=b,\quad \frac{dV}{dv''}=c,\ \text{etc.}\qquad \frac{dW}{dv}=q,\quad \frac{dW}{dv'}=q',\quad \frac{dW}{dv''}=q'',\ \text{etc.}$$

$$\frac{dV'}{dv}=a',\quad \frac{dV'}{dv'}=b',\quad \frac{dV'}{dv''}=c',\ \text{etc.}\qquad \frac{dW'}{dv}=r,\quad \frac{dW'}{dv'}=r',\quad \frac{dW'}{dv''}=r'',\ \text{etc.}$$

$$\frac{dV''}{dv}=a'',\quad \frac{dV''}{dv'}=b'',\quad \frac{dV''}{dv''}=c'',\ \text{etc.}\qquad \frac{dW''}{dv}=s,\quad \frac{dW''}{dv'}=s',\quad \frac{dW''}{dv''}=s'',\ \text{etc.}$$

etc. etc.

Man berechne nun zuerst die Gröfsen:

$$(aa) = pa^2+p'a'^2+p''a''^2+\text{etc.}$$
$$(ab) = pab+p'a'b'+p''a''b''+\text{etc.}$$
$$(ac) = pac+p'a'c'+p''a''c''+\text{etc.}$$
etc.
$$(al) = pal+p'a'l'+p''a''l''+\text{etc.}$$

$$(bb) = pb^2+p'b'^2+p''b''^2+\text{etc.}$$
$$(bc) = pbc+p'b'c'+p''b''c''+\text{etc.}$$
etc.
$$(bl) = pbl+p'b'l'+p''b''l''+\text{etc.}$$
$$(cc) = pc^2+p'c'^2+p''c''^2+\text{etc.}$$
etc.

$$(cl) = pcl + p'c'l' + p''c''l'' + \text{etc.}$$
etc.

und die Gröfsen

$$(bb,1) = (bb) - \frac{(ab)^2}{(aa)}$$
$$(bc,1) = (bc) - \frac{(ab)(ac)}{(aa)}$$
etc.
$$(bl,1) = (bl) - \frac{(ab)(al)}{(aa)}$$

$$(cc,2) = (cc) - \frac{(ac)^2}{(aa)} - \frac{(bc,1)^2}{(bb,1)}$$
etc.
$$(cl,2) = (cl) - \frac{(ac)(al)}{(aa)} - \frac{(bc,1)(bl,1)}{(bb,1)}$$

---

etc.

Alsdann bekommt man y, y', y'', etc. durch folgende Glei-chungen:

$$y = \frac{(al)}{(aa)} - \frac{(ab)}{(aa)}y' - \frac{(ac)}{(aa)}y'' - \text{etc.}$$
$$y' = \frac{(bl,1)}{(bb,1)} - \frac{(bc,1)}{(bb,1)}y'' - \text{etc.}$$
$$y'' = \frac{(cl,2)}{(cc,2)} - \text{etc.}$$

Sey nun

$$\eta = q$$
$$\eta' = q' - \frac{(ab)}{(aa)}\eta$$
$$\eta'' = q'' - \frac{(ac)}{(aa)}\eta - \frac{(bc,1)}{(bb,1)}\eta'$$
$$\eta''' = q''' - \frac{(ad)}{(aa)}\eta - \frac{(bd,1)}{(bb,1)}\eta' - \frac{(cd,2)}{(cc,2)}\eta'';$$
etc.

$$\varkappa = r$$
$$\varkappa' = r' - \frac{(ab)}{(aa)}\varkappa$$
$$\varkappa'' = r'' - \frac{(ac)}{(aa)}\varkappa - \frac{(bc,1)}{(bb,1)}\varkappa'$$
$$\varkappa''' = r''' - \frac{(ad)}{(aa)}\varkappa - \frac{(bd,1)}{(bb,1)}\varkappa' - \frac{(cd,2)}{(cc,2)}\varkappa'';$$
etc.

$$\lambda = s$$
$$\lambda' = s' - \frac{(ab)}{(aa)}\lambda$$
$$\lambda'' = s'' - \frac{(ac)}{(aa)}\lambda - \frac{(bc,1)}{(bb,1)}\lambda'$$
$$\lambda''' = s''' - \frac{(ad)}{(aa)}\lambda - \frac{(bd,1)}{(bb,1)}\lambda' - \frac{(cd,2)}{(cc,2)}\lambda''$$
etc.

und

$$m' = -\frac{(ab)}{(ac)}$$
$$m'' = -\frac{(ac)}{(aa)} - \frac{(bc,1)}{(bb,1)}m' \qquad n'' = -\frac{(bc,1)}{(bb,1)}$$
$$m''' = -\frac{(ad)}{(aa)} - \frac{(bd,1)}{(bb,1)}m' - \frac{(cd,2)}{(cc,2)}m''; \qquad n''' = -\frac{(bd,1)}{(bb,1)} - \frac{(cd,2)}{(cc,2)}n''; \qquad o''' = -\frac{(cd,2)}{(cc,2)}$$
etc. etc. etc.

welche Hülfsgröfsen ich für vier unbekannte Gröfsen vollständig hingeschrieben habe, damit das Gesetz des Fortganges deutlich hervortrete; man rechne ferner

$$(\eta\eta) = \frac{\eta^2}{(aa)} + \frac{\eta'^2}{(bb,1)} + \frac{\eta''^2}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
$$(\eta\varkappa) = \frac{\eta\varkappa}{(aa)} + \frac{\eta'\varkappa'}{(bb,1)} + \frac{\eta''\varkappa''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
$$(\eta\lambda) = \frac{\eta\lambda}{(aa)} + \frac{\eta'\lambda'}{(bb,1)} + \frac{\eta''\varkappa''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
etc.

$$(\varkappa\varkappa) = \frac{\varkappa^2}{(aa)} + \frac{\varkappa'^2}{(bb,1)} + \frac{\varkappa''^2}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
$$(\varkappa\lambda) = \frac{\varkappa\lambda}{(aa)} + \frac{\varkappa'\lambda'}{(bb,1)} + \frac{\varkappa''\lambda''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
etc.

$$(\lambda\lambda) = \frac{\lambda^2}{(aa)} + \frac{\lambda'^2}{(bb,1)} + \frac{\lambda''^2}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
etc.

und überdies

$$(\eta m) = \frac{\eta}{(aa)} + \frac{\eta' m'}{(bb,1)} + \frac{\eta'' m''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\eta n) = \frac{\eta'}{(bb,1)} + \frac{\eta'' n''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\eta o) = \frac{\eta''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
$$(\varkappa m) = \frac{\varkappa}{(aa)} + \frac{\varkappa' m'}{(bb,1)} + \frac{\varkappa'' m''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\varkappa n) = \frac{\varkappa'}{(bb,1)} + \frac{\varkappa'' n''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\varkappa o) = \frac{\varkappa''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$
$$(\lambda m) = \frac{\lambda}{(aa)} + \frac{\lambda' m'}{(bb,1)} + \frac{\lambda'' m''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\lambda n) = \frac{\lambda'}{(bb,1)} + \frac{\lambda'' n''}{(cc,2)} + \text{etc.}; \qquad (\lambda o) = \frac{\lambda''}{(cc,2)} + \text{etc.}$$

Seyen nun

$$\varepsilon = y + (\eta m)\alpha_0 + (\varkappa m)\beta_0 + (\lambda m)\gamma_0 + \text{etc.}$$
$$\varepsilon' = y' + (\eta n)\alpha_0 + (\varkappa n)\beta_0 + (\lambda n)\gamma_0 + \text{etc.}$$
$$\varepsilon'' = y'' + (\eta o)\alpha_0 + (\varkappa o)\beta_0 + (\lambda o)\gamma_0 + \text{etc.}$$
etc.

wo α_0, β_0, γ_0, etc. willkührliche Gröfsen sind, denen m nach Beschaffenheit der Umstände entweder diese oder je endliche Werthe beilegen, oder die man der Null gleich setz kann. Seyen ferner $W = f$, $W' = g$, $W'' = h$ etc. die We the der Gleichungen $W = 0$, $W' = 0$, $W'' = 0$, etc. wen

man darin $(\nu)+s$, $(\nu')+s'$, $(\nu'')+s''$, etc. statt ν, ν', ν'', etc. substituirt hat. Somit mache man

$$(\varkappa\varkappa,1) = (\varkappa\varkappa) - \frac{(\eta\varkappa)^2}{(\eta\eta)}$$

$$(\varkappa\lambda,1) = (\varkappa\lambda) - \frac{(\eta\varkappa)(\eta\lambda)}{(\eta\eta)}$$

etc.

$$g' = g - \frac{(\eta\varkappa)}{(\eta\eta)} f$$

$$(\lambda\lambda,2) = (\lambda\lambda) - \frac{(\eta\lambda)^2}{(\eta\eta)} - \frac{(\varkappa\lambda,1)^2}{(\varkappa\varkappa,1)}$$

etc.

$$h'' = h - \frac{(\eta\lambda)}{(\eta\eta)} f - \frac{(\varkappa\lambda,1)}{(\varkappa\varkappa,1)} g'$$

und bestimme φ, χ, ψ, etc. aus folgenden Gleichungen

$$\varphi = \frac{f}{(\eta\eta)} - \frac{(\eta\varkappa)}{(\eta\eta)}\chi - \frac{(\eta\lambda)}{(\eta\eta)}\psi - \text{etc.}$$

$$\chi = \frac{g'}{(\varkappa\varkappa,1)} - \frac{(\varkappa\lambda,1)}{(\varkappa\varkappa,1)}\psi - \text{etc.}$$

$$\psi = \frac{h''}{(\lambda\lambda,2)} - \text{etc.}$$

etc.

Dann ist

$$x = s - (\eta m)\varphi - (\varkappa m)\chi - (\lambda m)\psi - \text{etc.}$$

$$x' = s' - (\eta n)\varphi - (\varkappa n)\chi - (\lambda n)\psi - \text{etc.}$$

$$x'' = s'' - (\eta o)\varphi - (\varkappa o)\chi - (\lambda o)\psi - \text{etc.}$$

etc. etc.

und somit haben wir die wahrscheinlichsten Werthe $(\nu)+x$, $(\nu')+x'$, $(\nu'')+x''$, etc. unserer unbekannten Größen ν, ν', ν'', etc.

Sey nun X irgend eine reelle Function der Größen ν, ν', ν'', etc. dann bekommt man den wahrscheinlichsten Werth von X, wenn man die eben gefundenen wahrscheinlichsten Werthe von ν, ν', ν'', etc. substituirt. Sey ferner

$$\frac{dX}{d\nu} = A,\quad \frac{dX}{d\nu'} = B,\quad \frac{dX}{d\nu''} = C,\quad \frac{dX}{d\nu'''} = D, \text{ etc.}$$

$$\frac{1}{(P\nu)} = \frac{1}{(aa)} + \frac{m'^2}{(bb,1)} + \frac{m''^2}{(cc,2)} + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{(P\nu')} = \frac{1}{(bb,1)} + \frac{n''^2}{(cc,2)} + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{(P\nu'')} = \frac{1}{(cc,2)} + \text{etc.}$$

etc.

Diese Aufgabe und ihre Auflösung umfaſst zwei *Gauſs*ische Aufgaben als specielle Fälle. Man erhält die Auflösung der Aufgabe der „*Theoria combinationis observationum etc.*", wenn man in den obigen Formeln alle sich auf die Gleichungen $W=0$, $W'=0$, $W''=0$, etc. beziehenden Größen gleich Null macht, man erhält dagegen die Auflösung der Aufgabe des „*Supplementum theoriae combinationis observationum etc.*" wenn man in den obigen Formeln $a=1$, $b=c,=$ etc. $=0$, $b'=1$, $a'=c'=$ etc. $=0$, $c''=1$, $a''=b''=$ etc. $=0$, und

Hiemit berechne man

$$M = A$$

$$M' = B - \frac{(ab)}{(aa)} M$$

$$M'' = C - \frac{(ac)}{(aa)} M - \frac{(bc,1)}{(bb,1)} M'$$

$$M''' = D - \frac{(ad)}{(aa)} M - \frac{(bd,1)}{(bb,1)} M' - \frac{(cd,2)}{(cc,2)} M''$$

etc. etc.

Ferner

$$(\eta M) = \frac{\eta M}{(aa)} + \frac{\eta' M'}{(bb,1)} + \frac{\eta'' M''}{(cc,2)} + \frac{\eta''' M'''}{(dd,2)} + \text{etc.}$$

$$(\varkappa M) = \frac{\varkappa M}{(aa)} + \frac{\varkappa' M'}{(bb,1)} + \frac{\varkappa'' M''}{(cc,2)} + \frac{\varkappa''' M'''}{(dd,2)} + \text{etc.}$$

$$(\lambda M) = \frac{\lambda M}{(aa)} + \frac{\lambda' M'}{(bb,1)} + \frac{\lambda'' M''}{(cc,2)} + \frac{\lambda''' M'''}{(dd,2)} + \text{etc.}$$

etc. etc.

$$(\varkappa M,1) = (\varkappa M) - \frac{(\eta\varkappa)}{(\eta\eta)}(\eta M)$$

$$(\lambda M,2) = (\lambda M) - \frac{(\eta\lambda)}{(\eta\eta)}(\eta M) - \frac{(\varkappa\lambda,1)}{(\varkappa\varkappa,1)}\varkappa M,1)$$

etc. etc.

dann haben wir, wenn wir das Gewicht dieser Bestimmung der Function X mit (PX) bezeichnen,

$$\frac{1}{(PX)} = \frac{M^2}{(aa)} + \frac{M'^2}{(bb,1)} + \frac{M''^2}{(cc,2)} + \frac{M'''^2}{(dd,3)} + \text{etc.}$$

$$- \frac{(\eta M)^2}{(\eta\eta)} - \frac{(\varkappa M,1)^2}{(\varkappa\varkappa,1)} - \frac{(\lambda M,2)^2}{(\lambda\lambda,2)} - \text{etc.}$$

Machen wir in diesen Formeln $A=1$, $B=0$, $C=0$, etc., so erhalten wir das Gewicht von ν, machen wir $A=0$, $B=1$, $C=0$, $D=0$, etc., so erhalten wir das Gewicht von ν', u. s. w. Nennen wir nun diese Gewichte beziehungsweise $(P\nu)$, $(P\nu')$, $(P\nu'')$, etc., so ergiebt sich sogleich

$$- \frac{(\eta m)^2}{(\eta\eta)} - \frac{(\varkappa m,1)^2}{(\varkappa\varkappa,1)} - \frac{(\lambda m,2)^2}{(\lambda\lambda,2)} - \text{etc.}$$

$$- \frac{(\eta n)^2}{(\eta\eta)} - \frac{(\varkappa n,1)^2}{(\varkappa\varkappa,1)} - \frac{(\lambda n,2)^2}{(\lambda\lambda,2)} - \text{etc.}$$

$$- \frac{(\eta o)^2}{(\eta\eta)} - \frac{(\varkappa o,1)^2}{(\varkappa\varkappa,1)} - \frac{(\lambda o,2)^2}{(\lambda\lambda,2)} - \text{etc.}$$

etc.

überdieſs, welches in diesem Falle erlaubt ist, $l=l'=l''=$ etc. $=0$ macht. Den Beweis der obigen Auflösung glaube ich hier weglassen zu dürfen, da ihn jeder durch Hülfe der beiden angeführten Abhandlungen von *Gauſs* leicht wird finden können.

Zweite Auflösung.

Ich schreibe auſser den oben ausdrücklich angeführten unbekannten Gröſsen ν, ν', ν'', etc. noch die unbekannten Gröſsen $\nu_{,}$, $\nu_{,,}$, $\nu_{,,,}$, etc. hin, und bezeichne alle sich auf diese

unbekannten Gröfsen beziehenden Hülfsgröfsen diesen analog. Es sollen aber jetzt $W = f'$, $W' = g'$, $W'' = h'$, etc die Werthe der Gleichungen $W = 0$, $W' = 0$, $W'' = 0$ etc. seyn, wenn darin (ν), (ν'), (ν'') etc. für ν, ν', ν'', etc. und $(\nu_{\prime})$, $(\nu_{\prime\prime})$, $(\nu_{\prime\prime\prime})$ etc. für $\nu_{\prime}, \nu_{\prime\prime}, \nu_{\prime\prime\prime}$, etc. substituirt worden ist. Man bestimme nun zuerst die Gröfsen μ, μ', μ'', etc., ν, ν', ν'', etc. ρ, ρ', ρ'', etc. etc. ζ, ζ', ζ'', etc. aus folgenden Gleichungen

$$q = q_{\prime}\mu + q_{\prime\prime}\mu' + q_{\prime\prime\prime}\mu'' + \text{etc.}; \quad q' = q'\nu + q_{\prime\prime}\nu' + q_{\prime\prime\prime}\nu'' + \text{etc.}; \quad q'' = q_{\prime}\rho + q_{\prime\prime}\rho' + q_{\prime\prime\prime}\rho'' + \text{etc.}, \quad f' = q_{\prime}\zeta + q_{\prime\prime}\zeta' + q_{\prime\prime\prime}\zeta'' + \text{etc.}$$
$$r = r_{\prime}\mu + r_{\prime\prime}\mu' + r_{\prime\prime\prime}\mu'' + \text{etc.}; \quad r' = r_{\prime}\nu + r_{\prime\prime}\nu' + r_{\prime\prime\prime}\nu'' + \text{etc.}; \quad r'' = r_{\prime}\rho + r_{\prime\prime}\rho' + r_{\prime\prime\prime}\rho'' + \text{etc., etc.} \quad g' = r_{\prime}\zeta + r_{\prime\prime}\zeta' + r_{\prime\prime\prime}\zeta'' + \text{etc.}$$
$$s = s_{\prime}\mu + s_{\prime\prime}\mu' + s_{\prime\prime\prime}\mu'' + \text{etc.}; \quad s' = s_{\prime}\nu + s_{\prime\prime}\nu' + s_{\prime\prime\prime}\nu'' + \text{etc.}; \quad s'' = s_{\prime}\rho + s_{\prime\prime}\rho' + s_{\prime\prime\prime}\rho'' + \text{etc.}, \quad h' = s_{\prime}\zeta + s_{\prime\prime}\zeta' + s_{\prime\prime\prime}\zeta'' + \text{etc.}$$
etc. etc. etc. etc.

und alsdann berechne man die Gröfsen $\mathfrak{a}, \mathfrak{a}', \mathfrak{a}''$, etc. $\mathfrak{b}, \mathfrak{b}', \mathfrak{b}''$, etc. $\mathfrak{c}, \mathfrak{c}', \mathfrak{c}''$, etc. etc. $\mathfrak{n}, \mathfrak{n}', \mathfrak{n}''$, etc. aus folgenden Gleichungen

$$\mathfrak{a} = a - b_{\prime}\mu - c_{\prime}\mu' - d_{\prime}\mu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{b} = b - b_{\prime}\nu - c_{\prime}\nu' - d_{\prime}\nu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{c} = c - b_{\prime}\rho - c_{\prime}\rho' - d_{\prime}\rho'' - \text{etc.} \quad \mathfrak{n} = l - b_{\prime}\zeta - c_{\prime}\zeta' - d_{\prime}\zeta'' - \text{etc.}$$
$$\mathfrak{a}' = a' - b_{\prime}'\mu - c_{\prime}'\mu' - d_{\prime}'\mu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{b}' = b' - b_{\prime}'\nu - c_{\prime}'\nu' - d_{\prime}'\nu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{c}' = c' - b_{\prime}'\rho - c_{\prime}'\rho' - d_{\prime}'\rho'' - \text{etc. etc.} \quad \mathfrak{n}' = l' - b_{\prime}'\zeta - c_{\prime}'\zeta' - d_{\prime}'\zeta'' - \text{etc.}$$
$$\mathfrak{a}'' = a'' - b_{\prime}''\mu - c_{\prime}''\mu' - d_{\prime}''\mu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{b}'' = b'' - b_{\prime}''\nu - c_{\prime}''\nu' - d_{\prime}''\nu'' - \text{etc.}; \quad \mathfrak{c}'' = c'' - b_{\prime}''\rho - c_{\prime}''\rho' - d_{\prime}''\rho'' - \text{etc.} \quad \mathfrak{n}'' = l'' - b_{\prime}''\zeta - c_{\prime}''\zeta' - d_{\prime}''\zeta'' - \text{etc.}$$
etc. etc. etc. etc.

und berechne ferner

$$(\mathfrak{aa}) = p\mathfrak{a}^2 + p'\mathfrak{a}'^2 + p''\mathfrak{a}''^2 + \text{etc.}$$
$$(\mathfrak{ab}) = p\mathfrak{a}\mathfrak{b} + p'\mathfrak{a}'\mathfrak{b}' + p''\mathfrak{a}''\mathfrak{b}'' + \text{etc.}$$
$$(\mathfrak{ac}) = p\mathfrak{a}\mathfrak{c} + p'\mathfrak{a}'\mathfrak{c}' + p''\mathfrak{a}''\mathfrak{c}'' + \text{etc.}$$
etc.
$$(\mathfrak{an}) = p\mathfrak{a}\mathfrak{n} + p'\mathfrak{a}'\mathfrak{n}' + p''\mathfrak{a}''\mathfrak{n}'' + \text{etc.}$$

$$(\mathfrak{bb}) = p\mathfrak{b}^2 + p'\mathfrak{b}'^2 + p''\mathfrak{b}''^2 + \text{etc.}$$
$$(\mathfrak{bc}) = p\mathfrak{b}\mathfrak{c} + p'\mathfrak{b}'\mathfrak{c}' + p''\mathfrak{b}''\mathfrak{c}'' + \text{etc.}$$
etc.
$$(\mathfrak{bn}) = p\mathfrak{b}\mathfrak{n} + p'\mathfrak{b}'\mathfrak{n}' + p''\mathfrak{b}''\mathfrak{n}'' + \text{etc.}$$

$$(\mathfrak{cc}) = p\mathfrak{c}^2 + p'\mathfrak{c}'^2 + p''\mathfrak{c}''^2 + \text{etc.}$$
etc.
$$(\mathfrak{cn}) = p\mathfrak{c}\mathfrak{n} + p'\mathfrak{c}'\mathfrak{n}' + p''\mathfrak{c}''\mathfrak{n}'' + \text{etc.}$$
etc.

$$(\mathfrak{bb}, 1) = (\mathfrak{bb}) - \frac{(\mathfrak{ab})^2}{(\mathfrak{aa})}$$
$$(\mathfrak{bc}, 1) = (\mathfrak{bc}) - \frac{(\mathfrak{ab})(\mathfrak{ac})}{(\mathfrak{aa})}$$
etc.
$$(\mathfrak{bn}, 1) = (\mathfrak{bn}) - \frac{(\mathfrak{ab})(\mathfrak{an})}{(\mathfrak{aa})}$$
$$(\mathfrak{cc}, 2) = (\mathfrak{cc}) - \frac{(\mathfrak{ac})^2}{(\mathfrak{aa})} - \frac{(\mathfrak{bc}, 1)^2}{(\mathfrak{bb}, 1)}$$
etc.
$$(\mathfrak{cn}, 2) = (\mathfrak{cn}) - \frac{(\mathfrak{ac})(\mathfrak{an})}{(\mathfrak{aa})} - \frac{(\mathfrak{bc}, 1)(\mathfrak{bn}, 1)}{(\mathfrak{bb}, 1)}$$
etc.

Dann ist

$$x = \frac{(\mathfrak{an})}{(\mathfrak{aa})} - \frac{(\mathfrak{ab})}{(\mathfrak{aa})}x' - \frac{(\mathfrak{ac})}{(\mathfrak{aa})}x'' - \text{etc.}$$
$$x' = \frac{(\mathfrak{bn}, 1)}{(\mathfrak{bb}, 1)} - \frac{(\mathfrak{bc}, 1)}{(\mathfrak{bb}, 1)}x'' - \text{etc.}$$
$$x'' = \frac{(\mathfrak{cn}, 2)}{(\mathfrak{cc}, 2)} - \text{etc.}$$
etc.

und

$$x_{\prime} = -\zeta - \mu x - \nu x' - \rho x'' - \text{etc.}$$
$$x_{\prime\prime} = -\zeta' - \mu' x - \nu' x' - \rho' x'' - \text{etc.}$$
$$x_{\prime\prime\prime} = -\zeta'' - \mu'' x - \nu'' x' - \rho'' x'' - \text{etc.}$$
etc. etc.

Die Gewichte können durch die Formeln der ersten Auflösung berechnet werden, wenn man darin alles, was sich auf die Gleichungen $W = 0$, $W' = 0$, $W'' = 0$, etc. bezieht, weglässt. Die Auswahl der in dieser Auflösung verschiedenartig vorkommenden Gröfsen ist zuweilen willkührlich, zuweilen aber nicht. Wenn die Auswahl nicht willkührlich ist, dann müssen für ν, ν', ν'', etc. die unbekannten Gröfsen gewählt werden, die vermöge der Beschaffenheit der Gleichungen $W = 0$, $W' = 0$, $W'' = 0$, etc. von einander unabhängig sind. Man findet leicht den Beweis dieser Auflösung, wenn man meine in Nr. 202 u. f. der Astr. Nachr. publicirte Abhandlung durchgeht.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Altona 1838. October 18.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 362.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Pfarrers *Hülsmann* in Elberfeld an den Herausgeber.

Elberfeld 1838. Juli 24.

Im vorigen und diesem Jahre habe ich mich zuweilen damit beschäftiget, die geographische Lage meines Wohnorts durch astronomische Beobachtungen zu bestimmen; vielleicht ist die Mittheilung derselben nicht ohne einiges Interesse. Aus Circummeridianhöhen, welche mit einem 6½zölligen Spiegelsextanten (von *Breithaupt* in Cassel) vom angequickten Quecksilberhorizont genommen wurden, fand ich die Polhöhe meiner Wohnung:

				Zahl d. Höhen.
1837	Aug.	2t	51° 15′ 35″08	6
	Oct.	12	44,04	15
	—	13	26,50	9
	—	14	33,19	6
	Nov.	2	44,70	6
	—	25	36,70	10
	—	26	39,50	5
	Dec.	9	37,80	26
Das Mittel aus allen Höhen			51° 15′ 37″13	

Weil die Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen nicht befriedigte, versuchte ich die Polhöhe auch aus mehreren vor- und nachmittägigen Höhen der Sonne zu bestimmen, welche ich anfangs nach der Methode von *Douwes*, dann aber mittelst einer indirecten Methode unter Annahme einer genäherten Polhöhe berechnete. Sind nämlich $s\ s'$ die mit dieser ungefähren Polhöhe φ' aus den Höhen $h\ h'$ berechneten Stundenwinkel, so berechnet man blofs in Minuten

$$\sin a = \frac{\cos\delta \sin s}{\cos h}; \quad \sin a' = \frac{\cos\delta' \sin s'}{\cos h'},$$ wo δ die Declination der ☉ ist

$$\Delta = \frac{\operatorname{cotg} a}{\cos\varphi'}; \quad \Delta' = \frac{\operatorname{cotg} a'}{\cos\varphi'} \quad d\varphi = \frac{(s'-s)-(t'-t)}{\Delta'-\Delta}$$

wo $t'-t$ die Zwischenzeit der Beobachtungen in wahrer Sonnenzeit und in Bogen ausgedrückt ist.

Das richtige φ ist dann $\varphi' + d\varphi$. a und s sind östlich negativ zu nehmen.

Hat man mehrere Beobachtungen Vor- und Nachmittags gemacht, so nimmt man aus den einzelnen berechneten Stundenwinkeln, so wie aus den Höhen und Zeiten und Declinationen das Mittel und berechnet damit Δ und Δ'.

Auf solche Weise fand ich die Polhöhe meiner Wohnung 1837 am 7ten Dec. aus 3 vormittägigen und 3 nachmittägigen Höhen, von welchen jede das Mittel aus 7 bis 11 Höhen war .... = 51° 15′ 36″91

1838 am 9ten Jan. aus 2 vor- u. 2 nachmitt. Höhen	36,0
13ten Jan. aus 2 vor- u. 2 nachmitt. Höhen	42,3
18ten Jan. aus 3 vor- u. 2 nachmitt. Höhen	34,5
Mittel aus allen Beobachtungen	51° 15′ 37″42

Bei Bestimmungen der Höhen wurde meist der obere Sonnenrand gemessen, auf Refraction, nach dem Thermometer und Barometer corrigirt, gehörig Rücksicht genommen und der Indexfehler des Instruments jedesmal vor oder nach den Beobachtungen mittelst der Sonne bestimmt.

Ganz kürzlich habe ich den Versuch gemacht, die Polhöhe ohne alle Höhenmessung, blofs durch die Zeit zu bestimmen. Das Resultat dieser Versuche hat mich durch die Uebereinstimmung derselben unter sich und mit den auf anderen Wegen erhaltenen überrascht; ich erlaube mir daher, das Detail dieser Beobachtungen etwas ausführlicher mitzutheilen. Die Methode besteht darin, dafs man sich zunächst durch correspondirende Sonnenhöhen seiner Zeit und des Ganges der Uhr möglichst genau versichert, das Instrument auf eine willkührliche Höhe, die nicht bekannt zu seyn braucht, unverrückt befestigt und dann die Zeit abwartet, wo zwei Gestirne, deren Azimuth ungefähr um 90° verschieden ist, diese Höhe erreichen. Aus dem bekannten Stand und Gang der Uhr und der Beobachtungszeit findet man dann die Stundenwinkel s und s'; die Declinationen δ und δ' der Gestirne und deren Rectascensionen werden als bekannt angenommen. Setzt man dann

$$m = \frac{s'-s}{2}; \quad n = \frac{s'+s}{2}; \quad f = \frac{\delta'-\delta}{2}; \quad g = \frac{\delta'+\delta}{2}$$

$$M \sin N = \sin m . \operatorname{cotg} f \qquad O = n - N$$
$$M \cos N = \cos m \operatorname{tg} g$$

so hat man

$$\operatorname{tg}\varphi = M \cos O.$$

Differenzirt man die Gleichungen, aus welchen jene Formeln hergeleitet sind, nämlich:

$$\sin h = \cos\varphi \cos\delta \cos s + \sin\varphi \sin\delta$$
$$\sin h = \cos\varphi \cos\delta' \cos s' + \sin\varphi \sin\delta'$$

mit Beziehung auf φ und s, so findet man leicht, wenn a und a' die Azimuthe sind,

$$d\varphi = \frac{(ds'-ds)\cos\varphi.\sin a\sin a'}{\sin(a-a')};$$

woraus erhellet, dafs man nur solche Gestirne wählen mufs, bei welchen $a-a'$ nicht zu klein ist und am besten solche wählt, bei welchen $a-a' = 90°$, also $\sin(a-a') = 1$ ist. Zu Beobachtungen dieser Art bediente ich mich nicht des Sextanten, weil das Fernrohr desselben zu lichtschwach ist, sondern eines vortrefflichen *Fraunhofer*schen Tubus von 4 Fufs Brennweite und 37 Linien Oeffnung, welches Instrument Sterne erster und zweiter Gröfse zu allen Zeiten des Tages und selbst Sterne der dritten Gröfse am nördlichen Himmel bei hellem Sonnenschein zeigt. Auf dem Fufse des Stativs ist ein Azimuthalkreis, dessen Nonius 2 Minuten angiebt, angebracht; auf der zur sanften Vertikalbewegung dienenden Triebstange ist eine, auf trigonometrischer Rechnung beruhende Theilung eingeschnitten, vermöge welcher man das Instrument auf eine beliebige Höhe bis auf 2 bis 3 Minuten genau stellen kann, eine Genauigkeit, die hinreichend ist, um einen Stern, dessen Höhe und Azimuth man für eine gewisse Zeit berechnet hat, bei Tage in das Gesichtsfeld zu bringen. Die Säule des Stativs, welches auf einem soliden Untergestell mit 3 Stellschrauben ruht, wird mittelst einer empfindlichen Röhrenlibelle, die ich von *Ertel* in München erhalten, genau vertikal gestellt. Zur Vervielfältigung der Beobachtungen habe ich in den Brennpunkt des am wenigsten (64mal) vergröfsernden Oculars einen vertikalen und sieben horizontale Spinnefäden eingezogen; jedesmal wurde der Antritt des Sterns, so wie des obern und untern Sonnenrandes an allen sieben Fäden beobachtet und aus diesen sieben, respective 14 Beobachtungen das Mittel genommen. Das Instrument wurde bei allen Beobachtungen auf dieselbe Höhe, die aus den correspondirenden Sonnenhöhen zu 35° 16′,4 (von Refraction und Parallaxe der Sonne afficirt) berechnet wurde, gestellt und auf dieser Höhe so befestigt, dafs keine Verrückung, auch nicht die geringste, entstehen konnte. Zur Bestimmung der Polhöhe wählte ich aufser der Sonne, die Vor- und Nachmittags beobachtet wurde, die drei Fundamentalsterne α Bootis, α Lyrae und α Cephei, welche nach Berechnung des Azimuths und des Stundenwinkels für die Höhe von 35° 16′,4 ohne Mühe bei Tage aufgefunden wurden. Da der Unterschied des Azimuths von α Bootis und α Lyrae aber zu gering war, so wurden bei Berechnung der Polhöhen blofs die Beobachtungen von α Bootis, α Cephei (bei welchen $a-a'$ ungefähr 70° beträgt,) und von α Cephei und der Sonne (wo $(a-a')$ ungefähr 60° ist) benutzt. Die bei den Beobachtungen gebrauchte Uhr ist eine Pendeluhr mit hölzernem Secundenpendel und freiem Echappement, welche 6 Wochen in einem Aufzuge fortgeht und von ihrem mittleren täglichen Gange nur bei grofsem Temperaturwechsel mehr als 1 Secunde abweicht. Die Beobachtungen sind folgende:

	Sonne.		Sonne.		α Bootis.		α Lyrae.		α Cephei
Jul. 9.	20h 0′ 48″72	Jul. 12.	20h 3′ 0″51	Jul. 10.	3h 3′ 4″80	Jul. 10.	6h 0′ 59″76	Jul. 10.	6h 33′ 19″29
10.	4 7 59,98	13.	4 6 21,44	11.	2 59 5,29	11.	5 57 2,33	11.	6 29 22,10
10.	20 1 30,79	13.	20 3 48,99	12.	2 55 7,63	12.	5 53 3,68	12.	6 25 23,33
11.	20 2 14,97	16.	4 4 19,58	13.	2 51 59,14			13.	6 21 26,59
12.	4 6 57,47	16.	20 6 15,40					16.	6 9 30,70

Die angegebenen Zeiten sind die Uhrzeiten; die Uhr ist auf mittl. Zeit regulirt.

Aus den Sonnenbeobachtungen ergab sich der Stand und Gang der Uhr, wonach, unter Berücksichtigung der Zeitgleichung und des Mittagsunterschieds von Berlin (= 24′9), die Uhrzeiten bei der Sonne in wahre Sonnenzeit und bei den Sternen in wahre Sternzeit verwandelt, und somit die Stundenwinkel bestimmt wurden. Die scheinbaren Oerter der Sterne wurden aus *Encke's* Jahrbuch genommen. Es ergaben sich folgende Stundenwinkel (östlich positiv) und Declinationen:

	Stundenw. d. Sonne.	Decl. d. Sonne.
Jul. 10	− 60° 52′ 8″55	22° 16′ 12″7
11	+ 60 36 42,75	22 3 10,6
12	− 60 33 22,95	22 0 24,4
12	+ 60 26 39,60	21 54 48,5
13	− 60 23 9,80	21 51 52,8
13	+ 60 16 3,70	21 46 3,7
16	− 59 49 54,91	21 24 11,9
16	+ 59 41 46,35	21 17 35,5

	Stundenw. α Bootis.	Decl. α Bootis
Jul. 10	+ 58° 8′ 16″20	20° 1′ 38″76
11	38,25	38,81
12	38,40	38,87
13	57,90	38,93

	Stundenw. α Cephei.	Decl. α Cephei.
Jul. 10	+ 112° 2′ 32″10	61° 53′ 55″52
11	22,65	55,60
12	38,85	56,23
13	16,95	56,59
16	21,30	57,75

NB. Zu diesen Stundenwinkeln mufs, wenn sie mit den Stundenwinkeln der Sterne in Rechnung genommen werden, wegen der Parallaxe der Sonne noch eine Verbesserung $ds = \frac{\pi.\cos h^2}{\sin s\cos\varphi.\cos\delta}$ wo π die Horizontalparallaxe der Sonne bedeutet, hinzuaddirt werden. Diese Verbesserung beträgt bei den 6 ersten Stundenwinkeln 11″25, bei den beiden letzten 11″11.

Nach den obigen Formeln erhält man die Polhöhe, wie folgt:

Aus α Bootis und α Cephei.

Jul.	10.	51°15′51″0
—	11.	37,1
—	12.	40,4
—	13.	22,7
	Mittel	51°15′37″8

Aus der Sonne und α Cephei.

Jul.	10.	51°15′33″9
—	11.	35,8
—	12.	43,6
—	12.	39,7
—	13.	37,8
—	13.	38,3
—	16.	34,6
—	16.	35,2
	Mittel	51°15′37″36

Aus ähnlichen Beobachtungen am 14ten Jun. aus den Stundenwinkeln der Sonne und α Lyrae

$$\varphi = 51^\circ 15' 35''7.$$

Am 7ten Juli aus α Lyrae und α Cephei

$$\varphi = 51^\circ 15' 37''1.$$

Bekanntlich kann man nach der von *Gauſs* vorgeschlagenen Methode (*Zach's* Correspondenz Bd. XVIII. S. 277—293) auch ohne Kenntniſs des Standes der Uhr aus der beobachteten gleichen Höhe dreier Sterne die Polhöhe und den Stand der Uhr bestimmen. Wendet man diese Methode auf die am 10ten Jul. beobachteten Höhen von α Bootis, α Lyrae und α Cephei an, deren mit dem Fehler der Uhr behafteten, bloſs nach dem täglichen Gang der Uhr verbesserten Stundenwinkel der Reihe nach sind:

$$\alpha \text{ Bootis} \quad s = 58^\circ 14' 13''8$$
$$\alpha \text{ Lyrae} \quad s' = 79\ 25\ 58{,}6$$
$$\alpha \text{ Cephei} \quad s'' = 112\ \ 8\ 29{,}9,$$

so findet man die Polhöhe $= 51^\circ 15' 38''05$ und den Fehler der Uhr $= +20''6$.

Die Uebereinstimmung aller dieser Resultate scheint mir zu beweisen, daſs diese Methode eine gröſsere Schärfe gewährt, als man mit Sextanten erlangen kann, und da, wo man keine guten Höhenmesser hat, oder kein Passagen-Instrument in der Richtung von West nach Ost aufstellen kann, mit Vortheil anzuwenden seyn dürfte. Bei zweckmäſsiger Auswahl der zu beobachtenden Sterne und Vervielfältigung der Beobachtungen wird man die Polhöhe bis auf einige Secunden genau bestimmen können, und dieſs möchte bei einem Sextanten wohl nur durch eine groſse Reihe von Beobachtungen zu erreichen seyn.

Zur Bestimmung der Länge von Elberfeld habe ich in diesem Winter 3 Sternbedeckungen vom Monde beobachtet und solche nach den Formeln von *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 151) berechnet. Es sind dieſs folgende:

Jan. 8. 136 C Tauri Eintritt am dunkeln Mondrand,
$8^h 45' 23''9$ mittl. Elberfelder Zeit $= t$
$= 3\ 57\ \ 6{,}94$ Sternzeit.

Febr. 4. 136 Aurigae Eintritt am dunkeln Mondrand,
$7^h 15' 36''7$ mittl. Elberfelder Zeit $= t$
$= 4\ 13\ 32{,}06$ Sternzeit.

— 7. λ Cancri Eintritt am dunkeln Mondrand,
$6^h 59' 20''7$ mittl. Elberfelder Zeit $= t$
$= 4\ \ 9\ \ 3{,}048$ Sternzeit.

Bei der Berechnung habe ich die Polhöhe zu $51^\circ 15' 36''$ und die Abplattung der Erde $\frac{1}{302{,}78}$ angenommen, woraus sich ergab: $L.r \cos\varphi' = 9{,}7972996$; $L.r \sin\varphi' = 9{,}8900906$.

Die Hauptmomente der Rechnung sind folgende:

1) Bedeckung von 136 C Tauri.

Mittl. AR. $= 85^\circ 47' 9''$ Mittl. Decl. $= +27^\circ 33' 58''$
Praec. Aberr. Nut. $+18{,}54$ $+9{,}25$
Scheinb. AR. $85^\circ 47' 27''54$ $+27^\circ 34'\ 7''25$.

Für den Mond findet man mittelst Interpolation aus dem Berliner Jahrbuch:

M. Berl. Zt.	α	δ	π
8	84°31′15″7	+27°58′29″2	55′41″2
9	85 6 53,0	28 0 40,5	40,0
10	85 42 27,5	28 2 42,8	38,9

und hieraus nach den Formeln von *Bessel*:

P	Q
— 1,2075934	+ 0,4438045
— 0,6435197	+ 0,4788300
— 0,0793029	+ 0,5138429

Sternzeit in Bogen $= 59^\circ 16' 44''1$; daraus $u = -0{,}2799045$; $\nu = 0{,}4285670$.

Für 9 Uhr Berliner mittlere Zeit $= T$ hat man

$$p-u = m \sin M = -0{,}3636152, \quad p' = n \sin N = 0{,}5641450$$
$$q-\nu = m \cos M = 0\ 0502630, \quad q' = n \cos N = 0{,}0350192$$
$$M = 270^\circ 52' 12''1; \quad N = 86^\circ 26' 52''6$$
$$\log m = 9{,}564751, \quad \log n = 9{,}752226$$
$$\psi = 105^\circ 28' 18''3 \quad M-N-\psi = 85^\circ 57' 1''2$$

$$L \cos(M-N-\psi) = 8{,}848935 \qquad t = 8^h 45' 23''9$$
$$L.\,m = 9{,}564751 \qquad T = 9$$
$$L.\,60 = 1{,}778151 \qquad t-T = -14' 36''1$$
$$c.\,L.\,n.\cos\psi = 0{,}821648n \qquad d-(t-T) = -10\ \ 18{,}92$$
$$L.\,d.-(t-T) = 1{,}013485n \qquad d = -24' 55''02$$
$$d-(t-T) = -10' 18''92 \qquad +1{,}7087\,\Delta\alpha$$
$$-0{,}3994\,\Delta\delta$$

2) Bedeckung von 136 Aurigae.

Scheinb. AR. $= 81°26'44''598$. Scheinb. Decl. $= 27°33'13''881$.

Man findet $u = -0{,}1944146$; $v = 0{,}412577\,2$

für $7^h\,40'$ M. Berl. Zt. $\begin{cases} p = -0{,}4640555; & q = 0{,}3470089 \\ p' = 0{,}5596823; & q' = 0{,}0528302 \end{cases}$

Damit findet man

$$d-(t-T) = -32''34;\quad t-T = -24'\,23''3$$
$$d = -24'\,55''64 + 1{,}6632\,\Delta\alpha + 0{,}4629\,\Delta\delta.$$

3) Bedeckung von λ Cancri.

Scheinb. AR. $= 122°43'48''95$. Scheinb. Decl. $= +24°31'39''313$

$$u = -0{,}545575;\quad v = 0{,}578040;$$

für 7^h M. Berl. Zeit $\begin{cases} p = -0{,}936727; & p' = 0{,}537069 \\ q = 0{,}842780; & q' = -0{,}131365 \end{cases}$

Damit findet man

$$d-(t-T) = -24'\,27''6;\quad t-T = -39''3;$$
$$d = -25'\,6''9 + 1{,}889\,\Delta\alpha - 2{,}563\,\Delta\delta.$$

Die Bedeckungen wurden mit einem 4füſsigen Fraunhofer, unter Anwendung des Kreismikrometers als Ocular, welches nur circa 40mal vergröſsert und ungemein lichtstark ist, beobachtet. Die beiden ersten Beobachtungen sind bis auf ½ Secunde sicher; bei der letzten wurde der Stern, als er dem Monde sehr nahe kam, so lichtschwach, daſs die Beobachtung um 2 bis 3 Secunden unsicher ist. Die Zeitbestimmung beruht auf vielen correspondirenden Sonnenhöhen und ist bis auf ½ Secunde sicher.

Das um 11^s abweichende Resultat der letzten Beobachtung hat seinen Grund wohl theils in der Fehlerhaftigkeit der Beobachtung selbst, theils in der Unrichtigkeit des aus *Encke's* Jahrbuch angenommenen Sternorts und Mondsorts, da Herr Prof. *Encke* selbst (Astr. Jahrb. für 1830 S. 256) sagt, daſs bei den neuesten Mondstafeln noch Fehler von 10″ in Länge vorkämen, und die Oerter der kleinen Sterne in seinen Angaben noch hin und wieder um 5″ irrig seyn könnten. Das einzige Sternverzeichniſs, welches ich habe, ist das *Bode*'sche; dieses weicht aber in seinen Angaben von denen des Berliner Jahrbuchs oft sehr ab. Die letzte Beobachtung ist auch, wegen ihrer Unsicherheit nur mit 5stelligen Logarithmen berechnet.

Zur Interpolation der Mondsörter habe ich eine logarithmische Interpolationstafel, wie sie *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 151 S. 128 in der Anmerkung) wünscht, von 10 zu 10 Minuten berechnet.

Beiläufig bemerke ich, daſs sich im Berliner Jahrbuch für 1838 S. 261 ein Druckfehler findet; es muſs nämlich in der 4ten Zeile von oben $v' = a\lambda \sin D$, statt $v' = \lambda \sin D$ heiſsen.

Sollten Ihnen zu den obigen Sternbedeckungen correspondirende bekannt geworden seyn, so würden Sie mich durch deren Mittheilung sehr verbinden; ich würde dann die unbestimmten Gröſsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ bestimmen können.

Hinsichtlich der Lage meiner Wohnung bemerke ich, daſs solche 62 Rheinl. Ruthen nördlich und 117 Rheinl. Ruthen östlich vom reformirten Pfarrthurme liegt, welches einem Unterschied von 10″08 in Breite und einem Unterschied von 30″31 $= 2''02$ (in Zeit) in Länge entspricht.

Hülsmann,
Evang. Pfarrer und Schulinspector.

Ein Beitrag zur Auflösung der Aufgabe Zeit und Polhöhe zugleich zu bestimmen.

Von Dr. *R. A. Brestel*,
Assistenten an der Wiener k. k. Sternwarte.

Da die, bei dieser Aufgabe nothwendige Auflösung dreier sphärischer Dreiecke sehr zeitraubend ist, so hat man, theils durch indirecte Methoden, theils durch zweckmäſsige Auswahl der Beobachtungen, die Rechnung einigermaſsen abzukürzen versucht.

Einen beträchtlichen Vortheil dieser Art, der bis jetzt wenig beachtet worden zu seyn scheint, erhält man durch Beobachtung der beiden Gestirne in gleichen Stundenwinkeln; ein Fall, den herbeizuführen immer in der Gewalt des Beobachters steht, da er nur zwischen der ersten und zweiten Beobachtung so viel Zeit verstreichen lassen darf, daſs die Zwischenzeit der Beobachtungen und die Differenz der Rectascensionen beider Gestirne einander gleich werden.

Alsdann hat man, wenn wir durch z und z' die Zenithdistanzen, durch p und p' die Poldistanzen der beiden Gestirne, durch s den gemeinschaftlichen Stundenwinkel und durch ψ die Aequatorshöhe bezeichnen wollen, bekanntlich folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \cos p \cos\psi + \sin p \sin\psi \cos s \\ \cos z' &= \cos p' \cos\psi + \sin p' \sin\psi \cos s \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(1)$$

Multiplicirt man die erste Gleichung mit $\sin p'$, die zweite mit $\sin p$ und zieht die zweite von der ersten ab, so erhält man für $\cos\psi$ folgende Gleichung:

$$\cos\psi = \frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p' - p}\ldots\ldots(2)$$

Bei der numerischen Berechnung des Werthes von ψ kann man sich entweder der *Gauſs*ischen Logarithmen bedienen, was für den damit Vertrauten immer das Vortheilhafteste seyn wird, oder man kann durch Einführung von Hülfsgröſsen die Form

zur logarithmischen Berechnung tauglicher machen. Setzt man nämlich $\sin a = \cos z \sin p'$ und $\sin b = \cos z' \sin p$, so erhält man $\cos\psi = \dfrac{2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}}{\sin p'-p}$ oder man berechne $\text{tg}\, C = \dfrac{\cos z' \sin p}{\sin z \sin p'}$, und dann ist $\cos\psi = \dfrac{\sin p' \cos z + C}{\cos C \sin p' - p}$.

Um nun zu untersuchen, wie man die beiden Gestirne wählen soll, damit die Beobachtungsfehler den möglichst geringen Einflufs auf den Werth von ψ ausüben, wollen wir die Gleichung (2) nach ψ, z und z' differenziren. Alsdann hat man

$$(3) \ldots \sin\psi\, d\psi = \frac{\sin p' \sin z\, dz}{\sin p'-p} - \frac{\sin p \sin z'\, dz'}{\sin p'-p}$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, dafs der Werth von ψ desto genauer seyn wird, je gröfser der Werth von $p'-p$, oder je kleiner der Werth von p seyn wird, d. h. wenn einer unter den beiden Sternen ein dem Pole naher, z. B. der Polarstern ist.

Da es sich jedoch in der Praxis häufig ereignen dürfte, dafs die beiden Stundenwinkel nicht genau einander gleich ausfielen, so wollen wir untersuchen, welche Veränderung der Werth von ψ durch eine solche Ungleichheit erleiden würde; wobei wir aber immer die Differenz der beiden Stundenwinkel als eine so kleine Gröfse betrachten wollen, dafs man die zweite und alle höheren Potenzen derselben ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann.

Bezeichnen wir durch τ die Differenz der beiden Stundenwinkel, in Graden, Minuten und Secunden ausgedrückt, wobei nach dem obigen $\cos\tau = 1$ und $\sin\tau = \tau$ zu setzen erlaubt seyn wird, so hat man bekanntlich folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \cos p \cos\psi + \sin p \sin\psi \cos s \\ \cos z' &= \cos p' \cos\psi + \sin p' \sin\psi \cos(s+\tau) = \cos p' \cos\psi + \sin p' \sin\psi \cos s - \tau \sin p \sin\psi \sin s \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (4)$$

Verfährt man nun mit ihnen, wie mit den Gleichungen (1), so erhält man:

$$\cos\psi = \frac{\cos z \sin p' - \cos z' \sin p}{\sin p'-p} - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin\psi \sin s}{\sin p'-p} \ldots\ldots\ldots (5)$$

Setzt man nun $\dfrac{\cos z \sin p' - \sin p \cos z'}{\sin p'-p} = \cos\psi'$, und $\psi = \psi' + x$, wobei zu bemerken ist, dafs x immer eine sehr kleine Gröfse seyn wird, so hat man

$$\cos\psi'+x = \cos\psi' - x\sin\psi' = \cos\psi' - \frac{\tau \sin p \sin p' \sin\psi \sin s}{\sin p'-p} \text{ also } x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p'-p} \cdot \frac{\sin\psi}{\sin\psi'}$$

oder weil wegen der geringen Gröfse von x der Werth von $\dfrac{\sin\psi}{\sin\psi'}$ nahe der Einheit gleich ist:

$$x = \frac{\tau \sin p \sin p' \sin s}{\sin p'-p} \ldots\ldots\ldots (6)$$

Der Ausdruck für ψ nimmt daher folgende Form an:

$$\psi = \text{Arc.}\cos\left(\frac{\cos z \sin p' - \sin p \cos z'}{\sin p'-p}\right) + \frac{\tau . \sin p \sin p' \sin s}{\sin p'-p} \ldots\ldots\ldots (7)$$

Um die zur Berechnung des zweiten Theils dieser Gleichung nöthige approximative Kenntnifs des Stundenwinkels zu erhalten, wird man mit dem genäherten Werthe von ψ, den der erste Theil der Gleichung (7) giebt, denselben auf die gewöhnliche Weise, jedoch nur mit vier Decimalen berechnen. Zugleich zeigt auch die Gleichung (7), dafs, sobald einer der beiden Sterne dem Pole nahe ist, die Differenz der beiden Stundenwinkel bedeutend gröfser ausfallen kann, ohne dafs der zweite Theil der Gleichung einen namhaften Werth erreicht.

Kennt man nun auf diese Art den Werth von ψ, so berechnet man auf die gewöhnliche Weise den Stundenwinkel desjenigen Sterns, der die gröfsere Poldistanz hat; sollte aber der Stundenwinkel zu klein seyn, um eine genaue Zeitbestimmung erwarten zu können, so wird man lieber vorziehen, noch einen dritten Stern in der Nähe des ersten Vertikals zu beobachten, um daraus auf die gewöhnliche Weise die Correction der Uhr abzuleiten.

Eben so bequeme und den vorigen analoge Ausdrücke erhält man, wenn man nicht in gleichen, sondern um 180° verschiedenen Stundenwinkeln beobachtet; was ebenfalls in der Gewalt des Beobachters steht, indem er nur die Zwischenzeit der Beobachtungen gleich nehmen darf der um 12 Stunden verminderten Rectascensionsdifferenz. Man erhält nämlich durch ein dem obigen analoges Verfahren:

$$\cos z = \frac{\cos z \sin p' + \sin p \cos z'}{\sin p'+p} \ldots\ldots\ldots (8)$$

und für den Fall, dafs die Stundenwinkel nicht genau um 180° verschieden sind, und man durch τ die um 180° verminderte Differenz der beiden Stundenwinkel bezeichnet:

$$\psi = \text{Arc.}\cos\left(\frac{\cos z \sin p' + \sin p \cos z'}{\sin p'+p}\right) + \frac{\tau . \sin p \sin p' \sin s}{\sin p'+p} \ldots\ldots\ldots (9)$$

wobei ebenfalls ersichtlich ist, daſs es am zweckmäſsigsten seyn wird, einen Stern in der Nähe des Pols, und den andern in der Nähe des Aequators zu wählen.

Mit Hülfe dieser Methode ist man im Stande, bloſs mittelst eines Sextanten, ohne Beihülfe einer Uhr, die Polhöhe eines Ortes leicht zu bestimmen. Zu diesem Zwecke beobachte man rasch hintereinander die Höhen zweier Sterne, die nahe gleiche Rectascensionen haben, und deren einer sich in der Nähe des Pols befindet. Da dieser letztere seine Höhe sehr langsam ändert, so wird man die Beobachtungen als gleichzeitig, also die geringe Differenz der beiden Stundenwinkel als bekannt ansehen, und daher die Polhöhe mittelst der obigen Formeln berechnen können. Will man aber den kleinen Fehler, der aus dieser Annahme hervorgehen könnte, auch noch vermeiden, so kann man die Höhe des einen Sterns zweimal, einmal vor- und das anderemal nach der Beobachtung des zweiten Sterns nehmen, und das Mittel dieser beiden Höhen, als zur Zeit der Beobachtung des zweiten Sterns gehörig betrachten; der Fehler, den man dabei begeht, wird immer kleiner ausfallen, als der wahrscheinliche Beobachtungsfehler.

Dr. *Brestel.*

Auflösung einer allgemeinen Aufgabe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung. (Beschluſs.)

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*,
Director der Seeberger Sternwarte.

Zusatz.

Ich werde bei dieser Gelegenheit einen allgemeineren Fall, den ich mehrmals Gelegenheit gehabt habe anzuwenden, in allgemeinen Ausdrücken andeuten. Sey in den Functionen V, $V^{(\mu)}$ etc. auſser den Gröſsen v, v', v'', etc. die unbekannte Gröſse w, in den Functionen V', $V^{(\nu)}$ etc. die unbekannte Gröſse w', in den Functionen V'', $V^{(\pi)}$, etc. die unbekannte Gröſse w'' vorhanden u. s. w. Seyen (w), (w'), (w'') etc. die genäherten Werthe von w, w', w'', etc. und $(w)+u$, $(w')+u'$, $(w'')+u''$ etc. die wahrscheinlichsten Werthe dieser Gröſsen. Sey ferner, während die Bedingungsgleichungen $W=0$, $W'=0$, $W''=0$, etc. nur die Gröſsen v, v', v'', etc. enthalten, zwischen den Gröſsen w, w', w'', etc. Eine Bedingungsgleichung $U=0$ vorhanden. Sey nun

$$\frac{dV}{dw}=\alpha,\quad \frac{dV^{(\mu)}}{dw}=\alpha^{(\mu)},\ \text{etc.}$$
$$\frac{dV'}{dw'}=\beta',\quad \frac{dV^{(\nu)}}{dw'}=\beta^{(\nu)},\ \text{etc.}$$
$$\frac{dV''}{dw''}=\gamma'',\quad \frac{dV^{(\pi)}}{dw''}=\gamma^{(\pi)}\ \text{etc.}$$

ferner

$$\frac{dU}{dw}=H,\quad \frac{dU}{dw'}=I,\quad \frac{dU}{dw''}=K,\ \text{etc.}$$

zufolge des Vorhergehenden sind die Differentialquotienten $\frac{dV}{du'}$, $\frac{dV}{du''}$, $\frac{dV'}{du}$, etc. etc. alle gleich Null. Sey nun den vorigen Bezeichnungen analog

$$(\alpha\alpha)=p\alpha^2+p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)2}+\text{etc.}$$
$$(\alpha a)=p\alpha a+p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}a^{(\mu)}+\text{etc.}$$
$$(\alpha b)=p\alpha b+p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}b^{(\mu)}+\text{etc.}$$
$$\text{etc.}$$
$$(\alpha l)=p\alpha l+p^{(\mu)}\alpha^{(\mu)}l^{(\mu)}+\text{etc.}$$

$$(\beta\beta)=p'\beta'^2+p^{(\nu)}\beta^{(\nu)2}+\text{etc.}$$
$$(\beta a)=p'\beta'a'+p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}a^{(\nu)}+\text{etc.}$$
$$(\beta b)=p'\beta'b'+p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}b^{(\nu)}+\text{etc.}$$
$$\text{etc.}$$
$$(\beta l)=p'\beta'l'+p^{(\nu)}\beta^{(\nu)}l^{(\nu)}+\text{etc.}$$

$$(\gamma\gamma)=p''\gamma''^2+p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)2}+\text{etc.}$$
$$(\gamma a)=p''\gamma''a''+p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}a^{(\pi)}+\text{etc.}$$
$$(\gamma b)=p''\gamma''b''+p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}b^{(\pi)}+\text{etc.}$$
$$\text{etc.}$$
$$(\gamma l)=p''\gamma''l''+p^{(\pi)}\gamma^{(\pi)}l^{(\pi)}+\text{etc.}$$
$$\text{etc.}$$

somit führt die Aufgabe auf folgende Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l}
(\alpha\alpha)u+(\alpha a)x+(\alpha b)x'+(\alpha c)x''+\text{etc.}=(\alpha l)-H\theta\\
(\beta\beta)u'+(\beta a)x+(\beta b)x'+(\beta c)x''+\text{etc.}=(\beta l)-I\theta\\
(\gamma\gamma)u''+(\gamma a)x+(\gamma b)x'+(\gamma c)x''+\text{etc.}=(\gamma l)-K\theta\\
\qquad\text{etc.}\qquad\qquad\text{etc.}\\
(aa)x+(ab)x'+(ac)x''+\text{etc.}+(\alpha a)u+(\beta a)u'+(\gamma a)u''+\text{etc.}=(al)-q\varphi-r\chi-s\psi-\text{etc.}\\
(ab)x+(bb)x'+(bc)x''+\text{etc.}+(\alpha b)u+(\beta b)u'+(\gamma b)u''+\text{etc.}=(bl)-q'\varphi-r'\chi-s'\psi-\text{etc.}\\
(ac)x+(bc)x'+(cc)x''+\text{etc.}+(\alpha c)u+(\beta c)u'+(\gamma c)u''+\text{etc.}=(cl)-q''\varphi-r''\chi-s''\psi-\text{etc.}\\
\qquad\text{etc.}\qquad\qquad\text{etc.}
\end{array}\right\}(A)$$

wo θ eine unbekannte Gröſse ist, und übrigens die Buchstaben die nemliche Bedeutung haben, wie im Vorhergehenden. Nehmen wir nun noch an, daſs nach der Substitution von (w), (w'), (w''), etc. statt w, w', w'', etc. die Gleichung $U=0$ in $U=m$ übergeht, so haben wir die Gleichung

$$Hu + Iu' + Ku'' + \text{etc.} + m = 0.$$

In diesem Falle, wo in der ersten Abtheilung der vorstehenden Gleichungen (A) nur Eine Gröſse wie θ, und überdies immer nur Eine der Gröſsen u', u'', u'', etc. vorkommt, kann man leicht θ eliminiren. Multipliciren wir die erste Gleichung mit $\frac{H}{(\alpha\alpha)}$, die zweite mit $\frac{I}{(\beta\beta)}$, die dritte mit $\frac{K}{(\gamma\gamma)}$ u. s. w. und addiren, dann haben wir in Folge der Bedingungsgleichung, und wenn wir zur Abkürzung

$$S = \frac{H^2}{(\alpha\alpha)} + \frac{I^2}{(\beta\beta)} + \frac{K^2}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}$$

machen,

$$\theta = \frac{m}{S} + \frac{1}{S}\left\{H\frac{(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta l)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right\} - \frac{1}{S}\left\{H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right\} x$$
$$- \frac{1}{S}\left\{H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right\} x' - \frac{1}{S}\left\{H\frac{(\alpha c)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta c)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma c)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right\} x'' - \text{etc.}$$

und hieraus

$$(\alpha\alpha)u = -\frac{H}{S}m + \left\{(\alpha l) - \frac{H}{S}\left[H\frac{(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta l)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} - \left\{(\alpha a) - \frac{H}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x$$
$$- \left\{(\alpha b) - \frac{H}{S}\left[H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x' - \left\{(\alpha c) - \frac{H}{S}\left[H\frac{(\alpha c)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta c)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma c)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x'' - \text{etc.}$$

$$(\beta\beta)u' = -\frac{I}{S}m + \left\{(\beta l) - \frac{I}{S}\left[H\frac{(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta l)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} - \left\{(\beta a) - \frac{I}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x$$
$$- \left\{(\beta b) - \frac{I}{S}\left[H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x' - \left\{(\beta c) - \frac{I}{S}\left[H\frac{(\alpha c)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta c)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma c)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x'' - \text{etc.}$$

$$(\gamma\gamma)u'' = -\frac{K}{S}m + \left\{(\gamma l) - \frac{K}{S}\left[H\frac{(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta l)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} - \left\{(\gamma a) - \frac{K}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x$$
$$- \left\{(\gamma b) - \frac{K}{S}\left[H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x' - \left\{(\gamma c) - \frac{K}{S}\left[H\frac{(\alpha c)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta c)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma c)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\right\} x'' - \text{etc.}$$

etc. etc.

Substituirt man diese Werthe von u, u', u'', etc. in die zweite Abtheilung der obigen Gleichungen (A), so ergiebt sich

$$(B) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} (AA)x + (AB)x' + (AC)x'' + \text{etc.} = (AL) - q\alpha - r\beta - s\gamma - \text{etc.} \\ (AB)x + (BB)x' + (BC)x'' + \text{etc.} = (BL) - q'\alpha - r'\beta - s'\gamma - \text{etc.} \\ (AC)x + (BC)x' + (CC)x'' + \text{etc.} = (CL) - q''\alpha - r''\beta - s''\gamma - \text{etc.} \\ \qquad\text{etc.} \qquad\qquad\qquad\qquad \text{etc.} \end{cases}$$

wo

$$(AA) = (aa) - \frac{(\alpha a)^2}{(\alpha\alpha)} - \frac{(\beta a)^2}{(\beta\beta)} - \frac{(\gamma a)^2}{(\gamma\gamma)} - \text{etc.} + \frac{1}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]^2$$

$$(AB) = (ab) - \frac{(\alpha a)(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} - \frac{(\beta a)(\beta b)}{(\beta\beta)} - \frac{(\gamma a)(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} - \text{etc.} + \frac{1}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\left[H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]$$

etc. etc.

$$(BB) = (bb) - \frac{(\alpha b)^2}{(\alpha\alpha)} - \frac{(\beta b)^2}{(\beta\beta)} - \frac{(\gamma b)^2}{(\gamma\gamma)} - \text{etc.} + \frac{1}{S}\left[H\frac{(\alpha b)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta b)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma b)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]^2$$

etc. etc.

$$(AL) = (al) - \frac{(\alpha a)(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} - \frac{(\beta a)(\beta l)}{(\beta\beta)} - \frac{(\gamma a)(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} - \text{etc.} + \frac{1}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]\left[H\frac{(\alpha l)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta l)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma l)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right]$$
$$+ \frac{1}{S}\left[H\frac{(\alpha a)}{(\alpha\alpha)} + I\frac{(\beta a)}{(\beta\beta)} + K\frac{(\gamma a)}{(\gamma\gamma)} + \text{etc.}\right] m$$

etc. etc.

Um die Gleichungen (B) aufzulösen, kann nun ohne Weiteres die erste Auflösung der vorhergehenden Aufgabe angewandt werden, wenn man in den dortigen Formeln allenthalben beziehungsweise (AA), (AB), etc. (AL), (BB) etc. etc. statt (aa), (ab), etc.. (al), (bb), etc. etc. schreibt. Auch die zweite Auflösung kann durch ein Verfahren, welches jeder leicht wird finden können, für die Auflösung der Gleichungen (B) angewandt werden.

Die vorstehende Behandlung gewährt in vielen Fällen beträchtlichen Nutzen, und zwar vorzugsweise in den Fällen, wo

eine der Gröfsen u, u', u'', etc. und x, x', x'', willkührlich ist. Alsdann kann man nemlich nach Belieben eine Bedingungsgleichung $U = 0$ einführen und diese so wählen, dafs nicht nur die vorstehenden Ausdrücke leicht zu berechnen sind, sondern auch die Gröfsen (AB), (AC) etc. (BC) etc. In Beziehung auf die Gröfsen (AA), (BB), etc. möglichst klein werden, wodurch die folgende Rechnung möglichst einfach wird. Man kann überdies in solchen Fällen auch oft die Rechnung so einrichten, dafs $m = 0$, $(al) = 0$, $(\beta l) = 0$, etc., wodurch noch mehr Abkürzungen entstehen. Ich werde in der Folge die speciellen Fälle, in welchen die obige Behandlung mir Nutzen verschafft hat, näher bezeichnen und ausführen, für jetzt mufs ich mich mit dieser kurzen Andeutung begnügen.

Hansen.

Schreiben des Herrn *Ch. Rümker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Ich bin so frei Ihnen die folgenden Positionen einiger Doppelsterne mitzutheilen, welche beim Aufsuchen neuer Sterne ins Feld des Meridiankreises traten. Zwar habe ich seitdem bemerkt, dafs mehrere davon schon von den Herren *Herschel* und *Struve* als solche erkannt sind, und namentlich der 2te η Arietis, der 9te ι Bootis, der 15te 2 Equulei und der 17te ζ Aquarii. Indessen sind doch auch mehrere neue darunter und die genaueren Positionen der älteren möchten vielleicht auch einiges Interesse haben.

C. Rümker.

Positionen von Doppelsternen.

Mittl. AR. Anfangs 1836	Jährl. Præcess.	a	b	c	d	Mittl. Decl. Anfangs 1836.	Jährl. Præcess.	a'	b'	c'	d'
1h 41′ 59″56	3,281	+8,8071	+8,4859	+0,5160	+8,3478	+20° 18′ 11″65	+18,08	+9,4106	+9,4960	+1,2573	−9,6342
2 3 38,06	3,324	8,7855	8,5631	0,5216	8,3289	20 26 11,32	17,19	9,3526	9,4767	1,2353	9,7110
5 26 35,40	3,599	8,0166	8,8517	0,5562	7,5881	21 53 3,82	2,90	8,5302	8,7317	0,4622	9,9954
6 9 57,47	3,828	−7,5553	8,8842	0,5828	−7,2492	29 38	− 0,87	−9,0658	−8,3645	−9,9725	9,9995
6 52 36,14	4,797	8,4018	9,0331	0,6809	8,3042	53 1	− 4,56	9,7133	9,2596	0,6594	9,9884
8 38 40,30	4,722	8,9065	8,9873	0,6741	8,8354	58 7 45,90	12,81	9,6274	9,7343	1,1076	9,8861
11 27 35,32	3,357	9,0838	8,2861	0,5260	9,0076	57 2 41,55	19,85	+9,0726	−9,9194	1,2976	9,1480
14 44 6,73	2,046	8,8881	−8,8275	0,3106	8,7685	49 23 53,90	15,12	9,8926	9,7580	1,1795	+9,8172
14 58 23,01	2,015	8,8534	8,8473	0,3043	8,7264	48 17 44,72	14,27	9,9100	9,7256	1,1544	9,8464
17 49 13,01	2,625	7,5183	8,8461	0,4191	7,0167	18 21 22,02	0,94	9,8613	8,1701	9,9736	9,9995
19 20						20 50 18,99					
19 30 40,50	2,643	+8,4341	8,8133	0,4221	+7,9468	18 59 34,20	+ 7,724	9,8517	+9,0985	+0,8878	9,9651
20 38 34,60	2,786	8,6445	8,7261	0,4450	8,0664	15 18 38,00	+12,79	9,7938	9,2268	1,1068	9,8865
20 50 53,92	2,791	8,6722	8,7066	0,4457	8,1072	15 48 20,40	+13,60	9,7908	9,2666	1,1335	9,8660
20 54 7,43	2,957	8,6648	8,6878	0,4708	7,7226	6 32 22,84	13,81	9,7112	8,8958	1,1399	9,8604
22 20 13,76	3,103	8,7823	8,4498	0,4918	−7,5718	− 3 34 53,73	18,17	9,6095	−8,7534	1,2594	9,6250
22 20 23,19	3,078	8,7815	8,4482	0,4880	− 6,9542	− 0 51 23,84	18,18	9,6313	−8,1203	1,2595	9,6243
23 12 31,62	2,999	8,8279	8,1504	0,4769	+8,2160	+14 9 7,55	19,61	9,6732	+9,3788	1,2925	9,3131
23 57 19,62	3,064	8,8431	6,8979	0,4862	8,3074	16 55 37,12	20,04	9,6315	9,4643	1,3019	8,0548

Verbesserungen in den Astr. Nachrichten Nr. 356 und 357.

S. 330. Z. 12 statt Masse l. m. Massen
— 333. — 8 — diese — dieser
— 24 — woraus — wovon
— 25 — $\frac{2k}{1}$ — $\frac{2k}{i}$
— 335. — 9 — enthält — erhält

S. 335. Z. 15 fehlt dz unter dem Integralzeichen.
— 336. — 25 statt $aTc - T^2$ l. m. $aT - cT^2$
— 340. — 9 — $log(\tau - \tau)$ — $log(\tau - \tau_{\prime})$
— 341. — 14 — eigener — eigenen
— 342. — 18 — der — den
— 343. — 2 — Physicus — Physikers

S. 343. S. 26 statt (10) l. m. (14)
— 347. — 32 — Städten — Staaten
— 351. — 3 v. u. st. $\frac{1}{2}n$ — $\frac{1}{2^n}$

Tafel II lese man: $Arg. = log \frac{(a+z')W}{\sqrt{(b,b,)}}$

Altona 1838. October 25.

③ ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 363.

Ueber die Bahnen der Doppelsterne γ Virginis und ζ Herculis.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

Seit einer Reihe von Jahren ist die Aufmerksamkeit derjenigen Astronomen, welche den so schwierigen Doppelsternmessungen ihre Kräfte widmeten, vorzugsweise dem merkwürdigen Sternpaare γ Virginis zugewandt. Namentlich besitzen wir von *Struve* eine Reihe ausgezeichnet sorgfältiger und genau discutirter Beobachtungen aus der Zeit von 1819 bis zum Perihel und durch dasselbe hindurch, und da bereits *Bradley* und *Mayer* uns Bestimmuugen des Richtungswinkels gegeben und *Herschel* ihn 1780 beobachtet hat, so konnte der Versuch einer Bahnbestimmung gewagt werden.

Schon vor einigen Jahren suchte *Herschel II* durch Construction eine Ellipse für γ Virginis, vermittelst deren er die Umlaufszeit zu 525 Jahren bestimmte, wofür er später eine andere von 660 Jahren Umlaufszeit substituirte. Beide Bahnen sind indefs später von dem berühmten Urheber selbst zurückgenommen worden, da er hiernach 1836 sein scheinbares wie sein wirkliches Perihel schon überschritten haben mufste, während er grade in diesem Jahre eine geringere Distanz als jemals vorher zeigte, so dafs es *Herschel* und *Feldhausen* gar nicht gelang ihn als Doppelstern wahrzunehmen. Deshalb möge hier eine neue Untersuchung folgen.

Beobachtungen.

Zeit.	Position.	Distanz.	
1718,20	160°52′		*Bradley.*
20,31	139 7::	7″49	*Cassini.*
56,00	144 22	6,50	*Th. Mayer.*
80,00		5,66	*Herschel I.*
81,89	130 44		———
1803,20	120 19		———
3,40		5,90	———
19,40		3,56	*Struve* (am Meridiankr.)
1820,25	105 15		———
1822,00	103 4	2,86	———
22,25	103 24	3,79	*Herschel II., South.*
1823,19		3,30	*Amici.*
1825,32	97 55	2,373	*Struve* (Refractor).
25,32	96 53	3,26	*South.*
1828,35	90 30		*Herschel II.*
28,38	9t 30	2,070	*Struve.*
1829,16		1,76	*Herschel II.*
29,22	87 43		———
29,39	88 16	1,782	*Struve.*
1830,24		2″22	*Herschel II.*
30,38	82° 5′		———
30,39	81 29		*Dawes.*
30,59	82 10	1,586	*Bessel.*
1831,23		2,01	*Dawes.*
31,34		1,74	*Herschel II.*
31,36	78 8	1,97	*Dawes.*
31,36	80 55	1,492	*Struve.*
1832,25	70 28		*Herschel II.*
32,30	69 55	1,31	*Dawes.*
32,40	71 26	1,14	*Smyth.*
32,52	73 30	1,262	*Struve.*
1833,10	62 43	1,18	*Herschel II.*
33,23	6ŝ 38		*Smyth.*
33,24	61 11	1,54	*Herschel II.*
33,37	65 32	1,056	*Struve.*
1834,38	51 40	0,912	———
34,84	33 36		———
1835,38	15 29	0,514	———
1836,41	331 34::	0,257	———
1837,20	280 25::		*Encke.*
37,41	258 7	0,595	*Struve.*
37,48	256 24	0,626	*Encke, Galle, Mädler.*
1838,41	232 2	0,867	*Struve.*
38,42	230 39	0,768	*Otto Struve,*
38,43	229 12	0,83	*Galle, Mädler.*

Die Resultate für 1837 und 1838 beruhen auf Messungen hier und in Dorpat, deren Detail mir von den Beobachtern gütigst mitgetheilt und die noch nicht öffentlich bekannt gemacht worden sind.

Bei 1836,41 und 1837,20 erschienen die Sterne **nicht** getrennt, sondern nur länglicht. In allen übrigen hier aufgeführten Beobachtungen war eine Trennung sichtbar. Die von mir herrührenden Positionsmessungen für 1833 und 1834 (Astr. Nachr. Nr. 280) habe ich nicht mit aufgenommen, da sie für so nahestehende Sterne neben andern gleichzeitigen mit weit kraftvollern Instrumenten angestellten, keinen Werth haben können.

Gleich nach Erscheinung der *Mensurae micrometricae* machte ich einen Versuch, bei welchem die Beobachtungen bis incl. 1836 benutzt, und nur die gänzlich unvereinbare *Cassini*sche, so wie die, wo der Stern blofs länglicht gesehen war, ausge-

schlossen wurden. Konnten gleich die Beobachtungen ziemlich genügend dargestellt werden, so zeigte sich doch, dafs die Unsicherheit der einzelnen Elemente noch zu beträchtlich war, indem z. B. die Neigung um 5 bis 6 Grad geändert werden konnte, ohne die übrigbleibenden Fehler erheblich zu vergröfsern. Das Resultat nebst der erhaltenen Vergleichung, jedoch blofs in Beziehung auf die Positionswinkel, war folgendes:

Zeit des Perihels.... $= T =$ 1836,320
Mittl. jährl. Bewegung $= \mu = -2°$ 8'0907; Periode 168J,6305
Excentricitätswinkel.. $= \varphi =$ 59 46,2; $\sin\varphi = 0{,}8640120$
Neigung........... $= i =$ 30 34,6
Aufsteigender Knoten $= \Omega =$ 58 32,4 (M. Aeq. 1830)
Abst. d. Per. v. Knoten $= \lambda =$ 265 20,4

Die zur Berechnung angewandten Beobachtungen zeigten folgende Unterschiede:

1718,20	+265'9	1828,38	+ 54'3	1832,40	+100'3
56,00	+163,8	1829,22	+ 62,6	52	+281,6
81,89	— 65,0	39	+133,3	1833,10	— 44,5
1803,20	— 49,1	1830,38	+ 10,5	23	+ 92,9
20,25	— 42,2	39	— 22,9	24	— 47,4
22,00	— 23,0	59	+ 74,4	37	+273,7
22,25	+ 21,5	1831,36	+ 77,5	1834,38	+357,0
25,32	+ 28,3	36	+244,5	84	— 69,5
25,32	— 33,7	1832,25	— 28,7	1835,38	— 74,5
28,35	+ 48,6	32,30	— 38,9		

Die später erhaltenen weichen dagegen folgendermafsen ab:

1837,41	— 458'3
48	— 419,1
1838,41	— 528,3
42	— 605,2
43	— 686,8

Hierdurch war eine nicht unbeträchtliche Abweichung der oben erhaltenen Werthe angedeutet und die Möglichkeit einer Verbesserung derselben dargeboten. Statt aber auf die bisher angewandte Art durch Ableitung von Mittelwerthen für 4 Epochen und Combination derselben nach *Encke's* Methode die Elemente zu finden, zog ich es vor durch Bedingungsgleichungen die Correctionen für obige Näherungswerthe zu suchen, und dabei jede Beobachtung einzeln und unverändert anzuwenden. Jedoch zeigte schon ein vorläufiger Versuch, dafs auf die Distanzen hiebei nicht gerechnet werden, und dafs sie, verbunden mit den Positionswinkeln angewandt, nur dazu dienen könnten, das Resultat der letztern zu verschlechtern. Aber noch eine andere Betrachtung bestimmte mich, die Rechnung zuerst mit den Positionswinkeln allein durchzuführen. Obgleich nemlich die angenommene Allgemeinheit des *Newton*schen Gravitationsgesetzes auch aufserhalb unsers Sonnensystems die höchste Wahrscheinlichkeit für sich hat, so kann man doch diesen wichtigen Schlufs nicht eher als Lehrsatz aufstellen, als bis ihn die Beobachtungen direct bestätigt haben. Am frühsten und sichersten aber scheint dies dadurch erreicht werden zu können, dafs man zeigt, es bestehe zwischen Positionswinkeln und Distanzen eine feste, auf das *Kepler*sche Gesetz

$$\rho\rho\, d\sigma = C$$

gegründete Relation. Hat man nun eine Form der Bahn ohne Anwendung der beobachteten Distanzen erhalten, und läfst es sich sodann darthun, dafs die letztern, so weit es die Genauigkeit der Messungen gestattet, der erwähnten Gleichung Genüge leisten, so kann man mit weit gröfserer Sicherheit auf das Stattfinden derselben schliefsen, als wenn man durch unmittelbare Anwendung der Distanzen die letztern gleichsam genöthigt hätte, der vorausgesetzten Theorie sich anzuschliefsen.

Zur Berechnung des Positionswinkels p aus den 6 Elementen T, μ, i, φ, Ω, π (a ausgeschlossen) hat man bekanntlich die folgenden Gleichungen:

$$\mu(T_{,}-T) = u - \omega . e \sin u; \quad (\omega = 3437',75)$$
$$tg\,\tfrac{1}{2}v = tg\,\tfrac{1}{2}u \sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}$$
$$tg(p-\Omega) = tg(v+\lambda)\cos i.$$

Setzt man nunmehr

$$\frac{\cos^2 . \frac{1}{2}v}{\cos^2 . \frac{1}{2}u} = \alpha; \quad 1 - e\cos u = \beta; \quad \frac{\cos i \cos^2(p-\Omega)}{\cos^2(v+\lambda)} = \gamma$$

so werden die Bedingungsgleichungen für p folgende Form erhalten:

$$\begin{aligned}\Delta p = &+ \Delta\Omega \\ &- tg(v+\lambda)\cos^2(p-\Omega) . \sin i . \Delta i \\ &+ \gamma . \Delta\lambda \\ &+ \alpha\gamma\omega \sin u \left(\frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} + \frac{1}{(1-e)\sqrt{((1-e^2))}}\right) . \Delta e \\ &+ \frac{\alpha}{\beta}\gamma(T_{,}-T)\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)} . \Delta\mu \\ &- \frac{\alpha}{\gamma}\gamma\mu\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)} . \Delta T.\end{aligned}$$

Den einzelnen eben aufgeführten Beobachtungsresultaten wird nun allerdings ein gleichförmiges Gewicht in der Wirklichkeit nicht zukommen. Allein die Rücksichten, welche hierbei der Strenge nach genommen werden müfsten, sind so vielfältig, dafs es unmöglich fällt, nach irgend einem nicht durchaus willkührlichen Princip die relativen Gewichte zu bestimmen. Dafs die früheren Beobachtungen den neueren an absoluter Genauigkeit weit nachstehen, leidet keinen Zweifel, allein auch die neueren sind mit wesentlich verschiedenen Instrumenten angestellt, und der Streit über den Vorzug der einen oder der andern Beobachtungsmethode ist noch unentschieden. Ueberdiefs ist die Genauigkeit des Positionswinkels eine Funktion der Distanz, und die Form dieser Funktion wieder abhängig von der Beobachtungsmethode und vielleicht selbst von der Individualität des Beobachters. Die höchst schätzbaren und sorg

fältigen Untersuchungen, welche *Struve* in dieser Beziehung angestellt hat, sind nur erst ein Anfang dessen, was geleistet werden müfste, um nach einem sichern Maafsstabe diese Gewichte bestimmen zu können. In Erwägung dieser Schwierigkeiten, und eingedenk der Erinnerung *Encke's* in seiner Abhandlung über die Methode der kleinsten Quadrate (Berliner astron. Jahrbuch 1835 u. 1836) habe ich es vorgezogen, bei diesem ersten Versuch allen Beobachtungen das gleiche Gewicht zu geben.

Bei Auflösung der numerischen Gleichungen hatte ich

$$\Delta E = 10000\,\Delta e$$
$$\Delta M = 10\,\Delta\mu$$
$$\Delta t = 1000\,\Delta T;$$

und erhielt die folgenden Correctionen:

$\Delta\Omega = -\ 9'847;$	Gewicht	0,13927
$\Delta i = +360,723;$		0,22040
$\Delta\lambda = +\ 37,239;$		0,09528
$\Delta E = +\ 38,0512;$		5,38504
$\Delta M = -\ 84,7281;$		2,03142
$\Delta t = -203,055;$		3,88000.

Diese Correctionen sind, wie erwartet werden mufste, sehr bedeutend, und scheinen eine Wiederholung der Berechnung mit den neuen Näherungswerthen zu erfordern. Indefs abgesehen davon, dafs für jetzt die besseren Beobachtungen noch zu wenig zahlreich sind, und zu nahe bei einander liegen um von einer solchen Wiederholung einen sichern Erfolg erwarten zu können, so findet glücklicherweise die beträchtlichste Correction bei einem Elemente statt, dessen Cosinus in den übrigen Gliedern nur als einfacher Factor des ganzen Coefficienten, und bei $\Delta\Omega$ gar nicht erscheint, während der Coefficient von Δi selbst nur $\sin i$ als gleichfalls beständigen Factor enthält. Die Substitutionen, welche man zur Ermittelung der übrigbleibenden Fehler vorzunehmen hat, werden also durch diese Correction nicht geändert, wohl aber die Verbesserungen selbst. Nennt man den anfänglich für i gesetzten Näherungswerth i_0 und den wahren i_1, so hat man das gefundene Δi mit $\frac{\sin i_0}{\sin i_1}$, so wie die Verbesserungen $\Delta\lambda$, ΔE, ΔM, Δt.... mit $\frac{\cos i_0}{\cos i_1}$ zu multipliciren; wo i_1 durch einige Näherungen leicht erhalten wird. Die obigen Correctionen werden demnach in die nachstehenden verwandelt:

$$\Delta\Omega = -\ 9'847$$
$$\Delta i = +313,44$$
$$\Delta\lambda = +\ 39,647$$
$$\Delta E = +\ 40,409$$
$$\Delta M = -\ 89,979$$
$$\Delta t = -217,737$$

und die Elemente selbst sind nun die folgenden:

$$T = 1836,1026$$
$$\mu = 2^\circ 17'0886; \quad \text{Periode } 157^J,5623$$
$$\varphi = 60\ 13,99; \quad \sin\varphi = 0,8680529$$
$$i = 35\ 48,04$$
$$\Omega = 58\ 22,55$$
$$\lambda = 265\ 59,95.$$

Des Einflusses wegen, den die starke Abweichung der zum Grunde gelegten Näherungswerthe auf die numerischen Coefficienten der Bedingungsgleichungen ausüben mufs, suchte ich die übrigbleibenden Fehler einmal durch gewöhnliche Substitution (I) und sodann durch directe Berechnung der p aus den neuen Elementen (II). Beide Systeme von Fehlern stelle ich hier zusammen:

	(I)	(II)		(I)	(II)
1718,20	+ 6'1	+ 9'9	1831,36	+173'9	+175'2
1756,00	+ 44,7	+ 50,5	1832,25	—109,8	—106,3
1781,89	—136,6	—146,8	1832,30	—120,4	—117,1
1803,20	— 90,5	—101,8	1832,40	+ 17,1	+ 21,4
1820,25	— 71,5	— 81,0	1832,52	+197,4	+202,9
1822,00	— 36,9	— 41,5	1833,10	—134,5	—126,7
1822,25	— 8,9	— 16,5	1833,23	+ 1,2	+ 9,5
1825,32	+ 20,5	+ 1,7	1833,24	—140,0	—130,8
1825,32	— 41,5	— 60,3	1833,37	+184,6	+217,8
1828,35	+ 6,7	+ 0,4	1834,38	+291,8	+314,3
1828,38	+ 67,9	+ 65,9	1834,84	— 82,4	— 43,5
1829,22	+ 4,7	+ 6,1	1835,38	+ 51,2	+ 94,0
1829,39	+ 75,8	+ 78,2	1837,41	+269,1	+254,1
1830,38	— 58,3	— 53,0	1837,48	+280,7	+264,7
1830,39	— 93,6	— 85,9	1838,41	— 85,4	—109,0
1830,59	+ 1,8	+ 10,4	1838,42	—163,9	—183,1
1831,35	+ 6,9	+ 8,2	1838,48	—247,8	—261,8

Aus (II) erhält man den mittlern Fehler einer Beobachtung $= \sqrt{\frac{702710'}{34-6}} = 158'4$, woraus die mittleren Fehler der gefundenen Elemente

$$\text{für } e = \pm 0,0068266$$
$$\mu = 11'115$$
$$T = 0,080423$$
$$\lambda = 513'0$$
$$i = 293,7$$
$$\Omega = 424'5$$

so dafs die Unsicherheit der Umlaufszeit etwa 13 Jahr beträgt. Die grofse Unsicherheit von λ und Ω ist eine gegenseitige, durch die geringe Divergenz der Coefficienten für $\Delta\lambda$ und $\Delta\Omega$ bewirkte, sie hebt sich demnach in Bezug auf die vom Aequinoctio an gezählte Länge des Perihels dem gröfsern Theile nach auf. Die Zeit des Perihels scheint bis auf einen Monat sicher und nur die Neigung schwankt noch zwischen beträchtlich weiten Grenzen.

Für die Distanzen d hat man

$$d = a\,(1 - e\cos u)\,\frac{\cos(p-\Omega)}{\cos(v+\lambda)}$$

worin a noch unbekannt und aus den beobachteten Distanzen abzuleiten ist. Die einzelnen Relationen sind folgende:

	Berechnet.		Beobachtet.	Diff. vom Mittel.
1756,00	1,5111 a	=	6″50	+ 0″265
1780,00	1,4217 -	=	5,66	— 0,207
1803,40	1,1869 -	=	5,90	+ 1,002
1819,40	0,8498 -	=	3,56	+ 0,052
1822,00	0,7696 -	=	2,86	— 0,315
1822,25	0,7654 -	=	3,79	+ 0,631
1823,19	0,7353 -	=	3,30	+ 0,266
1825,32	0,6634 -	=	2,373	— 0,365
1825,32	0,6634 -	=	3,26	+ 0,522
1828,38	0,5420 -	=	2,070	— 0,147
1829,16	0,5104 -	=	1,76	— 0,366
1829,39	0,4999 -	=	1,782	— 0,281
1830,24	0,4592 -	=	2,22	+ 0,325
1830,59	0,4422 -	=	1,586	— 0,239
1831,23	0,4170 -	=	2,01	+ 0,289
1831,34	0,4127 -	=	1,74	+ 0,037
1831,36	0,4117 -	=	1,97	+ 0,270
1831,36	0,4117 -	=	1,492	— 0,208
1832,30	0,3493 -	=	1,31	— 0,131
1832,40	0,3457 -	=	1,14	— 0,287
1832,52	0,3355 -	=	1,262	— 0,123
1833,10	0,3000 -	=	1,18	— 0,058
1833,24	0,2905 -	=	1,54	+ 0,340
1833,37	0,2815 -	=	1,056	— 0,106
1834,38	0,2094 -	=	0,912	+ 0,056
1835,38	0,1349 -	=	0,514	— 0,043
1836,41	0,1165 -	=	0,257	— 0,224
1837,41	0,1807 -	=	0,595	— 0,151
1837,48	0,1856 -	=	0,626	— 0,140
1838,41	0,2521 -	=	0,867	— 0,173
1838,42	0,2528 -	=	0,768	— 0,275
1838,43	0,2536 -	=	0,830	— 0,215

Mittel aus 32 Beobachtungen $a = 4''1265$.

Aus den seit 1825 am Dorpater Refractor angestellten Beobachtungen, mit Ausschlufs der Distanz von 1836, wo die Sterne nicht getrennt erschienen, wird hingegen

$$a = 3''6375; \quad \pi M^{\frac{1}{3}} = 0''1247$$

und die Abweichungen der einzelnen Beobachtungen vom Mittel

1825,32	— 0″039	1834,38	+ 0″150
1828,38	+ 0,008	1835,38	+ 0,022
1829,39	— 0,036	1837,41	— 0,062
1831,36	— 0,005	1838,41	— 0,051
1832,52	+ 0,042	1838,41	— 0,152
1833,37	— 0,033		

Aus der *Bessel*schen Heliometerbeobachtung wird erhalten

$$a = 3''587$$

aus den beiden Berliner Beobachtungen

$$a = 3,316,$$

und die Abweichungen dieser 3 Beobachtungen vom Resultat der *Struve*schen beträgt

— 0″020; — 0″056; — 0″082.

Am sichersten scheint es, den zweiten Werth für a (3″6375) anzunehmen, da die 13 Jahre umfassenden Vergleichungen, trotz der Schwierigkeit, so nahe stehende und helle Sterne richtig zu messen, die vollste Befriedigung gewähren. Die Abweichung der älteren Beobachtungen wird dadurch freilich vergröfsert, allein ein Blick auf die vorstehenden Zahlen zeigt die Unmöglichkeit, sie auf irgend eine Weise genügend zu vereinigen. Doch auch diese Abweichungen sind nicht gröfser, als nach der Beschaffenheit der angewandten Hülfsmittel und Methoden zu erwarten war, und ich glaube nicht, dafs man Veranlassung finden wird, für dieses System von dem zum Grunde gelegten Gravitationsgesetze abzugehen.

Doch selbst in dem Falle, wo sich etwas stärkere Abweichungen zeigen, oder der Zeichenwechsel in den übrig bleibenden Fehlern länger, als der Zufall zu gestatten scheint, vermifst werden sollte, findet noch eine andere sehr wahrscheinliche Erklärung statt. Bekanntlich hat *Struve* bei einer nicht unbeträchtlichen Anzahl von Doppelsternen den Hauptstern abermals aus zweien zusammengesetzt gefunden, und es ist wahrscheinlich, dafs dies noch bei vielen andern, obgleich unsere stärksten Instrumente es nicht mehr zeigen, statt finde, ja dafs vielleicht die meisten Doppelsterne in der Wirklichkeit drei- und mehrfache Systeme sind. Bleiben wir nur bei dem nächsten, bereits durch die Beobachtungen bestätigten Falle stehen, so ist klar, dafs wir auf den Mittelpunkt der scheinbaren Gesammtfigur zweier uns nicht mehr trennbarer Sterne pointiren, und diesen Mittelpunkt in der Berechnung mit dem Schwerpunkte der Massen als identisch setzen, was zu bedeutenden Abweichungen führen kann. Möglich dafs grade γ Virginis sich in diesem Falle befindet, und dafs der Wechsel, den *Struve* in der relativen Helligkeit der beiden Sterne wahrgenommen hat, auf ein solches Verhältnifs hindeutet. Diese Fixsternsysteme werden, wie *Bessel* erinnert hat, den künftigen Zeiten Veranlassung geben, das Gesetz der Schwere unter einem neuen Gesichtspunkte anzuwenden und eine ganz allgemeine Auflösung des Problems der drei Körper zu suchen; und alsdann werden manche bis dahin unerklärbare Abweichungen ihre befriedigende Lösung finden.

Ephemeride.

	p	d		p	d
1838,5	232° 24′7	0″910	1844,0	198° 8′4	1″958
39,0	226 26,4	1,056	45,0	195 9,1	2,098
39,5	221 30,7	1,172	46,0	192 32,6	2,226
40,0	217 22,5	1,269	47,0	190 13,0	2,358
40,5	213 52,6	1,364	48,0	188 8,8	2,479
41,0	210 50,1	1,459	49,0	186 15,5	2,596
42,0	205 43,9	1,636	1850,0	184 33,3	2,677
43,0	201 35,7	1,799			

Ueber ζ Herculis bemerkte *Struve* im Jahr 1836, dafs die bisherigen Beobachtungen eine Bahn von 14 Jahren Umlaufszeit anzudeuten schienen, was binnen wenigen Jahren entschieden werden könne. Ich glaube, dafs diese Entscheidung durch die neuesten Berliner Beobachtungen bereits im Allgemeinen möglich ist. Der Begleiter steht seit 1832,75 (wo *Struve* ihn zuerst wieder erblickte), auf der Südseite des Hauptsterns, hat in 5,95 Jahren 58° seiner scheinbaren Bahn zurückgelegt und die Distanz hat fortwährend langsam zugenommen. Die Form dieser Curve zeigt selbst in einer oberflächlichen Zeichnung die Unmöglichkeit, den Begleiter bis zum Jahre 1840 oder 1841 zu der Position zurückzuführen, wo ihn *Struve* (vor seinem Verschwinden) 1826,63 erblickte. So blieb nur die Annahme übrig, dafs er von 1782,55 (*Herschel*) bis 1826,63 (*Struve*) 360° + 45° 54′ seiner scheinbaren Bahn durchlaufen habe. Die Beobachtungen sind nun die folgenden:

	Position.	Distanz.	
1782,55	69°18′	unbestimmt.	*Herschel I*
1795	zwischen 0° u. 90°	geringer als 1782.	*Herschel I*
1802	einfach.		*Herschel I*
1826,63	23 24	0″910	*Struve*
1828,77	einfach.		*Struve*
1829,67	einfach.		*Struve*
1831,65	einfach.		*Struve*
1832,75	220 30	<0,81	*Struve*
1834,45	203 30	0,91	*Struve*
1835,45	196 54	1,094	*Struve*
1836,58	188 1	——	*Mädler*
1836,60	186 18	1,090	*Struve*
1838,70	168 30	1,35	*Galle*

Die folgenden Elemente sind nur als ein ganz roher Versuch anzusehen, sie scheinen mir jedenfalls die fortwährende Sichtbarkeit des Trabanten bis 1862 hin wenigstens für das Fernrohr, was ihn 1826 zeigte, darzuthun:

Position. Distanz.

$T = 1830,90$
$\mu = -9°54'43$, hieraus Umlaufszeit 36^J3375.
$\Omega = 195\ 36$
$\lambda = 94\ 1$
$i = 55\ 57$
$\varphi = 27\ 30$; $\sin\varphi = 0,4617$.
$a = 1''251$; $\pi M^{\frac{1}{3}} = 0''1140$.

Die übrigbleibenden Fehler sind folgende:

	Position.	Distanz.
1782,55	− 330′	
1826,63	+ 182	− 0″104
32,75	− 142	< + 0,178
34,45	+ 142	− 0,020
35,45	+ 184	+ 0,051
36,58	+ 115	
36,60	+ 13	− 0,057
38,70	− 272	+ 0,129

Das Verschwinden des Begleiters von 1828 bis 1831 erklärt sich hinreichend dadurch, dafs die Distanz in diesen Jahren unter 0″7 blieb und 1830 bis auf 0″35 herabging. Mit dem Verschwinden 1802 ist dies jedoch nicht der Fall, die Rechnung ergiebt für dieses Jahr eine Distanz von 1″2. Allein wer je diesen Stern beobachtete, wird wissen, wie ungemein schwierig der Begleiter wahrzunehmen ist. Auch *Struve* konnte ihn 1833 nicht sehen; eben so erschien er nicht im Berliner Refraktor 1837 und Anfangs 1838, und in allen diesen Fällen kann die Ursache, man gebe der Bahn eine Form welche man wolle, unmöglich in der geringen Distanz allein gesucht werden. Bei einer Bahn von 28 Jahren, welche jene beiden Verschwindungen anzudeuten scheinen, ist es nicht möglich, die Beobachtungen von 1826 bis 1838 so gut darzustellen, als hier geschehen, und die *Herschel*sche von 1782 müfste alsdann ganz verworfen werden. *Herschel* giebt die Distanzen nicht direct, sagt aber, dafs sie 1782 gröfser als 1795 gewesen sei; ich finde für diese Zeiten 1″03 und 0″63. Rücksichtlich des Quadranten, wo *Herschel* ihn 1795 sah, weicht die Rechnung jedoch bedeutend ab, da er hiernach grade auf der entgegengesetzten Seite, zwischen 180° und 270°, stehen mufste. Allein es ist nicht möglich, diesen unbestimmten Angaben Genüge zu thun, ohne die Harmonie der bessern gänzlich zu zerstören.

Ephemeride.

1839	173° 0′	1″216
1840	167 54	1,208
1841	162 44	1,199
1842	157 28	1,184
1843	151 59	1,157
1844	146 15	1,133
1845	140 16	1,103
1846	133 56	1,077
1847	127 19	1,053
1848	120 24	1,033
1849	113 15	1,016
1850	105 52	1,005

J. H. Mädler.

Ueber die eigene Bewegung des Sonnensystems.

Von Herrn Professor *Argelander*,
Director der Sternwarte in Bonn.

Unter diesem Titel findet sich im 3ten Theile der Memoiren der Kaiserlichen Academie der Wissenschaften zu St. Petersburg ein Aufsatz, den ich zu Anfange des vorigen Jahres der Academie übergeben hatte. Eine Anzeige dieses Aufsatzes von *Struve* ist aus dem *Bulletin scientifique de l'académie de St. Petersbourg* in diese Nachrichten Nr. 331. übergegangen; sie enthält indeß außer den einleitenden Betrachtungen nur das Hauptresultat. Es könnte aber seyn, daß manchem Leser dieses Blattes, der die Petersburger Memoiren nachzuschlagen nicht Gelegenheit hat, eine etwas genauere Kenntniß der Untersuchungen selbst, auf denen das Resultat beruht, nicht unerwünscht wäre; weßhalb ich mir erlaube, hier einen Auszug aus dem genannten Aufsatze zu geben.

Die Grundlage dieser Untersuchungen bilden die eigenen Bewegungen der Sterne in AR. und Decl., die ich in meinem Cataloge von 560 Sternen durch Vergleichung meiner Beobachtungen mit den Positionen der *Fundamenta Astronomiae* und anderer älterer Cataloge erhalten habe. Es konnten indeß nicht alle 560 Sterne benutzt werden, indem bei sehr vielen die eigenen Bewegungen so klein sind, daß die unvermeidlichen Beobachtungsfehler ihre Werthe sehr bedeutend entstellt haben können. Diejenigen 390 aber, deren jährliche eigene Bewegung im Bogen des größten Kreises 0″1 übersteigt, glaubte ich mit Sicherheit gebrauchen zu können, da aus den Untersuchungen über die wahrscheinlichen Fehler der Positionen der Fundamenta und meines Catalogs der wahrscheinliche Fehler dieser jährlichen Bewegungen nur = 0″014 folgt. Durch weitere Ausführung der *Bessel*schen Rechnungen über die wahrscheinlichen Fehler der *Bradley*schen Beobachtungen habe ich nämlich den wahrscheinl. Fehler einer auf 5 Beobachtungen beruhenden AR. der Fundamenta, reducirt auf den Bogen des größten Kreises, gefunden = 0″710, einer auf 5 Beobachtungen beruhenden Declination = 0″620; für meinen Catalog, und Positionen denen 8 Beobachtungen zum Grunde liegen, gelten resp. die Zahlen 0″228 und 0″355; hieraus folgt also der wahrscheinliche Fehler des Unterschiedes beider Cataloge in AR. reducirt auf den größten Kreis = 0″746, in Decl. = 0″715, und daraus ferner die oben angegebene Zahl. Da uns nun über die Parallaxen der Sterne bis jetzt noch nichts bekannt ist, so können auch die eigenen Bewegungen selbst auf kein gemeinschaftliches Maaß zurückgeführt, also auch bei dieser Untersuchung nicht benutzt werden; sondern man muß sich auf das Verhältniß der Bewegungen in AR. und Decl., das heißt auf die Richtung der Bewegung beschränken. Ich berechnete daher zuerst diese Richtungen oder vielmehr die Winkel derselben mit den durch die Sterne gelegten Declinationskreisen, ψ; diese verglich ich mit denjenigen Richtungswinkeln, ψ', die statt finden müßten, wenn die Sterne selbst sich gar nicht bewegten, sondern die an ihnen wahrgenommenen Ortsveränderungen nur scheinbar und aus der Bewegung des Sonnensystems nach einem durch AR. $= A$ und Decl. $= D$ gegebenen Puncte Q entstanden wären. Die Unterschiede nun zwischen beiden Richtungen, d. h. die $(\psi - \psi')$ haben ihren Ursprung zum Theil in den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern, zum Theil in den wahren eigenen Bewegungen der Sterne, zum Theil in der fehlerhaft angenommenen Lage des Punktes Q. Die zweite Fehlerquelle wird, wenn A und D auch nur einigermaßen genähert richtig sind, offenbar die bedeutendste sein: sie wird indeß vollkommen so wirken, wie die erste. Denn da die Gesetze, nach denen die wahren Bewegungen der Sterne vor sich gehen, uns eben so unbekannt sind, als die Natur der Ursache, die die Beobachtungsfehler erzeugen, und wir daher für jeden Stern jede Richtung der wahren Bewegung als gleich wahrscheinlich annehmen müssen, so vermischen sich beide Fehlerquellen vollkommen und erzeugen nur zufällige Unterschiede in den $(\psi - \psi')$. Dahingegen erzeugen Fehler in der Annahme von A und D einem bestimmten Gesetze folgende Veränderungen in den verschiedenen $(\psi - \psi')$, und wir werden daher aus einer zureichenden Anzahl dieser nach der Methode der kleinsten Quadrate genäherte Werthe für die Correctionen von A und D finden können, wenn wir für jeden Stern die Bedingungsgleichung des Einflusses dieser Correctionen auf $(\psi - \psi')$ entwickeln. Es ist aber offenbar, daß nicht alle Sterne diese Correctionen mit gleicher Genauigkeit geben werden; denn einmal hat die Lage am Himmelsgewölbe, dann die Entfernung von uns Einfluß auf die Sicherheit der aus jedem Sterne folgenden Gleichung. Bei Sternen nämlich, die um 90° von dem Puncte Q abstehen, erzeugt die Bewegung der Sonne offenbar die größte scheinbare Ortsveränderung, und diese werden daher auch zur Bestimmung von Q am geeignetsten sein, während solche, auf die die Sonne in gerader Linie zu rückt, oder von denen sie sich ebenso entfernt, dazu gar nicht dienen können, und es läßt sich leicht zeigen, daß der Stimmwerth eines jeden Sterns dem Sinus seines Abstandes von dem Punkte Q, den ich mit f bezeichne, proportional sei. Die Entfernung der Sterne aber hat in so fern Einfluß auf die Sicherheit, als im Allgemeinen die entferntern Sterne geringere eigene Bewegungen zeigen, und bei diesen daher die unvermeidlichen Beobachtungsfehler, die ja im Mittel für alle Sterne sich gleich bleiben, einen größern Einfluß haben werden.

für jeden einzelnen Stern wird dies aber nicht wahr sein; denn gewifs bewegen sich manche Sterne absolut rascher, andere langsamer; aufserdem bewirkt auch die Bewegung der Sonne bei dem einen Sterne eine Vergröfserung, bei dem andern eine Verkleinerung der scheinbaren Bewegung, und wir können daher nicht behaupten, dafs jeder Stern, dessen eigene Bewegung gröfser ist, als die eines andern, uns auch näher sei. Daher habe ich die Sterne nach der Gröfse ihrer eigenen Bewegung in drei Classen getheilt; die erste enthält 21 Sterne, deren jährliche eigene Bewegung im Bogen des gröfsten Kreises gröfser als eine Secunde ist, die zweite 50 Sterne, bei denen sie zwischen 0"5 und 1" ist; die dritte endlich 319 Sterne mit geringeren eigenen Bewegungen bis auf 0"1 und bei ein Paar sehr genau bestimmten bis auf 0"09 hinab. Jede dieser Classen wurde nun abgesondert berechnet, so nämlich, dafs in den beiden ersten für einen jeden Stern aus einem angenommenen Werthe für die Lage von Q ψ' berechnet, dieses mit dem aus den eigenen Bewegungen in AR. und Decl. gefundenen ψ verglichen, die Coefficienten der Bedingungsgleichung für den Einflufs von Veränderungen in A und D auf $(\psi-\psi')$ entwickelt, jede Bedingungsgleichung mit $\sin f$ multiplicirt, und dann jede Classe besonders der Methode der kleinsten Quadrate unterworfen wurde. In der dritten Classe berechnete ich zwar die ψ für jeden Stern auch besonders, zur Berechnung der $\psi' \sin f$ und der Coefficienten der Bedingungsgleichungen vereinigte ich aber die nahegelegenen Sterne in mittlere Oerter, deren ich 47 erhielt, und somit 47 Gleichungen, aus denen dann weiter die Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Werthe von ΔA und ΔD ergab. Indem ich nun von vorläufigen Werthen für A und D ausging, erhielt ich durch fortgesetzte Näherungen $A = 260°5'1'$, $D = +31°3'4$ für die Mitte des Jahres 1792 als der mittleren Epoche zwischen 1755 und 1830, worauf ich endlich die definitive Bestimmung gründete; sie folgt

aus Cl. I	$A = 255°54'8 \pm 12°31'4$	$D = +37°49'9 \pm 9°29'0$	$\varepsilon''(\psi) = 31°57'$
Cl. II	$258\ 14,0 \pm 8\ 50,1$	$+39\ 13,8 \pm 6\ 6,7$	$33\ 38$
Cl. III	$261\ 58,0 \pm 3\ 59,4$	$+29\ 13,8 \pm 2\ 38,4$	$37\ 20$

wo $\varepsilon''(\psi)$ den wahrscheinlichen Fehler im Richtungswinkel eines um 90° vom Puncte Q abstehenden Sterns, oder die wahrscheinliche Gröfse von $(\psi-\psi')\sin f$, wie sie nach der Elimination sich ergiebt, bedeutet. Um nun aus diesen Bestimmungen das Endresultat zu ziehen, multiplicirte ich die Summen der Producte und Quadrate der Coefficienten mit den für jede Classe aus den verschiedenen $\varepsilon''(\psi)$ geschlossenen Werthen, wobei ich, um zu kleine Zahlen zu vermeiden, alles auf die Genauigkeit von Beobachtungen mit $\varepsilon''(\psi) = 35°$ brachte, addirte die in den 3 Classen erhaltenen Quantitäten, und unterwarf die Summen einer neuen Elimination, die endlich die folgenden Zahlen für 1792,5 ergab:

$$A = 260°46'6 \pm 3°27'6 \quad D = +31°17'7 \pm 2°19'6$$

oder reducirt auf den Anfang unsers Jahrhunderts

$$A = 260°50'8 \quad D = +31°17'3.$$

Um die Sicherheit dieses Resultates so viel möglich zu erhöhen, hatte ich die Berechnung der verschiedenen ψ' und der Coefficienten der Bedingungsgleichungen sehr sorgfältig controllirt; indefs haben sich in die Berechnung der ψ einige Fehler, besonders durch Verwechselung des Quadranten, eingeschlichen. Aufmerksam wurde ich hierauf durch Herrn Hofrath *Gaufs* gemacht, der die Güte hatte, mir einen solchen Fehler bei η Serpentis anzuzeigen; ich habe daher alle ψ neu berechnet, und dabei die erwähnten Fehler entdeckt. Da es vorauszusehen war, dafs diese einen nicht unbedeutenden Einflufs auf das Endresultat haben mufsten, habe ich die Rechnung wiederholt, und so die folgenden bedeutend verschiedenen Resultate für die beiden zweiten Classen erhalten:

Classe II	$A = 255°\ 9'7 \pm 8°34'0$	$D = +37°34'3 \pm 5°55'6$	$\varepsilon''(\psi) = 32°37'$
III	$261\ 10,7 \pm 3\ 48,9$	$+30\ 58,1 \pm 2\ 31,4$	$35\ 42$

In der ersten Classe hat eine vollständige neue Rechnung keinen Fehler entdecken lassen, und ich glaube behaupten zu können, dafs auch in den beiden andern Classen jetzt kein Fehler mehr vorhanden sei. Die gemachten Verbesserungen haben nicht nur im Ganzen die einzelnen $(\psi-\psi')$ verkleinert, und also auch die Summe ihrer Quadrate, sondern auch die partiellen Resultate einander bedeutend näher gebracht, so dafs jetzt keines der sechs Resultate aufserhalb ihrer wahrscheinlichen Fehler von den Endresultaten abweicht, die sich jetzt folgendermafsen herausstellen,

$$\text{für } 1792,5 \quad A = 259°47'6 \pm 3°18'6 \quad D = +32°29'5 \pm 2°13'5$$

$$\text{für } 1800 \quad A = 259\ 51,8 \quad D = +32\ 29,1$$

Obgleich nun hier die Correctionen der angenommenen Werthe noch ziemlich bedeutend sind, so glaube ich doch nicht, dafs eine neue Rechnung, gegründet auf die neuen Werthe, das Endresultat um viele Minuten ändern würde, und habe daher diese neue Rechnung eben so wenig unternommen, als ich die verschiedenen ψ', die in dem Memoire für alle Sterne angegeben sind, neu berechnet habe. Dahingegen theile ich, um andern Astronomen, die etwa das Resultat auf eine andere

Weise ziehen wollen, die Rechnung zu erleichtern, vorzüglich auf den Wunsch des Herrn Hofraths *Gaufs*, mehr Detail der Rechnung mit, als in der angegebenen Abhandlung enthalten ist, wobei ich nur bemerke, dafs *log sin f* gleichfalls aus den frühern Werthen $A = 260° 46'6$, $D = +31° 17'7$ berechnet ist, und überdem α und δ die AR. und Decl. für 1792,5, Δs die jährliche eigene Bewegung im Bogen des gröfsten Kreises $l.\Delta\alpha$ aber und $l.\Delta\delta$ die Logarithmen der jährlichen eigenen Bewegungen, in AR. schon multiplicirt mit $\cos\delta$ und in Decl. bezeichnen, und die vorgesetzten Nummern sich auf meinen Catalog beziehen.

Erste Classe.

NC.	α	δ	l.Δα	l.Δδ	Δs	log.sinχ
19	9° 9'8	+56°42'6	0,0345	9,6946n	1"19	9,9815
20	9 18,4	+ 4 12,7	9,8739	0,0504n	1,35	9,9879
23	13 38,6	+53 53,8	0,5335	0,1906n	3,75	9,9888
47	23 36,4	−17 2,1	0,2347n	9,9232	1,91	9,9051
66	31 6,7	+33 16,0	0,0598	9,3909n	1,17	9,9930
81	43 32,7	+48 48,4	0,1195	8,6990n	1,32	9,9992
103	61 25,8	− 7 59,1	0,3365n	0,5381n	4,08	9,6921
148	99 0,0	−16 26,6	9,7057n	0,0888n	1,33	9,5784
158	112 6,5	+ 5 44,7	9,8319n	0,0204n	1,25	9,8683
197	139 43,2	+52 36,8	9,9851n	9,7551n	1,12	9,9954
298	195 32,5	+28 56,0	9,6911n	9,9571	1,03	9,9167
301	196 53,6	−17 9,2	0,0167n	0,0090n	1,46	9,9905
321	211 33,0	+20 16,2	0,0432n	0,2925n	2,25	9,8518
373	236 43,2	+16 20,9	9,5402	0,0976n	1,30	9,6495
406	258 13,5	+32 44,6	9,1384	0,0022n	1,01	8,6575
421	268 44,6	+ 2 33,7	9,3340	0,0402n	1,12	9,6951
441	288 46,1	+11 30,7	9,8791	9,8248	1,01	9,7307
448	293 10,8	+69 18,6	9,7015	0,2553n	1,87	9,8271
481	314 24,2	+37 44,3	0,6099	0,4947	5,13	9,8422
540	345 50,3	+56 1,5	0,3036	9,4362	2,03	9,9453
558	357 50,3	+25 59,0	9,9454	9,9934n	1,32	9,9961

Zweite Classe.

NC.	α	δ	l.Δα	l.Δδ	Δs	log.sinχ
90	50 47,4	−10 10,1	9,9881n	8,7324n	0,98	9,7575
92	51 34,4	− 0 16,0	9,3191n	9,7283n	0,57	9,8218
95	53 19,7	−10 28,6	8,9012n	9,8567n	0,72	9,7343
96	54 29,0	−23 52,3	9,1543n	9,7372n	0,56	9,6160
130	83 57,2	−22 31,6	9,5014n	9,5911n	0,50	9,2046
135	85 36,3	−20 54,5	9,3312	9,8149n	0,69	9,2903
253	169° 3'8	+ 4° 8'5	9,9042n	9,2068	0"82	0,0000
265	174 58,3	+ 2 56,0	9,8736	9,4393n	0,80	9,9952
284	187 47,3	− 0 18,5	9,7189n	8,1761	0,52	9,9863
331	216 29,7	−11 24,9	9,8990n	9,5587	0,87	9,9364
347	227 11,2	+ 2 33,7	9,1000	9,7226n	0,54	9,8318
375	237 10,5	−15 54,6	9,8133n	9,5211n	0,73	9,8987
384	241 5,5	− 7 48,4	9,2827	9,6893n	0,52	9,8371
389	246 22,1	− 1 52,1	9,6184	9,5079n	0,53	9,7681
424	272 38,7	− 2 56,4	9,7721n	9,8156n	0,88	9,7698
542	346 36,1	+ 2 9,1	9,8704	7,0000	0,74	9,9965
552	352 19,2	+ 4 30,2	9,6250	9,6444n	0,61	0,0000
14	7 9,0	+20 7,7	9,6672n	9,5551n	0,59	9,9990
46	22 48,9	+19 15,2	9,4543n	9,8293n	0,73	9,9852
112	69 38,8	+ 6 35,1	9,7343	8,5315n	0,54	9,8021
118	73 48,0	+18 21,0	9,7756	8,3222	0,60	9,8849
160	113 9,0	+28 30,8	9,7958n	8,7634n	0,63	9,9650
182	130 3,1	+29 6,7	9,7119n	9,3874n	0,57	9,9877
190	135 13,8	+15 49,3	9,7180n	9,4871	0,61	9,9739
264	174 37,0	+15 43,9	9,6973n	8,9731n	0,51	9,9915
286	188 57,5	+10 42,2	9,4717	9,6603n	0,56	9,9702
305	199 34,2	+14 53,3	9,3544n	9,7404n	0,60	9,9260
370	255 53,2	+13 51,4	9,1028n	9,7093n	0,53	9,6819
416	264 35,2	+27 51,0	9,5426n	9,8543n	0,80	8,8205
443	289 12,7	+24 32,9	9,2588n	9,7959n	0,65	9,6408
452	295 9,8	+ 8 19,9	9,7432	9,5900	0,68	9,8013
457	298 41,8	+16 31,0	9,6202n	9,5302n	0,54	9,7836
524	339 5,0	+11 6,6	9,3046	9,6739n	0,51	9,9836
530	340 28,3	+ 8 44,2	9,7473	8,7160	0,56	9,9862
1	359 33,0	+58 0,3	9,7124	9 2833n	0,55	9,9677
44	22 18,2	+41 34,0	9,9187	9,0864n	0,84	0,0000
122	76 8,5	+39 53,8	9,7161	9,8241n	0,85	9,9765
183	131 13,9	+48 50,7	9,6524n	9,4564n	0,53	9,9998
184	131 46,6	+42 55,6	9,6364n	9,4564n	0,52	9,9996
198	140 47,5	+36 44,4	9,8507n	9,4133n	0,75	9,9998
214	147 15,1	+32 56,2	9,7325n	9,6513n	0,70	0,0000
248	166 46,2	+32 41,7	9,6352n	9,7781n	0,74	9,9881
281	185 57,9	+42 29,2	9,8686n	9,4487	0,79	9,9328
326	214 32,0	+52 48,9	9,3920n	9,6096n	0,48	9,8041
371	236 22,6	+43 2,4	9,6310	9,7853	0,74	9,5646
377	238 17,0	+33 55,4	9,2711n	9,8727n	0,77	9,5147
392	248 22,0	+31 59,2	9,5974n	9,5798	0,55	9,2642
478	310 15,7	+61 2,2	8,9785	9,9042	0,81	9,8331
486	316 37,7	+37 10,0	9,2205	9,6857	0,51	9,8561
428	276 11,7	+72 38,3	9,7165	9,5611n	0,64	9,8266

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Altona 1838. November 1.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 364.

Ueber die eigene Bewegung des Sonnensystems. (Beschlufs.)

Von Herrn Professor *Argelander*,
Director der Sternwarte in Bonn.

Dritte Classe.

NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f	NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f
	° ′	° ′			″			° ′	° ′			″	
401	254 37	−15 27	8,5025	9,1072	0,13	9,8660	451	294 38	+33 15	7,7005n	9,6294n	0,43	9,6796
404	257 9	−20 52,5	9,3946	9,3201n	0,32	9,8982	459	299 40	+35 24,5	9,3545n	9,5922n	0,45	9,7306
376	237 59	+18 24	8,6584n	9,2624	0,19	9,6144	440	288 7	+67 18	9,1070	8,8633	0,15	9,8030
379	239 41	+17 37	9,0244n	9,0314n	0,15	9,6008	460	301 18	+75 54	8,6866n	9,0128n	0,11	9,8747
383	240 55	+14 5,5	9,2456	9,5911n	0,43	9,6278	475	310 13	+80 21	8,7825	9,3729	0,24	9,9009
388	245 19	+21 57	9,0299n	7,4771	0,11	9,4575	489	318 24	+61 43	9,2000	inf. neg.	0,16	9,8683
393	248 44	+ 6 30	9,4012n	9,3010n	0,32	9,6608	483	314 25	−21 23	9,1228	8,9638n	0,16	9,9820
398	251 58	+ 9 42,5	9,4794n	8,5682	0,30	9,5935	487	317 19	−21 41	9,2198	8,6628n	0,17	9,9865
403	256 38	+25 6	8,9323n	9,1072n	0,15	9,0978	494	322 9	−17 35,5	9,3621	8,2787n	0,23	9,9878
409	261 20	+12 43,5	8,9782	9,2810n	0,21	9,5033	495	322 34	−14 58	9,1697n	9,4249	0,30	9,9853
412	263 19	+ 4 40	8,3208n	9,2718	0,19	9,6532	499	323 54	−17 3,5	9,3896	9,3962n	0,35	9,9895
413	263 30	+24 41	8,7027n	9,0086n	0,11	9,0880	502	325 30	−14 31	9,5416	8,5798	0,36	9,9889
414	263 43	+24 26	9,0274n	9,0453	0,15	9,1062	508	329 38	− 8 32	9,1581	9,6532n	0,47	9,9704
381	240 20	+37 1,5	8,6346n	9,5599	0,37	9,4858	515	333 50	−17 47,5	9,3132	8,4548	0,21	9,9987
382	240 55	+44 23	9,1441	9,5211n	0,36	9,3850	520	335 50	−21 46	9,3287	9,1239n	0,25	9,9999
385	241 44	+34 23,5	9,4819n	8,2788n	0,30	9,4475	526	339 6	−20 41,5	9,1156n	9,2833n	0,23	9,9999
394	248 57	+39 19,5	8,7178	8,8325n	0,09	9,3366	461	301 10	+14 34,5	8,8779	8,8976	0,11	9,8124
396	251 17	+32 3	9,1377n	7,7782	0,14	9,1498	472	307 12	− 0 14	9,1973	7,8451n	0,16	9,9083
405	257 38	+37 31	8,5379n	9,0043	0,11	9,0695	473	307 16	+ 9 22	9,5204	8,5911	0,33	9,8732
378	239 30	+59 7,5	9,5396n	9,5159	0,48	9,7056	484	316 6	+ 9 10,5	8,9187	9,4728n	0,31	9,9173
387	245 56	+76 13,5	inf. neg.	9,3838	0,24	9,8530	488	318 7	+18 55,5	9,1814	8,9494	0,18	9,9014
410	262 3	+55 19,5	9,2030	8,6335	0,17	9,6101	509	329 56	+ 5 11	9,5545	8,7076	9,36	9,9717
415	264 32	+68 51	8,1648	9,4564	0,29	9,8856	462	301 42	+36 11	8,7264	9,0569	0,13	9,7489
417	266 24	+72 15	8,0313n	9,4216n	0,25	9,8174	476	309 28	+33 12	9,5700	9,5145	0,49	9,8156
419	266 2	+50 50	8,6577n	9,2810	0,20	9,5323	479	310 41	+43 17	9,1966	9,0969	0,20	9,8153
422	269 41	+76 59	8,3979	9,4133	0,26	9,8560	492	321 35	+37 36,5	9,1648	9,0792	0,19	9,8821
425	273 11	+64 20	9,5402	7,9031	0,35	9,7467	496	323 43	+27 49	9,3633	9,3856n	0,34	9,9077
427	275 34	+71 25	8,7633n	9,0607n	0,13	9,8161	506	329 20	+24 20	9,5159	8,6128	0,33	9,9379
429	276 21	+65 26	8,9592	8,7924n	0,11	9,7934	512	332 44	− 2 25,5	9,2131	9,4624	0,33	9,9869
430	275 59	− 8 22,5	8,6186n	9,4800n	0,30	9,8277	527	339 17	− 5 18	9,3172n	9,4639n	0,36	9,9968
436	281 28	+ 3 57	7,8750	9,0414	0,11	9,7427	531	340 56	−17 22	9,4718n	8,8633n	0,30	9,9999
437	281 29	− 6 6	9,0601	8,2553n	0,12	9,8282	541	346 16	−10 13	9,5874	8,1761n	0,39	9,9999
439	287 26	−18 41	9,1303	8,4150n	0,14	9,9193	544	347 3	−14 53	9,4314	9,0645n	0·29	9,9988
442	288 46	+ 2 43	9,3851	9,0792	0,27	9,7979	545	347 9	− 6 15	9,3165	8,2041	0,21	0,0000
426	273 43	+21 41	9,3345	9,3927n	0,33	9,4137	546	348 1	−21 14	9,1870n	8,9912n	0,18	9,9951
432	279 12	+20 21,5	8,6105	9,5441n	0,35	9,5302	554	352 59	−15 41,5	8,9921	8,4771	0,10	9,9935
438	282 33	+14 48	8,8147n	8,9777n	0,12	9,6395	2	360 10	−16 36,5	9,0027n	9,3997n	0,27	9,9821
445	290 1	+24 15	9,1774n	8,9294n	0,17	9,6529	517	334 1	+ 3 20,5	9,4914	8,6233	0,31	9,9827
453	295 16	+ 9 54,5	9,3737	9,1335n	0,27	9,7937	533	342 1	+ 8 15,5	9,6340	9,3802n	0,49	9,9908
455	296 17	+ 5 54	8,8814	9,6684n	0,47	9,8240	536	344 31	+ 1 0	9,1105	9,0128	0,16	9,9977
456	297 23	+18 56	8,8509	8,8129	0,10	9,7604	549	349 22	+ 5 14,5	9,0881n	8,5682n	0,13	9,9990
428	269 47	+30 32,5	8,9745n	8,9638	0,13	9,1302	556	357 10	+ 5 43	9,2708	9,0453n	0,22	9,9996
431	277 29	+38 36	9,3500	9,4698	0,37	9,4263	513	333 25	+19 48	9,5094	7,9542n	0,32	9,9587
447	292 43	+49 45	7,6854n	9,3579	0,23	9,7005	532	341 49	+19 39,5	9,4218	8,9138	0,28	9,9795
449	294 4	+50 3	9,3390n	9,1761n	0,23	9,7122	534	343 26	+26 57,5	9,2993	9,1818	0,25	9,9745

NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f
	° ′	° ′			″	
539	345 26	+25 44	9,2861n	9,0043n	0,22	9.9799
547	348 24	+31 24	9,4018	8,6990n	0,26	9,9794
548	348 46	+22 16	9,3383	8,7160	0,22	9,9887
559	358 58	+27 52,5	9,6953	9,2455n	0,43	9,9960
560	359 25	+27 56,5	9,1516	9,1614n	0,20	9,9963
514	331 53	+51 12	8,3155n	9,3117n	0,21	9,9116
537	344 36	+48 10	9,2229	9,1584	0,22	9,9513
538	345 13	+42 26	9,3387n	9,2504n	0,28	9,9697
550	350 17	+38 6	9,4449	8,8513n	0,29	9,9756
551	351 52	+45 20	9,2378	9,6149n	0,45	9,9702
504	329 9	+72 12	8,9044n	9,2833n	0,21	9,9067
529	340 35	+65 7	8,9239n	9,1553n	0,17	9,9268
553	352 44	+76 28,5	8,8307n	9,2068	0,18	9,9381
7	3 4	—13 22	9,5906	8,8062	0,39	9,9799
9	6 9	— 4 44	9,5725	8,5052n	0,38	9,9837
10	6 14	— 1 39	9,0567	9,0043n	0,15	9,9948
17	8 18	—19 8	9,2881	8,4472	0,20	9,9593
18	8 46	—14 1	8,9033n	9,3541n	0,24	9,9658
21	9 56	—11 46	9,3683n	9,3711n	0,33	9,9661
27	14 32	—11 17,5	9,3466	9,1139n	0,26	9,9535
32	15 59	— 9 2	8,7617	9,4564	0,29	9,9531
33	16 3,5	— 2 5	8,8834n	9,3010	0,21	9,9655
35	16 35,5	— 3 22	9,3246	9,1106n	0,25	9,9618
51	24 51	—11 43	9,2003n	9,0569n	0,20	9,9131
5	1 41	+ 7 43	8,4508	9,0253	0,11	9,9981
6	1 46	+15 11	9,4255	7,3010	0,27	9,9998
25	14 20	+ 0 54	9,0149	9,6721n	0,48	9,9743
26	14 26	+ 4 33	9,4511n	9,3096n	0,35	9,9789
31	16 44	+ 6 28,5	9,2302	8,9345n	0,19	9,9786
39	19 50	+ 5 4	9,4732	9,2810n	0,35	9,9672
41	21 2	— 0 6,5	9,1761	9,5798n	0,41	9,9553
52	24 58	+10 0,5	9,0207n	8,7924n	0,12	9,9656
58	27 21	+ 2 6	9,4833	9,4698n	0,42	9,9405
13	6 55	+28 11	9,3255n	9,3541n	0,31	9,9997
22	11 19	+37 22	9,3193	8,8261	0,22	9,9987
28	14 33	+34 32	9,2933	8,8692n	0,21	0,0000
42	21 10	+40 22	9,2312n	9,6053n	0,44	0,0000
54	25 19	+28 34	8,4419	9,3655n	0,23	9,9931
56	25 58	+36 13,5	9,2351	7,8451	0,17	9,9982
61	28 53	+22 28,5	9,2971	9,1399n	0,24	9,9812
62	29 19	+34 0	9,2500	8,5441n	0,18	9,9950
24	14 3	+42 50	9,2289	8,7076n	0,18	9,9927
29	14 39	+54 2,5	9,3358	8,0792n	0,22	9,9895
36	18 6	+59 9	9,5123	8,6435n	0,33	9,9865
37	18 50	+44 20	9,5438	9,0334n	0,37	9,9987
43	21 20	+47 34	8,8744	9,1461n	0,16	9,9982
63	29 18	+56 39	9,0836	8,5798	0,13	9,9956
64	29 59	+50 5,5	9,5187	9,2529n	0,38	9,9994
11	6 11	+81 20,7	9,0645n	8,9494	0,15	9,9433
60	27 53	+70 34,0	9,4899	9,4564n	0,42	9,9768
65	30 33	— 3 22	9,5936	8,8921n	0,40	9,9124
69	36 14	— 4 27	9,2042n	9,6484n	0,47	9,8821
71	37 24	—12 46	9,0517	9,3997n	0,28	9,8408
75	38 51,6	—19 27,5	9,4789	8,3424	0,30	9,8028
79	41 35	— 9 44	8,9406	9,3655n	0,25	9,8274
85	45 33	— 1 59	9,3717	8,9542n	0,25	9,8442
87	46 57	— 1 42	9,4189	9,0414n	0,28	9,8381
91	51 32	— 0 6	8,2175	9,2405n	0,18	9,8231

NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f
	° ′	° ′			″	
93	52 12	— 6 18	8,8725n	9,3483n	0,23	9,7755
67	34 5,5	+ 9 16	9,4422n	9,3424n	0,35	9,9391
70	36 20	+11 32,5	9,4176	8,9542n	0,27	9,9393
73	38 8,5	+ 2 21	9,1051n	9,2227n	0,21	9,9004
74	38 26	+ 9 14	9,4282	8,6721n	0,27	9,9251
78	41 11	+17 11	9,4867	9,3032n	0,36	9,9448
80	42 52	+ 3 16	7,8744n	9,0294n	0,11	9,8646
84	44 57	+18 56	9,2950	7,9542n	0,20	9,9418
88	47 8	+ 2 36	9,4285	8,2304n	0,27	9,8507
100	58 16	+21 26	9,3409	9,1106n	0,25	9,9236
104	62 5	+13 31,5	9,0933	8,1761n	0,13	9,8863
72	37 32	+48 20,5	9,5415	9,0719n	0,37	9,999[illegible]
76	38 54	+28 22,5	9,1887	9,1038n	0,20	9,977[illegible]
77	39 23	+37 27	9,3615	9,0000n	0,25	9,991[illegible]
82	43 53,5	+44 3,5	9,2656	9,1987n	0,24	9,996[illegible]
98	55 19	+50 4,7	9,0047	9,2330n	0,20	9,998[illegible]
101	58 34	+37 30	9,2473	9,3692n	0,29	9,97[illegible]
111	69 34	—17 19,5	9,2387	9,2765	0,26	9,47[illegible]
140	86 44	—14 13	7,9407n	9,1847	0,15	9,4[illegible]
106	64 12	+15 26,5	8,9699	8,6580n	0,10	9,[illegible]
108	66 0	+16 5	8,8831	9,2253n	0,18	9,[illegible]
110	69 9	+18 21	9,3149	9,5587n	0,42	9[illegible]
113	70 52	+ 9 48,5	8,7138	9,1903n	0,16	9,82[illegible]
119	74 4	+ 9 12	7,6476	9,5944n	0,39	9,81[illegible]
123	78 18	+28 25	8,8607	9,2967n	0,21	9,[illegible]
127	81 23	+ 9 10	8,9966	9,4914n	0,33	9,81[illegible]
128	83 10	+14 57,6	9,1201	9,3010n	9,24	9,8[illegible]
136	85 31,5	+20 13	9,3158n	9,0531n	0,24	9,8[illegible]
142	90 32	+29 33,5	8,4166n	9,4669n	0,29	9,9[illegible]
144	91 12	+12 19	9,1005	9,2718	0,23	9,64[illegible]
109	67 42	+56 22	8,4256	9,2455n	0,18	9,9[illegible]
114	70 29	+66 30,5	8,9038	9,6021n	0,41	9,[illegible]
117	72 37	+51 18	8,4900n	9,2672n	0,19	9,9[illegible]
120	75 21	+45 46	9,0020	9,6304n	0,44	9,[illegible]
125	78 42	+57 3	9,1949	9,3464n	0,27	9,[illegible]
141	87 5	+42 54	9,0901	9,2577n	0,22	9,[illegible]
145	93 11	+58 17,5	7,8509	9,5682n	0,37	0,[illegible]
153	104 59	— 3 55,5	8,6375	9,3404	0,22	9,7[illegible]
162	115 5	—16 42,5	8,9962	9,1106n	0,16	9,7[illegible]
163	115 32,5	—13 21	8,9771n	9,5599n	0,38	9,7[illegible]
169	120 16	—13 12	9,3575n	9,0128	0,11	9,8[illegible]
174	123 34	— 3 5,5	9,2129n	8,6232n	0,17	9,8[illegible]
151	101 30	+26 20	9,1854n	8,9638	0,18	9,[illegible]
155	108 56	+32 11	9,0948	9,2504	0,22	9,[illegible]
156	110 20	+32 19,5	9,2490n	8,8108n	0,19	9,9[illegible]
159	112 35	+29 22	8,8568	9,3464n	0,23	9,[illegible]
166	119 29	+26 7,5	8,6344n	9,5366n	0,35	9,[illegible]
167	119 39	+33 6	9,5763n	9,8129n	0,75	9,9[illegible]
171	121 51,5	+27 52,5	8,4447	9,5740n	0,38	9,9[illegible]
146	94 40,5	+61 58,5	9,4549n	9,4133n	0,38	9,[illegible]
147	97 56,5	+43 46	7,9890n	9,2175	0,17	9,9[illegible]
150	99 49	+58 40,5	8,2722	9,2810n	0,19	9,[illegible]
152	104 26	+59 59	9,0954n	9,4814n	0,33	9,9[illegible]
173	123 13	+61 23,7	9,0967n	9,1399n	0,19	9,9[illegible]
191	135 54	+ 3 11,5	9,1710	9,5172n	0,36	9,9[illegible]
196	139 22,5	— 5 10	9,3784n	9,0000n	0,26	9,9[illegible]
201	141 55	— 8 30	9,0225n	inf. neg.	0,11	9,9[illegible]
202	141 55	+ 5 35	9,2347n	8,6335n	0,18	9,9[illegible]

NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f
	° '	° '			"	
209	144 56	+ 5 18,5	9,0375n	8,5315n	0,11	9,9761
212	145 22,5	+ 3 25	9,2581n	9,1106	0,22	9,9741
216	150 7	—11 20	9,3074n	8,8921n	0,22	9,9626
217	150 51	— 6 22	9,4406n	8,6990	0,28	9,9721
175	123 31	+17 43	9,3042n	9,1732n	0.25	9,9533
178	128 13	+18 54,5	7,1520	9,3655n	0,23	9,9664
180	129 52	+16 6,5	9,1961n	8,8751	0,17	9,9634
188	134 8	+27 28,5	9,1594n	9,5944n	0,42	9,9899
189	135 4,5	+18 53	9,0271n	7,6021n	0,11	9,9791
192	137 6	+35 15,5	9,3998n	7,7782	0,25	9,9984
199	141 29	+25 36	9,4387n	8,4472n	0,28	9,9948
204	142 31	+10 50	9,2017n	8,6128n	0,16	9,9796
207	144 1	+21 33,5	9,1820	9,1399n	0,21	9,9939
210	145 1	+25 22	8,7656	9,2455n	0,18	9,9972
211	145 14	+26 58,5	9,4421n	8,9031n	0,29	9,9981
213	146 44	+16 12	8,8575n	9,2742n	0,20	9,9921
215	149 19,5	+12 58,5	9,4128n	8,1761	0,26	9,9922
179	129 2	+62 43,3	8,3688n	9,2601	0,18	9,9911
186	132 59	+67 57,7	8,5699n	9,0755n	0,13	9,9816
194	138 45	+46 30	7,3149n	9,2041n	0,16	9,9991
206	143 47	+46 59	9,4679	9,0492n	0,31	9,9971
203	144 1	+60 0,3	9,4000n	9,2480n	0,31	9,9851
[illegible]	151 8	+43 56,5	9,2124n	8,7160n	0,17	9,9948
224	154 1	—15 47	9,1968n	9,0043n	0,19	9,9664
230	157 43	— 0 39	9,1055n	9,0864n	0,18	9,9912
[illegible]	159 51	—15 6,5	8,7628	9,2695	0,20	9,9806
[illegible]	162 25	—17 12	9,6654n	9,1367	0,48	9,9833
[illegible]	167 15	—13 40,5	8,9831n	9,3054	0,22	9,9933
[illegible]	168 16	—17 38,5	9,4795n	8,4472n	0,30	9,9918
[illegible]	168 38	—16 33	9,2546n	8,8692	0,19	9,9981
[illegible]	169 11	—11 13	9,1805n	8,5441	0,16	9,9965
[illegible]	170 21	— 5 19	8,8732n	9,1761n	0,17	9,9994
[illegible]	157 58,5	+ 4 40	9,0008n	8,2788	0,10	9,9953
[illegible]	159 8	+ 7 26	8,9648n	8,3222n	0,10	9,9977
[illegible]	163 34,5	+ 8 27	9,5017n	8,7993n	0,32	9,9998
[illegible]	164 5	+ 3 5	9,6101n	8,9243n	0,42	9,9989
[illegible]	170 15	+15 31	9,4653n	9,2405n	0,34	9,9962
[illegible]	170 56	+ 4 13	9,2163n	9,0719n	0,20	9,9997
[illegible]	173 48	+ 7 41,5	8,7404	9,2989n	0,21	9,9972
[illegible]	178 17	+ 6 43	9,2876n	9,1761n	0,25	9,9935
[illegible]	179 46	+ 3 4	8,2894	9,3404n	0,22	9,9943
[illegible]	157 54	+27 24,5	9,0738n	8,8976n	0,14	9,9989
[illegible]	158 2	+24 16	9,0754n	7,9542n	0,12	9,9997
[illegible]	160 25	+35 20	8,7311	9,3655n	0,24	9,9932
[illegible]	163 32,5	+26 19	9,6171n	8,9031n	0,42	9,9961
[illegible]	165 41,5	+21 16	9,5221n	9,1461n	0,36	9,9970
[illegible]	165 46	+21 39,5	9,3116	9,1367n	0,25	9,9967
[illegible]	172 31	+35 22,5	8,0875	9,6232n	0,42	9,9763
[illegible]	172 41	+32 54	9,5118n	8,6532	0,33	9,9787
[illegible]	174 19	+21 22	9,2134n	7,6021	0,16	9,9873
[illegible]	182 16	+29 19	9,3393n	9,2900n	0,29	9,9616
[illegible]	153 26	+36 29	9,0545n	8,9590n	0,15	9,9977
[illegible]	153 37,5	+37 46	9,0471n	9,0170n	0,15	9,9967
[illegible]	156 48	+38 59	9,3971n	8,6232n	0,25	9,9940
[illegible]	161 57	+41 32	9,5318n	8,7160	0,34	9,9864
[illegible]	162 42	+62 52,0	9,0615n	8,9494n	0,15	9,9606
[illegible]	164 29	+45 37	8,8534n	8,8976n	0,11	9,9787
[illegible]	175 42,5	+54 51	9,0435	7,8451n	0,11	9,9466

NC.	α	δ	l. Δα	l. Δδ	Δs	log. sin f
	° '	° '			"	
269	177 53	+44 12	9,4834n	8,5051	0,31	9,9537
272	181 17	—16 23	9,2336n	8,5441	0,18	0,0000
280	185 21	—15 3	9,6647n	8,7324n	0,46	9,9989
297	195 15,5	—15 4,5	8,9934	9,4232n	0,28	9,9905
299	196 12	—18 50	9,4907	9,0334n	0,33	9,9929
304	198 56,5	—11 37,5	9,0647n	8,5682n	0,12	9,9809
316	208 56	— 8 19	9,1671n	8,1139	0,15	9,9516
274	182 27	+ 4 28	9,4581n	8,7324n	0,29	9,9899
277	182 59,5	+ 6 27,5	9,2971n	8,9085n	0,21	9,8973
283	187 47	+11 34	9,1715n	8,5315n	0,15	9,9719
287	190 38,5	— 2 25	9,3218n	8,4314n	0,21	9,9838
291	192 58,0	+12 5	9,3839n	8,4472	0,24	9,9569
300	196 37	+10 31	9,5032n	9,2788	0,37	9,9834
307	201 2	+ 0 28	9,3936n	8,9542	0,26	9,9545
309	203 10	+ 4 35,5	9,5071n	8,7559n	0,33	9,9382
276	182 33	+18 56,5	8,9780n	8,9345	0,12	9,9744
279	184 9	+29 25,5	9,0192n	9,0374n	0,15	9,9562
293	194 58,5	+18 38	9,6225n	9,1903	0,45	9,9382
311	204 21	+18 30	9,6555n	8,7404	0,46	9,8977
313	204 52	+16 50	8,9130n	8,7243	0,10	9,8995
314	206 12	+19 26,5	8,2967n	9,5378n	0,35	9,8856
285	188 47	+40 25,5	9,5420n	9,2148	0,38	9,9259
289	191 34,5	+39 26,5	9,3583n	8,7324	0,24	9,9167
295	195 7	+39 50	9,0345n	8,5198	0,12	9,9018
303	198 53	+56 0,8	9,1930	8,5315n	0,16	9,8779
308	201 29	+50 5	9,1169n	7,9031	0,13	9,8661
312	204 50	+50 21	8,9304n	8,5051n	0,09	9,8506
335	218 30	—24 33	9,3729n	8,8451n	0,25	9,9700
337	219 50	—15 9	8,8850n	8,6128n	0,09	9,9412
368	235 30,5	—16 6,5	9,2194	9,1584	0,22	9,9038
318	210 53,5	— 4 58,5	9,4531n	8,9868	0,30	9,9366
320	211 17	— 5 0	8,6216	9,6021n	0,40	9,9353
334	218 2	— 4 45	9,1384	9,4969n	0,34	9,9100
355	230 43	— 9 20,5	9,4756	9,3579n	0,38	9,8830
365	235 7	— 2 27	8,9750n	8,0000n	0,10	9,8225
325	212 29	+17 16	9,1384n	8,9445	0,16	9,8556
359	233 9	+19 8	9,1199n	8,9956	0,17	9,6671
361	233 31	+ 7 4,5	9,2447	8,8261	0,19	9,7602
364	235 7	+ 5 7	9,2816	8,8451	0,20	9,7647
328	215 46,5	+23 11	9,1263n	8,7324	0,14	9,8130
329	216 24,5	+30 39	9,3412	9,1553	0,26	9,7873
342	223 53	+27 46	9,1524n	8,1761	0,14	9,7262
345	224 33	+25 41	9,1878	9,1584n	0,21	9,7265
350	227 53,5	+30 22,5	9,0614n	8,2553n	0,12	9,6737
352	228 39,5	+31 3	9,1504	9,2355n	0,22	9,6628
356	231 29	+27 25	9,1244	8,7634n	0,15	9,6380
358	233 5	+20 21	8,9475n	7,8451	0,09	9,6590
360	253 30,5	+26 58	8,8665n	8,9542	0,12	9,6129
366	235 13,5	+26 43	9,0514n	8,5682n	0,12	9,5876
323	212 7	+47 3	9,2243n	9,1959	0,23	9,8191
324	212 11,5	+52 20	9,1690n	8,9085	0,17	9,8155
327	215 21	+50 47	9,4821n	8,8692n	0,31	9,7950
344	224 14	+48 28	9,6147n	8,5185	0,41	9,7294
353	229 10	+38 7	9,1133n	8,9912	0,16	9,6530
369	235 51	+36 18,5	8,5447n	9,5237n	0,34	9,5593

Diejenigen ψ, die bei der neuen Revision unrichtig befunden wurden, setze ich verbessert hier her, so wie die $\psi' - \psi$, die

aus dieser Verbesserung folgen, und zwar in derselben Ordnung, in der die Sterne in meiner Abhandlung und in dem eben gegebenen Tableau auf einander folgen:

	NC.	ψ	ψ′—ψ
Cl. II.	424	222° 8′	— 59°30′
Cl. III.	412	353 37	—178 26
	453	119 54	+ 9 1
	440	60 18	— 22 10
	514	185 46	— 88 1
	550	104 18	+ 11 1
	553	337 11	+122 46

NC.	ψ	ψ′—ψ
54	173 12	— 38 52
78	123 14	+ 18 31
155	34 57	+170 40
166	187 8	+ 27 58
146	227 44	+ 35 52
229	260 27	— 23 13
297	159 37	+ 73 1
299	109 14	+122 26
329	56 54	—159 41
345	133 4	+118 23
352	140 35	+120 26

Argelander.

Ueber das Helligkeitsverhältnifs der Doppelsternpaare.

Von Herrn Dr. *Mädler.*

Das grofsartige Werk über Doppelsterne, mit welchem *Struve* die Astronomie erweitert hat, ist eine reiche Fundgrube für die mannichfaltigsten Untersuchungen über die Constitution der Fixsternweit, und der Verfasser selbst hat uns bereits in der Einleitung mehrere höchst werthvolle Proben gegeben. Zwar ist nicht zu verkennen, dafs alle gegenwärtig aus dieser Arbeit gezogenen Resultate nur eine Andeutung und Vorbereitung künftiger Untersuchungen sein können: gleichwohl werden die ersteren bei aller noch unvermeidlichen Unvollkommenheit doch um so weniger als unzeitig und übereilt erscheinen, je weniger die Zukunft, welcher aus den Mensuris den vollen Gewinn zu ziehen vergönnt sein wird, eine nahe bevorstehende genannt werden kann.

Bereits in der Einleitung zu seinem 1827 erschienenen Catalogus machte *Struve* aufmerksam darauf, dafs der Unterschied in der scheinbaren Gröfse beider Sterne eines Binarsystems beträchtlich geringer sei, als er nach einem mittleren Durchschnitt aus willkührlich gebildeten Sternenpaaren gefunden werden müfste. Indem ich dieses Resultat einer genaueren Prüfung unterwarf, bei welcher die Doppelsterne einerseits nach ihren 8 Klassen geordnet, andererseits nach der verschiedenen Helligkeit des Hauptsterns in jeder Klasse noch 3 Unterabtheilungen gemacht wurden, bestätigte sich nicht allein die Thatsache, sondern es ergab sich zugleich, dafs mit der zunehmenden scheinbaren Distanz ein fast regelmäfsiges Wachsen dieses Unterschiedes statt finde. In den folgenden Zusammenstellungen der von mir erhaltenen Resultate bezeichnen die römischen Ziffern die 8 *Struve*schen Klassen; unter *A* sind die Sternenpaare begriffen, wo der Hauptstern nicht unter 5^m9, unter *B* die, wo er zwischen 6^m und 8^m2; unter *C* die, wo er unter 8^m2 Helligkeit hat. Die Zahl der verglichenen Sternenpaare *) ist:

	Cl. I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Summa.
A	13	16	39	36	16	24	26	12	182
B	64	193	303	355	205	137	333	227	1817
C	12	107	188	195	140	71	131	82	926
Summa	89	316	530	586	361	232	490	321	2925

Die mittlere Helligkeit (scheinbare Gröfse) des Hauptsterns ergab sich:

A	4^m96	4,92	4,60	4,611	4,331	4,596	4,804	4,500	4^m654	
B	7,360	7,472	7,467	7,516	7,432	7,443	7,477	7,582	7,484	(1)
C	8,530	8,568	8,628	8,667	8,691	8,573	8,618	8,584	8,602	
	7,170	7,711	7,514	7,721	7,783	7,495	7,638	7,723	7,641	

Die mittlere Helligkeit des Begleiters hingegen:

A	6^m28	6,54	7,04	7,585	7,656	8,025	8,592	9,158	7^m567	
B	7,990	8,420	8,957	9,096	9,206	9,161	9,424	9,807	9,128	(2)
C	8,860	9,421	9,403	9,597	9,726	9,720	9,678	9,711	9,552	
	7,860	8,618	8,820	9,164	9,339	9,215	9,451	9,758	9,145	

*) Es sind nicht allein die $(n+1)$fachen Sterne $n$mal aufgeführt, sondern auch mehrere von denen, welche *Struve* in seinen Mensuris ausgeschlossen hat, für welche aber in gegenwärtiger Untersuchung ein Ausschliefsungsgrund nicht statt fand, mit aufgenommen worden.

wonach die Unterschiede der scheinbaren Helligkeit die folgenden sind:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Summa.	
A	1^m32	1,53	2,44	2,874	3,325	3,429	3,788	4,658	2^m913	
B	0,630	0,948	1,490	1,580	1,774	1,718	1,947	2,225	1,644	(3)
C	0,330	0,853	0,775	0,930	1,035	1,147	1,060	1,127	0,950	
	0,690	0,907	1,306	1,443	1,556	1,720	1,813	2,035	1,504	

Die Regelmäfsigkeit in der Zunahme dieser Zahlen veranlafste mich zu untersuchen, ob sie sich durch einen Ausdruck von der Form $n.d^x$, wo n einen constanten Factor und d die mittleren Distanzen in jeder Klasse bezeichnen, darstellen liefsen. Ich erhielt nach der Methode der kleinsten Quadrate $n = 0^m8638$ und $x = 0,2617$, und damit die obigen Zahlen 0^m721; 0,960; 1,152; 1,381; 1,578; 1,723; 1,891; 2,066; folglich die Abweichungen -0^m031; $-0,053$; $+0,154$; $+0,062$; $-0,022$; $-0,003$; $-0,078$; $-0,031$.

Allerdings könnte bei den Sternen der I. und einigermafsen auch noch denen der II. Klasse der Grund des geringern mittlern Unterschiedes mehr ein optischer als physischer sein, da ein sehr schwacher Begleiter bei zu geringer Distanz vom Hauptstern nicht mehr erkannt wird, während er bei gröfserer sichtbar und selbst noch mefsbar sein kann. Allein auch für die folgenden Klassen, wo dieser Grund gewifs gänzlich wegfällt, bleibt das Gesetz deutlich sichtbar, und zugleich steht fest, dafs selbst in der letzten Klasse die Unterschiede noch immer geringer sind, als diejenigen, welche erhalten werden, wenn man die mittleren Unterschiede für die entsprechenden Gröfsen bei willkührlich paarweis verbundenen Sternen untersucht. Bei *Struve* kommen zwar noch einzelne Sterne der 12ten Gröfse vor, im Allgemeinen aber wird man die 11te des Begleiters als mittlere Grenze seiner Untersuchungen anzunehmen haben. Die Zahl der Fixsterne in den blofs telescopischen Klassen ist uns unbekannt, bleiben wir indefs bei denen stehen, welche p. XCIII. des angeführten Werkes aus der vorausgesetzten Gröfse des Lichtverlustes (0,1276 für einen Stern erster Gröfse) annäherungsweise gefolgert werden, und welche, wie er hinzufügt, gewifs noch zu gering sind und von der Wahrheit desto weiter abweichen, je geringer die Gröfse der Sterne ist, folglich sicher nicht zu grofse, sondern eher zu kleine Werthe für die mittleren Unterschiede der Sterne geben werden, so finden wir wenn der gröfsere Stern 4^m ist, 6^m181 mittlere Differenz;

———— — ———— ———— 5 — 5,219
———— — ———— ———— 6 — 4,232
———— — ———— ———— 7 — 3,276
———— — ———— ———— 8 — 2,353
———— — ———— ———— 9 — 1,483

welche Werthe also für das Mittel aus einer hinreichenden Anzahl optischer Doppelsterne, wo der Begleiter nicht unter 11^m ist, gültig, oder vielmehr nach der obigen Bemerkung noch etwas zu klein sein werden. Durch Interpolation erhält man hieraus die Werthe, welche in Tafel (3) hätten erscheinen müssen, wenn die physischen Doppelsterne sich in dieser Beziehung den optischen gleich verhielten, folgendermafsen:

A	5^m258	5,297	5,609	5,598	5,867	5,613	5,411	5,705	5^m557	
B	2,938	2,835	2,840	2,795	2,872	2,862	2,830	2,734	2,824	(4)
C	1,883	1,849	1,799	1,766	1,745	1,846	1,808	1,836	1,821	
Mittel	3,215	2,715	2,896	2,705	2,650	2,914	2,783	2,704	2,780	

Die Differenzen (4)—(3), oder die Ueberschüsse der mittleren Unterschiede bei optischen Doppelsternen, verglichen mit denen bei physischen, sind also:

A	$+3^m938$	3,767	3,169	2,724	2,542	2,184	1,623	1,047	2^m644	
B	2,308	1,887	1,350	1,215	1,098	1,142	0,883	0,509	1,180	(5)
C	1,553	0,996	1,024	0,836	0,710	0,699	0,748	0,609	0,871	
Mittel	+2,525	1,808	1,590	1,262	1,094	1,194	0,970	0,669	1,266	

Die allgemeinen Resultate der vorstehenden Untersuchungen lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1. In allen 8 Klassen gehört die gröfsere Anzahl der Doppelsterne zu den physisch verbundenen, doch so, dafs in den höheren Klassen die Zahl der optischen wächst.

2. Diejenigen Sterne, deren Begleiter verhältnifsmäfsig nahe stehen, sind im Allgemeinen nicht weiter von der Erde entfernt, als die von gröfseren Distanzen, und der Grund des geringern scheinbaren Abstandes ist also gleichfalls physisch, d. h. diese Sterne stehen einander, im Durchschnitt genommen, wirklich näher als die der höhern Klassen.

Zu diesen beiden Gesetzen ist bereits *Struve*, aber durch eine gänzlich verschiedene Betrachtungsweise, gelangt, so dafs unsere von einander unabhängigen Resultate sich gegenseitig bestätigen. Fände das zweite Gesetz nicht Statt, so müfsten die Hauptsterne der erstern Klassen durchschnittlich schwächer sein als die der höhern, was aus den obigen Reihen nicht hervorgeht.

3. Die Differenzen der Helligkeit (und folglich, wenn man den Oberflächen beider Sterne gleiche Leuchtungsfähigkeit zuschreibt, auch die Differenzen der Durchmesser) sind desto kleiner, je näher der Begleiter dem Hauptsterne steht.

Dieses Gesetz bestätigt sich auch durch eine Vergleichung der drei- und mehrfachen Sterne. In den meisten Systemen dieser Art ist derjenige Begleiter, der dem Hauptsterne optisch näher steht, auch der hellere, und oft von letzterm kaum verschieden. Hier waltet also das umgekehrte Gesetz als in den Planeten- und Mondensystemen, wo im Allgemeinen die entferntern sekundären auch die gröfseren sind.

4. Gröfsere Hauptsterne haben in der Regel auch gröfsere Begleiter, doch ist die Differenz stärker, wenn der Hauptstern zu den erstern Gröfsen gehört.

Die Anzahl der verglichenen Sterne hätte noch etwas vermehrt werden können, wenn die von *Herschel* und *South* beobachteten, die bei *Struve* nicht vorkommen, hinzugezogen worden wären. Allein die Scala, welche die genannten brittischen Astronomen bei der Gröfsenbezeichnung anwenden, ist von der, welche *Struve* und *Harding* gewählt haben (beide letztern stimmen in Rücksicht der Gröfsen sehr nahe überein) so verschieden, dafs sie ohne eine bedeutende Reduction, zu der die Data nicht mit hinreichender Sicherheit vorliegen, sich zu einer Zusammenstellung mit den hier verglichenen nicht eignen. Sie verdienen, zumal wenn die Reduction der in der Südhalbkugel beobachteten vollendet sein wird, eine besondere Untersuchung.

Die ermittelten Gröfsendifferenzen können aber auch noch angewandt werden, uns eine allgemeine Vorstellung über das bei Doppelsternen stattfindende Verhältnifs der Massen zu bilden. Nach *Struve's* Untersuchungen stehen die Sterne 7r Gröfse durchschnittlich in einer Entfernung = 11,34 von unserer Erde, wenn die mittlere Entfernung eines Sterns 1r Gröfse = 1 gesetzt wird. Daraus würde folgen, dafs ein Stern 7r Gröfse, der mit einem Sterne der ersten in gleichem Abstand von der Erde sich befindet, einen 11,34mal kleinern Durchmesser und eine $(11,34)^3$mal kleinere Masse als der Hauptstern hat, wenn man sowohl die Leuchtungsfähigkeit der Oberflächen, als die Dichtigkeit beider Sterne einander gleich setzt. Läfst man die scheinbaren Durchmesser der Sterne aufeinanderfolgender um 1 verschiedener Gröfsen nach einer geometrischen Reihe abnehmen, und nimmt für die schwächeren Sterne denselben Exponenten der Verminderung an, so folgt, dafs ein um 1 hellerer Stern eine Masse = 3,367 habe, wenn die Masse des schwächeren = 1 gesetzt wird; oder dafs jene $(3,367)^n$ sei, wenn man die Masse des um n Gröfsen schwächeren Begleiters zur Einheit nimmt. Unter diesen Voraussetzungen führen die in (3) ermittelten Helligkeitsdifferenzen auf folgende Massenverhältnisse:

Masse des Hauptsterns, die des Begleiters = 1 gesetzt, im mittlern Durchschnitt.

		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Mittel.
(6)	*A*	4,616	6,409	19,349	32,772	56,666	64,294	99,419	285,917	34,361
	B	2,149	3,162	4,208	4,590	8,619	8,052	10,634	14,903	7,360
	C	1,493	2,830	2,563	3,093	3,514	4,026	3,622	3,929	3,159
		2,311	3,008	4,883	5,767	6,614	8,071	9,037	11,832	4,266

Also nur das Verhältnifs von Erde und Mond (88 : 1) gestattet noch eine Vergleichung mit den höhern Klassen der Binarsysteme mit hellern Hauptsternen; in den übrigen uns bekannten Systemen sind selbst die gröfsten der sekundären Massen in Vergleich zu ihrem Centralkörper ungleich kleiner, als die Begleiter der Doppelsterne, und die Fälle mögen nicht selten sein, wo die Massen der beiden Sterne nahe dieselben sind, da man bei mehreren keinen Unterschied der scheinbaren Gröfse wahrgenommen hat. Die Schwerpunkte der fünf Systeme, welche wir näher kennen, liegen sämmtlich noch innerhalb der Hauptkörper, ein Fall der bei Doppelsternen zu den seltneren gehören mag.

Bei einigen wenigen zeigen sich zwar stärkere Unterschiede des Lichtglanzes, so dafs die vorausgesetzte Hypothese auf Massenverschiedenheiten führt, wie sie auch aufser den Doppelsternsystemen vorkommen. Ich habe aus jeder der 8 Klassen diejenigen 3 Systeme ausgewählt, in denen die stärksten Verschiedenheiten vorkommen. Nimmt man sie sämmtlich als physisch an, so findet sich:

				Masse d. Hauptsterns.
I.	λ Ophiuchi	4m0;	6m0;	12,8
	γ Coronae	4,0	7,0	38,1
	ζ Herculis	3,0	6,5	70,1
II.	1380 Anon.	7,6 ;	10,7	43
	1400 Anon.	7,3	10,5	49
	δ Cygni	3,0	7,9	384
III.	φ Virginis	5,2 ;	9,7	236
	5 Cancri	6,2	10,7	236
	2 Camelopardali	4,7	9,0	185
IV.	52 Cygni	4,0 ;	9,2	552
	φ Piscium	4,7	10,1	704
	ν Ursae maj.	3,7	10,1	2370
V.	κ Pegasi	3,9 ;	10,8	4350
	β Orionis	1,0	8,0	4912
	λ Geminorum	3,2	10,3	5546
VI.	ι Leporis	4,2 ;	10,5	2099
	θ Orionis	4,7	11,3	3022
	ζ Persei	4,7	11,3	3022
VII.	129 Pegasi	5,8 ;	11,8	1458
	42 Herculis	4,0	10,7	3412
	α Ursae minoris	2,0	9,0	4912
VIII.	δ Equulei	4,1 ;	10,2	1647
	β Serpentis	3,0	9,2	1859
	7 Camelopardali	4,2	11,3	5546

Sobald man indeſs die von *Struve* gezogenen Grenzen auch nur um ein Geringes überschreitet, kommt man auf weit stärkere Differenzen. So für γ Delphini 3m0, 11m0; Distanz = 32″477, Masse nach obiger Hypothese 16540. Allein eben dieser Umstand dürfte einen Beweis abgeben, daſs 32″ wirklich sehr nahe diejenige Grenze der Distanzen sei, jenseit welcher die bloſs optische Duplicität der Sterne überwiegende Wahrscheinlichkeit erhält. Noch weiter in diesen Betrachtungen zu gehen, würde für jetzt vergebliche Arbeit sein, da das Vorstehende genügt, das bei Doppelsternen statt findende Gesetz der Massenvertheilung in seinen allgemeinsten Beziehungen darzustellen.

Mädler.

Berechnung der *Hansen*schen Constanten für die Sternbedeckungen von 1839; nebst einigen Bemerkungen über den Gebrauch der Mondkarte bei Sternbedeckungen.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

In Nr. 360 der A. N. hat Herr Director *Hansen* gezeigt, daſs wenn in den vorausberechneten Ephemeriden für jede Sternbedeckung noch drei auf die selenocentrische Lage des Ein- oder Austrittspunktes bezügliche Constanten hinzugefügt werden, der Beobachter an einem gegebenen Orte nur noch ein rechtwinklichtes sphärisches Dreieck aufzulösen hat, um die selenographische Länge und Breite des bezüglichen Punktes zu finden. Durch Hülfe der Mondkarte kennt er also den Ort des Randprofils, kann dies mit Bequemlichkeit im Fernrohr aufsuchen und zugleich, was bei Bedeckungen schwacher Sterne ebenfalls von Nutzen sein dürfte, den ganzen übrigen Theil des Mondbildes aus dem Gesichtsfelde entfernen. Indeſs könnte leicht ein anderer Umstand diese Vortheile illusorisch machen. Die Constanten $L_{,}$, $\Phi_{,}$, c (vgl. *Hansens* Aufsatz) können zwar leicht mit hinreichender Genauigkeit gefunden werden; der Bogen Q aber, wovon die Bestimmung von Φ' gröſstentheils abhängt, ist oft mit einer beträchtlichen Unsicherheit behaftet. Nach *Encke's* Bemerkung (Astr. Jahrbuch für 1830 p. 256) kann der Mondsort um 10″, der des Sterns auch wohl bis 5″ falsch sein. Dies auf unsern Gegenstand angewandt, findet sich, daſs der Ein- oder Austrittsort selbst bei einer nahe centralen Bedeckung um 1° im Bogen des Mondrandes, folglich bei excentrischen um mehrere Grade fehlerhaft sein kann. Man wird also namentlich bei Bedeckungen der letztern Art den voraus berechneten Φ' kein zu groſses Vertrauen schenken dürfen.

Ist der Mond nahe voll, kann man also sowohl beim Ein- als Austritt den sichtbaren Theil des Mondes mit dem Sterne zugleich ins Auge fassen, so wird man diesem Uebelstande leicht abhelfen können. Die fehlerhaft angenommene Declinationsdifferenz wird nemlich den Ein- und Austrittspunkt nicht allein in gleichem Sinne, sondern auch nahe um dieselbe Quantität verschieben. Hat man also Φ' sowohl für den Ein- als Austritt berechnet, und hat der beobachtete Eintritt gezeigt, daſs dem Punkt M eine selenographische Breite $\Phi' + \Delta\Phi'$ zukomme, so wird derselbe Werth von $\Delta\Phi'$ auch sehr nahe die Correction des Austrittspunktes geben.

Ueberhaupt aber dürfte es wünschenswerth sein, daſs der beobachtete Ein- und Austrittspunkt, so oft dies mit Sicherheit möglich ist, nach seiner selenographischen Breite angegeben werde. Die Fälle, wo die Identität des bedeckten Sterns zweifelhaft werden kann, sind besonders bei Plejadenbedeckungen nicht so gar selten; und ist nur ein Moment beobachtet worden und der Stern sehr klein, also vielleicht gar nicht vorausberechnet, so ist gewöhnlich die Mühe umsonst. Jene Angabe aber, selbst wenn sie nur *einseitig* gelingt, giebt, verbunden mit dem beobachteten Moment, dem Berechner die Mittel an die Hand, beide Coordinaten des bedeckten Sterns leicht und mit hinreichender Genauigkeit zu finden, um über seine Identität entscheiden zu können. Noch glaube ich darauf aufmerksam machen zu müssen, daſs der voll erleuchtete Rand zuweilen einen von der Mondkarte sehr verschiedenen Anblick darbieten kann. Ist nemlich die Beleuchtung schon so weit vorgerückt, daſs die Unebenheiten des Terrains nicht mehr hervortreten, sondern nur noch Farben unterschieden werden können, so wird es oft Mühe machen, sich auf der Karte, welche hauptsächlich für das Terrain berechnet ist, zurechtzufinden. Beobachtet man die Oberfläche des Mondes häufiger, so wird man diesen Nachtheil zwar wenig empfinden, indeſs scheint doch eine Karte, welche ausschlieſslich Vollmondsbild ist, auch in andern Beziehungen wünschenswerth, und eine solche ist jetzt in Arbeit und wird hoffentlich im Laufe des nächsten Jahres erscheinen.

Die hier folgenden Constanten für alle vorausberechneten Sternbedeckungen des Jahrs 1839 schlieſsen sich genau den von *Hansen* selbst für Sept. bis Dec. 1838 berechneten an.

Hansensche Constante für die Sternbedeckungen im J. 1839.

1839.			$\Phi_{,}$	$L_{,}$	c
Janr.	6.	25 f Virginis	−1°52′	90°47′	−21°48′
	7.	58 ———	−2 52	90 8	−21 1
		62 ———	−3 9	89 22	−20 54
	22.	27 ψ Arietis	+3 37	92 33	+17 50
	23.	66 ———	+4 59	92 26	+14 5
	25.	136 Aurigæ	+5 48	93 54	+ 3 18
	27.	47 Geminor.	+5 48	95 54	− 5 39
Febr.	1.	89 H Leonis	+0 21	93 14	−21 44
	15.	(1596) Aquar.	−1 46	87 49	+21 28
	17.	71 ε Pisc.	+1 35	91 8	+21 22
	19.	47 Arietis	+4 57	93 33	+16 14
	23.	47 Geminor.	+7 32	95 21	− 1 58
	28.	82 Leonis	−0 10	92 12	−21 34
		84 τ Leonis	−0 21	91 59	−21 37
März	4.	22 Virginis	−5 16	87 32	−18 42
	6.	1 b Scorpii	−6 45	85 22	−12 28
		4 Scorpii	−7 22	84 51	−12 7
		6 π ———	−6 48	84 44	−11 55
	11.	296 Capric.	−5 56	83 14	+13 50
		298 ———	−5 50	83 11	+13 51
	19.	17 b Plejad.	+5 26	94 16	+12 52
		16 g ———	+5 36	94 11	+12 52
		19 e ———	+5 46	94 15	+12 52
		20 c ———	+5 40	94 16	+12 51
		23 d ———	+5 14	94 20	+12 50
		(t 51) ———	+5 32	94 21	+12 44
		25 η Tauri	+5 21	94 21	+12 44

1839.		φ	L,	e
März 19.	28 h Plejad.	+5° 20′	94° 25′	+12° 37′
	27 f ——	+5 16	94 25	+12 37
21.	236 Tauri	+6 1	96 12	+ 1 55
23.	76 c Gemin.	+5 36	97 18	− 8 10
29.	91 Virginis	−1 48	92 6	−21 56
	111 ——	−1 52	91 42	−21 54
30.	50 ——	−2 50	90 41	−21 14
April 1.	166 Libræ	−5 35	87 22	−17 1
	171 ——	−5 40	87 12	−16 58
3.	23 τ Scorpii	−7 31	84 15	− 8 48
4.	90 Ophiuchi	−7 56	83 40	− 4 8
6.	84 p Sagitt.	−7 7	82 30	+ 6 46
8.	28 φ Capr.	−5 29	82 55	+15 45
17.	136 Aurigæ	+5 48	95 58	+ 3 23
30.	265 m Scorpii	−6 39	86 45	−11 11
Mai 2.	339 γ′ Sagitt.	−7 35	84 21	− 0 41
3.	293 ——	−7 26	83 18	+ 5 9
4.	60 a ——	−6 41	83 17	+ 9 46
8.	96 Piscium	−1 44	84 32	+21 38
13.	25 η Tauri	+5 22	91 44	+12 47
	151 Plejad.	+5 32	91 40	+12 46
	27 f ——	+5 16	91 47	+12 40
	28 h ——	+5 21	91 47	+12 40
15.	287 Aurigæ	+5 35	95 9	+ 1 3
21.	88 Leonis	+1 19	94 13	−21 33
25.	22 Virginis	−4 29	89 44	−18 1
27.	1 b Scorpii	−6 49	87 47	−12 33
	4 ——	−7 6	87 20	−12 11
	6 π ——	−6 54	87 9	−11 58
Juni 9.	23 d Plejad.	+5 9	90 53	+12 55
	25 η Tauri	+5 35	90 26	+12 50
	27 f Plejad.	+5 16	91 28	+12 42
	28 h ——	+5 23	91 29	+12 42
22.	171 Libræ	−6 43	89 8	−17 6
24.	23 τ Scorpii	−7 25	89 33	− 8 56
27.	126 Q Sagitt.	−6 23	84 45	+ 7 7
30.	39 Aquarii	−3 26	85 18	+19 1
Juli 4.	100 Pisc.	+3 19	88 9	+20 32
6.	66 Arietis	+5 7	90 45	+14 17
7.	59 χ Tauri	+5 27	91 53	+10 2
8.	136 Aurigæ	+5 48	93 34	+ 3 29
18.	85 Virginis	−5 28	90 33	−20 13
23.	339 γ′ Sagitt.	−7 40	89 19	−20 33
26.	454 Capric.	−4 21	84 44	+15 1
28.	65 F Aquarii	−2 8	87 3	+20 19
Aug. 10.	47 ρ Leonis	+0 29	94 39	−19 54
18	159 Scorpii	−7 35	85 11	− 8 32
23.	40 γ Capric.	−3 13	84 19	+17 11
24.	45 D Aquarii	−3 4	85 56	+19 18
	58 ——	−1 50	85 12	+19 52
25.	90 φ ——	−1 6	86 54	+21 18
	Uranus	−0 50	86 42	+21 17
	96 Aquarii	−0 41	86 31	+21 25
27.	262 Pisc.	+2 43	89 11	+21 30
29.	48 ε Arietis	+5 27	91 56	+16 22
30.	17 b Plejad.	+5 36	93 19	+13 9
	16 g ——	+5 46	93 17	+13 9
	23 d ——	+5 21	93 21	+13 2
	20 c ——	+5 46	93 21	+13 4
	25 η Tauri	+5 22	93 44	+12 49
	151 Plejad.	+5 33	93 45	+12 49

1839.		φ	L,	e
Aug. 30.	27 f Plejad.	+5° 18′	93° 48′	+12° 42′
	28 h ——	+5 24	93 49	+12 42
Sept. 1.	236 Tauri	+5 49	95 16	+ 2 8
	136 C ——	+5 37	95 22	+ 1 55
20.	33 ι Aquarii	−2 32	83 14	+18 37
21.	81 ——	−0 49	84 31	+20 56
22.	227 Pisc.	+0 55	85 38	+21 57
23.	62 ——	+2 37	88 4	+21 44
	63 δ ——	+2 51	88 14	+21 43
25.	112 Arietis	+4 49	92 5	+17 48
	34 μ ——	+5 17	91 50	+17 17
26.	66 ——	+5 8	93 50	+14 16
	16 g Plejad.	+5 49	93 25	+13 3
	18 m ——	+5 42	93 26	+13 2
	19 e ——	+5 55	93 26	+13 1
	20 c ——	+3 48	93 24	+12 59
28.	136 Aurigæ	+5 47	96 18	+ 3 34
	236 Tauri	+5 56	96 32	+ 1 56
Octbr. 1.	43 γ Cancri	+4 6	97 27	−13 9
2.	8 Leonis	+2 44	97 23	−16 56
17.	40 γ Capric.	−3 10	82 0	+17 6
18.	58 Aquarii	−1 47	82 16	+19 49
19.	90 φ ——	−1 1	83 50	+21 17
	96 ——	−0 37	83 34	+21 24
21.	8 Piscium	+1 33	87 4	+21 17
23.	47 Arietis	+4 55	91 47	+16 22
29.	83 q Cancri	+2 39	98 45	−15 49
31.	59 e Leonis	−0 11	97 15	−20 55
Nov. 11.	126 Q Sagitt.	− 6 17	83 26	+ 6 59
14.	33 i Aquarii	−2 28	81 55	+18 38
15.	81 ——	−0 45	82 1	+20 56
	82 ——	−0 24	81 45	+20 57
16.	227 Pisc.	+0 59	82 50	+21 59
17.	62 ——	+2 39	83 58	+21 49
	63 δ ——	+2 54	84 6	+21 49
19.	112 Arietis	+4 52	89 37	+18 0
21.	66 ——	+5 12	90 28	+14 28
	16 g Plejad.	+5 47	90 12	+13 16
	17 b ——	+5 37	90 9	+13 15
	19 e ——	+5 57	90 12	+13 14
	20 c ——	+5 47	90 12	+13 11
	151 ——	+5 40	90 10	+13 3
22.	136 Aurigæ	+5 47	94 31	+ 3 41
	236 Tauri	+5 57	94 59	+ 2 16
	136 C ——	+5 35	94 58	+ 2 3
	287 Aurigæ	+5 32	94 52	+ 1 19
Decbr. 1.	85 Virginis	−5 36	93 25	− 1 15
11.	49 δ Capric.	−3 4	83 4	+17 32
12.	176 Aquar.	−0 59	82 19	+20 10
15.	262 Pisc.	+2 51	84 42	+21 34
	8 ——	+3 24	84 15	+21 22
17.	48 e Arietis	+5 31	87 39	+16 30
19.	136 Aurigæ	+5 46	91 35	+ 3 43
20.	43 ——	+5 12	92 35	− 0 17
21.	77 κ Gemin.	+4 10	95 17	− 8 14
23.	74 Leonis	+1 58	97 47	−16 11
24	45 ——	+0 18	97 41	−19 39
	49 ——	+0 50	97 6	−19 58
30.	262 Libræ	−7 2	91 30	−16 7
31.	4 Scorpii	−7 13	90 13	−12 32

Mädler.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 365. 366.

Bestimmung der Entfernung des 61sten Sterns des Schwans.
Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Als es *Bradley* gelungen war, seine Beobachtungen in *Kew* und *Wansted*, welche die Entdeckungen der Aberration und Nutation herbeiführten, durch diese allein genügend zu erklären, ohne dazu der Annahme einer jährlichen Parallaxe der beobachteten Fixsterne zu bedürfen, liefs er nicht unbemerkt, dafs ein über eine Secunde betragender Werth derselben, den Beobachtungen der Sterne *γ Draconis* und *η Ursæ majoris* nicht entgangen sein würde. Indem er hinzusetzt, dafs diese Sterne mehr als 400000 Mal so weit als die Sonne von uns entfernt seien *), geht hervor, dafs er unter jährlicher Parallaxe den Winkel versteht, welchen die *ganze* Erdbahn an den Sternen einschliefst.

Hierauf beruhet die später gewöhnlich gewordene Annahme, dafs die jährliche Parallaxe der Fixsterne im Allgemeinen *sehr klein* sei. Wenn diese Annahme aber auch für die grofse Mehrheit der zahllosen Sterne dieser Art unbezweifelbar ist, so ist doch eben so wenig zu bezweifeln, dafs einige darunter weit näher sind, als die grofse Menge der übrigen; bis zu welcher Grenze die jährliche Parallaxe dieser näheren Sterne steigen kann, kann aus der von *Bradley* erkannten Kleinheit derselben für die beiden angeführten Sterne (denen man noch mehrere andere, bei derselben Gelegenheit beobachtete hinzusetzen kann), offenbar nicht gefolgert werden. Wenn man also auch des Mittels entbehrte, durch fortgehende Verbesserung der Apparate und Beobachtungsmethoden, Gröfsen bestimmbar zu machen, welche die von *Bradley* angegebene Grenze der jährlichen Parallaxen jener Sterne nicht überschreiten, so würde man dennoch die Hoffnung nicht verlieren, das Maafs der Entfernungen *anderer* Sterne aus den Beobachtungen hervorgehen zu sehen.

Bei dem jetzigen Zustande unserer Kenntnisse des Weltgebäudes können wir nur zwei, in der That nicht sichere Gründe der Vermuthung, dafs ein Fixstern verhältnifsmäfsig nahe sei, anführen; nämlich den *optischen* Grund, seine ausgezeichnete Helligkeit, und den *geometrischen*, seine ausgezeichnet starke eigene Bewegung. Dafs beide täuschen können, ist nicht zu bezweifeln; allein wenn eine Untersuchung über die jährliche Parallaxe eines Fixsterns unternommen werden soll, so sind sie dennoch die einzigen, welche seine Wahl leiten können.

Bekanntlich ist die jährliche Parallaxe einiger Sterne der *ersten Gröfse* der Gegenstand mehrerer neueren Untersuchungen gewesen. *Piazzi* fand im Jahr 1805 beträchtliche, von 2" bis 10" gehende Werthe dieser Parallaxen für *α Tauri*, *α Canis maj.*, *α Canis min.* und *α Lyræ*, dagegen verschwindende für *α Aurigæ*, *α Bootis* und *α Aquilæ*; er selbst war mit der Sicherheit, mit welcher seine Beobachtungen diese Resultate ergaben, zwar nicht zufrieden, hielt aber einen Werth der jährlichen Parallaxe von *α Canis maj.* von 4" für wahrscheinlich. Sein Resultat für *α Lyræ* (2") wurde von dem von *Calandrelli*, aus Zenithsector-Beobachtungen in Rom gezogenen (4"4) noch übertroffen. Obgleich diesen Bemühungen zur Kenntnifs der jährlichen Parallaxen einiger Fixsterne zu gelangen, genügende Sicherheit nicht beigelegt werden kann, indem *Piazzi* die seinigen selbst verdächtig macht, und das von *Calandrelli* angewandte Instrument nicht geeignet ist, grofses Zutrauen zu seinen Leistungen zu erwecken, so standen sie doch *ohne Widerspruch*, und man konnte wirklich den Beobachtungen, welche zu ihnen geführt hatten, nichts aufser ihnen selbst liegendes entgegensetzen. Indessen hatten die Beobachtungen der Unterschiede der Geradenaufsteigungen der Sterne, seit *Bradley*, nicht nur eine grofse Vollkommenheit erreicht, sondern es war auch eine so grofse Zahl von ihnen, durch *Bradley* und *Maskelyne* bekannt geworden, dafs man darauf eine Untersuchung gründen konnte, deren Resultat wenigstens so viele Sicherheit versprach, dafs sich auch beträchtlich kleinere jährliche Parallaxen, als die neuerlich angegebenen, dadurch bestätigt oder widerlegt finden mufsten. Ich suchte daher alle von *Bradley*, in dem Laufe von 12 Jahren, auf der Greenwicher Sternwarte beobachteten Geradenaufsteigungsunterschiede von *α Canis maj.* und *α Lyræ* auf, indem sich, wegen ihrer Annäherung an 180°, in ihnen die *Summe* der Parallaxen beider Sterne verrathen mufste; es fanden sich 207 Beobachtungen dieser Art und sie ergaben die Summe der Parallaxe von *α Canis maj.* und der mit 1,227 multiplicirten von *α Lyrae* = 0"044 und den wahrscheinlichen

*) *Rigaud* Miscellaneous works and Correspondence of James Bradley. Oxford 1832. p. 15.

Fehler dieser Bestimmung $= \pm 0''2430$. Obgleich der gefundene, fast verschwindende Werth der gesuchten Gröfse wenig Gewicht besessen haben würde, wenn es auf einige Zehntel einer Secunde angekommen wäre, so zeigte er doch mit entscheidender Sicherheit, dafs die *grofsen* in Palermo und Rom gefundenen Werthe der jährlichen Parallaxen beider Sterne nicht als wirklich vorhanden angenommen werden konnten. Für die Sterne *α Canis min.* und *α Aquilæ*, welche, so wie die vorigen, in der Geradenaufsteigung nahe um 180° verschieden sind, fanden sich 200 Beobachtungen, welche die Summe der jährlichen Parallaxen $= 0''9313$ und ihren wahrscheinlichen Fehler $= \pm 0''2085$ ergaben. Auch dieses Resultat trat *beträchtlichen* Werthen der jährlichen Parallaxen entscheidend entgegen; dafs aber die Wahrscheinlichkeit, womit es den grösseren Werth der letzten Summe, vergleichungsweise mit der ersten, andeutet, grofs genug wäre, um daraus allein auf eine geringere Entfernung eines der beiden letzteren Sterne folgern zu dürfen, glaube ich nicht.

Bradley's Greenwicher Beobachtungen liefsen also keinen Zweifel darüber, dafs die jährlichen Parallaxen auch der vier angeführten Sterne der *ersten* Gröfse eine Kleinheit besitzen, welche sie unter die Gröfsen versetzt, über deren wirkliches Vorhandensein auch die genauesten Meridian-Instrumente der jetzigen Zeit nur mit grofser Schwierigkeit eine sichere Entscheidung herbeiführen können. Die Hoffnung, die jährliche Parallaxe von *α Canis min.* und *α Aquilæ* aus Beobachtungen der *Declinationen* dieser Sterne hervorgehen zu sehen, mufste als *äufserst klein* betrachtet werden, da die Declinationen des ersteren nur um 0,314, des anderen um 0,544 der Gröfse der *ganzen* jährlichen Parallaxe geändert werden können. Nichts destoweniger versuchte *Brinkley* die Kraft seiner, mit einem Kreise von 8 Fufs Halbmesser, im Trinity-College in Dublin angestellten Beobachtungen, auch in der Bestimmung der jährlichen Parallaxen von *α Aquilæ*; wobei er, im entschiedenen Widerspruche mit dem damals schon bekannten Resultate der *Bradley*schen Beobachtungen, $= 2''75$ fand. Für *α Lyræ* fand er $1''1$; für *α Bootis* und *α Cygni* sehr nahe dieselbe Gröfse. Diese Resultate zog er aus lange fortgesetzten Beobachtungen, zu deren Sicherheit ihm das Bewufstseyn der darauf verwandten Sorgfalt so grofses Zutrauen einflöfste, dafs er sie auch gegen alle ferneren Widersprüche, welche sie, vorzüglich von dem Königl. Astronomen *Pond* erfuhren, in mehreren zwischen Beiden gewechselten Schriften, bis zum neunten Jahre nach ihrer Bekanntmachung (bis 1824) in Schutz nahm.

Pond hat die vortrefflichen Meridiankreise der Greenwicher Sternwarte nicht nur fortwährend zur Untersuchung der jährlichen Parallaxen einiger Sterne der ersten Gröfse angewandt, sondern auch noch andere Mittel, zu der lange gesuchten Entscheidung darüber zu gelangen, versucht. Dieses waren 10 Fufs lange Fernröhre, welche er an steinernen Pfeilern so befestigte, dafs sie auf bestimmte Sterne gerichtet blieben und ihren Declinationsunterschied von anderen, ihrem Parallele nahen Sternen, durch ein Fadenmikrometer angaben. Wenn seine Beobachtungen auch zuweilen einen kleinen Werth der Parallaxen von *α Lyræ*, *α Cygni* und *α Aquilæ* anzudeuten schienen, der aber immer weit unter dem von *Brinkley* gefundenen blieb, so gaben doch andere, namentlich die, die er für die von den Umständen am meisten begünstigten hielt, keine Spur davon zu erkennen. Am aufmerksamsten verfolgte er *α Lyræ*, erlangte aber dadurch keine Bestimmung der Parallaxe dieses Sterns, sondern nur die Ueberzeugung, dafs sie zu klein sei, um sich durch die zu ihrer Aufsuchung angewandten Mittel verrathen zu können, obgleich er dieser eine Entscheidungskraft über ein oder zwei Zehntel einer Secunde zutrauet. Auch der Nachfolger *Ponds*, *Airy*, ist zu demselben Resultate gelangt, indem er, einer neuerlich bekannt gewordenen Nachricht zufolge, die jährliche Parallaxe *α Lyræ*, aus den Beobachtungen mit einem der beiden Meridiankreise $= +0''2$, mit dem anderen $= -0''1$ gefunden hat.

Weit entfernt, über die lange fortgesetzten Verhandlungen zwischen *Brinkley* und *Pond* ein Urtheil auszusprechen, welches immer nur von einer *umsichtigen* und *vollständigen* Untersuchung aller dabei in Betracht kommenden Beobachtungen beider Astronomen ausgehen könnte, glaube ich doch, dafs eben diese Verhandlungen geeignet sind, Mifstrauen gegen die Kraft der besten Meridianbeobachtungen einzuflöfsen, wenn sie bis zu der vollen Versicherung über *ein oder einige* Zehntel *einer Secunde* gehen soll. Ein Theil der Ursachen, welche das Zutrauen zu ihnen vermindern können, wirkt indessen auf *gleiche* Weise auf zwei Sterne, welche einander sehr nahe sind und gleichzeitig beobachtet werden. Dieser Theil begreift Alles in sich, was auf die Beziehung der Beobachtungen auf den Scheitelpunkt oder Pol Einflufs erhält, so wie auch die Ursachen, welche veranlassen können, dafs eine gemessene Entfernung von dem einen oder dem andern dieser Punkte weniger genau ist, als die unmittelbare Beobachtung; z. B. Unregelmäfsigkeiten der Strahlenbrechung, ungleiche Wärme der verschiedenen Theile des Instruments, veränderliche Spannungen seines Metalls u. s. w. Da aber alle Fehlerursachen, welche auf die Beobachtungen zweier Sterne auf *gleiche* Weise wirken, aus der Beobachtung des *Unterschiedes ihrer Oerter* völlig verschwinden, so ist es nicht zweifelhaft, dafs diese Beobachtungsart einer gröfseren Genauigkeit fähig ist, als die Beobachtung der Oerter selbst. Da ferner ein Fernrohr stärker sein kann, wenn es nicht der, seine Gröfse beschränkenden Bedingung, auf einem Meridianinstrumente angebracht zu werden, unterworfen wird, so giebt auch dieses der Beobachtung

des *Unterschiedes der Oerter* einen Vortheil voraus, welcher auch noch durch den gröfseren Radius der Mikrometertheilungen, vergleichungsweise mit dem der Gradbögen der Meridianinstrumente, vermehrt wird. Allerdings aber mufs dafür gesorgt werden, dafs die angeführten Vortheile, ungeschwächt durch nachtheilige Anordnungen oder mangelhafte Einrichtungen, zur Wirksamkeit kommen.

Gründe dieser Art waren es, welche *Herschel I* veranlafsten, die Beantwortung der schwierigen Frage nach der jährlichen Parallaxe der Fixsterne, welche sich nur ihrer Kleinheit wegen der Bestimmung entzogen hatte, durch die *Doppelsterne* zu suchen. Unter der Voraussetzung, dafs die Entfernungen der beiden, einen Doppelstern zusammensetzenden Sterne, von unserem Sonnensysteme, ein beträchtlich von der Gleichheit verschiedenes Verhältnifs haben, mufs die jährliche Parallaxe periodische Einflüsse auf die scheinbare Entfernung des einen von dem andern erhalten, welche *Herschel* aus Beobachtungen, zu verschiedenen Zeiten des Jahres angestellt, hervorgehen zu sehen hoffte. Dieses war die Veranlassung seiner *Aufsuchung der Doppelsterne*, welche ihn aber bekanntlich zu der Entdeckung einer so grofsen Zahl derselben führte, dafs ihm die Unwahrscheinlichkeit der angeführten Voraussetzung dadurch klar wurde, und er dagegen zu der Ueberzeugung des *Zusammengehörens* der beiden Sterne eines Doppelsterns gelangte. Hiermit fiel der Grund der Hoffnung im Allgemeinen weg, die Parallaxen der Doppelsterne zu entdecken, er konnte nur für die wieder hervortreten, von welchen gezeigt werden konnte, dafs ihre Bestandtheile nicht, wie bei der grofsen Mehrzahl, zusammen gehörten, sondern durch ihre zufällige Stellung gegen unser Sonnensystem, nur scheinbar einen Doppelstern bildeten. Dieses ist bei dem Sterne *α Lyræ* und seinem kleinen Begleiter der Fall, wie *Herschel II* und *South* in ihrem 1825 erschienenen, gemeinschaftlichen Werke über die Doppelsterne gezeigt haben.

Indessen würde *Herschels* Absicht zu seiner Zeit nur sehr unvollkommen haben erreicht werden können, selbst wenn die Beschaffenheit der Doppelsterne seiner anfänglichen Voraussetzung entsprochen hätte. So kräftig seine Fernröhre waren, eben so mangelhaft waren damals die Einrichtungen, welche sie haben müssen, um zuverlässige Mefsinstrumente für kleine Entfernungen zu werden. Es ist *Fraunhofer* vorbehalten gewesen, das mikrometrische Messen der Kraft selbst sehr starker Fernröhre angemessen zu machen. Ohne hier wiederholen zu wollen, was ich bei anderer Gelegenheit darüber gesagt habe *), mufs ich doch der beiden Apparate erwähnen, welche dieses leisten. Der zuerst verfertigte ist das grofse Fernrohr der Dorpater Sternwarte, welches, wie *Struve's* häufige Anwendungen derselben zeigen, kleine Entfernungen mit beträchtlicher Uebereinstimmung mifst; der andere ist das grofse Heliometer der Königsberger Sternwarte, welches diese kleinen *und gröfsere* Entfernungen mit gleichem Vortheile ergiebt. Instrumente der ersten Art sind später in München noch einigemale verfertigt worden; das angeführte der zweiten Art ist bis jetzt nur *einmal* vorhanden.

*) Astr. Nachr. Nr. 189.

Diese Verbesserung der mikrometrischen Messungen hat *Struve*, wie aus seinem grofsen Werke über die Messungen der Doppelsterne hervorgeht, benutzt, um dadurch ein Urtheil über die jährliche Parallaxe *α Lyræ* zu erhalten, welcher Stern, nach der angeführten *Herschel*- und *South*schen Bemerkung, ein *uneigentlicher* Doppelstern ist und sich also zu der Ausführung des von *Herschel* dem Vater beabsichtigten Versuches eignet. Seine ausgezeichnete Helligkeit unterstützt die Aussicht, seine jährliche Parallaxe aus sehr genauen Beobachtungen hervorgehen zu sehen, wenn auch die *Pond*schen nicht wahrscheinlich erscheinen lassen, dafs sie mehr als einen *kleinen* Bruch einer Secunde betragen wird; sie beeinträchtigt zwar die Genauigkeit der Messungen, indem sie die Schärfe der Einstellung des Mikrometerfadens vermindert, allein da die Beobachtungen *selbst* das Maafs ihrer Genauigkeit angeben, so gewähren sie auch die Bestimmung der Sicherheit der aus ihnen zu ziehenden Resultate, und das ihm zu schenkende Vertrauen hängt *nur* hiervon, nicht von einer abgesonderten Schätzung der einzelnen Fehlerursachen ab.

Das angeführte Werk enthält den Anfang der Beobachtungen dieses Sterns, nämlich 17, zwischen dem 3ten Nov. 1835 und dem Ende von 1837 gemachte Messungen, sowohl der Entfernung, als auch des Positionswinkels; allein *Struve* hat diesen Anfang fortgesetzt und wird die vollständige Beobachtungsreihe und ihre Resultate bald bekannt machen. Der angeführte Anfang ergiebt den Werth der jährlichen Parallaxe $= 0''125$; die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler der 34 Momente der 17 Beobachtungen ist $= 1,6225$, woraus der mittlere Fehler einer Beobachtung $= \pm 0''2288$, und der mittlere Fehler des angeführten Resultats $= \pm 0''081$ hervorgeht; unter der Annahme, dafs das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler dasselbe sei, welches die Methode der kleinsten Quadrate zur wahrscheinlichsten macht, berechnet *Struve* den wahrscheinlichen Fehler des Resultats $= \pm 0''055$. Auf diesen Anfang gründet *Struve* die Hoffnung, die jährliche Parallaxe von *α Lyræ*, auf diesem Wege in sehr enge Grenzen einschliefsen zu können; eine Hoffnung, welche man für begründet erkennen mufs. Schon aus dem Anfange geht hervor, dafs diese Beobachtungen sich entscheidend auf *Ponds* Seite neigen, also gegen *Brinkley's*, für denselben Stern gefundene, viel gröfsere jährliche Parallaxe stimmen.

Die auf die Bestimmung der jährlichen Parallaxen der Fixsterne, nach *Bradley*, gerichteten Bemühungen, welche ich angeführt habe, verfolgen sämmtlich die Aussicht, *sehr helle* Sterne verhältnifsmäfsig nahe zu finden. Als aber die aus den *Bradley*schen Beobachtungen abgeleiteten Oerter fast aller *Flamstead*schen Sterne für 1755, und ihre Vergleichung mit den von *Piazzi* für 1800 bestimmten, eine grofse Menge von *kleineren* Sternen kennen lehrten, welche beträchtliche eigene Bewegungen besitzen (wovon aber mehrere schon bekannt waren) konnte ich nicht mehr bezweifeln, dafs auch unter den kleineren Sternen verhältnifsmäfsig nahe sind. Ich hielt also den, durch die *stärkste* eigene Bewegung ausgezeichneten Doppelstern 61 *Cygni* Fl., so wie er jeden Zweifel an der Richtigkeit der *Herschel*schen Ansicht von der Natur der Doppelsterne, augenfällig beseitigte, auch für vorzüglich geeignet zu einer Untersuchung über die jährliche Parallaxe *). Indessen waren zwei Beobachtungsreihen, welche ich 1815 und 1816 über seine Geradeaufsteigungsunterschiede von 6 benachbarten Sternen mit dem älteren Passagen-Instrumente von *Dollond* machte, nicht genau genug, seine jährliche Parallaxe zu verrathen; sie gaben, im Gegentheil, einen *negativen* Werth derselben von 1″, welcher nur unter der unwahrscheinlichen Voraussetzung, dafs der Doppelstern weiter entfernt wäre, als die 6 zur Vergleichung gewählten Sterne, hätte statthaft sein können. Auch *Arago* und *Matthieu* haben *diesen* Stern im J. 1812, im August und November, beobachtet, und daraus seine jährliche Parallaxe = 0″5 abgeleitet; da die Beobachtungen selbst nicht bekannt geworden sind, und nur das daraus gezogene Resultat (im Annuaire du Bureau des Long. pour 1834 in einer Note p. 282) angeführt wird, so kann ich nichts Näheres darüber sagen.

Ich glaube nicht, dafs durch alle die angeführten Versuche, die Parallaxen der Fixsterne zu entdecken, etwas anders gewonnen ist, als die Ueberzeugung, dafs sie *sehr kleine*, sich den gewöhnlichen Beobachtungsarten entziehende Gröfsen sind. Man konnte sie noch eben so gut für innerhalb einiger Tausendtel, als innerhalb einiger Zehntel einer Secunde liegend halten; und wirklich kann das sinnreichste der bisher entwickelten Mittel, zu der Kenntnifs irgend einer *kleinsten* Grenze einer jährlichen Parallaxe zu gelangen, das von *Savary* entwickelte **), nur zu einer *so kleinen* führen, dafs dadurch die Entfernung der Sterne nur zwischen zwei, vergleichungsweise mit ihr selbst, *äufserst* weit auseinanderliegende Grenzen eingeschlossen werden kann.

Als ich die Genauigkeit kennen lernte, welche den Beobachtungen, durch das am Ende von 1829 auf der Königsberger Sternwarte aufgestellte Heliometer, nicht allein in den kleinen Entfernungen der Doppelsterne, sondern auch in gröfseren, gegeben werden konnte, erzeugte sie die Hoffnung, dafs es gelingen werde, durch dieses Instrument, statt der Ueberzeugung von der Kleinheit der jährlichen Parallaxe der Fixsterne, in günstigen Fällen ihre *Bestimmung* zu erhalten. Mein verehrter Freund *Olbers* forderte mich wiederholt zu Versuchen hierüber auf; allein da eine Beobachtungsreihe, wenn sie ein unzweifelhaftes Resultat für die jährliche Parallaxe eines Fixsterns geben sollte, meiner Meinung nach, wenigstens ein Jahr lang un*terbrochen* und mit Aufopferung mancher anderen Beobachtungen, fortgesetzt werden mufste, in den ersten Jahren nach der Aufstellung des Instruments aber andere, *dringende* Anwendungen desselben vorhanden waren, auch die Ausführung der Ostpreufsischen Gradmessung später meine häufige Abwesenheit forderte, so konnte ich vor dem Herbste 1834 nicht zu dem Anfange dieser Beobachtungen gelangen. Ich wählte den 61sten Stern des Schwans zu ihrem Gegenstande, und zwar nicht allein wegen der gröfseren Aussicht auf eine merkliche Parallaxe, die er, wegen seiner grofsen eigenen Bewegung, darzubieten schien, sondern auch weil er ein *Doppelstern* ist, den man mit vorzüglicher Genauigkeit beobachten kann, indem man das Bild, welches die eine Hälfte des Heliometer-Objectives von dem zu vergleichenden Stern macht, in die Mitte der beiden Sterne des von der andern Hälfte abgebildeten Doppelsterns legt; auch empfahl er sich durch seinen Ort am Himmel, der zu allen Jahreszeiten, einen Monat ausgenommen, *bei Nacht* in eine hinreichende Höhe über dem Horizonte gelangt; endlich durch die zahlreichen kleinen Sterne, die ihn umgeben, unter welchen man Vergleichungssterne nach Belieben auswählen konnte. Ich wählte darunter zwei, ihm am nächsten stehende Sternchen der 11ten Gröfse, bemerkte aber bald, dafs die Luft selten heiter genug war, um die häufige Beobachtung so lichtschwacher Sterne zu erlauben. Die Auswahl anderer, hellerer Vergleichungssterne und der neue Anfang der sich darauf beziehenden Beobachtungsreihe, wurden mir durch lange anhaltendes trübes Wetter, und dann durch den niedrigen Stand des Gestirns verhindert. Im Jahr 1835 war ich genöthigt, drei Monate in Berlin zuzubringen, um dort die Pendellänge durch eine Reihe von Versuchen zu bestimmen, welche lange fortgesetzt wurde, weil ich ihrem Resultate beträchtliche Genauigkeit zu geben beabsichtigte. Nach ihrer Beendigung erschien der *Halley*sche Komet, der jeden heitern Augenblick für sich verlangte. Das Jahr 1836 brachte andere Verhinderungen, allein im August 1837 konnte ich auf ununterbrochene Fortsetzung einer Beobachtungsreihe von 61 *Cygni* rechnen. Die Aussicht auf ihren Erfolg hatte durch die Hoffnung, welche *Struve* nach seinen Beobachtungen α *Lyrae* unterhielt, neue Unterstützung erhalten; so dafs diese Hoffnung

*) v. Zach Monatl. Correspondenz August 1812.

**) Connoissance des Tems pour 1830, p. 169.

auch beitrug, die Zeitfolge der Beobachtungen zu Gunsten derer über die jährliche Parallaxe anzuordnen. Was ich jetzt davon mittheile, beruhet auf ihrer Fortsetzung bis zum 2ten October 1838; sie werden noch weiter fortgesetzt und daher spätere Nachträge zur Folge haben.

1.

Zur Vergleichung mit dem Punkte, welcher zwischen beiden Sternen 61 *Cygni* in der Mitte liegt, wählte ich zwei Sterne *a* und *b*, deren zweiter zwar heller ist als der erste, die ich aber beide zwischen der 9ten und 10ten Gröfse schätze. Der erste steht etwa senkrecht auf der Richtungslinie des Doppelsterns, der andere etwa in dieser Linie. Genauer geht dieses aus folgenden, für den Anfang 1838, aus meinen sämmtlichen Beobachtungen gefolgerten, sich auf den *Mittelpunkt* von 61 *Cygni* beziehenden Bestimmungen hervor:

	Entfernung.	Positionen.	
a.....	461″6171	201°29′ 24″	85 Beobb.
b.....	706,2791	109 22 10	98 ——

Die für die Positionswinkel angegebenen Zahlen sind die halben Summen dieses Winkels an der Mitte von 61 *Cygni* und des um 180° veränderten an dem Vergleichungssterne. Für die beiden Sterne des Doppelsterns habe ich gefunden:

1838,38	16″204	95°19′ 30″	10 ——

Die Anordnung, welche ich den Beobachtungen gegeben habe, ist die folgende: Zuerst wurde die Durchschnittslinie des Objectivs näherungsweise in die Richtung gebracht, in welcher der zu beobachtende Vergleichungsstern liegt, und die Mikrometerschraube der Objectivhälfte I auf 60R000 gestellt. Nach dieser Vorbereitung folgte eine Beobachtung sowohl der Entfernung als des Positionswinkels, wobei nur die Mikrometerschraube von II gedrehet wurde, und gleich darauf eine zweite der Entfernung, die durch die, vorher etwas zurückgedrehte Mikrometerschraube I erlangt wurde. Beide Beobachtungen der Entfernung und die eine des Positionswinkels wurden abgelesen und dann noch einigemale wiederholt; am Anfange der Beobachtungsreihe meistens dreimal, später immer viermal; wenn die Unruhe der Luft das Zutrauen zu ihrer Genauigkeit schwächte auch öfter. Dieses ist die eine Hälfte der Beobachtung; ihre andere Hälfte ist genau so wie die erste gemacht, mit dem einzigen Unterschiede, dafs die Axe der Objectivhälfte II dabei auf der entgegengesetzten Seite der Axe von I war. Die aus einer solchen Beobachtung hervorgehende Entfernung beruhet also auf 12 oder 16 Einstellungen, der Positionswinkel auf 6 oder 8. Ich habe, wie aus dieser Anordnung der Beobachtungen hervorgeht, den Positionswinkel als von geringer Bedeutung für die zu beantwortende Frage nach der jährlichen Parallaxe betrachtet; in der That würde es nicht möglich gewesen sein, seiner Beobachtung eine Genauigkeit zu geben welche der der Entfernung gleich geachtet werden könnte, denn der Positionskreis des Instruments giebt nur ganze Minuten an, deren Werth in der Entfernung des Sterns $a = 0''134$. In der Entfernung des Sterns $b = 0''205$ beträgt, während die Ablesung der Entfernung an den Mikrometerschrauben bis auf viel kleinere Theile geht. Ich habe daher, wenn die Unruhe der Luft die Beobachtung schwierig machte, die Aufmerksamkeit vorzüglich auf die *Entfernung* gerichtet, auch auf die Bestimmungen des Indexfehlers des Positionskreises und der jedesmaligen Lage der Stundenaxe des Instruments, nicht immer die Sorgfalt verwandt, welche erforderlich gewesen sein würde, wenn die Beobachtungen der Positionswinkel zu der Beantwortung der vorliegenden Frage entscheidend hätte beitragen sollen. Die angewandte Vergröfserung des Fernrohrs war immer eine 300malige.

Die Verwandlung der beobachteten Schraubenrevolutionen (S) in Secunden (s) ist nach der Formel *)

$$\tang s = S \sin 52''91788$$

gemacht, oder vielmehr nach ihrer Entwickelung:

$$s = S.52''91788 - S^3.0''000001161.$$

Diese Formel gilt für die Wärme 49°2 *F.*; zeigt das Thermometer f, so mufs der dadurch erhaltenen Entfernung noch

$$-0''0003912\, S\,(f - 49°2)$$

hinzugesetzt werden, welche Verbesserung auf einer Vermehrung der früher zu ihrer Erfindung gemachten Beobachtungen beruhet. Der Einflufs der Strahlenbrechung ist, nach den Formeln und Tafeln in der XV. Abtheilung meiner Beobachtungen, berechnet worden. Weitere Erklärungen werden die folgenden Verzeichnisse der Beobachtungen nicht bedürfen.

Beobachtungen des Sterns a.

		St. Zt.	Barometer. (L)	(R)	Therm. (F)	S (R)	s	Correction. Wärme.	Correction. Refr.	Wahre Entfernung.
1	1837 Aug. 18	21h 56′	340,0	13°	55	8,6984	460″299	— 0″020	+ 0,146	460″425
2	19	19 52	338,1	13	56,5	6907	59,892	— 0,023	0,136	60,005
3	20	19 47	338,0	14	62	6928	60,003	— 0,044	0,133	60,092
4	28	20 49	334,6	9	48	6943	60,082	+ 0,004	0,139	60,225

*) Astronom. Beobachtungen auf der K. Sternwarte in Königsberg XV. Abthl. S. XXII.

Nr.	Datum	St. Zt.	Barometer. b	Barometer. t	Therm. τ	S	s	Correction. Wärme.	Correction. Refr.	Wahre Entfernung.
5	1837 Aug. 30	20h 42′	334,0	11	53	8,6992	460″341	— 0″014	+0″137	460″464
6	Sept. 4	20 44	337,0	11	53	6998	60,374	— 0,014	0,138	60,498
7	8	20 47	337,4	11	63	6994	60,352	— 0,014	0,139	60,477
8	9	21 8	338,5	12	55	6951	60,125	— 0,020	0,140	60,245
9	11	21 51	338,6	11,5	52	6960	60,172	— 0,010	0,145	60,307
10	14	22 43	331,7	16	64	7002	60,395	— 0,051	0,147	60,491
11	20	21 45	339,5	10,6	50	6955	60,146	— 0,003	0,145	60,288
12	23	22 40	341,4	8	46	7016	60,469	+ 0,011	0,157	60,637
13	24	22 20	341,7	7	44	6976	60,257	+ 0,018	0,152	60,427
14	Octbr. 1	23 28	341,6	4,5	34	6986	60,310	+ 0,052	0,175	60,537
15	2	23 15	341,8	4	34	7015	60,473	+ 0,052	0,170	60,695
16	16	0 35	337,6	6	40	7037	60,580	+ 0,031	0,206	60,817
17	28	0 15	336,5	4	37	7028	60,532	+ 0,041	0,194	60,767
18	Nov. 22	22 35	337,5	1,5	30	7065	60,728	+ 0,066	0,159	60,953
19	Decbr. 1	2 20	337,0	0	25	7030	60,543	+ 0,083	0,364	60,990
20	30	1 0	342,9	—11	5	7087	60,844	+ 0,151	0,249	61,244
21	31	0 27	340,8	— 9	+ 8	7110	60,966	+ 0,141	0,222	61,329
22	1838 Janr. 8	2 1	345,6	—14,5	— 3	7070	60,754	+ 0,178	0,351	61,283
23	10	1 10	343,4	—12	+ 1	7103	60,929	+ 0,172	0,263	61,364
24	16	1 33	338,7	— 8	9	7108	60,956	+ 0,137	0,290	61,383
25	17	1 27	340,1	—10	4	7167	61,268	+ 0,155	0,281	61,704
26	20	2 0	338,0	— 7	14	7101	60,918	+ 0,120	0,308	61,366
27	Febr. 1	3 40	339,1	— 9	6	7116	60,998	+ 0,151	0,736	61,885
28	5	3 40	338,0	— 5	16	7160	61,231	+ 0,117	0,712	62,060
29	10	3 40	328,2	— 1	25	7075	60,781	+ 0,083	0,682	61,546
30	May 3	15 56	340,4	+12	56	7492	62,988	— 0,020	0,163	63,131
31	4	15 0	340,3	12	56	7525	63,162	— 0,020	0,205	63,347
32	6	16 16	339,3	11	61	7523	63,152	— 0,006	0,156	63,302
33	12	14 49	336,3	2	32	7487	62,961	+ 0,059	0,228	63,248
34	16	15 46	334,5	3,5	33	7552	63,296	+ 0,055	0,173	63,524
35	17	15 28	336,0	3	31	7567	63,384	+ 0,062	0,190	63,636
36	19	15 56	334,6	8	46	7548	63,284	+ 0,011	0,163	63,458
37	21	15 13	336,3	6	43	7562	63,358	+ 0,021	0,192	63,571
38	22	16 14	336,6	6	42	7558	63,337	+ 0,025	0,159	63,521
39	23	15 36	336,6	7	42	7683	63,469	+ 0,025	0,177	63,671
40	Juni 1	16 20	335,6	7	41	7688	63 496	+ 0,028	0,156	63,680
41	2	15 68	336,4	7	39	7629	63,713	+ 0,035	0,165	63,913
42	12	16 7	336,4	13	58	7622	63,675	— 0,030	0,156	63,801
43	13	16 13	335,7	14	67	7640	63,771	— 0,027	0,153	63,897
44	22	17 42	335,0	13	55	7607	63,596	— 0,020	0,138	63,714
45	26	16 50	338,6	11	61	7656	63,850	— 0,006	0,147	63,991
46	27	18 8	338,1	13	55	7672	63,940	— 0,020	0,137	64,057
47	28	16 55	338,4	12	55	7705	64,115	— 0,020	0,145	64,240
48	29	17 37	338,4	13	56	7713	64,157	— 0,023	0,139	64,273
49	30	17 11	338,2	12	65	7721	64,199	— 0,020	0,142	64,321
50	Juli 1	18 21	338,7	14	58	7655	63,850	— 0,030	0,136	63,956
51	8	18 5	335,2	13	55	7667	63,914	— 0,020	0,136	64,030
52	10	17 35	339,0	12	65	7699	64,083	— 0,020	0,140	64,203
53	14	18 6	337,5	15	62	7658	63,866	— 0,044	0,135	63,957
64	17	18 31	337,4	14	68	7704	64,109	— 0,030	0,135	64,214
65	29	18 13	334,3	12	54	7752	64,364	— 0,016	0,136	64,484
56	Aug. 4	18 40	333,7	14	54	7737	64,284	— 0,016	0,135	64,403
57	11	18 40	335,5	12	53	7750	64,353	— 0,013	0,136	64,476
58	20	18 46	335,4	11	53	7729	64,242	— 0,013	0,135	64,364
59	21	20 30	334,1	12	57	7782	64,522	— 0,026	0,135	64,631
60	25	20 8	336,4	12	63	7765	64,432	— 0,013	0,136	64,555
61	26	20 35	337,3	12	62	7778	64,501	— 0,009	0,138	64,630
62	29	19 49	334,5	13	59	7799	64,612	— 0,033	0,134	64,713

		St. Zt.	Barometer.		Therm.	S	s	Correction. Wärme.	Correction. Refr.	Wahre Entfernung.
63	1838 Sept. 3	20h 24	337,7	11°	50	8,7806	464″649	−0″003	+0″138	464″784
64	5	22 23	335,5	12	57	7789	64,559	−0,027	0,147	64,679
65	7	21 34	334,8	14	61	7839	64,824	−0,040	0,139	64,923
66	8	21 26	336,7	14	57	7813	64,686	−0,027	0,140	64,799
67	12	21 23	341,5	12	50	7828	64,766	−0,003	0,144	64,907
68	13	19 42	340,8	12	51	7788	64,554	−0,006	0,138	64,686
69	14	19 44	340,3	14	56	7790	64,565	−0,023	0,137	64,679
70	15	20 19	339,6	14	56	7801	64,618	−0,023	0,137	64,732
71	16	19 47	338,0	15	66	7834	64,797	−0,057	0,133	64,873
72	17	23 3	337,1	15	60	7791	64,570	−0,037	0,156	64,689
73	18	19 32	338,1	15	63	7779	64,506	−0,047	0,134	64,593
74	20	19 24	338,7	15	63	7798	64,607	−0,047	0,134	64,694
75	21	19 54	338,2	15	62	7833	64,792	−0,044	0,134	64,882
76	22	19 21	338,5	16	61	7844	64,850	−0,040	0,134	64,944
77	23	20 4	339,3	13	54	7821	64,729	−0,016	0,137	64,850
78	24	19 45	339,1	13,5	58	7801	64,623	−0,030	0,136	64,729
79	25	19 40	339,6	12	55	7853	64,898	−0,020	0,137	65,015
80	26	19 28	340,4	13	57	7829	64,771	−0,027	0,136	64,880
81	27	19 57	340,7	12	50	7809	64,665	−0,003	0,139	64,801
82	28	19 51	342,1	12	53	7809	64,665	−0,013	0,138	64,790
83	29	23 13	342,4	8	45	7831	64,782	+0,014	0,166	64,962
84	30	19 50	343,4	7	40	7836	64,808	+0,031	0,143	64,982
85	Octbr. 1	19 51	342,6	7	42	7793	64,580	+0,025	0,142	64,747

Beobachtungen des Sterns b.

1	1837 Aug. 16	21 41	339,6	13,5	57	13,3692	707,466	−0,041	+0″198	707″623
2	18	21 8	340,0	13	55	3661	7,302	−0,030	0,199	7,471
3	19	20 50	338,1	13	56,5	3727	7,651	−0,038	0,200	7,813
4	20	20 18	338,0	16	62	3712	7,571	−0,067	0,203	7,707
5	28	21 40	334,6	9	48	3587	6,910	+0,006	0,198	7,114
6	30	21 25	334,0	11	47	3632	7,148	+0,011	0,198	7,357
7	Sept. 4	21 20	337,0	11	49	3621	7,090	+0,001	0,200	7,291
8	9	21 43	338,5	12	55	3673	7,365	−0,030	0,198	7,533
9	11	21 7	338,6	11,5	52	3600	6,979	−0,014	0,200	7,165
10	14	21 48	331,7	16	64	3661	7,302	−0,077	0,190	7,415
11	20	22 20	339,5	10,5	50	3642	7,201	−0,004	0,202	7,399
12	23	23 5	341,4	8	45	3618	7,074	+0,017	0,210	7,301
13	24	21 47	341,7	7	44	3585	6,900	+0,027	0,204	7,131
14	Octbr. 1	23 5	341,6	4,5	34	3600	6,979	+0,079	0,216	7,274
15	2	22 45	341,8	4	34	3578	6,863	+0,079	0,220	7,162
16	16	0 3	337,5	6	40	3569	6,815	+0,048	0,223	7,086
17	28	1 6	336,5	4	37	3497	6,434	+0,064	0,244	6,742
18	Nov. 22	22 10	337,5	1,5	30	3461	6,243	+0,100	0,208	6,551
19	Decbr. 1	1 37	337,0	0	25	3463	6,254	+0,126	0,262	6,642
20	17	23 0	336,0	−1,6	27	3414	5,995	+0,116	0,214	6,325
21	30	0 18	342,9	−11	5	3409	5,968	+0,231	0,246	6,445
22	31	1 10	340,8	−9	8	3367	5,746	+0,215	0,264	6,225
23	1838 Janr. 5	0 28	341,3	−11	+1	3370	5,762	+0,252	0,253	6,267
24	6	1 7	341,2	−13	−2	3333	5,566	+0,267	0,270	6,103
25	8	1 21	345,5	−14,5	−3	3350	5,656	+0,273	0,279	6,208
26	10	1 40	343,4	−12	+1	3329	5,545	+0,252	0,283	6,080
27	14	0 55	339,5	−7	+16	3309	5,439	+0,173	0,253	5,865
28	17	1 54	340,1	−10	4	3331	5,556	+0,236	0,284	6,076
29	20	1 35	338,0	−7	14	3364	5,730	+0,184	0,269	6,183
30	Febr. 1	3 0	329,1	−9	5	3308	5,434	+0,231	0,303	5,968
31	5	3 15	338,0	−5	15	3296	5,370	+0,179	0,310	5,859
32	10	4 7	328,2	−1	25	3299	5,386	+0,126	0,308	5,820

		St. Zt.	Barometer. b	Barometer. R	Therm. F	S A	s	Correction. Wärme.	Correction. Refr.	Wahre Entfernung.
33	1838 Febr. 19	4ʰ 28′	341,5	— 7°	9	13,3219	704″963	+ 0″210	+ 0″331	705″504
34	März 12	15 42	341,0	— 6	13	3200	4,862	+ 0,189	0,551	5,602
35	13	17 28	339,0	— 6	14	3139	4,540	+ 0,184	0,335	5,059
36	May 2	14 19	340,4	+11	52	3086	4,259	— 0,015	0,855	5,099
37	3	15 13	340,4	12	55	3134	4,513	— 0,030	0,600	5,083
38	4	15 40	340,3	12	55	3176	4,735	— 0,030	0,509	5,214
39	6	15 24	339,3	11	51	3176	4,735	— 0,009	0,561	5,287
40	12	15 33	336,3	2	32	3150	4,598	+ 0,090	0,549	5,237
41	16	15 10	334,5	3,6	33	3124	4,465	+ 0,085	0,624	5,174
42	17	16 0	336,0	3	31	3117	4,423	+ 0,095	0,473	4,991
43	19	15 16	334,5	8	46	3147	4,572	+ 0,017	0,586	5,175
44	21	15 49	336,3	6	43	3129	4,487	+ 0,032	0,490	5,009
45	22	15 33	336,6	6	42	3119	4,434	+ 0,038	0,538	5,010
46	23	16 12	336,6	7	42	3172	4,714	+ 0,038	0,436	5,188
47	Juni 1	15 47	335,6	7	41	3139	4,540	+ 0,043	0,497	5,080
48	2	16 31	336,4	7	39	3167	4,688	+ 0,053	0,400	5,141
49	12	15 33	336,4	13	58	3143	4,561	— 0,046	0,520	5,035
50	13	16 45	335,7	14	57	3178	4,746	— 0,041	0,361	5,066
51	22	17 11	335,0	13	55	3220	4,968	— 0,030	0,324	5,262
52	26	17 27	338,5	11	61	3155	4,624	— 0,009	0,310	4,925
53	27	17 36	338,1	13	65	3148	4,587	— 0,030	0,297	4,854
54	28	17 31	338,4	12	55	3182	4,767	— 0,030	0,303	5,040
55	29	17 3	338,4	13	56	3171	4,709	— 0,035	0,338	5,012
56	30	17 43	338,2	12	65	3176	4,735	— 0,030	0,290	4,995
57	Juli 1	17 46	338,7	13	58	3211	4,921	— 0,046	0,286	5,161
58	8	17 22	335,2	13	56	3187	4,794	— 0,030	0,310	5,074
59	10	18 11	339,0	12	56	3131	4,497	— 0,030	0,266	4,733
60	14	17 31	337,5	15	62	3164	4,672	— 0,067	0,298	4,903
61	17	18 2	337,4	14	58	3152	4,608	— 0,046	0,271	4,833
62	29	18 44	334,3	12	54	3179	4,751	— 0,025	0,240	4,966
63	Aug. 2	19 1	336,4	13	54	3142	4,555	— 0,025	0,232	4,762
64	4	18 7	333,7	14	54	3135	4,518	— 0,025	0,265	4,758
65	11	18 11	335,5	12	53	3134	4,513	— 0,020	0,264	4,757
66	20	19 19	335,4	11	53	3146	4,577	— 0,020	0,224	4,781
67	21	19 57	334,1	12	57	3169	4,698	— 0,041	0,208	4,865
68	25	20 40	336,4	12	53	3159	4,645	— 0,020	0,202	4,827
69	26	20 1	337,3	12	52	3141	4,550	— 0,015	0,211	4,746
70	29	20 25	334,5	13	59	3136	4,524	— 0,052	0,201	4,673
71	Sept. 3	19 49	337,7	11	50	3073	4,190	— 0,004	0,215	4,401
72	4	20 44	337,7	10	50	3091	4,287	— 0,004	0,203	4,486
73	5	21 48	335,5	12	57	3099	4,328	— 0,041	0,195	4,482
74	6	20 52	334,0	14	65	3153	4,614	— 0,082	0,194	4,726
76	7	21 0	334,8	14	61	3166	4,682	— 0,062	0,195	4,815
76	8	22 4	336,7	14	57	3118	4,429	— 0,041	0,196	4,584
77	12	19 25	341,5	12	50	3092	4,291	— 0,004	0,227	4,514
78	—	20 45	341,5	12	50	3101	4,338	— 0,004	0,205	4,539
79	13	19 10	340,8	12	51	3158	4,640	— 0,009	0,232	4,863
80	14	19 14	340,3	14	56	3137	4,529	— 0,036	0,228	4,721
81	15	19 37	339,6	14	56	3176	4,735	— 0,036	0,218	4,917
82	16	19 12	338,0	15	66	3154	4,619	— 0,088	0,223	4,754
83	17	19 1	337,1	15	60	3153	4,614	— 0,056	0,230	4,788
84	18	18 51	338,1	15	63	3156	4,630	— 0,072	0,234	4,792
85	19	18 52	338,9	14	59	3154	4,619	— 0,061	0,236	4,804
86	20	18 51	338,7	15	63	3151	4,603	— 0,072	0,235	4,766
87	21	19 10	338,2	15	62	3090	4,280	— 0,067	0,225	4,438
88	22	18 48	338,5	15	61	3102	4,344	— 0,062	0,237	4,519
89	23	19 31	339,3	13	54	3121	4,444	— 0,026	0,221	4,640

		St. Zt.	Barometer. L	R	Therm. F	S	s	Correction. Wärme.	Refr.	Wahre Entfernung.
90	1838 Sept. 24	$19^h 15'$	339,1	13,5	58	13,3123	704"456	−0"046	+0"226	704"636
91	25	19 0	339,6	12	55	3104	4,354	−0,030	0,234	4,558
92	26	18 58	340,4	13	57	3116	4,418	−0,041	0,235	4,612
93	27	19 26	340,7	12	50	3143	4,561	−0,004	0,225	4,782
94	28	19 22	342,1	12	53	3128	4,481	−0,020	0,227	4,688
95	29	22 34	342,4	8	45	3110	4,386	+0,022	0,307	4,615
96	30	19 13	343,4	7	40	3101	4,338	+0,048	0,238	4,624
97	Octbr. 1	19 18	342,6	7	42	3103	4,349	+0,038	0,234	4,621
98	2	19 31	341,1	8	47	3109	4,381	+0,011	0,226	4,618

2.

Ehe diese Beobachtungen zur Aufsuchung der jährlichen Parallaxe angewandt werden können, müssen sie, durch Berechnung des Einflusses der eigenen Bewegung, auf eine bestimmte Zeit (wofür ich den Anfang von 1838 annehmen werde) reducirt, auch von einer kleinen Einwirkung der Aberration auf die Entfernungen befreit werden. Beide Reductionen werde ich jetzt näher angeben.

Die Oerter der beiden Sterne 61 *Cygni* sind neuerlich von *Argelander* sehr genau bestimmt worden *), und es folgt daraus, für den in der Mitte zwischen beiden liegenden Punkt und für 1838:

$$AR. = 314^\circ 54' 45''9 \quad \text{Decl.} = +37^\circ 57' 22''9;$$

ihre jährliche eigene Bewegung hat er aus der Vergleichung seiner; auf *Bradley's* Beobachtungen beruhenden Bestimmung für 1755, mit der seinigen für 1830, unter der Voraussetzung, dafs die Sterne der Zeit proportional fortschreiten,

für den vorhergehenden $+5''1075$ und $+3''232$
——— folgenden..... $+5{,}193$ und $+3{,}016$

abgeleitet. Nur wenn der Schwerpunkt beider Sterne in der Mitte zwischen ihnen liegt, ist seine, der Zeit proportional anzunehmende Bewegung, das Mittel aus den Bewegungen beider Sterne; wenn er aber nicht in der Mitte liegt, ist die Bewegung der Mitte nicht der Zeit proportional, sondern nimmt Antheil an der Umlaufsbewegung der beiden Sterne um ihn. Man kennt seine Lage aber nicht, und hat also keinen Grund anzunehmen, dafs das Mittel aus beiden jährlichen Bewegungen, nämlich $+5''150$ und $+3''124$, der Mitte und der gegenwärtigen Zeit zugehöre. Indem man dieses dennoch, aus Unbekanntschaft mit der Lage des Schwerpunkts annehmen mufs, und indem man die Vergleichungssterne (deren Bewegungen man eben so wenig kennt), als unbeweglich betrachten mufs, kommen den unter diesen Voraussetzungen berechneten jährlichen Veränderungen der Entfernungen und Positionswinkel dieser Sterne, noch unbekannte Verbesserungen hinzu, deren Werthe durch ihre Beobachtungen bestimmt werden müssen.

*) DLX Stellarum fixarum positiones mediae, ineunte anno 1830. Helsingforsiae 1835.

Ich werde die unter den zu machenden Voraussetzungen stattfindenden jährlichen Veränderungen zuerst aufsuchen. Verbindet man die im 1sten Art. angeführten Entfernungen und Positionswinkel der Sterne a und b, mit dem Orte der Mitte von 61 *Cygni*, so erhält man für 1838:

	AR.	Decl.
61 *Cygni*....	314° 54′ 45″90	+37° 57′ 22″90
a..........	314 51 11,60	50 13,36
b..........	315 8 50,58	53 28,66

Die jährlichen Veränderungen dieser Oerter sind, unter Annahme der angeführten eigenen Bewegung von 61 *Cygni*,

61 *Cygni*...	+40″126	+17″284
a..........	+35,012	+14,145
b..........	+35,047	+14,218

Die Veränderungen der Entfernungen von 1838 bis $1838+\tau$ folgen hieraus:

$$a\ldots\ldots\ldots + 4''3983.\tau + 0''0071.\tau\tau$$
$$b\ldots\ldots\ldots - 2{,}8003.\tau + 0{,}0130.\tau\tau$$

und die Veränderungen der Positionswinkel:

$$a\ldots\ldots + 19' 23''2.\tau - 11''2.\tau\tau$$
$$b\ldots\ldots + 20\ 36{,}7.\tau + 4{,}9.\tau\tau$$

Die von mir gemachten Reductionen der Beobachtungen der Entfernungen auf den Anfang von 1838, sind nach den, von den eben gefundenen etwas verschiedenen Formeln:

$$a\ldots\ldots(+4''392 + \alpha')\,\tau + 0''0071.\tau\tau$$
$$b\ldots\ldots(-2{,}825 + \beta')\,\tau + 0{,}0130.\tau\tau$$

berechnet, welche auf einer vorläufigen, von der jetzt verfolgten etwas verschiedenen Annahme der Werthe der Entfernungen und Positionswinkel beruhen. Die Einflüsse, welche die noch unbekannten Fehler der, der Rechnung zum Grunde liegenden Voraussetzungen, auf die Entfernungen haben, sind daher:

$$a\ldots\ldots(-0''0063 + \alpha')\,\tau$$
$$b\ldots\ldots(-0{,}0247 + \beta')\,\tau$$

Für die Einflüsse der *Nutation* und *Aberration* auf die Entfernungen und Positionswinkel, werde ich die angewandten Formeln anführen, ohne mich bei ihrer Entwickelung aufzuhalten. Wenn A, B, C, $D.\tau$ die Bedeutung haben, unter welcher sie in der VIII. Tafel der *Tabb. Regiom.* von 1750 bis 1850 berechnet, vorkommen, ist das was den Werthen der

Entfernung und des Positionswinkels für den Anfang des Jahres hinzugesetzt werden muſs, um die scheinbaren zu erhalten:

Entfernung...... $\gamma C + \delta D + \mu\tau$

Positionswinkel... $\alpha' A + \beta' B + \gamma' C + \delta' D + \mu'.\tau$

wo μ und μ' die jährlichen, aus den eigenen Bewegungen entstehenden Veränderungen und

$$\gamma = -2 \sin \tfrac{1}{2} s \,[\cos d \sin a + \tang \omega \sin d]$$
$$\delta = 2 \sin \tfrac{1}{2} s . \cos d \cos a$$
$$\alpha' = n \sec d \sin a$$
$$\beta' = \sec d . \cos a$$
$$\gamma' = \tang d \cos a$$
$$\delta' = \tang d \sin a$$

bedeuten. Die Entfernung der beiden Sterne ist hier durch s bezeichnet, die Geradeaufsteigung des in ihrer Mitte liegenden Punktes durch a, seine Abweichung durch d, die Schiefe der Ecliptik durch ω. Für kleine Entfernungen, so wie sie bei heliometrischen Messungen vorkommen, können statt a und d die Geradeaufsteigung und Abweichung eines der beiden Sterne angenommen werden. Dann enthalten γ, δ, γ', δ' den Positionswinkel nicht, und es folgt daraus, daſs die Aberration die Entfernungen, in welchen Richtungen sie auch stattfinden mögen, in einem gleichen Verhältnisse ändert; die Richtungen sämmtlich um eine gleiche Gröſse. Wenn die Peripherie eines Kreises von kleinem Halbmesser, um einen Stern beschrieben, mit anderen Sternen besetzt wäre, so würde der Kreis, durch die Aberration nur vergröſsert und verkleinert, so wie auch gedrehet werden, ohne daſs er aufhörte ein Kreis zu sein, ohne daſs sein Mittelpunkt sich veränderte und ohne daſs die Sterne auf seiner Peripherie die Radien verlieſsen, auf welchen sie sich befinden.

Der Einfluſs der *jährlichen Parallaxe* p auf die Entfernung ist

$$p\, R m \cos(\Theta - M)$$

wo R und Θ die Entfernung und die Länge der Sonne bezeichnen und m und M aus den Formeln:

$$m \cos M = \sin a \sin P + \cos a \sin d \cos P$$
$$m \sin M = (-\cos a \sin P + \sin a \sin d \cos P) \cos \omega - \sin d \cos P \sin \omega$$

hervorgehen. Ihr Einfluſs auf den Positionswinkel P ist:

$$p R m' \cos(\Theta - M')$$

wo die Bedeutung von m' und M' durch die Formeln:

$$m' \cos M' = \frac{1}{\sin s}(\sin a \cos P - \cos a \sin d \sin P)$$
$$m' \sin M' = \frac{1}{\sin s}\left\{-(\cos a \cos P + \sin a \sin d \sin P)\cos\omega + \sin d \sin P \sin\omega\right\}$$

angegeben wird.

Wenn also die Werthe der Entfernungen am Anfange von 1838, für den Stern a durch α, für b durch β bezeichnet werden, die Unterschiede der jährlichen Parallaxen dieser Sterne von der jährlichen Parallaxe von 61 *Cygni*, durch α'' und β'' und wenn α' und β' die oben angegebene Bedeutung haben, so erhält man die Ausdrücke der im 1sten Art. mitgetheilten Beobachtungen der Entfernungen:

$$a \ldots\ldots\ldots \alpha + \alpha'\tau + \alpha'' Rm \cos(\Theta - M) + 4''392\,\tau + 0''0071\,\tau\tau + \gamma C + \delta D$$
$$b \ldots\ldots\ldots \beta + \beta'\tau + \beta'' Rm \cos(\Theta - M) - 2{,}825\,\tau + 0{,}0130\,\tau\tau + \gamma C + \delta D$$

3.

Die vier letzten, nichts Unbekanntes enthaltenden Glieder dieser Ausdrücke habe ich, mit entgegengesetzten Zeichen, den Beobachtungen hinzugesetzt und dadurch die Zahlen erhalten, welche in den folgenden Verzeichnissen, als Entfernungen für 1838, angeführt sind; die drei ersten Glieder sind ihr Ausdruck durch die unbekannten Gröſsen.

Beobachtungen des Sterns a.

	Entfernung für 1838.	Ausdruck.			Entfernung für 1838.	Ausdruck.			Entfernung für 1838.	Ausdruck.	
1	462″050	α − 0,369 α′	+ 0,635 α″	13	461″591	α − 0″268 α′	+ 0″123 α″	25	461″485	α + 0″047 α′	− 0″852 α″
2	1,619	− 0,367	+ 0,624	14	1,614	− 0,249	+ 0,012	26	1,112	+ 0,056	− 0,837
3	1,693	− 0,364	+ 0,611	15	1,760	− 0,246	− 0,003	27	1,491	+ 0,088	− 0,751
4	1,726	− 0,342	+ 0,613	16	1,708	− 0,208	− 0,222	28	1,620	+ 0,099	− 0,715
5	1,940	− 0,337	+ 0,487	17	1,512	− 0,175	− 0,398	29	1,048	+ 0,113	− 0,665
6	1,912	− 0,323	+ 0,414	18	1,395	− 0,107	− 0,699	30	1,675	+ 0,337	+ 0,514
7	1,841	− 0,312	+ 0,363	19	1,321	− 0,083	− 0,779	31	1,880	+ 0,340	+ 0,529
8	1,597	− 0,309	+ 0,349	20	1,233	− 0,003	− 0,897	32	1,811	+ 0,345	+ 0,553
9	1,633	− 0,304	+ 0,321	21	1,306	− 0,001	− 0,897	33	1,686	+ 0,361	+ 0,623
10	1,779	− 0,296	+ 0,270	22	1,168	+ 0,023	− 0,886	34	1,915	+ 0,372	+ 0,661
11	1,502	− 0,279	+ 0,184	23	1,226	+ 0,028	− 0,881	35	2,015	+ 0,375	+ 0,680
12	1,814	− 0,271	+ 0,138	24	1,175	+ 0,044	− 0,855	36	1,813	+ 0,380	+ 0,701

	Entfernung für 1838.	Ausdruck.	
37	461″902	$\alpha + 0''386\,\alpha'$	$+ 0''721\,\alpha''$
38	1,840	+ 0,889	+ 0,730
39	1,978	+ 0,392	+ 0,740
40	1,879	+ 0,416	+ 0,817
41	2,100	+ 0,419	+ 0,825
42	1,867	+ 0,446	+ 0,885
43	1,951	+ 0,449	+ 0,889
44	1,658	+ 0,474	+ 0,919
45	1,886	+ 0,485	+ 0,926
46	1,940	+ 0,488	+ 0,928
47	2,111	+ 0,490	+ 0,928
48	2,132	+ 0,493	+ 0,928
49	2,168	+ 0,496	+ 0,929
50	1,790	+ 0,499	+ 0,928
51	1,778	+ 0,518	+ 0,921
52	1,927	+ 0,524	+ 0,917
53	1,631	+ 0,534	+ 0,910
54	461″851	$\alpha + 0''543\,\alpha'$	$+ 0''892\,\alpha''$
56	1,973	+ 0,575	+ 0,825
56	1,817	+ 0,592	+ 0,778
57	1,803	+ 0,611	+ 0,713
58	1,579	+ 0,636	+ 0,615
59	1,833	+ 0,638	+ 0,604
60	1,707	+ 0,649	+ 0,556
61	1,770	+ 0,652	+ 0,543
62	1,812	+ 0,660	+ 0,500
63	1,822	+ 0,674	+ 0,432
64	1,691	+ 0,679	+ 0,405
65	1,911	+ 0,685	+ 0,377
66	1,774	+ 0,687	+ 0,363
67	1,832	+ 0,698	+ 0,304
68	1,599	+ 0,701	+ 0,289
69	1,579	+ 0,704	+ 0,273
70	1,620	+ 0,707	+ 0,259
71	461″748	$\alpha + 0''709\,\alpha'$	$+ 0''244\,\alpha''$
72	1,552	+ 0,712	+ 0,229
73	1,443	+ 0,715	+ 0,214
74	1,519	+ 0,720	+ 0,188
75	1,695	+ 0,723	+ 0,168
76	1,744	+ 0,726	+ 0,153
77	1,638	+ 0,728	+ 0,138
78	1,505	+ 0,731	+ 0,122
79	1,778	+ 0,734	+ 0,106
80	1,631	+ 0,737	+ 0,090
81	1,540	+ 0,739	+ 0,075
82	1,515	+ 0,742	+ 0,059
83	1,675	+ 0,745	+ 0,043
84	1,684	+ 0,748	+ 0,027
85	1,436	+ 0,750	+ 0,011

Beobachtungen des Sterns b.

1	706″572	$\beta - 0\ 375\,\beta'$	$+ 0{,}436\,\beta''$
2	6,434	− 0,369	+ 0,462
3	6,783	− 0,367	+ 0,474
4	6,684	− 0,364	+ 0,487
5	6,147	− 0,342	+ 0,585
6	6,404	− 0,337	+ 0,609
7	6,373	− 0,323	+ 0,653
8	6,650	− 0,309	+ 0,711
9	6,296	− 0,304	+ 0,725
10	6,567	− 0,296	+ 0,752
11	6,594	− 0,279	+ 0,795
12	6,517	− 0,271	+ 0,815
13	6,354	− 0,268	+ 0,823
14	6,547	− 0,249	+ 0,855
15	6,442	− 0,246	+ 0,859
16	6,467	− 0,208	+ 0,891
17	6,210	− 0,175	+ 0,876
18	6,186	− 0,107	+ 0,718
19	6,367	− 0,083	+ 0,625
20	6,176	− 0,041	+ 0,430
21	6,400	− 0,003	+ 0,241
22	6,188	− 0,001	+ 0,236
23	6,272	+ 0,015	+ 0,150
24	6,116	+ 0,018	+ 0,134
25	6,238	+ 0,023	+ 0,104
26	6,126	+ 0,028	+ 0,072
27	5,944	+ 0,039	+ 0,011
28	6,181	+ 0,047	− 0,035
29	6,312	+ 0,056	− 0,083
30	6,199	+ 0,088	− 0,267
31	6,123	+ 0,099	− 0,326
32	6,127	+ 0,113	− 0,398
33	5,887	+ 0,188	− 0,519
34	706″167	$\beta + 0''195\,\beta'$	$- 0''749\,\beta''$
35	5,633	+ 0,198	− 0,758
36	6,083	+ 0,334	− 0,861
37	6,075	+ 0,337	− 0,857
38	6,214	+ 0,340	− 0,852
39	6,303	+ 0,345	− 0,842
40	6,301	+ 0,361	− 0,806
41	6,270	+ 0,372	− 0,778
42	6,094	+ 0,375	− 0,771
43	6,294	+ 0,380	− 0,754
44	6,144	+ 0,386	− 0,737
45	6,162	+ 0,389	− 0,728
46	6,338	+ 0,392	− 0,719
47	6,299	+ 0,416	− 0,625
48	6,368	+ 0,419	− 0,618
49	6,337	+ 0,446	− 0,496
50	6,376	+ 0,449	− 0,486
51	6,639	+ 0,474	− 0,366
52	6,331	+ 0,485	− 0,310
53	6,267	+ 0,488	− 0,296
54	6,460	+ 0,490	− 0,282
55	6,440	+ 0,493	− 0,268
56	6,430	+ 0,496	− 0,253
57	6,603	+ 0,499	− 0,238
58	6,568	+ 0,518	− 0,135
59	6,241	+ 0,524	− 0,106
60	6,437	+ 0,534	− 0,046
61	6,391	+ 0,543	+ 0,000
62	6,610	+ 0,575	+ 0,179
63	6,430	+ 0,586	+ 0,230
64	6,444	+ 0,592	+ 0,268
65	6,493	+ 0,611	+ 0,365
66	6,580	+ 0,636	+ 0,485
67	706″671	$\beta + 0''638\,\beta'$	$+ 0''496\,\beta''$
68	6,661	+ 0,649	+ 0,549
69	6,587	+ 0,652	+ 0,560
70	6,536	+ 0,660	+ 0,598
71	6,299	+ 0,674	+ 0,650
72	6,391	+ 0,676	+ 0,660
73	6,394	+ 0,679	+ 0,671
74	6,645	+ 0,682	+ 0,681
75	6,741	+ 0,685	+ 0,690
76	6,517	+ 0,687	+ 0,700
77	6,475	+ 0,698	+ 0,735
78	6,500	+ 0,698	+ 0,735
79	6,831	+ 0,701	+ 0,744
80	6,696	+ 0,704	+ 0,752
81	6,899	+ 0,707	+ 0,760
82	6,743	+ 0,709	+ 0,767
83	6,784	+ 0,712	+ 0,775
84	6,795	+ 0,715	+ 0,782
85	6,814	+ 0,718	+ 0,789
86	6,783	+ 0,720	+ 0,796
87	6,463	+ 0,723	+ 0,803
88	6,651	+ 0,726	+ 0,810
89	6,679	+ 0,728	+ 0,816
90	6,682	+ 0,731	+ 0,822
91	6,611	+ 0,734	+ 0,827
92	6,672	+ 0,737	+ 0,833
93	6,849	+ 0,739	+ 0,839
94	6,762	+ 0,742	+ 0,844
95	6,696	+ 0,745	+ 0,848
96	6,713	+ 0,748	+ 0,852
97	6,717	+ 0,750	+ 0,857
98	6,721	+ 0,753	+ 0,861

4.

Behandelt man diese Gleichungen nach der Methode der insten Quadrate, und setzt man dabei, um mit kleineren len rechnen zu können, $461''6 + \alpha$ und $706''3 + \beta$ statt und β, so erhält man dadurch:

aus den Beobachtungen des Sterns a

$$+ 8''295 = 85\,\alpha + 27{,}743\,\alpha' + 24{,}399\,\alpha''$$
$$+ 4{,}1016 = 27{,}743\,\alpha + 21{,}4782\,\alpha' + 13{,}5709\,\alpha''$$
$$+ 11{,}1517 = 24{,}399\,\alpha + 13{,}5709\,\alpha' + 31{,}5999\,\alpha''$$

aus den Beobachtungen des Sterns b

$$+13''172 = 98\,\beta + 32{,}645\,\beta' + 23{,}593\,\beta''$$
$$+7{,}9193 = 32{,}645\,\beta + 24{,}5663\,\beta' + 8{,}6625\,\beta''$$
$$+12{,}0683 = 23{,}593\,\beta + 8{,}6625\,\beta' + 39{,}0826\,\beta''$$

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt:

Stern a		Stern b	
$\alpha = +0''0094$		$\beta = -0''0091$	
$\alpha' = -0{,}0543$	Gew. $= 11{,}145$	$\beta' = +0{,}2426$	Gew. $= 13{,}672$
$\alpha'' = +0{,}3690$	.... $24{,}065$	$\beta'' = +0{,}2605$	.... $33{,}356$

Wenn man α'' und β'' als verschwindend, oder die jährliche Parallaxe als unmerklich voraussetzen will, so können die Summen der Quadrate der übrigbleibenden Unterschiede zwischen den beobachteten Entfernungen und ihren, dieser Voraussetzung entsprechenden Ausdrücken, nur bis auf

$$4{,}4487 \text{ und } 4{,}7108$$

herabgebracht werden; wenn man aber α'' und β'' den Beobachtungen gemäfs bestimmt, werden diese Summen *beträchtlich* verkleinert, nämlich bis auf

$$1{,}4448 \text{ und } 2{,}4469$$

Hieraus folgen die mittleren Fehler einer Beobachtung:

$$= \pm 0''1327 \text{ und } \pm 0''1605$$

und die mittleren Fehler

$$\text{von } \alpha' = \pm 0''0398 \qquad \text{von } \beta' = \pm 0''0434$$
$$\alpha'' = \pm 0{,}0283 \qquad \beta'' = \pm 0{,}0278$$

Diese Auflösung der Gleichungen und die Bestimmung der mittleren Fehler der daraus hervorgehenden Werthe von α'' und β'' läfst keinen Zweifel an der Merklichkeit der jährlichen Parallaxe von 61 *Cygni*. Sie zeigt zugleich, dafs die die Beobachtungen am besten darstellenden Werthe von α'' und β'' um $0''1085$ voneinander verschieden sind und dafs dieser Unterschied gröfser ist, als der, den die zufälligen Unvollkommenheiten der Beobachtungen erwarten lassen. Die bisherigen Beobachtungen deuten also an, dafs α'', der Unterschied zwischen den jährlichen Parallaxen von 61 *Cygni* und *a*, gröfser ist als der ähnliche Unterschied β'' zwischen 61 *Cygni* und *b*, also dafs, wenn nicht beide Vergleichungssterne, doch wenigstens der Stern *b* selbst eine merkliche jährliche Parallaxe besitzt. Ich kenne keinen allgemeinen Grund, welcher sich der Annahme dieser Resultate widersetzte, bin aber keinesweges der Meinung, dafs die bisherigen Beobachtungen ihm schon so grofse Wahrscheinlichkeit gäben, dafs es grofses Zutrauen verdiente. Ich erwarte also von der Fortsetzung meiner Beobachtungen, dafs sie entweder diesem Resultate gröfseres Gewicht verleihen, oder seine Entstehung aus zufälligen Beobachtungsfehlern wahrscheinlich machen wird.

Wenn man aus der geringen Helligkeit der Sterne *a* und *b* einen Grund hernehmen will, ihre jährlichen Parallaxen, vergleichungsweise mit der von 61 *Cygni*, für unmerklich zu halten, so fordert diese Voraussetzung eine *andere* Auflösung der Gleichungen, denn ihr zufolge sind α'' und β'' nicht voneinander unabhängige unbekannte Gröfsen, sondern einander gleich. Ich habe auch diese Voraussetzung verfolgt und wünsche, dafs man das Resultat davon, bis auf Weiteres, als das aus meinen Beobachtungen hervorgehende ansehe; denn obgleich es diese Beobachtungen nicht *so* gut darstellt, als sie ohne die Annahme der Gleichheit von α'' und β'' dargestellt werden können, so entfernt es sich, wie der folgende Art. zeigen wird, auch nicht beträchtlich von ihnen, und das Gewicht, womit sie den Unterschied von α'' und β'' bestimmen, ist auch nicht grofs genug, um ihn als unzweifelhaft beobachtet erscheinen zu lassen.

Aus den vorigen Bestimmungen der mittleren Fehler der Beobachtungen der Sterne *a* und *b* geht hervor, dafs eine Beobachtung des ersten Sterns gröfseres Gewicht hat, als eine des zweiten. Da das Instrument und die auf die Beobachtungen gewandte Sorgfalt in beiden Fällen dieselben waren, so glaube ich diese vorhandene Verschiedenheit des Gewichts nur aus der Verschiedenheit der Stellungen beider Sterne gegen die *Richtung* des Doppelsterns erklären zu können, indem ich annehme, dafs die Unruhe der Luft, die Beobachtung der *geraden Linie* zwischen den beiden Sternen des Doppelsterns und einem Vergleichungssterne, weniger beeinträchtigt, als die Beobachtung der *Bisection* ihres Zwischenraums durch denselben. Wenn dieses der Fall ist, so müssen die Beobachtungen des Sterns *a* genauer ausfallen, als die Beobachtungen des Sterns *b*, indem die nahe senkrechte Stellung des ersteren auf der Richtungslinie des Doppelsterns verursacht, dafs die Genauigkeit seiner Beobachtungen gröfstentheils von der Schärfe abhängt, womit man beurtheilen kann, dafs sein Bild in die gerade Linie zwischen beiden Sternen des Doppelsterns fällt; während die Genauigkeit der Beobachtungen des letzteren, nahe in der Richtungslinie stehenden Sterns gröfstentheils von der Schärfe der Bisection abhängig ist. Dieser Grund der Verschiedenheit der Genauigkeit der Beobachtungen beider Sterne mag indessen der richtige sein oder nicht, so bleibt immer nothwendig, ihrer Vereinigung zu *einem* Resultate die Aufsuchung ihres relativen Gewichtes vorangehen zu lassen. Setzt man das Gewicht einer Beobachtung von $a = 1$, so finde ich das Gewicht einer Beobachtung von $b = 0{,}6889$; multiplicirt man die drei, auf den Beobachtungen des Sterns *b* beruhenden Gleichungen mit diesem Gewichte, und vereinigt man sie mit den auf *a* beruhenden, so wie die Voraussetzung $\alpha'' = \beta''$ erfordert, so erhält man:

$$\alpha = +0''0171 \qquad \beta = -0''0209$$
$$\alpha' = -0{,}0293 \qquad \beta' = +0{,}2395$$
$$\alpha'' = \beta'' = +0''3136.$$

Der mittl. Fehler einer Beobachtung vom Gewichte 1 wird $\pm 0''1354$ und der mittl. Fehler von $\alpha'' = \beta''$, oder der jährl. Parall. $= \pm 0''0202$.

Nachdem hierdurch der Grad der Genauigkeit der mit dem Heliometer, zur Erfindung der jährlichen Parallaxe von 61 *Cygni*, gemachten Beobachtungen bekannt geworden ist, scheint mir die Vergleichung der *Aussichten* lehrreich zu sein, welche Beobachtungen mit diesem Instrumente, und welche Beobachtungen von Zenithdistanzen, mit Meridian-Instrumenten angestellt, gewähren, wenn es auf die Bestimmung sehr kleiner Gröfsen ankommt. Bekanntlich liefern, unter den vorhandenen und durch ihre Leistungen bekannt gewordenen Meridiankreisen, die beiden auf der Greenwicher Sternwarte befindlichen, die am genauesten untereinander übereinstimmenden Beobachtungen; ich werde daher den mittleren Fehler, der sich aus den Unterschieden der Pondschen Beobachtungen untereinander verräth, aufsuchen, und, um die Leistungen des Instruments selbst so wenig als möglich durch fremde Einwirkungen zu schwächen, dabei nur Beobachtungen anwenden, welche in geringen Entfernungen vom Scheitelpunkte gemacht worden sind. In den Greenwicher Beobachtungen von 1814 findet man eine grofse Zahl einzelner Beobachtungen reducirt, und kann also leicht die Summen der Quadrate ihrer Unterschiede von ihren mittleren Resultaten aufsuchen. Ich habe sie folgendermafsen gefunden:

110 Beobb	β Ursæ min.	62,998
70 ——	β Cephei	33,821
70 ——	α Ursæ maj.	35,512
70 ——	α Cephei	31,870
77 ——	α Cassiopeæ	43,659
60 ——	γ Ursæ maj.	27,224
140 ——	γ Draconis	68,806
597 Beobb.	Summe	303,890

Hieraus folgt der mittlere Fehler einer Beobachtung

$$= \pm \sqrt{\frac{303.890}{590}} = \pm\, 0{,}7177.$$

Da das Heliometer ihn für eine Messung der Entfernung 61 *Cygni* vom Sterne a $= \pm\, 0''1354$, und vom Sterne b $= \dfrac{\pm\, 0''1354}{\sqrt{(0{,}6889)}}$ ergeben hat, so ist die Anzahl *Pond*scher, in der Nähe des Scheitelpunktes gemachten Meridianbeobachtungen, welche ein eben so genaues Resultat verspricht, als eine Heliometerbeobachtung von a und von b,

$$= \left(\frac{0{,}7177}{0{,}1354}\right)^2 \text{ und } = \left(\frac{0{,}7177}{0{,}1354}\right)^2 0{,}6889$$

oder ..... $=$ 28,10 und $=$ 19,36.

Der Vortheil auf der Seite des Heliometers ist also so grofs, daſs es mit Leichtigkeit *eben so viel* gewähren muſs, als die Meridianinstrumente nur mit grofser Schwierigkeit gewähren können. Es hat auch den Vorzug vor diesen Instrumenten, nicht auf die Culmination beschränkt und daher noch in Jahreszeiten anwendbar zu sein, in welchen die Tageshelligkeit die Meridianbeobachtungen unterbricht.

5.

Damit man unmittelbar übersehen könne, wie die einzelnen Beobachtungen mit den Annahmen, für den Stern a:

I. $\alpha = +0''0094$ $\alpha' = -0''0543$ $\alpha'' = +0''3690$
II. $\alpha = +0{,}0171$ $\alpha' = -0{,}0293$ $\alpha'' = +0{,}3136$

und für den Stern b:

I. $\beta = -0''0091$ $\beta' = +0''2426$ $\beta'' = +0''2605$
II. $\beta = -0{,}0209$ $\beta' = +0{,}2395$ $\beta'' = +0{,}3136$

übereinstimmen, lasse ich ihre Vergleichungen mit diesen Annahmen hier folgen; ich setze den beiden sie enthaltenden Columnen I und II, noch eine Columne III hinzu, welche nach den auch I zum Grunde liegenden Annahmen

$\alpha = +0''0094$ $\alpha' = -0''0543$
$\beta = -0{,}0091$ $\beta' = +0{,}2426$

berechnet ist, jedoch $\alpha'' = 0$ und $\beta'' = 0$, oder die jährliche Parallaxe als verschwindend voraussetzt.

Beobachtungen des Sterns a.

	I.	II.	III.		I.	II.	III.
1	+0"19	+0"22	+0"42	39	+0"12	+0"14	+0"39
2	−0,24	−0,21	−0,01	40	−0,01	+0,02	+0,29
3	−0,16	−0,13	+0,06	41	+0,21	+0,24	+0,51
4	−0,09	−0,06	+0,10	42	−0,04	−0,02	+0,28
5	+0,13	+0,16	+0,31	43	+0,04	+0,07	+0,37
6	+0,13	+0,16	+0,28	44	−0,26	−0,23	+0,07
7	+0,09	+0,11	+0,22	45	−0,04	−0,01	+0,30
8	−0,16	−0,14	−0,03	46	+0,01	+0,05	+0,36
9	−0,11	−0,09	+0,01	47	+0,19	+0,22	+0,53
10	+0,05	+0,07	+0,15	48	+0,21	+0,24	+0,55
11	−0,19	−0,18	−0,12	49	+0,24	+0,27	+0,59
12	+0,14	+0,15	+0,19	50	−0,14	−0,10	+0,21
13	−0,08	−0,07	−0,03	51	−0,14	−0,11	+0,20
14	−0,01	−0,01	−0,01	52	+0,01	+0,04	+0,35
15	+0,14	+0,14	+0,14	53	−0,28	−0,26	+0,05
16	+0,17	+0,16	+0,09	54	−0,06	−0,03	+0,27
17	+0,04	+0,03	−0,11	55	+0,09	+0,11	+0,39
18	+0,04	−0,01	−0,22	56	−0,05	−0,03	+0,24
19	0,00	−0,06	−0,29	57	−0,04	−0,02	+0,23
20	−0,05	−0,10	−0,38	58	−0,22	−0,21	+0,01
21	+0,03	−0,03	−0,30	59	+0,04	+0,05	+0,24
22	−0,11	−0,17	−0,44	60	−0,07	−0,06	+0,13
23	−0,06	−0,11	−0,38	61	0,00	0,00	+0,20
24	−0,12	−0,17	−0,43	62	+0,05	+0,06	+0,24
25	+0,19	+0,14	−0,12	63	+0,09	+0,09	+0,25
26	−0,19	−0,24	−0,49	64	−0,03	−0,03	+0,12
27	+0,16	+0,11	−0,11	65	+0,20	+0,20	+0,34
28	+0,28	+0,23	+0,02	66	+0,07	+0,06	+0,20
29	−0,31	−0,36	−0,55	67	+0,15	+0,14	+0,26
30	−0,10	−0,09	+0,08	68	−0,08	−0,09	+0,03
31	+0,10	+0,11	+0,30	69	−0,09	−0,10	+0,01
32	+0,02	+0,03	+0,22	70	−0,05	−0,06	+0,05
33	−0,13	−0,12	+0,10	71	+0,09	+0,08	+0,18
34	+0,08	+0,10	+0,33	72	−0,10	−0,12	−0,02
35	+0,17	+0,20	+0,43	73	−0,21	−0,22	−0,13
36	−0,03	−0,01	+0,23	74	−0,12	−0,13	+0,05
37	+0,05	+0,07	+0,31	75	+0,06	+0,05	+0,12
38	−0,02	0,00	+0,25	76	+0,12	+0,10	+0,17

	I.	II.	III.		I.	II.	III.
77	+0"02	0"00	+0"07	82	−0,08	−0,10	−0,05
78	−0,11	−0,13	−0,06	83	+0,09	+0,07	+0,11
79	+0,17	+0,15	+0,21	84	+0,11	+0,08	+0,11
80	+0,03	+0,01	+0,06	85	−0,14	−0,16	−0,13
81	−0,06	−0,08	−0,03				

Beobachtungen des Sterns b.

1	+0,26	+0,24	+0,37	50	+0,10	+0,14	−0,02
2	+0,11	+0,10	+0,23	51	+0,33	+0,36	+0,23
3	+0,46	+0,44	+0,58	52	0,00	+0,03	−0,08
4	+0,35	+0,34	+0,48	53	−0,06	−0,04	−0,14
5	−0,21	−0,23	−0,06	54	+0,12	+0,15	+0,05
6	+0,04	+0,02	+0,20	55	+0,10	+0,13	+0,03
7	−0,11	−0,03	+0,16	56	+0,08	+0,11	+0,02
8	+0,25	+0,22	+0,43	57	+0,25	+0,28	+0,19
9	−0,11	−0,14	+0,08	58	+0,19	+0,21	+0,15
10	+0,15	+0,12	+0,35	59	−0,15	−0,13	−0,18
11	+0,16	+0,13	+0,37	60	+0,03	+0,04	+0,02
12	+0,08	+0,05	+0,29	61	−0,03	−0,02	−0,03
13	−0,09	−0,12	+0,13	62	+0,13	+0,14	+0,18
14	+0,09	+0,06	+0,32	63	−0,06	−0,06	0,00
15	−0,01	−0,05	+0,21	64	−0,06	−0,06	+0,01
16	−0,01	−0,04	+0,23	65	−0,04	−0,05	+0,05
17	−0,27	−0,30	−0,04	66	+0,01	0,00	+0,13
18	−0,27	−0,29	−0,08	67	+0,09	+0,08	+0,23
19	+0,07	−0,09	+0,10	68	+0,07	+0,06	+0,21
20	−0,22	−0,23	−0,11	69	−0,01	−0,02	+0,14
21	+0,05	+0,05	+0,11	70	−0,07	−0,09	+0,09
22	−0,16	−0,17	−0,10	71	−0,32	−0,34	−0,16
23	−0,06	−0,06	−0,02	72	−0,24	−0,26	−0,06
24	−0,21	−0,21	−0,18	73	−0,24	−0,26	−0,06
25	−0,09	−0,08	−0,06	74	+0,01	−0,01	+0,19
26	−0,19	−0,18	−0,17	75	+0,10	+0,08	+0,28
27	−0,36	−0,35	−0,36	76	−0,12	−0,15	+0,06
28	−0,11	−0,10	−0,12	77	−0,18	−0,20	+0,02
29	+0,03	+0,05	+0,01	78	−0,15	−0,18	+0,04
30	−0,04	−0,02	−0,11	79	+0,18	+0,15	+0,37
31	−0,11	−0,08	−0,19	80	+0,04	+0,01	+0,23
32	−0,09	−0,05	−0,19	81	+0,24	+0,21	+0,43
33	−0,30	−0,26	−0,44	82	+0,08	+0,05	+0,28
34	+0,02	+0,08	−0,17	83	+0,12	+0,09	+0,32
35	−0,51	−0,45	−0,71	84	+0,13	+0,10	+0,33
36	−0,06	−0,01	−0,29	85	+0,14	+0,11	+0,35
37	−0,08	−0,02	−0,30	86	+0,11	+0,08	+0,32
38	+0,06	+0,12	−0,16	87	−0,21	−0,24	0,00
39	+0,15	+0,21	−0,07	88	−0,13	−0,16	+0,08
40	+0,13	+0,19	−0,08	89	0,00	−0,03	+0,21
41	+0,10	+0,15	−0,11	90	0,00	−0,03	+0,21
42	−0,09	−0,03	−0,29	91	−0,07	−0,10	+0,14
43	+0,11	+0,16	−0,09	92	−0,02	−0,05	+0,20
44	−0,05	0,00	−0,24	93	+0,16	+0,13	+0,38
45	−0,04	+0,01	−0,23	94	+0,07	+0,04	+0,29
46	+0,14	+0,19	−0,05	95	0,00	−0,03	+0,22
47	+0,07	+0,12	−0,09	96	+0,02	−0,01	+0,24
48	+0,14	+0,18	−0,03	97	+0,02	−0,01	+0,24
49	+0,07	+0,11	−0,06	98	+0,02	−0,01	+0,25

Die Vergleichung der 2ten Columne dieser Tafeln mit der 1sten zeigt, wieviel an der Uebereinstimmung der Beobachtungen, durch die Voraussetzung $\alpha^0 = \beta^0$ aufgeopfert wird; meiner Meinung nach ist es nicht beträchtlich genug, um als ein erheblicher Grund gegen diese Voraussetzung angesehen werden zu können. Ich bin daher der Meinung, dafs nur die jährliche Parallaxe = 0"3136 als das Resultat der bisherigen Beobachtungen zu betrachten ist, und dafs es ihrer Fortsetzung überlassen werden mufs, festzusetzen, ob beziehungsweise auf die beiden Vergleichungssterne *a* und *b*, wirklich eine Verschiedenheit vorhanden ist.

Dagegen zeigt die Vergleichung der 3ten Columne mit beiden vorhergehenden, dafs die Vernachlässigung der jährlichen Parallaxe eine so ungenügende Darstellung der Beobachtungen zur Folge hat, dafs das Vorhandensein eines merklichen Werthes derselben *augenfällig* wird. Hält man die Zahlen dieser Columne mit den Coefficienten der jährlichen Parallaxe, welche man in den Verzeichnissen des 3ten Art. findet, zusammen, so bemerkt man, dafs beide *im Ganzen zugleich* positiv oder negativ sind, so dafs die von den Beobachtungen ergebenen Ungleichheiten *im Ganzen* dem von der Theorie vorgeschriebenen Gange folgen; die Uebereinstimmung ist, in dieser Beziehung, für den Stern *a* gröfser, als für den Stern *b*, allein sie scheint mir für beide so grofs zu sein, als der Grad der Genauigkeit der Beobachtungen zu erwarten berechtigt. Die aus unbekannten eigenen Bewegungen hervorgehenden jährlichen Aenderungen der Entfernung 61 *Cygni* von $a = -0''0293 - 0''0063 = -0''0356$ und von $b = +0''2395 - 0''0247 = +0''2148$ (Art. 2 und 4), können durch *einjährige* Beobachtungen nicht mit grofser Genauigkeit bestimmt werden, werden also, durch ihre Fortsetzung vielleicht noch wesentliche Aenderungen erfahren.

6.

Obgleich die Beobachtungen der Positionswinkel der beiden Vergleichungssterne, den im 1sten Art. darüber gemachten Bemerkungen zufolge, in der Untersuchung des Werthes der jährlichen Parallaxe kein Gewicht haben, so unterlasse ich ihre Mittheilung dennoch nicht; theils weil sie zu der Bestimmung der gegenseitigen Lagen der Mitte von 61 *Cygni* und der beiden Vergleichungssterne eben so wesentlich sind als die Entfernungen, theils weil die im 1sten Art. angeführten Mittel aus allen Beobachtungen der Positionswinkel, kaum ein Interesse haben können, wenn nichts hinzugesetzt wird, was das Urtheil über ihre Sicherheit leiten kann. Ich führe die Mittel aus immer 10 aufeinanderfolgenden Beobachtungen, nach ihrer Reduction auf den Anfang von 1838, und auch den Einflufs der jährlichen Parallaxe an; die letzte Columne setzt diese = 0"3136 voraus.

Beobachtungen des Sterns a.

10 Beobb.	von Aug. 18 bis Sept. 14	201°27'05 +4,72α'	201°28'53
10 —	Sept. 20 — Dec. 30	28,61 +5,98	30,39
10 —	Dec. 31 — May 3	29,97 —1,43	29,52
10 —	May 4 — Juni 1	30 40 —5,47	28,68
10 —	Juni 2 — Juli 1	28,04 —2,46	27,27
10 —	Juli 8 — Aug. 25	27,98 +1,73	28,52
10 —	Aug. 26 — Sept. 15	29,99 +5,19	31,62
10 —	Sept. 16 — Sept. 26	28,51 +6,02	30,40
5 —	Sept. 27 — Oct. 1	27,94 +6,34	29,93
85 Beobb.	Mittel		201°29'40

Beobachtungen des Sterns b.

10 Beobb.	von Aug. 16 bis Sept. 14	109°21'44 —2,50β'	109°20'66
10 —	Sept. 20 — Nov. 22	21,96 +0,15	22,01
10 —	Dec. 1 — Jan. 20	21,38 +4,18	22,69
10 —	Febr. 1 — May 17	23,91 —0,31	23,81
10 —	May 19 — Juni 26	22,76 —3,85	21,55
10 —	Juni 27 — Juli 29	22,42 —4,43	21,03
10 —	Aug. 2 — Sept. 4	23,74 —2,98	22,80
10 —	Sept. 5 — Sept. 16	23,07 —1,69	22,54
10 —	Sept. 17 — Sept. 26	22,58 —0,92	22,29
6 —	Sept. 27 — Oct. 2	22,55 —0,32	22,45
96 Beobb.	Mittel		109°22'17

Die aus 10tägigen Beobachtungen gefolgerte gegenseitige Lage beider Sterne von 61 *Cygni*, welche ich im 1sten Art. angeführt habe, ist das Mittel aus den folgenden:

		Entfernung.	Posit. wink.	
1837 Juni 11	1837,44	15"98	95°20'	5 Beobb.
Aug. 18	7,63	16,14	94 52	5 —
Sept. 9	7,69	16,19	94 45	5 —
1838 Sept. 3	8,67	16,34	96 4	5 —
14	8,70	16,21	95 10	5 —
22	8,72	16,12	96 2	5 —
24	8,73	16,26	95 21	5 —
27	8,74	16,39	95 25	5 —
28	8,74	16,30	95 14	5 —
Oct. 1	8,75	16,11	95 2	5 —
Mittel	1838,38	16,204	95 19,5	

7.

Wenn man die jährliche Parallaxe von 61 *Cygni* = 0"3136 annimmt, so erhält man seine Entfernung, in mittleren Entfernungen der Erde von der Sonne ausgedrückt = 657700, und die Zeit, welche das Licht gebraucht, um diese Entfernung zu durchlaufen, = 10,28 Jahre. Hieraus und aus der beobachteten eigenen Bewegung des Sterns folgt ferner, dafs er eine *beständige* Aberration von +52"9 in AR. und von +32"1 in Decl. besitzt. Da diese jährliche eigene Bewegung 5"123 des gröfsten Kreises beträgt, so ist die relative jährliche Bewegung unseres Sonnensystems und des Sterns gröfser als $\frac{5,123}{0,3136} = 16,53$ Halbmesser der Erdbahn; bis zu dieser Grenze würde sie herabkommen, wenn sie senkrecht auf die Gesichtslinie vor sich ginge.

Wenn man die Elemente der Bahn des Doppelsterns um den Schwerpunkt seiner beiden Sterne kennte, so würde man die Summe ihrer Massen finden können. Die bisherigen Beobachtungen scheinen mir aber zu der Bestimmung dieser Elemente noch ungenügend zu sein. Ich stelle hier zusammen, was unter dem mir davon Bekanntgewordenen wesentlich erscheint, entweder durch die Zeit, welcher es zugehört, oder durch die Genauigkeit, welche es besitzt,

1753,8	19"654	35°30'	*Bradley* .... Fund. Astr.
1778,0	15,269	51 3	*Chr. Mayer* ...... M.C. XXVI. S.296
1781,9	16,33	53 49	*Herschel I* .... Astr. Soc. V. p. 43
1812,35	15,918	78 57	*Bessel* .... M. C. XXVI. S.156
1821,62	14,87	84 23	*Struve* .... Mens. micr. p. 299
1822,90	15,425	84 21	*Herschel II* u. *South*.. H.u.S.Obs.p.367
1829,47	15,430	89 56	*Herschel II* ...... Astr.Soc.V. p.44
1830,84	15,638	90 21	*Bessel* .... Astr. Nachr. Nr.240
1831,38	15,605	91 1	*Struve* .... } Mens. micr. p. 299
1835,65	15,967	93 50	*Struve* .... } (die 1ste ist d. Mittel
1836,57	16,080	94 24	*Struve* .... } aus drei Angaben.)
1838,38	16,204	95 19,5	*Bessel* .... Art. 6.

Die Bestimmung für 1753,8 beruhet auf zwei Beobachtungen der Geradenaufsteigung und einer der Abweichung; auf einer Grundlage, welche zu schwach ist, um nicht einen Fehler von einer Secunde in der Entfernung und von mehreren Graden in der Richtung fürchten zu lassen. Der Bestimmung für 1778 liegen zwar 6 Beobachtungen des Geradenaufsteigungsunterschiedes und 5 des Abweichungsunterschiedes zum Grunde, allein *Christian Mayer* hatte, wie aus den von ihm angeführten Beispielen seiner Beobachtungen hervorgeht, die Gewohnheit, kleine Theile der Zeitsecunden oft nicht anzugeben, sondern sich *meistens* mit ganzen und halben zu befriedigen, diese Bemerkung, verbunden mit der Angabe des Geradenaufsteigungsunterschiedes = einer ganzen Zeitsecunde, ist gleichfalls nicht geeignet, grofses Zutrauen zu der Bestimmung für 1778 einzuflöfsen. Wenn man aber die beiden ersten der obigen Bestimmungen des Positionswinkels, als über einige Grade desselben nicht entscheidend ansieht, so scheint mir aus allen zusammengenommen nur gefolgert werden zu können; dafs die Veränderung der Richtung des Doppelsterns ziemlich gleichförmig, etwa 40' jährlich, gewesen ist. Aus den Beobachtungen der Entfernung geht nur hervor, dafs sie, um die Zeit des Anfangs dieses Jahrhunderts, ein Minimum, von etwa 15" gehabt hat. Diese Resultate der bisherigen Beobachtungen sind aber offenbar nicht hinreichend zur Bestimmung der Elemente, und ich glaube, dafs man daraus nur erkennen kann, dafs die Umlaufszeit gröfser als 540 Jahre, und die halbe grofse Axe der Bahn gröfser als 15" ist. Will man diese *Grenzen* als eine Annäherung an die Werthe der Um-

laufszeit und halben grofsen Axe ansehen, so kann man aus ihnen und der bestimmten jährlichen Parallaxe eine Annäherung an die Summe der Massen der beiden Sterne des Doppelsterns (= 0,61 der Sonnenmasse) ableiten, und demzufolge für wahrscheinlich halten, dafs diese Summe von der Masse der Sonne nicht so stark verschieden ist, dafs die Sonne, vergleichungsweise mit den Sternen 61 *Cygni*, als ein besonders grofser, oder besonders kleiner Körper erscheine. Nur lange, mit den vollkommneren mikrometrischen Mitteln der jetzigen Zeit fortgesetzte Beobachtungen des Doppelsterns können zu einem bestimmteren Resultate führen. Wenn auch die Entfernungen und Positionswinkel benachbarter Sterne, beziehungsweise auf den Mittelpunkt 61 *Cygni*, so wie ich sie jetzt für die Sterne a und b bestimmt habe, sehr lange und genau beobachtet werden, wird man dadurch zur Erkenntnifs des Punktes zwischen beiden Sternen des Doppelsterns gelangen, welcher sich *gleichförmig*, d. h. ohne Theilnahme an der Umlaufsbewegung dieser Sterne fortbewegt. Dieser Punkt ist ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt, und seine Kenntnifs wird die *abgesonderte* Kenntnifs der Massen beider Sterne zur Folge haben. Allein vor dem Ablaufe mehrerer Jahrhunderte werden die Beobachtungen zu einem genügenden Urtheile hierüber nicht berechtigen.

Bessel.

Ehrenbezeugung.

Seine Majestät der König von Schweden haben die Verdienste des Herrn Geheimenraths *W. Beer*, Ritters vom Dannebroge, ur die Topographie des Mondes gleichfalls mit einem Orden zu belohnen geruht.

S.

Verbesserungen in den Astronomischen Nachrichten.

Nr. 358.

S. 369 Z. 20 v. u. st. $x - \frac{1}{i}$ l. m. $x + \frac{1}{i}$

〃 371 〃 4 〃 〃 Ordnung durch 〃 Ordnung, durch

〃 374 in den Nennern der Formel [6]
st. $m, m', \ldots . m^{(n)}$ 〃 $h, h', \ldots . h^{(n)}$

〃 376 Z. 1 〃 $\frac{1}{4\alpha\sqrt{(a\xi)}}$ 〃 $\frac{1}{4\alpha\sqrt{(ax)}}$

〃 376 〃 4 v. u. 〃 fehlt die Note: Wenn man nicht den wahrscheinlichsten Werth dieser Grenze, sondern von p selbst, verlangt, so ist es offenbar der, von welchem die Beobachtungen, sämmtlich mit dem Zeichen von ϵ, am *wenigsten* abweichen; also entweder der kleinste, oder der gröfste der beobachteten Werthe.

〃 377 〃 2 〃 〃 $\frac{\sqrt[3]{2}}{3} a\alpha\alpha = 0{,}420\, a\alpha\alpha$
l. m. $\frac{\sqrt{39}}{24} a\alpha\alpha = 0{,}260\, a\alpha\alpha$

S. 380 Z. 7 v. u. st. zwischen $-a-b$ und $a+b$
l. m. zwischen $-a-b$ und $-a+$

〃 384 〃 11 〃 〃 entworfenen l. m. unterworfenen

Nr, 359.

〃 385 〃 10 〃 〃 $\iint \varphi_2 e . \psi_1 y . \varphi x . dy . dx \ldots .$
l. m. $\iint \varphi_2 e . \varphi_1 y . \varphi x . dy . d$

〃 386 〃 7 〃 〃 hiezu 〃 bis zu

〃 387 〃 7 untere Grenze des Integrals:
st. $-n-c$ l. m. $n-c$.

〃 394 〃 12 die 6ste der eingeklammerten Gröfsen:
st. $[-a, n+b]$ l. m. $[-a, -n+b]$

〃 397 〃 25 v. u. 〃 der Grenze 〃 die Grenze

〃 399 〃 25 〃 und welcher 〃 und welche

〃 400 〃 28 〃 Auch die 〃 Auch der

〃 401 〃 15 〃 $e^{-\frac{nn}{mm}}$ 〃 $e^{-\frac{nn}{2mm}}$

〃 404 〃 13 〃 Ausnahme 〃 Ausnahmen

In Nr. 363 pag. 47. 48 in der Ueberschrift der ersten und zweit Classe, statt log. sin χ lese man log. sin f

Inhalt.

Altona 1838. December 13.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 367—370.

[illegible]ntwickelung einer Methode der Berechnung der Kometen-Störungen, wobei dieselben auf den Schwer[illegible] des Sonnensystems bezogen, und die von den einzelnen störenden Massen und deren Quadraten und Producten herrührenden Glieder von einander abgesondert werden.

Von Herrn *J. W. H. Lehmann.*
Dr. der Philosophie und Prediger zu Derwitz und Krilow bei Potsdam.

[illegible] gründlicheres Studium der klassischen Abhandlung von [illegible]*ssel* in Nr. 313. 314. 315 der Astr. Nachr. veranlafste den [illegible]ichneten, über die Abänderungen nachzudenken, welche [illegible] Form der Störungsrechnung in den verschiedenen Theilen [illegible] Kometenbahn annehmen mufs, wenn man einestheils auf [illegible] kürzesten Wege zum Ziele gelangen, anderntheils den Re[illegible] die gröfste erreichbare Schärfe geben will. Es ist [illegible] von den Astronomen schon ziemlich allgemein anerkannt, [illegible] zu diesem Behufe die Elemente in gröfserer Nähe des [illegible]ten bei der Sonne auf den Mittelpunct der Sonne, in grös[illegible] Entfernung aber auf den Schwerpunct des Sonnensystems [illegible] werden müssen. Die erstere Beziehung gewährte nach [illegible] bisherigen Praxis den vereinigten Vortheil, die Planeten-[illegible]ten unverändert so anwenden zu können, wie die Ta[illegible] oder Ephemeriden sie geben, d. h. in Beziehung auf den [illegible] der Sonne, und zugleich die von den einzelnen [illegible] Massen herrührenden Glieder von einander abzuson[illegible] und dadurch den Weg zu successiven Verbesserungen [illegible] künftiger Berichtigung der Planetenmassen unablässig [illegible] zu lassen, während bei der Beziehung der Störungsrech[illegible] auf den Schwerpunct, wie sie z. B. nach *Rosenbergers* [illegible] in Nr. 250 der Astr. Nachr. geführt werden, die Pla[illegible]-Coordinaten erst auf diesen Schwerpunct reducirt werden [illegible], und die Absonderung der von den einzelnen stören[illegible] Massen herrührenden Glieder sich auf die Glieder von der [illegible] der ersten Potenzen der störenden Massen beschränkte, [illegible] auch dieses nur scheinbar, indem die Coordinaten des [illegible]rpuncts in Beziehung auf den Mittelpunct der Sonne [illegible] in den in Beziehung auf den Schwerpunct genommenen [illegible]-Coordinaten implicite enthalten sind, von allen in Be[illegible] gezogenen störenden Massen zugleich abhangen. Ein [illegible]h, diesen doppelten Nachtheil von den in Beziehung auf [illegible] Schwerpunct zu führenden Störungsrechnungen zu entfer[illegible] ist meines Wissens noch nicht gemacht worden; die Wich[illegible]keit eines solchen scheint mir jedoch durch die Worte un[illegible]s *Encke* in dessen Astr. Jahrbuche für 1838 S. 273 bedingt zu sein: „Aber in der Praxis wird es rathsam sein, von „dieser gröfsten Kürze etwas aufzuopfern, und die Störungen „durch jeden Planeten abgesondert zu berechnen; unsere Pla„netenmassen sind sämmtlich noch so unsicher, dafs man sich „bei jeder Rechnung darauf gefafst machen mufs, Correctionen „der Massen künftig anbringen zu müssen, was nur möglich „ist, wenn man für jeden Planeten einzeln den Betrag der „Störung vor sich hat."

Es wäre eine ermüdende und fast unvollendbare Arbeit, bei der Berechnung der Störungen eines Kometen von langer Umlaufszeit in Beziehung auf den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems die Kräfte, welche die Bewegung um diesen Schwerpunct stören, durch den ganzen Umlauf mit specieller Berücksichtigung der Oerter und Massen aller sieben Hauptplaneten zu bestimmen. Glücklicherweise ist dieses bei der Geringfügigkeit der vier Massen des Merkur, der Venus, Erde und des Mars im Vergleich zur Jupiters-, Saturns- und Uranusmasse und bei der Kleinheit der Entfernungen jener vier kleinen Planeten von der Sonne im Verhältnifs zu den Entfernungen der drei grofsen Planeten nicht nöthig, indem es um dieser Verhältnisse willen schon bei mäfsigen Entfernungen des Kometen von der Sonne erlaubt ist, solche Glieder, welche die Masse eines kleinen Planeten in die eines grofsen multiplicirt enthalten, und um so mehr die Quadrate und Producte der Massen der kleinen Planeten unter einander, zu vernachlässigen (vgl. *Rosenbergers* Abhandlung in Nr. 250 der Astr. Nachr. Spalte 170). Diese Bemerkung berechtigt uns, die kleinen Planeten von der Betrachtung der Störungen in Beziehung auf den Schwerpunct des Sonnensystems ganz auszuschliefsen, ausgenommen insofern sich ihr Einflufs durch ein geschlossenes Integral ein- für allemal darstellen läfst, wie in *Bessels* schöner Abhandlung (Nr. 313. 314. 315 der Astr. Nachr.) geschehen ist. Die Schlufsworte dieser Abhandlung möchten wohl folgenden allgemeinen Plan der Berechnung der Störungen des *Halley*'schen oder eines ähnlichen Kometen rechtfertigen.

Die Störungen werden vom Perihelium bis etwa 360 Tage vor- und nachher streng auf den Mittelpunkt der Sonne bezogen, und für alle 7 Planeten einzeln in extenso berechnet, was keine übermäßige Arbeit seyn wird, da für die von Merkur herrührenden Störungen siebentägige Intervalle nicht zu groſs seyn möchten *), (was für diesen ganzen Zeitraum, innerhalb dessen die Fundamental-Elemente mehrmals durch die gefundenen Störungen verbessert werden müssen, etwa 52 Intervalle betragen würde), und für die entfernteren Planeten, abgesehen von den Ausnahmefällen sehr starker Annäherung, successiv gröſsere Intervalle statthaft sind. Nach Ablauf dieses Zeitraums werden die Elemente des Kometen durch die *Bessel*schen oder *Argelander*schen Formeln (siehe die angeführte Abhandlung, Spalte 43 bis 48), welche nur Glieder von der ersten Potenz der störenden Massen enthalten, vom Mittelpunct der Sonne auf den gemeinsamen Schwerpunct zwischen Sonne, Merkur, Venus, Erde und Mars reducirt, wobei der Einfluſs jedes dieser vier Planeten einzeln berücksichtigt wird. Dann wird, nach der *Bessel*schen Näherungsmethode im 2ten Abschnitt der gedachten Abhandlung, der Anfang oder das Ende des Integrals der Störung in Beziehung auf den letztgedachten Schwerpunct berechnet, und zwar für jeden der vier Planeten einzeln, wobei freilich für Merkur und Mars die mit der ersten Potenz der Excentricität e' multiplicirten Glieder, desgleichen für Mars die nicht mit der Excentricität multiplicirten, aber durch die 4te Potenz des Radiusvectors r_i dividirten Glieder, deren es in der That giebt, mit zu berücksichtigen seyn möchten. Dieser gefundene Anfang oder das Ende des Integrals ist mit entgegengesetztem Zeichen (das Ende des Integrals jedoch bei der Vorwärtsrechnung gegen das Perihelium hin mit demselben Zeichen **)) an die Elemente des Kometen in Beziehung auf den Schwerpunct zwischen Sonne, Merkur, Venus, Erde und Mars zu appliciren; die auf diese Art gefundenen Elemente sind der weiteren Rechnung zum Grunde zu legen. Von da an bleiben die Störungen durch die vier kleinen Planeten bis zum Aphelium ganz unberücksichtigt, und die Bewegung des Kometen wird als elliptisch um den Schwerpunct zwischen der Sonne und jenen vier Planeten betrachtet, wobei (wenn m die Summe der Massen der vier kleinen Planeten, und a die halbe groſse Axe der Kometenbahn bedeutet) die mittlere Bewegung $= \frac{\sqrt{(1+m)}}{a\sqrt{a}}$ zu setzen ist, und die Störungen durch Jupiter, Saturn und Uranus nach den bekannten Differentialformeln so berechnet und durch mechanische Quadraturen integrirt werden, als wenn die Kometen-Elemente auf den Mittelpunct der Sonne bezogen würden.

*) Vergl. *Enckes* Jahrbuch für 1838 S. 273 unten.

**) Ebenso der Anfang des Integrals bei der Rückwärtsrechnung gegen das Perihelium hin.

Hat der Komet eine hinreichende Entfernung jenseit der die Störung hauptsächlich bestimmenden Jupitersbahn erreicht, so daſs zu erwarten steht, die Störungen in Beziehung auf den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems werden weiterhin merklich geringer ausfallen, als die in Beziehung auf den Mittelpunct der Sonne *), so werden die Elemente vom letzteren Puncte auf den ersteren (eigentlich vom Schwerpunct zwischen Sonne, Merkur, Venus, Erde und Mars auf den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems) reducirt, und nachher die Störungen bis zum Aphelium auf den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems bezogen. Sowohl jene Reductionen als diese Störungen enthalten, streng analytisch entwickelt, Glieder mit den ersten Potenzen der Jupiters-, Saturns- und Uranusmasse, dann Glieder mit den Quadraten und Producten dieser Massen, dann Producte zu drei Dimensionen u. s. w. ohne Ende. Eine Entwickelung über die zweite Dimension hinaus würde eine fast unausführbare Weitläuftigkeit verursachen; glücklicherweise aber machen die besonderen Umstände, unter denen die Elemente auf den Schwerpunct bezogen werden, eine solche Ausdehnung unnöthig. Denn sollten die Störungen in Beziehung auf den Schwerpunct so beträchtlich ausfallen, daſs auch die Glieder mit den Producten zu drei Dimensionen berücksichtigt werden müſsten, so wäre es ein sicheres Zeichen, daſs die Entfernung des Kometen von der Sonne noch nicht groſs genug ist, die Beziehungen der Störungen auf den Schwerpunct mit Vortheil anwenden zu können, und daſs man also die Beziehung auf den Mittelpunct der Sonne (wobei in den Formeln für die differentiellen Aenderungen der Elemente nur Glieder mit den ersten Potenzen der störenden Massen vorkommen) noch länger vorwalten lassen muſs. Dagegen wird die Betrachtung der Glieder mit den Quadraten und Producten zu zwei Dimensionen nicht umgangen werden können; denn sollten die Störungen in Beziehung auf den Schwerpunct so gering ausfallen, daſs der Einfluſs der Glieder zu zwei Dimensionen durchaus unmerklich wäre, so würde man eben so sehr versichert sein, daſs die Entfernung des Kometen von der Sonne groſs genug ist, die weiter folgenden Störungen in einem geschlossenen Integrale darstellen zu können. Dieser letztere Fall findet selbst für einen Theil des Laufs des *Halley*schen Kometen hinsichtlich seiner Störungen durch Jupiter, Saturn und Uranus statt; denn ich habe mich vor zwei Jahren durch eine detaillirte Berechnung überzeugt, daſs diese Störungen, auf den Schwerpunct des Sonnensystems bezogen, für wenigstens

*) Nach *Rosenberger* für den *Halley*schen Kometen etwa bis 60sten Grade der excentrischen Anomalie.

24 Jahre vor und 24 Jahre nach dem Aphelium bei ihrer Unbedeutendheit ganz vernachläsigt werden könnten, ohne mit der bei Kometen-Beobachtungen erreichbaren Schärfe in Disharmonie zu stehen, woraus unwidersprechlich folgt, dafs für einen noch merklich längern Zeitraum das geschlossene Integral hinreichend scharfe Resultate geben mufs. Das Verdienst der mehrgedachten *Bessel*schen Abhandlung erscheint hiernach um so gröfser, da die Anwendbarkeit derselben, selbst was die Näherungsmethode im 2ten Abschnitt betrifft, keineswegs unbedingt auf die vier der Sonne zunächst benachbarten Planeten beschränkt ist. In den höchst seltenen Ausnahmefällen sehr starker Annäherungen an den Uranus (welche beim *Halley*'schen Kometen nicht vorkommen) müfste man die bereits zwischen der Saturns- und Uranusbahn eingeleitete Beziehung der Störungen auf den Schwerpunct des Sonnensystems wieder verlassen, die Elemente auf den Mittelpunct der Sonne zurück reduciren und so eine kurze Zeit hindurch festhalten, und nachher (jenseit des Uranus) wieder einlenken.

Wir beschränken uns in der folgenden Untersuchung auf denjenigen Theil des Umlaufs, da der Komet sich in mittelmäfsigen Entfernungen von der Sonne befindet, so dafs die Änderungen seiner Elemente zwar durch mechanische Quadratur, aber in Beziehung auf den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems bestimmt werden. Wir entwickeln die dahin gehörigen Formeln analytisch und so, dafs die Glieder mit den ersten Potenzen der störenden Masse, die Glieder mit den Quadraten und die mit den Producten von einander abgesondert werden. Obgleich der hier zu betrachtenden störenden Massen nur drei sind, Jupiter, Saturn und Uranus, so wollen wir doch die Anzahl derselben, um der Allgemeinheit der Theorie willen, unbestimmt lassen, und sie mit m', m''... bezeichnen. Es ist klar, dafs jedes mit der ersten Potenz einer störenden Masse oder mit deren Quadrat multiplicirte Glied nur Coordinaten desselben Planeten und ihre Differential-Quotienten enthält, nicht aber Coordinaten oder Differential-Quotienten, welche einem andern Planeten angehören, und dafs dagegen in jedem Gliede, welches ein Product zweier störenden Massen enthält, Coordinaten oder Differential-Quotienten der beiden betreffenden Planeten und keines dritten vorkommen. Jedem Gliede mit der ersten Potenz oder dem Quadrat einer störenden Masse entsprechen aber ganz ähnlich gebildete Glieder für die übrigen in Betracht gezogenen störenden Massen. Und jedem Gliede mit dem Product zweier Massen entsprechen ähnlich gebildete Glieder für alle übrigen möglichen Combinationen zu Zweien, die man aus den in Betracht gezogenen störenden Massen bilden kann; auch sind in jedem solchen Gliede die Elemente, Coordinaten und Differential-Quotienten der beiden betreffenden Planeten symmetrisch enthalten. Wir werden diese Elemente, Coordinaten und Differential-Quotienten für jeden Planeten mit eben so vielen Strichen bezeichnen, als sich Striche bei dem betreffenden m befinden; wir werden aber in den Gliedern mit den ersten Potenzen und Quadraten der störenden Massen nur von Einem Striche wirklichen Gebrauch machen, und dabei alle ähnlich gebildeten Glieder in Eins zusammenziehen, indem wir das Summenzeichen Σ davor schreiben, welches über alle in Betracht zu ziehenden störenden Massen zu erstrecken ist. In den Gliedern mit den Producten je zweier störenden Massen werden wir von einem und von zwei Strichen Gebrauch machen, und dabei wiederum alle ähnlich gebildeten Glieder zusammenziehen, indem wir den Buchstaben Σ davor schreiben, welcher über alle Combinationen zu Zweien zu erstrecken ist, die man aus den in Betracht gezogenen störenden Massen bilden kann. So werden wir Glieder entwickeln, welche mit $\Sigma m'$ anfangen, andere, welche mit $\Sigma m'^2$ anfangen, und noch andere mit $\Sigma m'm''$. Die Elemente, Coordinaten und Differentialquotienten für den Kometen werden wir mit denselben Buchstaben bezeichnen als die entsprechenden Gröfsen für die Planeten, dabei aber die Striche weglassen. Die Masse des Kometen, welche hiernach mit m schlechtweg bezeichnet werden müfste, wollen wir, wie wir dies nach dem jetzigen Zustande der Wissenschaft nicht anders können, $= 0$ setzen; ob wir uns aber unter der Masseneinheit die Masse der Sonne allein, oder die Masse derselben mit Merkur, Venus, Erde und Mars vereinigt vorstellen, wird (weil wir die Glieder mit dem Product aus der Masse eines kleinen Planeten in die eines grofsen vernachlässigen) für die Bestimmung der Störungen gleichgültig sein. Wir werden die rechtwinkligen Coordinaten des Kometen mit x, y, z, und ihre Differentialquotienten in Beziehung auf die Zeit mit α, β, γ bezeichnen; für die Planeten (bei denen zu diesen sechs Buchstaben noch Striche hinzukommen) wird der Anfangspunct der Coordinaten stets und unveränderlich im Mittelpunct der Sonne gedacht werden, (wie sie sich unmittelbar aus den Tafeln oder Ephemeriden ergeben), während dieser Anfangspunct für den Kometen, so lange die Beziehung der Störungen auf den Schwerpunct des Sonnensystems im Gange ist, in diesem Schwerpunct liegen soll. Bei der Reduction der Elemente vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct denken wir uns den Anfangspunct der Kometen-Coordinaten im Mittelpunct der Sonne, und bezeichnen dieselben Coordinaten, in Beziehung auf den Schwerpunct genommen, mit $x+\Delta x$, $y+\Delta y$, $z+\Delta z$, und ihre Differentialquotienten mit $\alpha+\Delta\alpha$, $\beta+\Delta\beta$, $\gamma+\Delta\gamma$; dagegen sollen bei der umgekehrten Reduction x, y, z die Coordinaten in Beziehung auf den Schwerpunct, und $x+\Delta x$, $y+\Delta y$, $z+\Delta z$, $\alpha+\Delta\alpha$, $\beta+\Delta\beta$, $\gamma+\Delta\gamma$ die Coordinaten und ihre Differentialquotienten in Beziehung auf den Mittelpunct der Sonne sein. Dieselbe Bedeutung von Δ werden wir auch bei

den Elementen festhalten, nämlich bei

h (der Quadratwurzel des halben Parameters),

i (Neigung der Bahn gegen die Ebene der x und y),

n (Ort des aufsteigenden Knotens auf der Ebene der x und y, von einer festen Geraden an gerechnet),

a (halbe grofse Axe),

ν (mittlere Bewegung),

ω (Abstand des Perihels in der Bahn vom gedachten Knoten) und

M (mittlere Anomalie entweder im Augenblick der Reduction oder in demjenigen beliebigen Augenblick, für welchen man, während der fortlaufenden Beziehung der Störungen auf den Schwerpunct, die differentiellen Aenderungen der einzelnen Kometen-Elemente bestimmen will).

Die Lage der Coordinatenaxen wird für den Kometen nach den Umständen variiren; im Endresultat soll niemal eine feste und unveränderliche Ebene für die Ebene der x und y angenommen werden, wozu am bequemsten die Ecliptik gebraucht wird, nach der Lage, die sie in einem festbestimmten Zeitpunct einnimmt. Für die störenden Planeten soll die Axe der x' stets mit dem Radiusvector r des Kometen parallel sein, und zwar während der fortlaufenden Beziehung der Störungen auf den Schwerpunct parallel mit dem vom Schwerpunct ausgehenden Radiusvector, im Augenblick der Reduction der Elemente vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct aber parallel mit dem vom Mittelpunct der Sonne ausgehenden Radius vector, und im Augenblick der Reduction der Elemente vom Schwerpunct auf den Mittelpunct der Sonne wiederum parallel mit dem vom Schwerpunct ausgehenden Radius vector; die Axe der y' soll gegen die Axe der x' senkrecht und so liegen, dafs die Ebene der x' und y' mit der respective auf den Schwerpunct oder auf den Mittelpunct der Sonne bezogenen Kometenbahn parallel ist, die Axe der z' endlich soll auf den Axen der x' und y' senkrecht und so liegen, dafs, von der Seite der positiven z' aus betrachtet, die Bewegung des Kometen allemal rechtläufig erscheint. Ich habe bei der bisherigen Auseinandersetzung absichtlich die Reduction der Elemente vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct, und umgekehrt, öfters erwähnt, weil diese Reduction ein wesentlicher Bestandtheil der auf den Schwerpunct bezogenen Störungsrechnungen ist, und die dahin gehörigen Formeln eben so sehr einer Entwickelung nach den ersten Potenzen, Quadraten und Producten der störenden Massen bedürfen als die Formeln für die störenden Kräfte bei der fortlaufenden Beziehung der Elemente auf den Schwerpunct selbst. Ich werde daher die Untersuchung in 2 Abschnitte zerfallen lassen, wovon der erste die beiden Reductionen vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct, und umgekehrt, aus einem gemeinschaftlichen Gesichtspuncte betrachtet, (bei welcher Reduction die Entwickelung bis zur zweiten Dimension der störenden Massen inclusive gleichfalls hinreichend ist), der andere aber sich mit der Untersuchung der Kräfte beschäftigt, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des ganzen Sonnensystems stören. Zu beklagen ist dabei nur, dafs man nicht umhin kann, die successiven Verbesserungen der Fundamental-Elemente des Kometen durch die gefundenen Störungen (wir verstehen hier unter Fundamental-Elementen diejenigen, welche jedesmal der Berechnung der differentiellen Aenderungen der Elemente zum Grunde gelegt werden) aus den Störungen aller Planeten zusammen herzuleiten, und dafs sich dabei die Einflüsse der einzelnen Planeten durchaus nicht von einander absondern lassen (was, der Natur der Sache nach, bei mechanischen Quadraturen immer unmöglich ist); vgl. *Encke's* Jahrbuch für 1831 Seite 274 oben. Diese Schwierigkeit wird indessen einestheils durch den Umstand gemildert, dafs die die Kometenstörungen hauptsächlich bestimmende Jupitersmasse, wie es jetzt den Anschein hat, nur noch unbedeutender Correctionen bedarf, und kann anderntheils durch eine zu Ende der ganzen Rechnung anzustellende Beurtheilung, ob diese oder jene sich ergebende Correction einer Planetenmasse einen erheblichen Einflufs auf die Fundamental-Elemente während des ganzen Kometen-Umlaufs habe oder nicht (welche Beurtheilung sich auf blofse Additionen und Subtractionen gründet), direct überwunden werden.

Erster Abschnitt.

1.

Wir nennen μ und $\mu+\Delta\mu$ die im Centrum der Bewegung des Kometen vereinigte anziehende Masse, und setzen für die Reduction vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct $\mu = 1$, und $\Delta\mu = \Sigma m'$, für die umgekehrte Reduction aber $\mu = 1 + \Sigma m'$, und $\Delta\mu = -\Sigma m'$. Dafür wollen wir schreiben:

$$\mu = \left\{\begin{matrix}1\\ 1+\Sigma m'\end{matrix}\right\} \qquad \Delta\mu = \pm\Sigma m'$$

und auch für Formeln jeder Art die Bedeutung der unter einander gesetzten und in Haken $\left\{\;\right\}$ eingeschlossenen Ausdrücke, wie auch der Doppelzeichen $\pm$ oder $\mp$, auf ähnliche Weise verstehen. Diese Haken sollen also nicht die Bedeutung gewöhnlicher Klammern haben, sondern sich nur auf die Unterscheidung der Fälle beziehen, und es sollen die Klammern in gewöhnlicher Bedeutung, da wo sie nöthig sind, noch aufserdem hinzutreten.

Werden die Kometen-Coordinaten x, y, z den Planeten-Coordinaten x', y', z' parallel gelegt, so ist wegen der Natur des Schwerpuncts

$$\Delta x = \mp \frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'};\quad \Delta y = \mp \frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'};\quad \Delta z = \mp \frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'};$$

$$\Delta \alpha = \mp \frac{\Sigma m'\alpha'}{1+\Sigma m'};\quad \Delta \beta = \mp \frac{\Sigma m'\beta'}{1+\Sigma m'};\quad \Delta \gamma = \mp \frac{\Sigma m'\gamma'}{1+\Sigma m'}.$$

Auch hat man alsdann

$$(1)\ldots\begin{cases} x = r & y = 0 \qquad z = 0 \\ \alpha = \sqrt{\mu}.\dfrac{e \sin \varphi}{h} & \beta = \sqrt{\mu}.\dfrac{h}{r} \qquad \gamma = 0 \end{cases}$$

wo $e\left(=\sqrt{\dfrac{a-hh}{a}}\right)$ die Excentricität, und φ die wahre Anomalie bedeutet, r aber $=\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$ ist. Vollzieht man die vorhin angedeuteten Divisionen durch $1+\Sigma m'$ nach dem binomischen Lehrsatz, und behält man dabei nur die Glieder bis zu den Quadraten und Producten der störenden Massen incl. bei, so erhält man:

$$(2)\ldots\ldots\Delta x = \mp \Sigma m'x' \pm \Sigma m'^2 x' \pm \Sigma m'm''(x'+x'')$$

und ähnliche Gleichungen für Δy, Δz, $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, $\Delta \gamma$. Die Coordinaten x', y', z' und ihre Differentialquotienten in Beziehung auf die Zeit t, nämlich α', β', γ', sollen inskünftige immer als gegebene Gröfsen angesehen werden; sie finden sich, indem man die periodischen Breitenstörungen der Planeten unter einander vernachlässigt (was fast immer erlaubt sein wird, durch die Formeln:

$$(3)\ldots\ldots\begin{cases} x' = r'(\cos n' \cos u' - \sin n' \sin u' \cos i') \\ y' = r'(\sin n' \cos u' + \cos n' \sin u' \cos i') \\ z' = r' \sin u' \sin i' \end{cases}$$

$$\alpha' = \frac{x'}{r'}.\frac{dr'}{dt} - r'(\cos n' \sin u' + \sin n' \cos u' \cos i')\frac{du'}{dt}$$

$$= \frac{x'}{r'}.\frac{dr'}{dt} - (y' \cos i' + z' \sin i' \cos n').\frac{du'}{dt};$$

$$\beta' = \frac{y'}{r'}.\frac{dr'}{dt} - r'(\sin n' \sin u' - \cos n' \cos u' \cos i').\frac{du'}{dt}$$

$$= \frac{y'}{r'}.\frac{dr'}{dt} + (x' \cos i' - z' \sin i' \sin n').\frac{du'}{dt};$$

$$\gamma' = \frac{z'}{r'}.\frac{dr'}{dt} + r' \cos u' \sin i'.\frac{du'}{dt}$$

$$= \frac{z'}{r'}.\frac{dr'}{dt} + (x' \cos n' + y' \sin n') \sin i'.\frac{du'}{dt},$$

wo n' die Länge des aufsteigenden Knotens der Planetenbahn auf der vor der Reduction statt findenden Kometenbahn, vom Radius vector r an gerechnet, i' die Neigung beider Bahnen gegen einander, und u' die Länge des Planeten in seiner Bahn, vom gedachten Knoten an gerechnet, bedeutet, und $\frac{dr'}{dt}$ und $\frac{du'}{dt}$ sich vermittelst einer Reihenfolge benachbarter Planetenörter, die aus den Tafeln oder Ephemeriden genommen werden, durch die successiven endlichen Differenzen bestimmen lassen (vgl. *Rosenbergers* Abhandlung in Nr. 250 der A. N. S. 169, und *Bessel* a. a. O. S. 8 und 9). Die eben aufgestellten Gleichungen lassen sich durch die schönen *Gauss*'schen Relationen bequemer für die logarithmische Rechnung einrichten, was aber nicht hieher gehört. Für $\frac{du'}{dt}$ und $\frac{dr'}{dt}$ liefse sich $\frac{h'}{r'r'}$ und $\frac{e' \sin \varphi'}{h'}$ substituiren, wenn man die periodischen Störungen der Planeten unter einander in der Länge und im Radius vector vernachlässigen wollte (vgl. die *Bessel*schen Formeln für A, B, C, A', B', C' a. a. O. S. 47 und 48 oben); hier, wo wir die Quadrate und Producte der störenden Massen mitnehmen wollen, erfordert es die Consequenz, auch $\frac{du'}{dt}$ und $\frac{dr'}{dt}$ in gröfserer Schärfe anzuwenden.

2.

Um eine haltbare Vorstellung von der Reduction der Kometen-Elemente zu gewinnen, dürfen wir nicht nur sechs, sondern wir müssen sieben von einander unabhängige Elemente annehmen, indem a und ν als von einander unabhängig und durch die Centralmasse μ vermittelt zu betrachten sind. Hiernach können die sieben Elemente h, i, n, a, ν, ω, M als Functionen der sieben Gröfsen x, y, z, α, β, γ, μ angesehen werden. Die Abhängigkeit der Elemente von den letzteren sieben Gröfsen wird durch folgende Formeln ausgedrückt:

$$h = \frac{\sqrt{(cc + c'c' + c''c'')}}{\sqrt{\mu}} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

wobei $c = x\beta - y\alpha$; $c' = x\gamma - z\alpha$; $c'' = y\gamma - z\beta$ *);

$$i = Arc.tg \frac{\sqrt{(c'c' + c''c'')}}{c} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$n = Arc.tg \frac{c''}{c'} \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\frac{1}{2a} = \frac{1}{r} - \frac{V}{2\mu} \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

wobei $r = \sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$, und $V = \alpha^2+\beta^2+\gamma^2$;

$$\nu = \sqrt{\mu}.a^{-\frac{3}{2}} \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

$$\omega = Arc.\cos \frac{\xi}{r} - Arc.\cos\left(\frac{1}{e}\left(h^2.\frac{1}{r} - 1\right)\right) \ldots (9)$$

wobei $\xi = x \cos n + y \sin n$, und $e = \sqrt{\dfrac{a-hh}{a}}$;

$$M = \varepsilon - e \sin \varepsilon \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

wobei $\varepsilon = Arc.\cos\left[\frac{1}{e}\left(1 - 2.\frac{1}{2a}.\left(\frac{1}{r}\right)^{-1}\right)\right]$.

---

*) Die Striche bei c' und c'' sind in dieser Untersuchung die einzigen, welche sich nicht auf einen störenden Planeten, sondern auf den Kometen beziehen. Ich habe aber von der so allgemein bekannten Bezeichnung der auf die Coordinaten-Ebenen projicirten Flächengeschwindigkeiten nicht abweichen wollen. Weiterhin sollen dennoch alle den Kometen betreffenden Elemente, Coordinaten und Differentialquotienten, und also auch c' und c'', der Kürze wegen, Functionen ohne Striche genannt werden.

Aus diesen Formeln bestimmen wir nun Δh. Δn, Δi, $\Delta\frac{1}{2a}$, $\Delta\nu$, $\Delta\omega$ und ΔM als Functionen von Δx, Δy, Δz, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ und $\Delta\mu$ nach dem bekannten Satze, dafs, wenn eine Variable x als Function mehrerer Variabeln y, z.... ausgedruckt ist,

$$(11) \ldots\ldots \Delta x = \Sigma\frac{dx}{dy}.\Delta y + \tfrac{1}{2}\Sigma\frac{ddx}{dy^2}.\Delta y^2 + \Sigma\frac{ddx}{dy\,dz}\Delta y\,\Delta z$$

sein mufs, in welcher Formel das erste und zweite Summenzeichen über alle Variabeln y, z,... das dritte aber über alle Combinationen derselben zu Zweien zu erstrecken ist, die Glieder mit Producten von Δy, Δz... zu drei und mehr Dimensionen aber weggelassen sind (vgl. *Laplace* Méc. cél. Bd. 1 S. 171 oben). Wir werden diesen Satz zuerst auf die Entwickelung von Δc, $\Delta c'$, $\Delta c''$ anwenden, und zwar für die beiden hier in Betracht kommenden Fälle, wo die Coordinaten x, y, z des Kometen den Planeten-Coordinaten parallel gelegt, und wo sie auf eine beliebige feste Ebene (die Ecliptik) bezogen werden. Den letzteren Fall werden wir noch dadurch beschränken, dafs wir die Axe der x in die Linie des aufsteigenden Knotens der Kometenbahn auf der Ebene der (x, y) legen, weil die Lage der Axe der x in der gedachten Ebene bei der Bestimmung von Δh, Δi, Δn, $\Delta\frac{1}{2a}$, $\Delta\nu$, $\Delta\omega$, ΔM durchaus gleichgültig ist.

Aus den Formeln zur Bestimmung von c, c', c'' finden wir

$$\Delta c = \beta\Delta x - \alpha\Delta y + x\Delta\beta - y\Delta\alpha + \Delta x\Delta\beta - \Delta y\Delta\alpha \ldots (12)$$

und ähnliche Gleichungen für $\Delta c'$ und $\Delta c''$. Sind nun x, y, z den Coordinaten x', y', z' parallel, so geben die Gleichungen (1) und (2) des 1sten §s:

$$\beta\Delta x = \mp\sqrt{\mu}.\Sigma m'.\frac{hx'}{r} \quad + \Sigma m'^2.\left(\pm\frac{hx'}{r}\right) \quad + \Sigma m'm''.\left(\pm h.\frac{x'+x''}{r}\right)$$

$$-\alpha\Delta y = \mp\sqrt{\mu}.\Sigma m'.\left(\frac{-e\sin\varphi}{h}y'\right) + \Sigma m'^2.\left(\mp\frac{e\sin\varphi}{h}y'\right) + \Sigma m'm''.\left(\mp\frac{e\sin\varphi}{h}(y'+y'')\right)$$

$$x\Delta\beta = \mp \quad \Sigma m'r\beta' \quad + \Sigma m'^2.(\pm r\beta') \quad + \Sigma m'm''.(\pm r(\beta'+\beta''))$$

$$-y\Delta\alpha = \quad 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\Delta x\Delta\beta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Sigma m'^2.x'\beta' \quad + \Sigma m'm''.(x'\beta''+x''\beta')$$

$$-\Delta y\Delta\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Sigma m'^2.(-y'\alpha') \quad + \Sigma m'm''.(-y'\alpha''-y''\alpha')$$

Addirt man diese Gleichungen, und setzt man dabei

$$\zeta' = \frac{hx'}{r} - \frac{e\sin\varphi}{h}y' \qquad \sigma' = \zeta' + r\beta'$$

und bedenkt man zugleich, dafs $x'\beta' - y'\alpha'$, wenn man die periodischen Störungen der Planeten unter einander vernachlässigt, constant ist, so erhält man für Δc folgenden entwickelten Werth:

$$(13) : .\Delta c = \mp\Sigma m'\sigma' + \Sigma m'^2.\left(\begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}.\frac{\zeta'}{2} + r\beta' \pm h'\cos i'\right) + \Sigma m'm''.\left(\begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}.\frac{\zeta'+\zeta''}{2} \pm r(\beta'+\beta'') + x'\beta'' + x''\beta' - y'\alpha'' - y''\alpha'\right)$$

Diese Entwickelung giebt uns Gelegenheit zu einigen allgemeineren Bemerkungen. Man kann die Formeln für die Reduction der den Kometen betreffenden Elemente und Variabeln vom Schwerpunct des Sonnensystems auf den Mittelpunct der Sonne aus den vollständig entwickelten Formeln für die Reduction vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct ableiten, wenn man in diesen Formeln die Zeichen aller Glieder in die entgegengesetzten verwandelt, und in jedem Gliede anstatt x (wo x jede Function ohne Striche bedeutet) $x + \Delta x$ substituirt. Die Formeln erscheinen alsdann unentwickelt, insofern man die Genauigkeit bis zu den Quadraten und Producten der störenden Massen incl. treiben will, entwickelt aber, wenn man diese Quadrate und Producte vernachlässigt, oder, was dasselbe sagt, wenn man überall $\Delta x = 0$ setzt. Hieraus folgt, dafs wenn man, beide Reductionen aus einem gemeinschaftlichen Gesichtspuncte betrachtend, die mit den ersten Potenzen der störenden Massen behafteten Glieder in Eins zusammenzieht, und vor das Summenzeichen Σ das Doppelzeichen $\mp$ setzt, innerhalb des Summenzeichens nie ein Auseinandertreten beider Fälle statt findet, dafs aber solches Auseinandertreten der Fälle wohl innerhalb der vor m'^2 und $m'm''$ gestellten Summenzeichen sich ereignet. Wir werden daher die Form

$$\mp\Sigma m'P' + \Sigma m'^2.Q' + \Sigma m'm''Q_1'' \ldots\ldots (14)$$

welche wir dem Ausdruck für Δc in der Gleichung (13) gegeben haben, auch auf alle noch zu entwickelnden Reductionsformeln übertragen. Was nun aber die einzelnen Theile dieser Form betrifft, so übersehen wir schon jetzt im Allgemeinen vermöge der Natur der Multiplication der Polynomien, dafs Q_1'' sich ganz einfach aus Q' ableiten läfst, nämlich dadurch, dafs wir jedes in Q' enthaltene Glied von der Form λ' (wo λ' eine Function des 1sten Grades von x', y', z', α', β', γ' bedeutet, deren Coefficienten Functionen ohne Striche sind) in $\lambda' + \lambda''$, jedes Glied von der Form $\lambda'\sigma'$ aber (wo σ' gleichfalls eine Function des 1sten Grades von x', y', z', α', β', γ' bedeutet, deren Coefficienten Functionen ohne Striche sind) in $\lambda'\sigma'' + \lambda''\sigma'$ verwandeln, jedes Glied endlich, welches selbst eine Function ohne Striche ist, schlechthin verdoppeln. Diese Bemerkung

wird uns für die noch zu entwickelnden Reductionsformeln viele Erleichterung gewähren. Die Ableitung von Q' aus P' ist zwar nicht ganz so einfach, läfst sich aber doch im Allgemeinen übersehen, wenn man Acht auf die Zusammensetzung derjenigen Function von Δx, Δy, Δz, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ und $\Delta\mu$ hat, woraus die Entwickelung in die Form (14) jedesmal hervorgeht. Diese Function besteht nämlich theils aus Gliedern, worin die obengedachten endlichen Differenzen in einer, theils aus solchen, worin sie in zwei Dimensionen vorkommen. Die Glieder zu zwei Dimensionen haben auf P' gar keinen Einflufs, wohl aber auf Q'. Diese Glieder zu zwei Dimensionen enthalten theils $\Delta\mu^2$, theils $\Delta\mu$ mit einer der sechs übrigen endlichen Differenzen multiplicirt, theils gar kein $\Delta\mu$. Aus den Gliedern mit $\Delta\mu^2$ wird $\Delta\mu^2$ weggelassen, der Coefficient aber bleibt unverändert, und bildet so das entsprechende Glied von Q'. Aus den Gliedern, welche $\Delta\mu$ mit einer der sechs übrigen endlichen Differenzen multiplicirt enthalten, wird (vermöge der Gleichungen (2), und weil $\Delta\mu = \pm\Sigma m'$) erstlich $\Delta\mu$ weggelassen, dann von dem andern Factor das Zeichen Δ weggelassen, der dahinter stehende Buchstab mit einem Strich versehen, und das Vorzeichen $+$ oder $-$ in das entgegengesetzte verwandelt. Aus den Gliedern zu zwei Dimensionen, welche $\Delta\mu$ gar nicht enthalten, findet man unmittelbar die entsprechenden Glieder von Q' durch blofse Weglassung der Δ-Zeichen und durch Bezeichnung der dahinter stehenden Buchstaben mit je Einem Strich. Die Glieder zu einer Dimension enthalten theils $\Delta\mu$, theils die sechs übrigen endlichen Differenzen; die Coefficienten aber, womit diese sieben endlichen Differenzen multiplicirt sind, enthalten entweder μ, oder nicht; und wenn sie μ enthalten, so sind sie entweder mit $\sqrt{\mu}$ multiplicirt, oder durch $\sqrt{\mu}$ dividirt, oder durch μ dividirt, oder durch μ^2 dividirt; wir werden auf alle diese Fälle durch die weitere Untersuchung geführt werden. Ein Glied, welches $\Delta\mu$ mit einem von μ unabhängigen Coefficienten multiplicirt enthält, hat auf P', aber nicht auf Q' Einflufs; der Einflufs auf P' wird bestimmt, indem man $\Delta\mu$ wegläfst, und das Vorzeichen des Gliedes ins entgegengesetzte verwandelt. Solche Glieder also, welche auf P' und Q' zugleich Einflufs haben, müssen eine von diesen Formen haben:

$$\sqrt{\mu}.p\Delta\mu \quad \frac{p}{\sqrt{\mu}}\Delta\mu \quad \frac{p}{\mu}\Delta\mu \quad \frac{p}{\mu\mu}\Delta\mu$$

$$p\Delta\lambda \quad \sqrt{\mu}.p\Delta\lambda \quad \frac{p}{\sqrt{\mu}}\Delta\lambda \quad \frac{p}{\mu}\Delta\lambda \quad \frac{p}{\mu\mu}\Delta\lambda$$

wo p eine von μ unabhängige Function, und λ eine der sechs Gröfsen x, y, z, α, β, γ bedeutet. Die entsprechenden Einflüsse auf P' sind alsdann:

$$-p \quad -p \quad -p \quad -p$$

$$p\lambda' \quad p\lambda' \quad p\lambda' \quad p\lambda' \quad p\lambda'$$

und die auf Q':

$$\begin{Bmatrix}0\\-\frac{p}{2}\end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix}0\\\frac{p}{2}\end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix}0\\p\end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix}0\\2p\end{Bmatrix}$$

$$\pm p\lambda' \quad \begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}.\frac{p\lambda'}{2} \quad \begin{Bmatrix}+2\\-3\end{Bmatrix}.\frac{p\lambda'}{2} \quad \begin{Bmatrix}+1\\-2\end{Bmatrix}.p\lambda' \quad \begin{Bmatrix}+1\\-3\end{Bmatrix}.p\lambda'$$

Wir benutzen diese allgemeinen Bemerkungen sogleich zur Entwickelung von $\Delta c'$ aus der unter den Gleichungen (12) enthaltenen Formel

$$\Delta c' = \gamma\Delta x - \alpha\Delta z + x\Delta\gamma - z\Delta\alpha + \Delta x\Delta\gamma - \Delta z\Delta\alpha \ldots (15)$$

Wir finden hier, wenn wir die Coordinaten x, y, z den Coordinaten x', y', z' parallel legen:

$$\left.\begin{aligned} P' &= -\frac{e\sin\Phi}{h}z' + r\gamma' \\ Q' &= \begin{Bmatrix}-2\\+1\end{Bmatrix}.\frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{z'}{2} \pm r\gamma' + x'\gamma' - z'\alpha' \\ &= \begin{Bmatrix}-2\\+1\end{Bmatrix}.\frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{z'}{2} \pm r\gamma' + h'\sin i'\cos n' \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(16)$$

und $Q_{,}''$ läfst sich aus Q' nach dem Obigen leicht ableiten. (Wir werden auch weiterhin $Q_{,}''$ nicht besonders entwickeln.) Endlich finden wir:

$$\Delta c'' = \gamma\Delta y - \beta\Delta z + y\Delta\gamma - z\Delta\beta + \Delta y\Delta\gamma - \Delta z\Delta\beta \ldots (17)$$

und, wenn wir die Coordinaten x, y, z wiederum den Coordinaten x', y', z' parallel legen:

$$\left.\begin{aligned} P' &= -\frac{h}{r}z' \\ Q' &= \begin{Bmatrix}-2\\+1\end{Bmatrix}.\frac{h}{2r}z' + h'\sin i'\sin n' \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(18)$$

Beziehen wir aber nun die x und y auf eine feste Ebene, so haben wir zur Bestimmung von Δc, $\Delta c'$ und $\Delta c''$ in den Gleichungen (12), (15) und (17) anstatt x, y, z, α, β, γ, Δx, Δy, Δz, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ die Ausdrücke zu substituiren, in welche sich diese Buchstaben verwandeln, wenn man das Coordinatensystem aus der festen Lage in diejenige dreht, wo die Axe der x mit dem Radius vector r, und die Ebene der x und y mit der Kometenbahn zusammenfällt. Die endlichen Differenzen, auf das neue Coordinatensystem bezogen, wollen wir dennoch der Kürze wegen, und um die oben zur Bildung von P' und Q' gegebenen Regeln desto leichter anwenden zu können, gleichfalls mit Δx, Δy, Δz, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ bezeichnen. Wir haben also zu verwandeln:

x in $r\cos(\omega+\Phi)$, wofür wir ξ schreiben können,

y in $r\sin(\omega+\Phi)\cos i$, wofür wir $\eta\cos i$ schreiben wollen,

z in $\eta\sin i$

α in $\frac{d\xi}{dt}$

β in $\frac{d\eta}{dt}\cos i$

γ in $\frac{d\eta}{dt}\sin i$

$$\Delta x \text{ in } \frac{\xi\,\Delta x - \eta\,\Delta y}{r}$$

$$\Delta y \text{ in } \frac{\eta\,\Delta x + \xi\,\Delta y}{r}\cos i - \Delta z \sin i$$

$$\Delta z \text{ in } \frac{\eta\,\Delta x + \xi\,\Delta \eta}{r}\sin i + \Delta z \cos i$$

$$\Delta\alpha \text{ in } \frac{\xi\,\Delta\alpha - \eta\,\Delta\beta}{r}$$

$$\Delta\beta \text{ in } \frac{\eta\,\Delta\alpha + \xi\,\Delta\beta}{r}\cos i - \Delta\gamma \sin i$$

$$\Delta\gamma \text{ in } \frac{\eta\,\Delta\alpha + \xi\,\Delta\beta}{r}\sin i + \Delta\gamma \cos i$$

und finden so:

$$\Delta c = \left(\sqrt{\mu}\left(\frac{h}{r}\Delta x - \frac{e\sin\varphi}{h}\Delta y\right) + r\Delta\beta + \Delta x\Delta\beta - \Delta y\Delta\alpha\right)\cos i + \left(\frac{d\xi}{dt}\Delta z - \xi\Delta\gamma - \frac{\xi(\Delta x\Delta\gamma - \Delta z\Delta\alpha) - \eta(\Delta y\Delta\gamma - \Delta z\Delta\beta)}{r}\right)\sin i;$$

$$\Delta c' = \left(\sqrt{\mu}\left(\frac{h}{r}\Delta x - \frac{e\sin\varphi}{h}\Delta y\right) + r\Delta\beta + \Delta x\Delta\beta - \Delta y\Delta\alpha\right)\sin i - \left(\frac{d\xi}{dt}\Delta z - \xi\Delta\gamma - \frac{\xi(\Delta x\Delta\gamma - \Delta z\Delta\alpha) - \eta(\Delta y\Delta\gamma - \Delta z\Delta\beta)}{r}\right)\cos i;$$

$$\Delta c'' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - \left(\frac{d\eta}{dt}\Delta z - \eta\Delta\gamma - \frac{\eta(\Delta x\Delta\gamma - \Delta z\Delta\alpha) + \xi(\Delta y\Delta\gamma - \Delta z\Delta\beta)}{r}\right)$$

Entwickeln wir den hier für Δc gefundenen Ausdruck nach den oben gegebenen Regeln, und vergessen wir dabei nicht zu bedenken, dafs $\frac{d\xi}{dt}\left(= -\frac{\sqrt{\mu}}{h}\left(\frac{\eta}{r} + e\sin\omega\right)\right)$ und $\frac{d\eta}{dt}\left(= \frac{\sqrt{\mu}}{h}\left(\frac{\xi}{r} + e\cos\omega\right)\right)$ den Factor $\sqrt{\mu}$ implicite enthalten, so finden wir, wenn wir

$$o' = \left(\frac{\eta}{r} + e\sin\omega\right).\frac{z'}{h} + \xi\gamma'$$

setzen:

$$(19)\ldots\begin{cases} P' = \sigma'\cos i - o'\sin i \\ Q' = \begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}.\left(\frac{\zeta'}{2}\cos i + \frac{d\xi}{dt}.\frac{z'}{2}\sin i\right) \pm (r\beta'\cos i - \xi\gamma'\sin i) \\ \qquad + h'(\cos i\cos i' - \sin i\sin i'\cos N') \end{cases}$$

wo N' $(= n' + \omega + \varphi)$ den Abstand des aufsteigenden Knotens der Bahn des Planeten m' auf der Kometenbahn vom aufsteigenden Knoten der Kometenbahn auf der festen Ebene bezeichnet. Entwickeln wir auf ähnliche Art den gefundenen Ausdruck für $\Delta c'$, so finden wir, wenn wir

$$\psi' = \sigma'\sin i + o'\cos i$$

machen:

$$(20)\ldots\begin{cases} P' = \psi' \\ Q' = \begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}.\left(\frac{\zeta'}{2}\sin i - \frac{d\xi}{dt}.\frac{z'}{2}\cos i\right) \pm (r\beta'\sin i + \xi\gamma'\cos i) \\ \qquad + h'(\sin i\cos i' + \cos i\sin i'\cos N') \end{cases}$$

und für $\Delta c''$, wenn wir

$$\tau' \text{ für } -\left(\frac{\xi}{r} + e\cos\omega\right).\frac{z'}{h} + \eta\gamma'$$

schreiben:

$$(21)\ldots\begin{cases} P' = \tau' \\ Q' = \begin{Bmatrix}-2\\+1\end{Bmatrix}.\frac{d\eta}{dt}.\frac{z'}{2} \pm \eta\gamma' + h'\sin i'\sin N' \end{cases}$$

3.

Nach diesen Entwickelungen von Δc, $\Delta c'$ und $\Delta c''$ können wir sogleich Δh, Δi und Δn vermittelst der Gleichungen (4), (5), (6) und (tt) bestimmen. Vor der Anwendung der Gleichung (tt) sind aber die ersten und zweiten Differentialquotienten von h, i und n in Beziehung auf c, c' und c'', auch in Beziehung auf μ, auszumitteln. Hierbei ist wiederum im Allgemeinen zu merken, dafs man die zweiten Differentialquotienten, nachdem man sie ausgemittelt hat, beliebig abändern kann, ohne im Endresultat einen erheblichen Fehler fürchten zu dürfen, wofern man gewifs ist, bei einer solchen Abänderung nur Gröfsen von der Ordnung der störenden Massen zu vernachlässigen. So kann man z. B. $\frac{ddh}{dc^2}$, welches zufolge der Gleichung (4) eigentlich $= \frac{hh\mu - cc}{h^3\mu^2}$ ist, $= \frac{hh - cc}{h^3}$ oder $= \frac{c'c' + c''c''}{h^3}$ setzen. Ebenso kann man in den ersten Differentialquotienten solche Abänderungen vornehmen, wobei nur Gröfsen von der Ordnung der Quadrate und Producte der störenden Massen vernachlässigt werden, z. B. $\frac{dh}{dc} = \frac{c}{h}\left(\begin{Bmatrix}1\\1 - \Sigma m'\end{Bmatrix}\right)$ anstatt $\frac{c}{h\mu}$; zum Behuf der Bildung der zweiten Differentialquotienten sind jedoch die ersten Differentialquotienten in völliger Strenge auszumitteln.

Da Δh von der Lage der Coordinatenaxen ganz unabhängig ist, so können wir, nachdem wir aus der Gleichung (4) die ersten und zweiten Differentialquotienten von h in Beziehung auf c, c', c'' und μ gebildet haben, in den Ausdrücken dieser Differentialquotienten c' und $c'' = 0$ setzen; welches soviel ist, als wenn wir die Coordinaten x, y, z den Coordinaten x', y', z' parallel legen. So finden wir:

$$\frac{dh}{dc} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \qquad \frac{dh}{dc'} = 0 = \frac{dh}{dc''} \qquad \frac{dh}{d\mu} = -\frac{h}{2\mu}$$

$$\frac{ddh}{dc^2} = 0 \qquad \frac{ddh}{dc'^2} = \frac{1}{h} = \frac{ddh}{dc''^2} \qquad \frac{ddh}{d\mu^2} = \frac{3h}{4}$$

$$\frac{ddh}{dc\,dc'} = 0 = \frac{ddh}{dc\,dc''} = \frac{ddh}{dc'\,dc''} \quad \frac{ddh}{dc\,d\mu} = -\tfrac{1}{2} \quad \frac{d\,d}{dc'\,d\mu} = 0 = \frac{ddh}{dc''\,d\mu}$$

Die Gleichung (11) giebt alsdann:

$$\Delta h = \frac{\Delta c}{\sqrt{\mu}} - \frac{h}{2\mu}\Delta\mu + \frac{\Delta c'^2 + \Delta c''^2}{2h} + \frac{3h}{8}\Delta\mu^2 - \frac{\Delta c\,\Delta\mu}{2}.$$

Werden hier für Δc, $\Delta c'$ und $\Delta c''$ ihre Werthe aus den Gleichungen (13), (16) und (18) gesetzt, so giebt die Entwickelung von $\frac{\Delta c}{\sqrt{\mu}}$:

$$P' = \sigma'$$
$$Q' = \pm\zeta'\begin{Bmatrix}+2\\-3\end{Bmatrix}.\frac{r\beta'}{2} + h'\cos i'$$

Die Entwickelung von $-\frac{h}{2\mu}\Delta\mu$:

$$P' = \frac{h}{2}$$
$$Q' = \begin{Bmatrix}0\\-\frac{h}{2}\end{Bmatrix}$$

Die Entwickelung von $\frac{\Delta c'^2 + \Delta c''^2}{2h}$:

$$Q' = \frac{\sigma'\sigma' + \tau'\tau'}{2h}$$

Die Entwickelung von $\frac{3h}{8}\Delta\mu^2$:

$$Q' = \frac{3h}{8}$$

und die Entwickelung von $-\frac{\Delta c\,\Delta\mu}{2}$:

$$Q' = \frac{\sigma'}{2} = \frac{\zeta' + r\beta'}{2}.$$

Addirt man diese verschiedenen P' unter sich und diese verschiedenen Q' unter sich, so findet man für die Entwickelung von Δh:

$$P' = \sigma' + \frac{h}{2}$$
$$Q' = \begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\left(\frac{\zeta'}{2} + \frac{h}{8}\right)\begin{Bmatrix}+3\\-2\end{Bmatrix}\frac{r\beta'}{2} + h'\cos i' + \frac{\sigma'\sigma' + \tau'\tau'}{2h}$$

d. i., wenn wir

$$C_{,}'' = x'\beta'' + x''\beta' - y'\alpha'' - y''\alpha'$$
$$D_{,}'' = x'\gamma'' + x''\gamma' - z'\alpha'' - z''\alpha' \; ^{*)}$$
$$E_{,}'' = y'\gamma'' + y''\gamma' - z'\beta' - z''\beta'$$
$$K' = \begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\frac{\zeta'}{2}\begin{Bmatrix}+3\\-2\end{Bmatrix}.\frac{r\beta'}{2} + h'\cos i' + \frac{\sigma'\sigma' + \tau'\tau'}{2h}$$
$$K_{,}'' = \begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\frac{\zeta' + \zeta''}{2}\begin{Bmatrix}+3\\-2\end{Bmatrix}.r.\frac{\beta' + \beta''}{2} + C_{,}'' + \frac{\sigma'\sigma'' + \tau'\tau''}{h}$$

setzen:

$$(22)\ldots\left\{\begin{aligned}\Delta h = &\mp\Sigma m'\left(\sigma' + \frac{h}{2}\right) + \Sigma m'^2.\left(\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\frac{h}{8} + K'\right)\\ &+\Sigma m'm''\left(\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\frac{h}{4} + K_{,}''\right)\end{aligned}\right.$$

*) Die Gröfsen $D_{,}''$ und $E_{,}''$ werden später gebraucht.

Anmerkung. Wir werden, so oft wir eine Function des ersten Grades von x', y', z', α', β', γ' mit einem einzelnen Buchstaben bezeichnen, dafür einen kleinen, für eine Function des zweiten Grades aber einen grofsen Buchstaben wählen. Wenn bei letzterem der Strich (') in (,") verwandelt, derselbe Buchstab aber beibehalten wird, so soll damit angezeigt werden, dafs jedes Glied der betreffenden Function, welches keinen Strich hat, verdoppelt, jedes Glied von der Form λ' aber in $\lambda' + \lambda''$, und jedes Glied von der Form $\lambda'\sigma'$ in $\lambda'\sigma'' + \lambda''\sigma'$ verwandelt wird (wo λ' und σ' dieselbe Bedeutung wie in der ersten Hälfte von §. 2 haben). Diese Bezeichnung wird hoffentlich die Uebersicht in etwas erleichtern.

4.

Da Δi und Δn von der Lage der Coordinatenaxen nicht unabhängig sind, so haben wir, wenn wir aus den Gleichungen (5) und (6) die ersten und zweiten Differentialquotienten von i und n in Beziehung auf c, c' und c'' gebildet haben, in die Gleichung (11) für Δc, $\Delta c'$ und $\Delta c''$ ihre Werthe aus den Gleichungen (19), (20) und (21) zu substituiren. Wir finden aber aus der Gleichung (5), wenn wir nach den Differentiationen $n = 0$ setzen:

$$\frac{di}{dc} = -\frac{\sin i}{h\sqrt{\mu}} \qquad \frac{di}{dc'} = \frac{\cos i}{h\sqrt{\mu}} \qquad \frac{di}{dc''} = 0$$
$$\frac{ddi}{dc^2} = \frac{\sin 2i}{hh} \qquad \frac{ddi}{dc'^2} = -\frac{\sin 2i}{hh} \qquad \frac{ddi}{dc''^2} = \frac{\cot i}{hh}$$
$$\frac{ddi}{dc\,dc'} = -\frac{\cos 2i}{hh} \qquad \frac{ddi}{dc\,dc''} = 0 = \frac{ddi}{dc'\,dc''}$$

also
$$\Delta i = \frac{-\Delta c\sin i + \Delta c'\cos i}{h\sqrt{\mu}} + \frac{(\Delta c^2 - \Delta c'^2)\sin 2i + \Delta c''^2\cot i - 2\Delta c\,\Delta c'\cos 2i}{2hh}$$

Die Entwickelung von $\frac{-\Delta c\sin i + \Delta c'\cos i}{h\sqrt{\mu}}$ giebt:

$$P' = \frac{o'}{h}$$
$$Q' = \mp\frac{d\xi}{di}.\frac{s'}{h}\begin{Bmatrix}+2\\-3\end{Bmatrix}.\frac{\xi\gamma'}{2h} + \frac{h'}{h}\sin i'\cos N'$$

Die Entwickelung von $\frac{\Delta c^2 - \Delta c'^2}{2hh}\sin 2i$ aber:

$$Q' = \frac{(\sigma'\sigma' - o'o')\sin 4i - 2\sigma'o'(1 - \cos 4i)}{4hh}$$

Die Entwickelung von $\frac{\Delta c''^2}{2hh}\cot i$:

$$Q' = \frac{\tau'\tau'\cot i}{2hh}$$

und die Entwickelung von $-\frac{\Delta c\,\Delta c'}{hh}\cos 2i$:

$$Q' = -\frac{(\sigma'\sigma' - o'o')\sin 4i + 2\sigma'o'(1 + \cos 4i)}{4hh}$$

Δx in $\frac{\xi\Delta x-\eta\Delta y}{r}$

Δy in $\frac{\eta\Delta x+\xi\Delta y}{r}\cos i-\Delta z\sin i$

Δz in $\frac{\eta\Delta x+\xi\Delta\eta}{r}\sin i+\Delta z\cos i$

$\Delta\alpha$ in $\frac{\xi\Delta\alpha-\eta\Delta\beta}{r}$

$\Delta\beta$ in $\frac{\eta\Delta\alpha+\xi\Delta\beta}{r}$

$\Delta\gamma$ in $\eta\Delta\alpha$ [illegible]

und finden so:

$$\Delta c=\left(\sqrt{\mu}\left(\frac{h}{r}\Delta x-\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta y\right)+r\Delta\beta+\Delta x\Delta\beta-\Delta y\Delta\alpha\right)\cos i+\left(\frac{d\xi}{dt}\Delta z\ \ldots\right.$$

$$\Delta c'=\left(\sqrt{\mu}\left(\frac{h}{r}\Delta x-\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta y\right)+r\Delta\beta+\Delta x\Delta\beta-\Delta y\Delta\alpha\right)\sin i-\left(\frac{d r}{\ldots}\ \ldots\right)$$

$$\Delta c''=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

r, z, α, β, γ die Werthe ... as bei der Bestimmung von

Entwickeln wir den hier für Δc gefundenen Ausdruck nac[h] den oben gegebenen Regeln, und vergessen wir dabei ... zu bedenken, dafs $\frac{d\xi}{dt}\left(=-\frac{\sqrt{\mu}}{h}\left(\frac{\eta}{r}+e\sin\omega\right)\ldots\right.$ $\frac{d\eta}{dt}\left(=\frac{\sqrt{\mu}}{h}\left(\frac{\xi}{r}+e\cos\omega\right)\right)$ den Factor $\sqrt{\mu}$ i[n] ... ten, so finden wir, wenn wir

$$\sigma'=\left(\frac{\eta}{r}+e\sin\omega\right)\ldots$$

setzen:

$$\frac{d\frac{1}{r}}{dy}=0=\frac{d\frac{1}{r}}{dz}$$

$$\frac{dd\frac{1}{r}}{dy^2}=-\frac{1}{r^3}=\frac{dd\frac{1}{r}}{dz^2}$$

$$=\frac{dd\frac{1}{r}}{dx\,dz}=\frac{dd\frac{1}{r}}{dy\,dz}$$

$$-\frac{\Delta x}{rr}+\frac{2\Delta x^2-\Delta y^2-\Delta z^2}{2r^3}$$

(19)... $\begin{cases}P'=\sigma'\cos i-\sigma'\sin i\ \ldots\\ Q'=\begin{Bmatrix}+2\\-1\end{Bmatrix}\cdot\left(\frac{\zeta'}{2}\ldots\right.\\ \quad+h'(\ldots\end{cases}$

...lt

wo N' ($=n'+\ldots$ ... tens der Bahn ... aufsteigender ... bezeichnet ... Ausdr[uck] ...

$$\ldots=\ldots-\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\ldots\gamma'}{2}+h'\sin i'\sin N'-\frac{\tau'\psi'}{h\sin i}$$

$$r_{\ldots}=\pm r'\ldots$$

$$r_{\ldots}''=\pm(r'+r'')-\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\eta\cdot\frac{\gamma'+\gamma''}{2}+\frac{\eta D_i''+\xi E_i''}{r}-\frac{\tau'\psi''+\tau''\psi'}{h\sin i}$$

$$\overline{rr}$$

$$Q'=\mp\frac{z'}{rr}+\frac{2x'x'-y'y'-z'z'}{2r^3}=\mp\frac{z'}{rr}+H'\quad\ldots(25)$$

giebt, wenn man

$$H'=\frac{3x'x'-r'r'}{2r^3}\qquad H_i''=\frac{2x'x''-y'y''-z'z''}{r^3}$$

setzt. Dagegen ist

$$\Delta V=2\sqrt{\mu}.\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha+\frac{h}{r}\Delta\beta\right)+\Delta\alpha^2+\Delta\beta^2+\Delta\gamma^2\ldots(26)$$

setzt.

$$(24)\ldots h\sin i.\Delta n=\mp\Sigma m'\tau'+\Sigma m'^2.F'+\Sigma m'm''.F_i''$$

6.

Die Bestimmung von $\Delta\frac{1}{2a}$ nach der Gleichung (7) setzt die Entwickelung von $\Delta\frac{1}{r}$ und ΔV voraus. Wir finden, wenn

Die Gleichung (7) selbst giebt:

$$\Delta\frac{1}{2a}=\Delta\frac{1}{r}-\tfrac{1}{2}\Delta\frac{V}{\mu}\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

Nun ist aber

$$\frac{d\frac{V}{\mu}}{dV}=\frac{1}{\mu};\quad\frac{d\frac{V}{\mu}}{d\mu}=-\frac{V}{\mu\mu};\quad\frac{dd\frac{V}{\mu}}{dV^2}=0;\quad\frac{dd\frac{V}{\mu}}{d\mu^2}=2V;\quad\frac{dd\frac{V}{\mu}}{dV\,d\mu}=-1,$$

also $\Delta\frac{V}{\mu}=\frac{\Delta V}{\mu}-\frac{V}{\mu\mu}\Delta\mu+V\Delta\mu^2-\Delta V\Delta\mu$. Setzt man hier für ΔV seinen Werth aus (26), und für $\frac{V}{\mu}$ seinen Werth aus (7), so wird

$$\Delta\frac{V}{\mu}=\frac{2}{\sqrt{\mu}}\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha+\frac{h}{r}\Delta\beta\right)+\Delta\alpha^2+\Delta\beta^2+\Delta\gamma^2-\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right).\frac{\Delta\mu}{\mu}+\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)\Delta\mu^2-2\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha+\frac{h}{r}\Delta\beta\right)\Delta\mu$$

entwickelt, wenn man

$$\chi' = \frac{e\sin\varphi}{h}\alpha' + \frac{h}{r}\beta'$$

$+\beta'\beta'+\gamma'\gamma'$ seinen Werth $V'\left(=\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)$

$$= 2\chi' + \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$$

$$Q' = \left\{\begin{matrix}+4\\-1\end{matrix}\right\}\chi' + \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{1}{ar} + V'$$

giebt. Hieraus verbunden mit (25) und (27), folgt, wenn man noch

$$\lambda' = \frac{r-2a}{r} - 2a\left(\frac{x'}{rr}+\chi'\right)$$

$$V_{,}'' = 2\,(x'x''+\beta'\beta''+\gamma'\gamma'')$$

macht,

$$\left.\begin{aligned}\Delta\frac{1}{2a} = \mp\Sigma m'\cdot\frac{\lambda'}{2a} + \Sigma m'^2\cdot\left(\mp\frac{x'}{rr}\left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{\chi'}{2} + H' - \tfrac{1}{2}V' - \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{1}{2ar}\right)\\ + \Sigma m'm''\cdot\left(\mp\frac{x'+x''}{rr}\left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{\chi'+\chi''}{2} + H_{,}'' - \tfrac{1}{2}V_{,}'' - \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{1}{ar}\right)\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(28)$$

7.

und Δe aus den bisherigen Formeln

$$\frac{dda}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = 8a^3$$

$\Delta\frac{1}{2a}\Big)^2$. Die Entwickelung von

$2a\Delta\frac{1}{2a}$ giebt vermöge der Gleichung (28):

$$P' = \lambda'$$

$$Q' = \mp\frac{2ax'}{rr}\left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}a\chi' + a(2H'-V') - \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{1}{r}$$

Die Entwickelung von $-\left(2a\Delta\frac{1}{2a}\right)^2$ aber:

$$Q' = -\lambda'^2$$

folglich

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\Delta a}{a} = \mp\Sigma m'\lambda'\\ \mp\frac{2x'}{rr}\left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\chi' + 2H' - V'\Big) - \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{1}{r} - \lambda'\lambda'\Big)\\ \frac{x'+x''}{rr}\left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot(\chi'+\chi'') + 2H_{,}'' - V_{,}''\Big) - \left(\left\{\begin{matrix}2a-r\\0\end{matrix}\right\}\right)\cdot\frac{2}{r} - 2\lambda'\lambda''\Big)\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(29)$$

Nach den Gleichungen (22) und (28) ist, wenn wir

$$w' = \frac{2\sigma' + h\left(1+(1+ee)\lambda'\right)}{2e}$$

setzen, $\Delta h + ah(1+e^2)\Delta\frac{1}{2a}$ auf Eine Dimension $= \mp\Sigma m'ew'$, folglich, wenn wir noch

$$\Theta' = \left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\chi'\left\{\begin{matrix}+7\\-1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{1}{4a} - \left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\}\cdot\frac{2}{r} - V'$$

$$\Theta_{,}'' = \left\{\begin{matrix}-4\\+1\end{matrix}\right\}\cdot(\chi'+\chi'')\left\{\begin{matrix}+7\\-1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{1}{2a} - \left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\}\cdot\frac{4}{r} - V_{,}''$$

$$L' = \frac{h}{2}\left(a\Theta' - \frac{3+ee}{4}\lambda'\lambda'\right) + \frac{w'w'}{2h}$$

$$L_{,}'' = \frac{h}{2}\left(a\Theta_{,}'' - \frac{3+ee}{2}\lambda'\lambda''\right) + \frac{w'w''}{h}$$

setzen:

$$a \;—\; \sqrt{\left(1-2h^2\cdot\frac{1}{2a}\right)}$$

$$\frac{de}{dh} = -\frac{h}{ae};\qquad \frac{de}{d\frac{1}{2a}} = -\frac{hh}{e};\qquad \frac{dde}{dh^2} = -\frac{1}{ae^3}$$

$$\frac{dde}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = -\frac{h^4}{e^3};\qquad \frac{dde}{da\,dh} = -h\,\frac{1+ee}{e^3}$$

lso $$-\frac{ae\Delta e}{h} = \Delta h + ah\Delta\frac{1}{2a} - a^2h\,\frac{3+ee}{2}\left(\Delta\frac{1}{2a}\right)^2 + \frac{\left(\Delta h + ah(1+ee)\Delta\frac{1}{2a}\right)^2}{2eeh}$$

$$\left.\begin{aligned}-\frac{ae\Delta e}{h} = \mp\Sigma m'\left(\sigma' + h\cdot\frac{1+\lambda'}{2}\right) + \Sigma m'^2\cdot\left(ah\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right) + K' + L'\right)\\ + \Sigma m'm''\cdot\left(ah\left(H_{,}''\mp\frac{x'+x''}{rr}\right) + K_{,}'' + L_{,}''\right)\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(30)$$

9.

Wir gehen jetzt zur Bestimmung von $\Delta\nu$ über. Aus der ichung (8), die auch

$$\nu = 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

geschrieben werden kann, folgt:

folglich die ganze Entwickelung von Δi:

$$P' = \frac{o'}{h}$$

$$Q' = \mp\frac{d\xi}{dt}\cdot\frac{z'}{h}\begin{Bmatrix}+2\\-3\end{Bmatrix}\frac{\xi\gamma'}{2h} + \frac{h'}{h}\sin i'\cos N' + \frac{\tau'\tau'\cot i - 2\sigma' o'}{2hh}$$

d. i.

$$(23)\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} h\Delta i = &\mp\Sigma m' o' + \Sigma m'^2\left(\pm o' - \begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\xi\gamma'}{2} + h'\sin i'\cos N' + \frac{\tau'\tau'\cot i - 2\sigma' o'}{2h}\right)\\ &+\Sigma m'm''\cdot\left(\pm(o'+o'') - \begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\xi\cdot\frac{\gamma'+\gamma''}{2} + \frac{\xi D_{\prime}'' - \eta E_{\prime}''}{r} + \frac{\tau'\tau''\cot i - \sigma' o'' - \sigma'' o'}{h}\right)\end{aligned}\right.$$

5.

Aus der Gleichung (6) finden wir, wenn wir nach den Differentiationen $n = 0$ setzen:

$$\frac{dn}{dc'} = 0 \qquad \frac{dn}{dc''} = \frac{1}{h\sqrt{\mu}\cdot\sin i}$$

$$\frac{ddn}{dc'^2} = 0 = \frac{ddn}{dc''^2} \qquad \frac{ddn}{dc'dc''} = -\left(\frac{1}{h\sin i}\right)^2$$

also $\Delta n = \frac{\Delta c''}{h\sqrt{\mu}\cdot\sin i}\left(1 - \frac{\Delta c'}{h\sin i}\right)$.

Die Entwickelung von $\frac{\Delta c''}{h\sqrt{\mu}\cdot\sin i}$ giebt:

$$P' = \frac{\tau'}{h\sin i}$$

$$Q' = \mp\frac{d\eta}{dt}\cdot\frac{z'}{h\sin i}\begin{Bmatrix}+2\\-3\end{Bmatrix}\frac{\eta\gamma'}{2h\sin i} + \frac{h'\sin i'}{h\sin i}\sin N'$$

und die Entwickelung von $-\frac{\Delta c'\,\Delta c''}{(h\sin i)^2}$:

$$Q' = -\frac{\tau'\psi'}{(h\sin i)^2}$$

folglich, wenn man

$$F' = \pm\tau' - \begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\eta\gamma'}{2} + h'\sin i'\sin N' - \frac{\tau'\psi'}{h\sin i}$$

$$F_{\prime}'' = \pm(\tau'+\tau'') - \begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\eta\cdot\frac{\gamma'+\gamma''}{2} + \frac{\eta D_{\prime}'' + \xi E_{\prime}''}{r} - \frac{\tau'\psi'' + \tau''\psi'}{h\sin i}$$

setzt,

$$(24)\ldots h\sin i\cdot\Delta n = \mp\Sigma m'\tau' + \Sigma m'^2\cdot F' + \Sigma m'm''\cdot F_{\prime}''$$

6.

Die Bestimmung von $\Delta\frac{1}{2a}$ nach der Gleichung (7) setzt die Entwickelung von $\Delta\frac{1}{r}$ und ΔV voraus. Wir finden, wenn wir nach der Differentiation für $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$ die Werthe aus den Gleichungen (1) setzen (was bei der Bestimmung von $\Delta\frac{1}{r}$ und ΔV erlaubt ist):

$$\frac{d\frac{1}{r}}{dx} = -\frac{1}{rr} \qquad \frac{d\frac{1}{r}}{dy} = 0 = \frac{d\frac{1}{r}}{dz}$$

$$\frac{dd\frac{1}{r}}{dx^2} = \frac{2}{r^3} \qquad \frac{dd\frac{1}{r}}{dy^2} = -\frac{1}{r^3} = \frac{dd\frac{1}{r}}{dz^2}$$

$$\frac{dd\frac{1}{r}}{dx\,dy} = 0 = \frac{dd\frac{1}{r}}{dx\,dz} = \frac{dd\frac{1}{r}}{dy\,dz}$$

folglich $\quad\Delta\frac{1}{r} = -\frac{\Delta x}{rr} + \frac{2\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}{2r^3}$

welches entwickelt

$$\left.\begin{aligned} P' &= -\frac{x'}{rr}\\ Q' &= \mp\frac{x'}{rr} + \frac{2x'x' - y'y' - z'z'}{2r^3} = \mp\frac{x'}{rr} + H'\end{aligned}\right\}\ldots(25)$$

giebt, wenn man

$$H' = \frac{3x'x' - r'r'}{2r^3} \qquad H_{\prime}'' = \frac{2x'x'' - y'y'' - z'z''}{r^3}$$

setzt. Dagegen ist

$$\Delta V = 2\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha + \frac{h}{r}\Delta\beta\right) + \Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2 + \Delta\gamma^2\ldots(26)$$

Die Gleichung (7) selbst giebt:

$$\Delta\frac{1}{2a} = \Delta\frac{1}{r} - \tfrac{1}{2}\Delta\frac{V}{\mu}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

Nun ist aber

$$\frac{d\frac{V}{\mu}}{dV} = \frac{1}{\mu}; \quad \frac{d\frac{V}{\mu}}{d\mu} = -\frac{V}{\mu\mu}; \quad \frac{dd\frac{V}{\mu}}{dV^2} = 0; \quad \frac{dd\frac{V}{\mu}}{d\mu^2} = 2V; \quad \frac{dd\frac{V}{\mu}}{dV\,d\mu} = -1,$$

also $\Delta\frac{V}{\mu} = \frac{\Delta V}{\mu} - \frac{V}{\mu\mu}\Delta\mu + V\Delta\mu^2 - \Delta V\Delta\mu$. Setzt man hier für ΔV seinen Werth aus (26), und für $\frac{V}{\mu}$ seinen Werth aus (7), so wird

$$\Delta\frac{V}{\mu} = \frac{2}{\sqrt{\mu}}\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha + \frac{h}{r}\Delta\beta\right) + \Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2 + \Delta\gamma^2 - \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)\cdot\frac{\Delta\mu}{\mu} + \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)\Delta\mu^2 - 2\left(\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\alpha + \frac{h}{r}\Delta\beta\right)\Delta\mu$$

welches entwickelt, wenn man

$$\chi' = \frac{e\sin\Phi}{h}\alpha' + \frac{h}{r}\beta'$$

und für $\alpha'\alpha' + \beta'\beta' + \gamma'\gamma'$ seinen Werth $V'\left(=\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)$ setzt,

$$P' = 2\chi' + \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$$

$$Q' = \begin{Bmatrix}+4\\-1\end{Bmatrix}\chi' + \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\0\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{1}{ar} + V'$$

giebt. Hieraus verbunden mit (25) und (27), folgt, wenn man noch

$$\lambda' = \frac{r-2a}{r} - 2a\left(\frac{x'}{rr} + \chi'\right)$$

$$V_{,}'' = 2(\alpha'\alpha'' + \beta'\beta'' + \gamma'\gamma'')$$

macht,

$$\left.\begin{aligned}\Delta\frac{1}{2a} = &\mp\Sigma m'\cdot\frac{\lambda'}{2a} + \Sigma m'^2\cdot\left(\mp\frac{x'}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\chi'}{2} + H' - \tfrac{1}{2}V' - \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\0\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{1}{2ar}\right)\\ &+\Sigma m'm''\cdot\left(\mp\frac{x'+x''}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\chi'+\chi''}{2} + H_{,}'' - \tfrac{1}{2}V_{,}'' - \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\0\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{1}{ar}\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(28)$$

7.

Wir wollen noch Δa und Δe aus den bisherigen Formeln bestimmen. Wir finden:

$$\frac{da}{d\frac{1}{2a}} = -2a^2 \qquad \frac{dda}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = 8a^3$$

also $-\frac{\Delta a}{a} = 2a\Delta\frac{1}{2a} - \left(2a\Delta\frac{1}{2a}\right)^2$. Die Entwickelung von $2a\Delta\frac{1}{2a}$ giebt vermöge der Gleichung (28):

$$P' = \lambda'$$

$$Q' = \mp\frac{2ax'}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}a\chi' + a(2H' - V') - \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\0\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{1}{r}$$

Die Entwickelung von $-\left(2a\Delta\frac{1}{2a}\right)^2$ aber:

$$Q' = -\lambda'^2$$

folglich

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\Delta a}{a} = &\mp\Sigma m'\lambda'\\ &+\Sigma m'^2\cdot\left(a\left(\mp\frac{2x'}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot\chi' + 2H' - V'\right) - \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\0\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{1}{r} - \lambda'\lambda'\right)\\ &+\Sigma m'm''\left(a\left(\mp 2\frac{x'+x''}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot(\chi'+\chi'') + 2H_{,}'' - V_{,}''\right) - \left(\begin{Bmatrix}2a-r\\\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{2}{r} - 2\lambda'\lambda''\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(29)$$

8.

Aus der Gleichung

$$e = \sqrt{\frac{a-hh}{a}} = \sqrt{\left(1 - 2h^2\cdot\frac{1}{2a}\right)}$$

folgt:

$$\frac{de}{dh} = -\frac{h}{ae}; \qquad \frac{de}{d\frac{1}{2a}} = -\frac{hh}{e}; \qquad \frac{dde}{dh^2} = -\frac{1}{ae^3}$$

$$\frac{dde}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = -\frac{h^4}{e^3}; \qquad \frac{dde}{da\,dh} = -h\,\frac{1+ee}{e^3}$$

also

$$-\frac{ae\Delta e}{h} = \Delta h + ah\Delta\frac{1}{2a} - a^2h\,\frac{3+ee}{2}\left(\Delta\frac{1}{2a}\right)^2 + \frac{\left(\Delta h + ah(1+ee)\Delta\frac{1}{2a}\right)^2}{2eeh}.$$

Nach den Gleichungen (22) und (28) ist, wenn wir

$$w' = \frac{2\sigma' + h\left(1 + (1+ee)\lambda'\right)}{2e}$$

setzen, $\Delta h + ah(1+e^2)\Delta\frac{1}{2a}$ auf Eine Dimension $= \mp\Sigma m'ew'$, folglich, wenn wir noch

$$\Theta' = \begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot\chi'\begin{Bmatrix}+7\\-1\end{Bmatrix}\cdot\frac{1}{4a} - \begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\cdot\frac{2}{r} - V'$$

$$\Theta_{,}'' = \begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}\cdot(\chi'+\chi'')\begin{Bmatrix}+7\\-1\end{Bmatrix}\cdot\frac{1}{2a} - \begin{Bmatrix}1\\0\end{Bmatrix}\cdot\frac{4}{r} - V_{,}''$$

$$L' = \frac{h}{2}\left(a\Theta' - \frac{3+ee}{4}\lambda'\lambda'\right) + \frac{w'w'}{2h}$$

$$L_{,}'' = \frac{h}{2}\left(a\Theta_{,}'' - \frac{3+ee}{2}\lambda'\lambda''\right) + \frac{w'w''}{h}$$

setzen:

$$\left.\begin{aligned}-\frac{ae\Delta e}{h} = &\mp\Sigma m'\left(\sigma' + h\cdot\frac{1+\lambda'}{2}\right) + \Sigma m'^2\cdot\left(ah\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right) + K' + L'\right)\\ &+\Sigma m'm''\cdot\left(ah\left(H_{,}''\mp\frac{x'+x''}{rr}\right) + K_{,}'' + L_{,}''\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(30)$$

9.

Wir gehen jetzt zur Bestimmung von $\Delta\nu$ über. Aus der Gleichung (8), die auch

$$\nu = 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{\mu}\cdot\left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

geschrieben werden kann, folgt:

$$\frac{d\nu}{d\mu} = \frac{\nu}{2\mu}; \quad \frac{d\nu}{d\frac{1}{2a}} = 3a\nu; \quad \frac{dd\nu}{d\mu^2} = -\frac{\nu}{4}; \quad \frac{dd\nu}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = 8a^2\nu; \quad \frac{dd\nu}{d\mu\, d\frac{1}{2a}} = \frac{3a\nu}{2}$$

also $\Delta\nu = \frac{\nu}{2\mu}\Delta\mu + 3a\nu\,\Delta\frac{1}{2a} - \frac{\nu}{8}\Delta\mu^2 + \frac{3a\,a\nu}{2}\left(\Delta\frac{1}{2a}\right)^2 + \frac{3a\nu}{2}\Delta\mu\,\Delta\frac{1}{2a}$, welches, zufolge der Gleichung (28), in Verbindung mit den in § 2 gegebenen Regeln

$$(31)\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \frac{\Delta\nu}{\nu} = \mp\Sigma m'.\frac{3\lambda'-1}{2} \\ +\Sigma m'^2.\left(3a\left(\mp\frac{x'}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}.\frac{\chi'}{2}+H'-\tfrac{1}{2}V'\right)-\left(\begin{Bmatrix}3a-r\\0\end{Bmatrix}\right).\frac{1}{r}+3.\frac{(1-\lambda')^2}{8}\right) \\ +\Sigma m'm''.\left(3a\left(\mp\frac{x'+x''}{rr}\begin{Bmatrix}-4\\+1\end{Bmatrix}.\frac{\chi'+\chi''}{2}+H_{,}''-\tfrac{1}{2}V_{,}''\right)-\left(\begin{Bmatrix}3a-r\\0\end{Bmatrix}\right).\frac{2}{r}+\tfrac{3}{4}(1-\lambda')(1-\lambda'')\right) \end{cases}$$

giebt. Das erste Glied dieses Ausdrucks, $\mp\Sigma m'.\frac{3\lambda'-1}{2}$, fehlt bei *Bessel* a. a. O. S. 46, und würde nach den dort gebrauchten Bezeichnungen

$$\mu.\left\{A.\frac{3a}{rr}+A'.\frac{3ae\sin\Phi}{h}-B'.\frac{3ah}{r}+\frac{3a}{r}-1\right\}$$

lauten; es darf bei der Reduction der Elemente vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct zwischen Sonne, Merkur, Venus, Erde und Mars nicht übergangen werden, weil die mittlere Bewegung nicht von der grofsen Axe allein, sondern von dieser und von der im Centralpunct vereinigten Masse zugleich abhängig ist.

10.

Zur Bestimmung von $\Delta\omega$ betrachten wir die beiden Theile der Formel (9), welche respective $= \omega + \varphi$ und $-\varphi$ sind, abgesondert von einander, oder wir bestimmen $\Delta(\omega+\varphi)$ und $-\Delta\varphi$. Die ersten und zweiten Differentialquotienten von $\omega+\varphi$ in Beziehung auf x, y, z und n finden wir durch die allgemeinen Formeln:

$$d(\omega+\varphi) = -\frac{r}{\eta}\,d\left(\frac{x}{r}\cos n + \frac{y}{r}\sin n\right)$$

$$d\eta = \frac{\eta}{r}dr + \xi\,d(\omega+\varphi)$$

jene Differentialquotienten lauten, wenn wir nach den Differentiationen $n = 0$ setzen, und dann ξ statt x, $\eta\cos i$ statt y, und $\eta\sin i$ statt z schreiben:

$$\frac{d(\omega+\varphi)}{dx} = -\frac{\eta}{rr} \qquad \frac{d(\omega+\varphi)}{dy} = \frac{\xi\cos i}{rr}$$

$$\frac{d(\omega+\varphi)}{dz} = \frac{\xi\sin i}{rr} \qquad \frac{d(\omega+\varphi)}{dn} = -\cos i$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dx^2} = \frac{2\xi\eta}{r^4} \qquad \frac{dd(\omega+\varphi)}{dy^2} = \frac{\xi}{rr}\left(\frac{\sin i^2}{\eta} - \frac{2\eta\cos i^2}{rr}\right)$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dz^2} = \frac{\xi}{rr}\left(\frac{\cos i^2}{\eta} - \frac{2\eta\sin i^2}{rr}\right) \qquad \frac{dd(\omega+\varphi)}{dn^2} = \frac{\xi}{\eta}\sin i^2$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dx\,dy} = \frac{\cos i}{rr}.\frac{\eta\eta-\xi\xi}{rr}. \qquad \frac{dd(\omega+\varphi)}{dx\,dz} = \frac{\sin i}{rr}.\frac{\eta\eta-\xi\xi}{rr}$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dy\,dz} = -\frac{\xi}{\eta}.\frac{\sin i\cos i}{rr}.\frac{rr+2\eta\eta}{rr}$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dx\,dn} = 0 \qquad \frac{dd(\omega+\varphi)}{dy\,dn} = -\frac{\sin i^2}{\eta}$$

$$\frac{dd(\omega+\varphi)}{dz\,dn} = \frac{\sin i\cos i}{\eta}.$$

Transformiren wir zugleich $\Delta x, \Delta y$, Δz auf die in §. 2 angezeigte Weise, und bezeichnen wir, wie dort, die auf das neue Coordinatensystem bezogenen endlichen Differenzen gleichfalls mit Δx, Δy, Δz, so finden wir: $\cos i\,\Delta n + \Delta(\omega+\varphi) =$

$$\frac{\Delta y}{r}\left(1-\frac{\Delta x}{r}\right) + \Delta n.\frac{\sin i}{\eta}\left(\frac{\xi}{2}\sin i\,\Delta n + \Delta z\right) + \frac{\xi}{2r\eta}\Delta z^2$$

Hier giebt die Entwickelung von $\frac{\Delta y}{r}$:

$$P' = \frac{y'}{r}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(32)$$

$$Q' = \pm\frac{y'}{r}$$

Die Entwickelung von $-\frac{\Delta x\,\Delta y}{rr}$:

$$Q' = -\frac{x'y'}{rr}$$

Die Entwickelung von $\frac{\xi\sin i^2}{2\eta}\Delta n^2$ zufolge (24):

$$Q' = \frac{\xi}{\eta}.\frac{\tau'\tau'}{2h^2}$$

Die Entwickelung von $\frac{\sin i}{\eta}.\Delta n\,\Delta z$ zufolge (24):

$$Q' = \frac{z'\tau'}{h\eta}$$

und die Entwickelung von $\frac{\xi}{2r\eta}\Delta z^2$:

$$Q' = \frac{\xi z'z'}{2r\eta}$$

Die Summe dieser fünf verschiedenen Q' ist

$$= \pm\frac{\gamma'}{r} - \frac{x'\gamma'}{rr} + \frac{\tau'}{h\eta}\left(\frac{\xi\tau'}{2h} + z'\right) + \frac{\xi z' z'}{2r r\eta}$$

$$= \pm\frac{\gamma'}{r} - \frac{x'\gamma'}{rr} + \frac{\tau'}{2h\eta}\left(\frac{\xi\tau' - \eta o'}{h} + 2z'\right) + \frac{1}{2h}\left(\frac{h\xi}{rr\eta} z'z' + \frac{o'\tau'}{h}\right).$$

Da aber $\frac{\xi\tau' - \eta o'}{h} = -z'$, so wird jene Summe

$$(33) \ldots\ldots\ldots\ldots = \pm\, \iota' \frac{\gamma'}{r} + Z'$$

wo $\iota' = \frac{r \mp x'}{r}$ gesetzt ist, und Z' durch die Gleichungen

$$g' = \gamma' - \frac{e\sin\varphi}{hr} z'$$

$$Z' = \frac{1}{2h}\left(z'g' + \frac{o'\tau'}{h}\right)$$

bestimmt wird. Zur Entwickelung von $-\Delta\varphi$ finden wir aus der Gleichung (9) die allgemeine Gleichung:

$$d\varphi = -\frac{1}{\sin\varphi}\cdot d\left(\frac{1}{e}\left(h^2 . \frac{1}{r} - 1\right)\right)$$

und die Werthe der einzelnen Differentialquotienten von φ in Bezug auf h, $\frac{1}{r}$ und e:

$$\frac{d\varphi}{dh} = -\frac{2h}{re\sin\varphi} \quad \frac{d\varphi}{d\frac{1}{r}} = -\frac{h^2}{e\sin\varphi} \quad \frac{d\varphi}{de} = \frac{\cot\varphi}{e} \quad \frac{dd\varphi}{dh^2} = -2.\frac{2\cos\varphi + e(1+\cos\varphi^2)}{ree\sin\varphi^3} \quad \frac{dd\varphi}{\left(d\frac{1}{r}\right)^2} = -\left(\frac{h^2}{e\sin\varphi}\right)^2\cot\varphi$$

$$\frac{dd\varphi}{de^2} = -\frac{1+\sin\varphi^2}{ee\,tg\,\varphi\sin\varphi^2} \qquad \frac{dd\varphi}{dh\,d\frac{1}{r}} = -2h.\frac{e+\cos\varphi}{ee\sin\varphi^3} \qquad \frac{dd\varphi}{dh\,de} = \frac{2h}{ree\sin\varphi^3} \qquad \frac{dd\varphi}{d\frac{1}{r}de} = \frac{hh}{ee\sin\varphi^3},$$ also

$$-\frac{e\sin\varphi}{h}\Delta\varphi = \frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} + \frac{\cos\varphi}{ae}.\frac{-ae\Delta e}{h} + \frac{\Delta h}{h}\left(\frac{\Delta h}{r} + 2h\Delta\frac{1}{r}\right)$$
$$+ \frac{h\cot\varphi}{2e\sin\varphi}\left(\frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} + \frac{1+\sin\varphi^2}{ae\cos\varphi}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right)\left(\frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} + \frac{\cos\varphi}{ae}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right)$$

Nach (22), (25) und (30) ist aber, wenn man bei einer Dimension stehen bleibt, und

$$b' = \frac{\sigma'}{h} + \tfrac{1}{2} \qquad d' = \frac{1}{r}\left(\sigma' + \frac{h}{2} - \frac{2hx'}{r}\right)$$

$$p' = \left(\frac{r+x'}{r} + \frac{r\beta'}{h}\right)\sin\varphi \qquad q' = \frac{\gamma'}{a} + h\alpha'$$

$$\rho' = p'(2e+\cos\varphi) + q'.\frac{3-\cos 2\varphi}{2} + \frac{2e\cos\varphi}{r}\gamma' + \frac{h}{2}\beta'\sin 2\varphi$$

$$v' = \rho' - q'\cos\varphi - \frac{2e}{r}\gamma' + h\beta'\sin\varphi$$ macht,

$$\frac{\Delta h}{h} = \mp\Sigma m' b' \qquad \frac{\Delta h}{r} + 2h\Delta\frac{1}{r} = \mp\Sigma m' d'$$

$$\frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} = \mp\Sigma m'.\left(\frac{2\sigma'+h}{r} - \frac{hx'}{rr}\right) = \mp\Sigma m'\left(\frac{h}{r}.\frac{r+x'}{r} - \frac{2e\sin\varphi}{h}.\frac{\gamma'}{r} + 2\beta'\right) = \mp\Sigma m'.\left(\frac{hp'}{r\sin\varphi} - \frac{2e\sin\varphi}{hr}\gamma' + \beta'\right);$$

$$\frac{1+\sin\varphi^2}{ae\cos\varphi}.\frac{-ae\Delta e}{h} = \mp\Sigma m'.\frac{1+\sin\varphi^2}{ae\cos\varphi}\left(\sigma' + h.\frac{1+\lambda'}{2}\right) = \mp\Sigma m'(1+\sin\varphi^2)\left(-\frac{h\cos\varepsilon}{r\cos\varphi}.\frac{r+x'}{r} - \frac{q'}{h}tg\varphi - \left(1+\frac{\cos\varepsilon}{\cos\varphi}\right)\beta'\right)$$
$$= \mp\Sigma m'(1+\sin\varphi^2)\left(-\frac{\cos\varepsilon}{\cos\varphi}.\frac{hp'}{r\sin\varphi} - \frac{q'}{h}tg\,\varphi - \beta'\right);$$

$$\frac{\cos\varphi}{ae}.\frac{-ae\Delta e}{h} = \mp\Sigma m'.\frac{\cos\varphi}{ae}.\left(\sigma' + h.\frac{1+\lambda'}{2}\right) = \mp\Sigma m'\cos\varphi\left(-\frac{h\cos\varepsilon}{r}.\frac{r+x'}{r} - \frac{q'}{h}\sin\varphi - (\cos\varphi + \cos\varepsilon)\beta'\right)$$
$$= \mp\Sigma m'\cos\varphi\left(-\cos\varepsilon.\frac{hp'}{r\sin\varphi} - \frac{q'}{h}\sin\varphi - \beta'\cos\varphi\right);$$

folglich

$$h\cot\varphi\left(\frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} + \frac{1+\sin\varphi^2}{ae\cos\varphi}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right) = \pm\Sigma m'\rho';$$

$$\frac{h}{\sin\varphi}.\left(\frac{2\Delta h}{r} + h\Delta\frac{1}{r} + \frac{\cos\varphi}{ae}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right) = \mp\Sigma m' v'.$$

Die Entwickelung der einzelnen Glieder des obigen Ausdrucks für $-\frac{e\sin\varphi}{h}.\Delta\varphi$ giebt also folgende P' und Q':

	P'
$\frac{2\Delta h}{r}$	$\frac{2\sigma'+h}{r}$
$h\Delta\frac{1}{r}$	$-\frac{hx'}{rr} = -\frac{\sigma'}{r} - \frac{s\sin\Phi}{hr}\gamma'+\beta'$

zusammen .... $\frac{\sigma'+h}{r} - \frac{s\sin\Phi}{hr}\gamma'+\beta'$

$\frac{\cos\Phi}{ae}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}$	$\frac{\cos\Phi}{ae}\left(\sigma'+h\frac{1+\lambda'}{2}\right) = \frac{\cos\Phi}{ae}\left(\sigma'-h\frac{a-r}{r}-a\left(\frac{hx'}{rr}+h\chi'\right)\right) = -\cos\Phi\left(\cos\epsilon.\frac{\sigma'+h}{r}+\left(\frac{\gamma'}{hr}+x'\right)\sin\Phi+\beta'\cos\Phi\right)$
In Summa. $-e\frac{\sin\Phi}{h}\Delta\Phi$	$\frac{\sin\Phi}{h}\left(l'\sin\Phi-\frac{e}{r}\gamma'-s'\cos\Phi\right)$, wo $l'=\frac{\sigma'}{h}+h\beta'+1$, und $s'=\frac{\gamma'}{r}+hx'$ gesetzt ist.
also $-\Delta\Phi$ giebt	$\frac{l'\sin\Phi-s'\cos\Phi}{e}-\frac{\gamma'}{r}$
Oben (32) hatten wir	.... $\frac{\gamma'}{r}$
in Summa: $\cos i\,\Delta n+\Delta\omega$	$\frac{l'\sin\Phi-s'\cos\Phi}{e}$ ....(34)

	Q'
$\frac{2\Delta h}{r}$	$\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}\cdot\frac{h}{4r}+\frac{2K'}{r}$
$h\Delta\frac{1}{r}$	$h\left(H'\pm\frac{x'}{rr}\right)$
$\frac{\cos\Phi}{ae}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}$	$\frac{h\cos\Phi}{e}\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)+\frac{K'+L'}{ae}\cos\Phi$
$\frac{\Delta h}{h}\left(\frac{\Delta h}{r}+2h\Delta\frac{1}{r}\right)$	$b'd'$
Das noch übrige Glied von $-\frac{e\sin\Phi}{h}\Delta\Phi$	$-\frac{\rho'v'}{2eh}$
in Summa: $-\frac{e\sin\Phi}{h}\Delta\Phi$	$\frac{h^3\cos\epsilon}{re}\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}\frac{h}{4r}+\frac{2K'}{r}+\frac{K'+L'}{ae}\cos\Phi+b'd'-\frac{\rho'v'}{2eh}$

also $-\Delta\Phi$ giebt, wenn wir

$$B' = \frac{1}{e\sin\Phi}\left(h\left(\frac{2K'}{r}+\frac{K'+L'}{ae}\cos\Phi+b'd'\right)-\frac{\rho'v'}{2e}\right)$$

$$B_{,}'' = \frac{1}{e\sin\Phi}\left(h\left(\frac{2K_{,}''}{r}+\frac{K_{,}''+L_{,}''}{ae}\cos\Phi+b'd''+b''d'\right)-\frac{\rho'v''+\rho''v'}{2e}\right)$$

setzen:

$$(35)\ldots\left\{\begin{array}{l} Q' = \frac{h^4\cos\epsilon}{ree\sin\Phi}\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}\cdot\frac{hh}{4re\sin\Phi}+B' \\ \text{Oben (33) hatten wir: } Q' = \pm\frac{1'\gamma'}{r}+Z' \end{array}\right.$$

Ehe wir diese verschiedenen Q' addiren, bemerken wir, dafs es für die Bestimmung der von einem einzelnen grösseren Planeten herrührenden Aenderungen der Kometen-Elemente von einem Perihelium bis zum andern nicht genügt, die Reduction des Orts des Periheliums vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct des Sonnensystems, oder umgekehrt, in der Form $\cos i.\Delta n+\Delta\omega$ auszudrücken; denn diese Reduction mufs mit den allmäligen, durch mechanische Quadratur herausgebrachten Aenderungen zusammengefügt werden, und es würde, weil i veränderlich ist, fehlerhaft sein, das Integral $f(\cos i.dn+d\omega)$ durch $\cos i\,fdn+fd\omega$ auszudrücken, wofern man nicht die Glieder von der Ordnung der Quadrate und Producte der störenden Massen ganz vernachlässigen will. Wir müssen daher $\Delta\omega$ explicite ausdrücken. Es dient indessen bei solchen Kometen, welche nicht etwa von Mitternacht gegen Mittag laufen, sondern sich, wenngleich rückgängig, hinsichtlich ihrer Neigung einigermaafsen den Planetenbahnen nähern, zu gröfserer Schärfe der Rechnung, den Ort des Periheliums nicht in der Form ω (Abstand des Perihels vom Knoten), sondern, wie bei den Planeten, in der Form des Periheliums in der Bahn auszudrücken. Bezeichnen wir das letztere mit ϖ, so ist $\varpi = n[\pm]\omega$, wo die Haken [ ] nicht mit den bisher gebrauchten zu verwechseln sind, und das obere Zeichen sich auf rechtläufige, das untere auf rückgängige Kometen sich bezieht. Diese Betrachtungsweise werden wir auch beim *Halley*schen Kometen vorziehen, da wegen seiner geringen Neigung n und ω etwa dreimal weniger sicher sind als i, diese Unsicherheit aber durch die Zusammenfügung $n[\pm]\omega$ gröfstentheils aufgehoben wird. Wir finden

$$\Delta\varpi = [\pm](\cos i\,\Delta n+\Delta\omega)+\frac{h\sin i\,\Delta n}{h}\,tg\,\tfrac{1}{2}I$$

wo I die durch einen spitzen Winkel ausgedrückte Neigung der Kometenbahn gegen die feste Ebene bedeutet, der Komet mag rechtläufig oder rückgängig sein. Fügen wir nun zu der unter (34) gefundenen P' und zu den unter (35) gefundenen Q' die aus der Entwickelung von $\frac{h\sin i\,\Delta n}{h}\,tg\,\tfrac{1}{2}I$ hervorgehende und durch die Gleichung (24) zu bestimmenden P' und Q' und setzen wir

$$x' = \frac{1}{r}\left(\frac{h^4 \cos s}{ree \sin \varphi} \pm \gamma'\right), \quad \text{und} \quad Z_{,}^{e} = \frac{1}{2h}\left(s' g^e + s^e g' + \frac{\sigma' \tau^e + \sigma^e \tau'}{h}\right),$$

so erhalten wir.

$$\Delta\pi = \mp \Sigma m'\left([\pm]\frac{l' \sin\varphi - s'\cos\varphi}{e} + \frac{\tau'}{h} tg \tfrac{1}{2} I\right) + \Sigma m'^2\left[[\pm]\left(\iota' x' + \frac{hh}{re \sin\varphi}\left(\frac{hh \cos s}{e}\left[H' - \frac{1}{r}\right]\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}\cdot\tfrac{1}{4}\right) + B' + Z'\right) + \frac{F'}{h} tg \tfrac{1}{2} I\right]$$
$$+ \Sigma m' m''\left[[\pm]\left(\iota' x^e + \iota^e x' + \frac{hh}{re \sin\varphi}\left(\frac{hh \cos s}{e}\left[H_{,}'' - \frac{2}{r}\right]\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}\cdot\tfrac{1}{4}\right) + B_{,}'' + Z_{,}''\right) + \frac{F_{,}^{e}}{h} tg \tfrac{1}{2} I\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (36)$$

11.

Zur Bestimmung von ΔM haben wir erst Δs zu entwickeln. Wir finden die Differentialquotienten von s in Beziehung auf e, $\frac{1}{2a}$ und $\frac{1}{r}$ durch die allgemeine Gleichung:

$$ds = -\frac{1}{\sin s}\cdot d\left[\frac{1}{e}\left(1 - 2\cdot\frac{1}{2a}\cdot\left(\frac{1}{r}\right)^{-1}\right)\right]$$

Diese Differentialquotienten haben folgende Werthe:

$$\frac{ds}{de} = \frac{\cot s}{e} \qquad \frac{ds}{d\frac{1}{2a}} = \frac{2r}{e \sin s} \qquad \frac{ds}{d\frac{1}{r}} = -\frac{rr}{ae \sin s}$$

$$\frac{dds}{de^2} = -\cot s\cdot\frac{1 + \sin s^2}{ee \sin s^2}; \qquad \frac{dds}{\left(d\frac{1}{2a}\right)^2} = -\frac{4rr \cot s}{(e \sin s)^2}; \qquad \frac{dds}{\left(d\frac{1}{r}\right)^2} = -\frac{\cos s - (1 + \sin s^2)e}{aee \sin s^3} r^3;$$

$$\frac{dds}{de\, d\frac{1}{2a}} = -\frac{2r}{ee \sin s^3}; \qquad \frac{dds}{de\, d\frac{1}{r}} = \frac{rr}{aee \sin s^2}. \qquad \frac{dds}{d\frac{1}{2a}\, d\frac{1}{r}} = \frac{2r^2 \cos\varphi}{aee \sin s^3}.$$

Daher wird $ae \sin s\cdot\Delta s =$

$$\left(1 - \frac{r \cot s}{e \sin s}\Delta\frac{1}{2a} + h\frac{1 + \sin s^2}{2a ee \sin s^2}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}\right)\left(2ar\Delta\frac{1}{2a} - \frac{h \cos s}{e}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}\right)$$
$$-r^2\left(1 - \frac{r}{e \sin s^2}\left(2\cos\varphi\cdot\Delta\frac{1}{2a} - \frac{\cos s - (1 + \sin s^2)e}{2}\Delta\frac{1}{r}\right) + \frac{h}{aee \sin s^2}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}\right)\Delta\frac{1}{r}$$

Nach (25), (28) und (30) ist aber, wenn man bei einer Dimension stehen bleibt, und

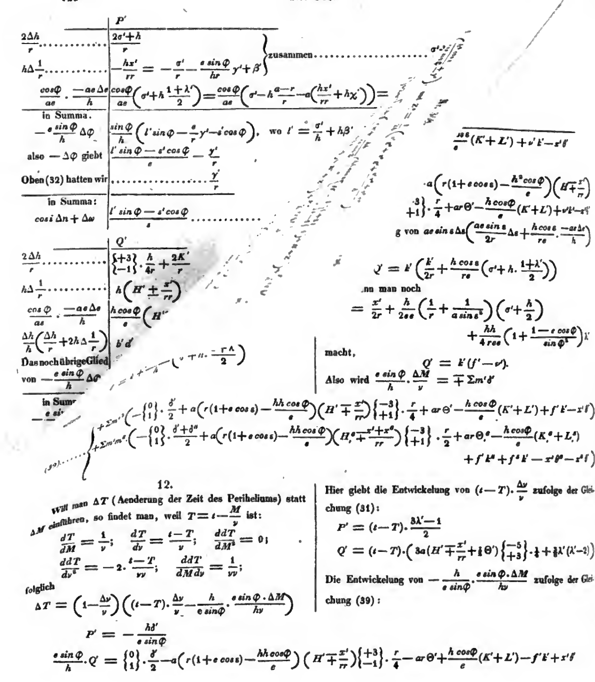
$$\nu' = \frac{1}{2ee}\left(\frac{h}{a}\cdot\frac{1 + \sin s^2}{\sin s^2}\left(\sigma' + \frac{h}{2}\right) + \left(\frac{rr}{2aa \sin s^2} + \tfrac{1}{2} - e^2\right)\lambda'\right)$$
$$k' = x' - \frac{h \cos s}{e}\left(\sigma' + \frac{h}{2}\right) + \frac{r}{2}\left(1 - \frac{\cos\varphi}{e}\right)\lambda'$$
$$\vartheta' = \left(\frac{hh \cot\varphi}{re \sin\varphi} - 1\right)\cdot\frac{x'}{2r} - \frac{h \cot s^2}{2aee}\left(\sigma' + \frac{h}{2}\right) - \left(1 + \left(\frac{\cot\varphi}{2e}\right)^2 - \left(\frac{1}{2 \sin\varphi}\right)^2\right)\lambda'$$

macht,

$$-\frac{r \cot s}{e \sin s}\cdot\Delta\frac{1}{2a} + h\cdot\frac{1 + \sin s^2}{2aee \sin s^2}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h} \ldots\ldots\ldots\ldots = \mp\Sigma m'\nu'$$
$$2ar\Delta\frac{1}{2a} - \frac{h \cos s}{e}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h} \ldots\ldots\ldots\ldots = \mp\Sigma m'(k' - x')$$
$$-\frac{r}{e \sin s^2}\left(2\cos\varphi\cdot\Delta\frac{1}{2a} - \frac{\cos s - (1 + \sin s^2)e}{2}\Delta\frac{1}{r}\right) + \frac{h}{aee \sin s^2}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h} = \mp\Sigma m'(\nu' - \vartheta')$$
$$-r^2\Delta\frac{1}{r} = \mp\Sigma m' x'$$

Die Entwickelung der einzelnen Glieder des obigen Ausdrucks für $ae \sin s\cdot\Delta s$ giebt also folgende P' und Q':

	P'
$2ar\Delta\frac{1}{2a}$	$r\lambda'$
$-\frac{h \cos s}{e}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}$	$-\frac{h \cos s}{e}\left(\sigma' + h\cdot\frac{1 + \lambda'}{2}\right)$
$-r^2\Delta\frac{1}{r}$	x'
$ae \sin s\cdot\Delta s$	k' ……………………………(37)



	P'
$\frac{2\Delta h}{r}$	$\frac{2\sigma'+h}{r}$ } zusammen .... σ'...
$h\Delta\frac{1}{r}$	$-\frac{hx'}{rr} = -\frac{\sigma'}{r} - \frac{e\sin\Phi}{hr}\gamma' + \beta'$ }
$\frac{\cos\Phi}{ae} \cdot \frac{-ae\Delta e}{h}$	$\frac{\cos\Phi}{ae}\left(\sigma'+h\frac{1+\lambda'}{2}\right) = \frac{\cos\Phi}{ae}\left(\sigma'-h\frac{a-r}{r}-a\left(\frac{hx'}{rr}+h\chi'\right)\right) =$ ...
in Summa.	
$-\frac{e\sin\Phi}{h}\Delta\Phi$	$\frac{\sin\Phi}{h}\left(l'\sin\Phi - \frac{e}{r}\gamma' - s'\cos\Phi\right)$, wo $l' = \frac{\sigma'}{h} + h\beta'$
also $-\Delta\Phi$ giebt	$\frac{l'\sin\Phi - s'\cos\Phi}{e} - \frac{\gamma'}{r}$
Oben (32) hatten wir	.... $\frac{\gamma'}{r}$
in Summa:	
$\cos i\,\Delta n + \Delta\omega$	$\frac{l'\sin\Phi - s'\cos\Phi}{e}$ ....

$\frac{\ldots}{e}(K'+L') + \nu' k' - x' f'$

$\cdot a\left(r(1+e\cos\varepsilon) - \frac{h^2\cos\Phi}{e}\right)\left(H' \mp \frac{x'}{rr}\right)$

$\left.\begin{matrix}-3\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{r}{4} + ar\Theta' - \frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L') + \nu' k' - x' f'$

...g von $ae\sin\varepsilon\,\Delta\varepsilon\left(\frac{ae\sin\varepsilon}{2r}\Delta\varepsilon + \frac{h\cos\varepsilon}{re}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}\right)$

	Q'
$\frac{2\Delta h}{r}$	$\left\{\begin{matrix}+3\\-1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{h}{4r} + \frac{2K'}{r}$
$h\Delta\frac{1}{r}$	$h\left(H' \pm \frac{x'}{rr}\right)$
$\frac{\cos\Phi}{ae} \cdot \frac{-ae\Delta e}{h}$	$\frac{h\cos\Phi}{e}\left(H' \ldots\right.$
$\frac{\Delta h}{h}\left(\frac{\Delta h}{r} + 2h\Delta\frac{1}{r}\right)$	$k'd'$
Das noch übrige Glied	... $\left(\ldots + \frac{\ldots r\lambda}{2}\right)$
von $-\frac{e\sin\Phi}{h}\Delta\Phi$	
in Sum...	
$-\frac{e\sin\ldots}{\ldots}$	

$$Q' = k'\left(\frac{k'}{2r} + \frac{h\cos\varepsilon}{re}\left(\sigma' + h\cdot\frac{1+\lambda'}{2}\right)\right)$$

...nn man noch

$$= \frac{x'}{2r} + \frac{h}{2ee}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a\sin\varepsilon^2}\right)\left(\sigma' + \frac{h}{2}\right)$$

$$+ \frac{hh}{4ree}\left(1 + \frac{1-e\cos\Phi}{\sin\Phi^2}\right)k'$$

macht,

$$Q' = k'(f' - \nu').$$

Also wird $\frac{e\sin\Phi}{h}\cdot\frac{\Delta M}{\nu} = \mp\Sigma m'\delta'$

$$(39)\ldots\left\{\begin{aligned}&+\Sigma m'\left(-\left\{\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{\delta'}{2} + a\left(r(1+e\cos\varepsilon) - \frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H' \mp \frac{x'}{rr}\right)\left\{\begin{matrix}-3\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{r}{4} + ar\Theta' - \frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L') + f'k' - x'f'\right)\\&+\Sigma m'm''\left(-\left\{\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{\delta'+\delta''}{2} + a\left(r(1+e\cos\varepsilon) - \frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H_{,}'' \mp \frac{x'+x''}{rr}\right)\left\{\begin{matrix}-3\\+1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{r}{2} + ar\Theta_{,}'' - \frac{h\cos\Phi}{e}(K_{,}''+L_{,}'')\right.\\&\qquad\left. + f'k'' + f''k' - x'f'' - x''f'\right)\end{aligned}\right.$$

12.

Will man ΔT (Aenderung der Zeit des Periheliums) statt ΔM einführen, so findet man, weil $T = t - \frac{M}{\nu}$ ist:

$$\frac{dT}{dM} = \frac{1}{\nu};\quad \frac{dT}{d\nu} = \frac{t-T}{\nu};\quad \frac{ddT}{dM^2} = 0;$$

$$\frac{ddT}{d\nu^2} = -2\cdot\frac{t-T}{\nu\nu};\quad \frac{ddT}{dM\,d\nu} = \frac{1}{\nu\nu};$$

folglich

$$\Delta T = \left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu}\right)\left((t-T)\cdot\frac{\Delta\nu}{\nu} - \frac{h}{e\sin\Phi}\cdot\frac{e\sin\Phi\cdot\Delta M}{h\nu}\right)$$

Hier giebt die Entwickelung von $(t-T)\cdot\frac{\Delta\nu}{\nu}$ zufolge der Gleichung (31):

$$P' = (t-T)\cdot\frac{3\lambda'-1}{2}$$

$$Q' = (t-T)\cdot\left(3a\left(H' \mp \frac{x'}{rr} + \tfrac{1}{2}\Theta'\right)\left\{\begin{matrix}-5\\+3\end{matrix}\right\}\cdot\tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{8}\lambda'(\lambda'-2)\right)$$

Die Entwickelung von $-\frac{h}{e\sin\Phi}\cdot\frac{e\sin\Phi\cdot\Delta M}{h\nu}$ zufolge der Gleichung (39):

$$P' = -\frac{h\delta'}{e\sin\Phi}$$

$$\frac{e\sin\Phi}{h}\cdot Q' = \left\{\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{\delta'}{2} - a\left(r(1+e\cos\varepsilon) - \frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H' \mp \frac{x'}{rr}\right)\left\{\begin{matrix}+3\\-1\end{matrix}\right\}\cdot\frac{r}{4} - ar\Theta' + \frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L') - f'k' + x'f'$$

Entwickelung von $-\frac{\Delta\nu}{\nu}\left((t-T)\frac{\Delta\nu}{\nu}-\frac{h}{e\sin\varphi}\cdot\frac{e\sin\varphi\,\Delta M}{h\nu}\right)$

$$Q' = \frac{3\lambda'-1}{2}\left(\frac{h\delta'}{e\sin\varphi}-(t-T)\cdot\frac{3\lambda'-1}{2}\right)$$

$$= (3\lambda'-1)\cdot\frac{h\delta'}{2e\sin\varphi}-\frac{t-T}{4}-3\lambda'(6\lambda'-4)\cdot\frac{t-T}{8}$$

$$= \mp\Sigma m'\left(\frac{3\lambda'-1}{2}(t-T)-\frac{h\delta'}{e\sin\varphi}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}
&1\Big\}\Big)\cdot\frac{h\delta'}{2e\sin\varphi}+a\left(3(t-T)-\frac{hr(1+e\cos\varepsilon)}{e\sin\varphi}+\frac{h^2\cot\varphi}{ee}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\left(\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{4e\sin\varphi}\right)\\
&\quad+a\left(3\cdot\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{e\sin\varphi}\right)\Theta'-3\lambda'(5\lambda'-2)\cdot\frac{t-T}{8}+\frac{hh\cot\varphi}{ee}(K'+L')-h\cdot\frac{f'k'-x'\theta'}{e\sin\varphi}\Big]\\
&\begin{Bmatrix}3\lambda'-1\\3\lambda'\end{Bmatrix}\Big)\delta''+\left(\begin{Bmatrix}3\lambda''-1\\3\lambda''\end{Bmatrix}\right)\delta'\Big)+a\left(3(t-T)-\frac{hr(1+e\cos\varepsilon)}{e\sin\varphi}+\frac{h^2\cot\varphi}{ee}\right)\left(H_{,}''\mp\frac{x'+x''}{rr}\right)\\
&\quad\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\left(t-T-\frac{rh}{2e\sin\varphi}\right)+a\left(3\cdot\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{e\sin\varphi}\right)\Theta_{,}''-3\left(\lambda'(5\lambda''-2)+\lambda''(5\lambda'-2)\right)\frac{t-T}{8}\\
&\quad+\frac{hh\cot\varphi}{ee}(K_{,}''+L_{,}'')-h\cdot\frac{f'k''+f''k'-x'\theta''-x''\theta'}{e\sin\varphi}\Big]
\end{aligned}\right\}\ldots(40)$$

bschnitt.

ruhend gedachten Schwer-
hem die Masse $1+\Sigma m'$
pse beschriebe, so würde
... Coordinaten x', y', z' von den
... Kräften

$$(1)\ldots\ldots \frac{ddx}{dt^2} = -\frac{1+\Sigma m'}{rr} \qquad \frac{ddy}{dt^2} = 0 \qquad \frac{ddz}{dt^2} = 0$$

getrieben werden, wo r, wie weiterhin überall, die Entfernung des Kometen vom Schwerpunct des Sonnensystems bedeutet.

Er wird aber statt dessen von dem beweglichen Mittelpunct der Sonne, dessen Coordinaten

$$-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'} \qquad -\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'} \qquad -\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}$$

sind, und von den beweglichen Planeten m', m''...., deren Coordinaten

$$x'-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'} \qquad y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'} \qquad z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}$$

$$x''-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'} \qquad y''-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'} \qquad z''-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'} \text{ u. s. w.}$$

sind, angezogen, und bewegt sich daher mit den von der Sonne herrührenden Kräften:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ddx}{dt^2} &= -\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddy}{dt^2} &= \quad -\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddz}{dt^2} &= \quad -\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

und mit den vom Planeten m' herrührenden Kräften:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ddx}{dt^2} &= -m'\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddy}{dt^2} &= \quad m'\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddz}{dt^2} &= \quad m'\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

ndlich mit den von den Planeten m'', m'''.... herrührenden Kräften, welche man erhält, wenn man in den Gleichungen (3) die Buchstaben m', x', y', z' aufserhalb der Summenzeichen erst in m'', x'', y'', z'', dann in m''', x''', y''', z'''... verwandelt.

Vollzieht man in den Gleichungen (2) und (3) die Divisionen, Potenzerhebungen, Wurzelausziehungen und Multiplicationen nach dem binomischen Lehrsatz, und vernachlässigt man dabei die Glieder, welche hinsichtlich der störenden Massen von 3 Dimensionen sind, so verwandeln sich die Gleichungen (2) in:

	Q'
$2ar\,\Delta\frac{1}{2a}\ldots\ldots$	$2ar\left(H'\mp\frac{x'}{rr}+\frac{3}{2}\Theta'\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{1}{8a}\right)$
$-\frac{h\cos\varepsilon}{e}\cdot\frac{-ae\Delta e}{h}\ldots\ldots$	$-\frac{h\cos\varepsilon}{e}\left(ah\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)+K'+L'\right)$
$-r^2\,\Delta\frac{1}{r}\ldots\ldots$	$-r^2\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)$
Die beiden noch übrigen Glieder von $ae\sin\varepsilon\,\Delta\varepsilon$	$\nu'k'-x'\delta'$
(38) .... $ae\sin\varepsilon\,\Delta\varepsilon$	$ar\left(e\cos\varepsilon-\frac{\cos\Phi}{e}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{r}{4}+ar\Theta'-\frac{h\cos\varepsilon}{e}(K'+L')+\nu'k'-x'\delta'$

Wir finden ferner aus der Gleichung (10):

$$\frac{dM}{d\varepsilon}=\frac{r}{a}\qquad\frac{dM}{de}=-\sin\varepsilon\qquad\frac{ddM}{d\varepsilon^2}=e\sin\varepsilon$$

$$\frac{ddM}{de^2}=0\qquad\frac{ddM}{d\varepsilon\,de}=-\cos\varepsilon$$

also $\frac{aae\sin\varepsilon}{r\sqrt{\mu}}\Delta M$, d. i. $\frac{e\sin\Phi}{h}\cdot\frac{\Delta M}{\nu}$,

$$=\frac{ae\sin\varepsilon}{\sqrt{\mu}}\cdot\left(\left(1+\frac{ae\sin\varepsilon}{2r}\Delta\varepsilon\right)\Delta\varepsilon+\frac{h}{re}(\sin\varepsilon+\cos\varepsilon.\Delta\varepsilon).\frac{-ae\Delta e}{h}\right).$$

Die Entwickelung von $\frac{ae\sin\varepsilon}{\sqrt{\mu}}\left(\Delta\varepsilon+\frac{h\sin\varepsilon}{re}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right)$ giebt zufolge (37), (38) und (30), wenn wir

$$\delta'=k'+\frac{r\sin\Phi^2}{h}\left(\sigma'+h.\frac{1+\lambda'}{2}\right)$$

setzen,

$$P'=\delta'$$

$$Q'=-\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\delta'}{2}+a\left(r(1+e\cos\varepsilon)-\frac{h^2\cos\Phi}{e}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{r}{4}+ar\Theta'-\frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L')+\nu'k'-x'\delta'$$

Die Entwickelung von $ae\sin\varepsilon\,\Delta\varepsilon\left(\frac{ae\sin\varepsilon}{2r}\Delta\varepsilon+\frac{h\cos\varepsilon}{re}.\frac{-ae\Delta e}{h}\right)$ aber:

$$Q'=k'\left(\frac{k'}{2r}+\frac{h\cos\varepsilon}{re}\left(\sigma'+h.\frac{1+\lambda'}{2}\right)\right)$$

d. i., wenn man noch

$$f'=\frac{x'}{2r}+\frac{h}{2ee}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{a\sin\varepsilon^2}\right)\left(\sigma'+\frac{h}{2}\right)+\frac{hh}{4ree}\left(1+\frac{1-e\cos\Phi}{\sin\Phi^2}\right)\lambda'$$

macht,

$$Q'=k'(f'-\nu').$$

Also wird $\frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{\Delta M}{\nu}=\mp\Sigma m'\delta'$

$$(39)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}&+\Sigma m'^2\left(-\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\delta'}{2}+a\left(r(1+e\cos\varepsilon)-\frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{r}{4}+ar\Theta'-\frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L')+f'k'-x'\delta'\right)\\&+\Sigma m'm^e.\left(-\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}\cdot\frac{\delta'+\delta^e}{2}+a\left(r(1+e\cos\varepsilon)-\frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H_{,}^{e}\mp\frac{x'+x^e}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\frac{r}{2}+ar\Theta_{,}^{e}-\frac{h\cos\Phi}{e}(K_{,}^{e}+L_{,}^{e})\right.\\&\qquad\left.+f'k^e+f^ek'-x'\delta^e-x^e\delta'\right)\end{aligned}\right.$$

12.

Will man ΔT (Aenderung der Zeit des Periheliums) statt ΔM einführen, so findet man, weil $T=t-\frac{M}{\nu}$ ist:

$$\frac{dT}{dM}=\frac{1}{\nu};\quad\frac{dT}{d\nu}=\frac{t-T}{\nu};\quad\frac{ddT}{dM^2}=0;$$

$$\frac{ddT}{d\nu^2}=-2.\frac{t-T}{\nu\nu};\quad\frac{ddT}{dM\,d\nu}=\frac{1}{\nu\nu};$$

folglich

$$\Delta T=\left(1-\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)\left((t-T).\frac{\Delta\nu}{\nu}-\frac{h}{e\sin\Phi}.\frac{e\sin\Phi.\Delta M}{h\nu}\right)$$

Hier giebt die Entwickelung von $(t-T).\frac{\Delta\nu}{\nu}$ zufolge der Gleichung (31):

$$P'=(t-T).\frac{3\lambda'-1}{2}$$

$$Q'=(t-T).\left(3a\left(H'\mp\frac{x'}{rr}+\frac{3}{2}\Theta'\right)\begin{Bmatrix}-5\\+3\end{Bmatrix}.\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\lambda'(\lambda'-2)\right)$$

Die Entwickelung von $-\frac{h}{e\sin\Phi}.\frac{e\sin\Phi.\Delta M}{h\nu}$ zufolge der Gleichung (39):

$$P'=-\frac{h\delta'}{e\sin\Phi}$$

$$\frac{e\sin\Phi}{h}.Q'=\begin{Bmatrix}0\\1\end{Bmatrix}.\frac{\delta'}{2}-a\left(r(1+e\cos\varepsilon)-\frac{hh\cos\Phi}{e}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}+3\\-1\end{Bmatrix}.\frac{r}{4}-ar\Theta'+\frac{h\cos\Phi}{e}(K'+L')-f'k'+x'\delta'$$

und die Entwickelung von $-\frac{\Delta\nu}{\nu}\left((t-T)\frac{\Delta\nu}{\nu}-\frac{h}{e\sin\varphi}\cdot\frac{e\sin\varphi\,\Delta M}{h\nu}\right)$

$$Q' = \frac{3\lambda'-1}{2}\left(\frac{h\delta'}{e\sin\varphi}-(t-T)\cdot\frac{3\lambda'-1}{2}\right)$$

$$= (3\lambda'-1)\cdot\frac{h\delta'}{2e\sin\varphi}-\frac{t-T}{4}-3\lambda'(6\lambda'-4)\cdot\frac{t-T}{8}$$

Folglich wird $\Delta T_{|} = \mp\Sigma m'\left(\frac{3\lambda'-1}{2}(t-T)-\frac{h\delta'}{e\sin\varphi}\right)$

$$\left.\begin{aligned}
&+\Sigma m'^2\left[\left(\begin{Bmatrix}3\lambda'-1\\3\lambda'\end{Bmatrix}\right)\cdot\frac{h\delta'}{2e\sin\varphi}+a\left(3(t-T)-\frac{hr(1+e\cos s)}{e\sin\varphi}+\frac{h^3\cot\varphi}{ee}\right)\left(H'\mp\frac{x'}{rr}\right)\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\left(\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{4e\sin\varphi}\right)\right.\\
&\qquad\left.+a\left(3\cdot\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{e\sin\varphi}\right)\Theta'-3\lambda'(5\lambda'-2)\cdot\frac{t-T}{8}+\frac{hh\cot\varphi}{ee}(K'+L')-h\cdot\frac{f'k'-x'\theta'}{e\sin\varphi}\right]\\
&+\Sigma m'm''\cdot\left[\frac{h}{2e\sin\varphi}\left(\left(\begin{Bmatrix}3\lambda'-1\\3\lambda'\end{Bmatrix}\right)\delta''+\left(\begin{Bmatrix}3\lambda''-1\\3\lambda''\end{Bmatrix}\right)\delta'\right)+a\left(3(t-T)-\frac{hr(1+e\cos s)}{e\sin\varphi}+\frac{h^3\cot\varphi}{ee}\right)\left(H_{,}''\mp\frac{x'+x''}{rr}\right)\right.\\
&\qquad\begin{Bmatrix}-3\\+1\end{Bmatrix}\cdot\left(t-T-\frac{rh}{2e\sin\varphi}\right)+a\left(3\cdot\frac{t-T}{2}-\frac{rh}{e\sin\varphi}\right)\Theta_{,}''-3\left(\lambda'(5\lambda''-2)+\lambda''(5\lambda'-2)\right)\frac{t-T}{8}\\
&\qquad\left.+\frac{hh\cot\varphi}{ee}(K_{,}''+L_{,}'')-h\cdot\frac{f'k''+f''k'-x'\theta''-x''\theta'}{e\sin\varphi}\right]
\end{aligned}\right\}\ldots(40)$$

Zweiter Abschnitt.

13.

Wenn der Komet um den als ruhend gedachten Schwerpunct des Sonnensystems, in welchem die Masse $1+\Sigma m'$ vereinigt gedacht wird, eine reine Ellipse beschriebe, so würde er dabei nach der Richtung der Coordinaten x', y', z' von den beschleunigenden Kräften

$$(1)\ldots\ldots\frac{ddx}{dt^2} = -\frac{1+\Sigma m'}{rr}\qquad\frac{ddy}{dt^2}=0\qquad\frac{ddz}{dt^2}=0$$

getrieben werden, wo r, wie weiterhin überall, die Entfernung des Kometen vom Schwerpunct des Sonnensystems bedeutet. Er wird aber statt dessen von dem beweglichen Mittelpunct der Sonne, dessen Coordinaten

$$-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\qquad-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\qquad-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}$$

sind, und von den beweglichen Planeten m', m''...., deren Coordinaten

$$x'-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\qquad y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\qquad z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}$$

$$x''-\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\qquad y''-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\qquad z''-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\text{ u. s. w.}$$

sind, angezogen, und bewegt sich daher mit den von der Sonne herrührenden Kräften:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ddx}{dt^2} &= -\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddy}{dt^2} &= -\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddz}{dt^2} &= -\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\left(\left(r+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2)$$

und mit den vom Planeten m' herrührenden Kräften:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{ddx}{dt^2} &= -m'\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddy}{dt^2} &= m'\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
\frac{ddz}{dt^2} &= m'\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)\left(\left(r-x'+\frac{\Sigma m'x'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(y'-\frac{\Sigma m'y'}{1+\Sigma m'}\right)^2+\left(z'-\frac{\Sigma m'z'}{1+\Sigma m'}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(3)$$

endlich mit den von den Planeten m'', m'''.... herrührenden Kräften, welche man erhält, wenn man in den Gleichungen (3) die Buchstaben m', x', y', z' aufserhalb der Summenzeichen erst in m'', x'', y'', z'', dann in m''', x''', y''', z'''... verwandelt.

Vollzieht man in den Gleichungen (2) und (3) die Divisionen, Potenzerhebungen, Wurzelausziehungen und Multiplicationen nach dem binomischen Lehrsatz, und vernachlässigt man dabei die Glieder, welche hinsichtlich der störenden Massen von 3 Dimensionen sind, so verwandeln sich die Gleichungen (2) in:

$$(4)\ldots\begin{cases}\dfrac{ddx}{dt^2} = -\dfrac{1}{rr}+\Sigma m'.\dfrac{2x'}{r^3}+\Sigma m'^2.\dfrac{-2x'(2r+3x')+3(y'y'+z'z')}{2r^4}+\Sigma m'm''.\dfrac{-x'(2r+3x'')-x''(2r+3x')+3(y'y''+z'z'')}{r^4}\\[2ex] \dfrac{ddy}{dt^2} = -\Sigma m'.\dfrac{y'}{r^3}+\Sigma m'^2.\dfrac{(r+3x')y'}{r^4}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\Sigma m'm''.\dfrac{(r+3x')y''+(r+3x'')y'}{r^4}\\[2ex] \dfrac{ddz}{dt^2} = -\Sigma m'.\dfrac{z'}{r^3}+\Sigma m'^2.\dfrac{(r+3x')z'}{r^4}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\Sigma m'm''.\dfrac{(r+3x')z''+(r+3x'')z'}{r^4}\end{cases}$$

und die Gleichungen (3), wenn man $G' = \sqrt{(r(r-2x')+r'r')}$ *)

$$R' = -\frac{1}{G'^3}\left(1-3\left(\frac{r-x'}{G'}\right)^2\right);\quad S' = -\frac{1}{G'^3}\left(1-3\left(\frac{y'}{G'}\right)^2\right);\quad U' = -\frac{1}{G'^3}\left(1-3\left(\frac{z'}{G'}\right)^2\right);$$

$$W' = -3.\frac{r-x'}{G'^5}y';\qquad X' = -3.\frac{r-x'}{G'^5}.z';\qquad Y' = \frac{3y'z'}{G'^5}$$

setzt, in:

$$(5)\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\dfrac{ddx}{dt^2} = -m'.\dfrac{r-x'}{G'^3}+m'R'\Sigma m'x'+m'W'\Sigma m'y'+m'X'\Sigma m'z'\\[2ex] \dfrac{ddy}{dt^2} = \dfrac{m'y'}{G'^3}+m'W'\Sigma m'x'+m'S'\Sigma m'y'+m'Y'\Sigma m'z'\\[2ex] \dfrac{ddz}{dt^2} = \dfrac{m'z'}{G'^3}+m'X'\Sigma m'x'+m'Y'\Sigma m'y'+m'U'\Sigma m'z'\end{cases}$$

Verwandelt man in den Gleichungen (5) die einfachen Striche aufserhalb der Summenzeichen nach und nach in doppelte, dreifache...., so erhält man durch Addition die von allen Planeten zusammen herrührenden Kräfte

$$(6)\ldots\begin{cases}\dfrac{ddx}{dt^2} = -\Sigma m'.\dfrac{r-x'}{G'^3}+\Sigma m'^2.(x'R'+y'W'+z'X')+\Sigma m'm''.(x'R''+x''R'+y'W''+y''W'+z'X''+z''X')\\[2ex] \dfrac{ddy}{dt^2} = \Sigma.\dfrac{m'y'}{G'^3}+\Sigma m'^2.(x'W'+y'S'+z'Y')+\Sigma m'm''.(x'W''+x''W'+y'S''+y''S'+z'Y''+z''Y')\\[2ex] \dfrac{ddz}{dt^2} = \Sigma\dfrac{m'z'}{G'^3}+\Sigma m'^2.(x'X'+y'Y'+x'U')+\Sigma m'm''.(x'X''+x''X'+y'Y''+y''Y'+z'U''+z''U')\end{cases}$$

Wenn man von den Kräften (1) die Kräfte (4) und (6) subtrahirt, so erhält man die Kräfte, welche die Bewegung des Kometen um den Schwerpunct des Sonnensystems stören, positiv genommen, wenn sie die Coordinaten um negative Differentiale zu verändern streben:

$$(7)\ldots\ldots\begin{cases}A' = \Sigma m'.\left(\dfrac{r-x'}{G'^3}-\dfrac{r+2x'}{r^3}\right)+\Sigma m'^2.\left(\dfrac{2x'(2r+3x')-3(y'y'+z'z')}{2r^4}-x'R'-y'W'-z'X'\right)\\[2ex] \qquad +\Sigma m'm''\left(\dfrac{x'(2r+3x'')+x''(2r+3x')-3(y'y''+z'z'')}{r^4}-x'R''-x''R'-y'W''-y''W'-z'X''-z''X'\right)\\[2ex] B' = \Sigma m'y'\left(\dfrac{1}{r^3}-\dfrac{1}{G'^3}\right)-\Sigma m'^2\left(\dfrac{(r+3x')y'}{r^4}+x'W'+y'S'+z'Y'\right)\\[2ex] \qquad -\Sigma m'm''.\left(\dfrac{(r+3x')y''+(r+3x'')y'}{r^4}+x'W''+x''W'+y'S''+y''S'+z'Y''+z''Y'\right)\\[2ex] C' = \Sigma m'z'\left(\dfrac{1}{r^3}-\dfrac{1}{G'^3}\right)-\Sigma m'^2\left(\dfrac{(r+3x')z'}{r^4}+x'X'+y'Y'+z'U'\right)\\[2ex] \qquad -\Sigma m'm''.\left(\dfrac{(r+3x')z''+(r+3x'')z'}{r^4}+x'X''+x''X'+y'Y''+y''Y'+z'U''+z''U'\right)\end{cases}$$

14.

Substituirt man diese Werthe für A', B', C', numerisch berechnet, in die Formeln S. 56 bis 58 der *Bessel*schen Untersuchungen über die scheinbare und wahre Bahn des Kometen von 1807 (wofür man auch die *Encke*schen Formeln S. 330 des Astronom. Jahrbuchs für 1837 gebrauchen kann), so erhält man die differentiellen Aenderungen aller einzelnen Elemente des Kometen in Beziehung auf den Schwer-

*) G' ist nicht die wahre Entfernung des Kometen vom Planeten m', sondern die gerade Linie, die man von dem Planeten nach demjenigen Puncte ziehen kann, welcher vom Mittelpunct der Sonne ebensoweit und nach derselben Richtung entfernt ist, als der Komet vom Schwerpunct.

punct des Sonnensystems, und dann durch mechanische Quadratur die endlichen Aenderungen. Diese Substitutionen werden, wenn man sich den Weg künftiger Verbesserungen, wegen Berichtigung der Planetenmassen, offen lassen will, nicht nur für alle in Betracht gezogenen störenden Massen einzeln, sondern auch für die Quadrate und Producte derselben einzeln vollzogen werden müssen, und wir würden hier die Untersuchung beschliefsen können, wenn wir nicht bedächten, dafs die Weitläuftigkeit der mit den Quadraten und Producten der störenden Massen behafteten Glieder in den Gleichungen (7) die für eine grofse Menge von Intervallen zu wiederholende Rechnung unangenehm macht (gesetzt auch, dafs man, was bei diesen Gliedern erlaubt ist, sich auf eine Rechnung mit vier- oder dreiziffrigen Logarithmen beschränkt), und dafs es daher wünschenswerth sein mufs, die von den gedachten Gliedern herrührenden Störungen in einem geschlossenen Integrale darstellen zu können. Das ist aber für solche Glieder, welche die letzten noch zu berücksichtigenden in der Ordnung der Dimensionen der störenden Massen sind, glücklicherweise allemal möglich, weil man in den Factoren, womit m'^2 und $m'm''$ in den aus den Gleichungen (7) abzuleitenden Formeln für die differentiellen Aenderungen der Elemente multiplicirt erscheinen, alle Planeten- und Kometen-Elemente bei der Integration unbeschadet der erforderlichen Genauigkeit als constant betrachten darf, wofern man nur die grofse Ungleichheit in der Theorie des Jupiter, Saturn und Uranus zur mittleren Bewegung schlägt. Bei der fortlaufenden Integration durch mechanische Quadratur, welche sich dann auf die mit den ersten Potenzen der störenden Kräfte behafteten Glieder der Gleichungen (7) beschränkt, werden freilich in den durch die gefundenen Störungen verbesserten Fundamental-Elementen die von den Quadraten und Producten der störenden Massen abhängigen Glieder fehlen; aber auch das schadet nichts, weil diese Glieder (da sie periodisch sind) sich nicht anhäufen, und überdies in den differentiellen Aenderungen der Elemente nur Glieder von der dritten Dimension der störenden Massen geben. Freilich wird die in Rede stehende Integration, so lange r kleiner oder nur wenig gröfser als $r', r'' \ldots$ ist, Schwierigkeiten haben, und daher z. B. für solche Glieder, worin die Uranusmasse als Factor enthalten ist, keinen so grofsen Zeitraum umfassen können als für solche, worin die gedachte Masse nicht enthalten ist. Dieser Nachtheil wird aber durch die, vom Jupiter an, successiv abnehmenden Planetenmassen um vieles vermindert. Wo nun $\frac{r'}{r}$ und $\frac{r''}{r}$ klein genug sind, wird man das Integral in einer nach den Potenzen von $\frac{1}{r}$ geordneten, schnell convergirenden Reihe darstellen können.

15.

Werden die mit $\Sigma m'^2$ und $\Sigma m'm''$ behafteten Glieder der Gleichungen (7) in Reihen entwickelt, die nach den Potenzen von $\frac{1}{r}$ geordnet sind, so verschwinden die mit $\frac{1}{r^3}$ behafteten Glieder, und die mit $\frac{1}{r^4}$ bleiben stehen; wir wollen die mit $\frac{1}{r^4}$ und $\frac{1}{r^5}$ beibehalten; wir werden dadurch die mit $\frac{1}{r^3}$ und $\frac{1}{r^4}$ behafteten Glieder von $\frac{dh}{dt}$, $\frac{di}{dt}$, $\frac{dn}{dt}$, $\frac{d\varpi}{dt}$ und $\frac{dM}{dt}$ und die mit $\frac{1}{r^4}$ und $\frac{1}{r^5}$ behafteten Glieder von $\frac{dv}{dt}$, von der Ordnung der Quadrate und Producte der störenden Massen, bestimmen können. Die zur Bestimmung von G', R', S', U', W', X', Y' dienenden Gleichungen des 13ten §s nehmen, nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt, folgende Gestalt an:

$$\frac{1}{G'} = \frac{1}{r} + \frac{x'}{rr} - \frac{r'r' - 3x'x'}{2r^3}$$

$$\frac{r - x'}{G'} = 1 - \frac{r'r' - x'x'}{2rr};$$

$$\left(\frac{r - x'}{G'}\right)^2 = 1 - \frac{r'r' - x'x'}{rr};$$

$$1 - 3.\left(\frac{r - x'}{G'}\right)^2 = -2 + 3.\frac{r'r' - x'x'}{rr};$$

$$\frac{1}{G'^3} = \frac{1}{r^3} + \frac{3x'}{r^4} - 3.\frac{r'r' - 5x'x'}{2r^5};$$

$$\frac{1}{G'^5} = \frac{1}{r^5} + \frac{5x'}{r^6};$$

$$R' = \frac{2}{r^3} + \frac{6x'}{r^4} - 6.\frac{r'r' - 3x'x'}{r^5};$$

$$S' = -\frac{1}{r^3} - \frac{3x'}{r^4} + 3.\frac{-4x'x' + 3y'y' + z'z'}{2r^5};$$

$$U' = -\frac{1}{r^3} - \frac{3x'}{r^4} + 3.\frac{-4x'x' + y'y' + 3z'z'}{2r^5};$$

$$W' = -\frac{3y'}{r^4} - \frac{12x'y'}{r^5};$$

$$X' = -\frac{3z'}{r^4} - \frac{12x'z'}{r^5};$$

$$Y' = \frac{3y'z'}{r^5}.$$

Substituiren wir diese Werthe in die Gleichungen (7), so erhalten wir folgende Formeln für die mit den Quadraten und Producten der Massen behafteten Glieder der störenden Kräfte:

$$(8)\ldots\begin{cases} A' = \Sigma m^{\prime 2}.\left(3.\frac{r'r'-3x'x'}{2r^4}+6.\frac{3r'r'-5x'x'}{r^5}.x'\right)-\Sigma m'm''.\left(3.\frac{2x'x''-y'y''-z'z''}{r^4}-6.\frac{r'r'x''+r''r''x'-(3x'x''-2y'y''-2z'z'')(x'+x'')}{r^5}\right)\\ B' = \Sigma m^{\prime 2}\left(\frac{3x'y'}{r^4}-9.\frac{r'r'-5x'x'}{2r^5}.y'\right)+\Sigma m'm''.\left(3.\frac{x'y''+x''y'}{r^4}+3.\frac{(4x'x'-z'z')y''+(4x''x''-z''z'')y'+(8x'x''-3y'y''-2z'z'')(y'+y'')}{2r^5}\right)\\ C' = \Sigma m^{\prime 2}\left(\frac{3x'z'}{r^4}-9.\frac{r'r'-5x'x'}{2r^5}.z'\right)+\Sigma m'm''.\left(3.\frac{x'z''+x''z'}{r^4}+3.\frac{(4x'x'-y'y')z''+(4x''x''-y''y'')z'+(8x'x''-3y'y''-2z'z'')(z'+z'')}{2r^5}\right)\end{cases}$$

16.

Setzen wir in den Gleichungen (3) des 1sten §s statt u' seinen Werth $\omega'+\varphi'$, wo ω' den Abstand des Perihels des Planeten m' von seinem aufsteigenden Knoten auf der Bahn des Kometen bedeutet, statt $\cos n'$ und $\sin n'$ aber ihre Werthe $\cos(\omega_{,}+\varphi)$ und $-\sin(\omega_{,}+\varphi)$, wo $\omega_{,}$ $(=\omega-N')$ den Abstand des Perihels des Kometen vom aufsteigenden Knoten des Planeten m' auf der Bahn des Kometen bedeutet, endlich statt $r'\cos\varphi'$ seinen Werth $a'(\cos\varepsilon'-e')$, und statt $r'\sin\varphi'$ seinen Werth $a'\sqrt{(1-e'e')}\sin\varepsilon'$, und machen wir

$$(9)\ldots\begin{cases} p_{,} = \cos(\omega_{,}+\varphi)\cos\omega'+\sin(\omega_{,}+\varphi)\sin\omega'\cos i'\\ q_{,} = -\cos(\omega_{,}+\varphi)\sin\omega'+\sin(\omega_{,}+\varphi)\cos\omega'\cos i'\\ t_{,} = \frac{dp_{,}}{d\omega_{,}} = -\sin(\omega_{,}+\varphi)\cos\omega'+\cos(\omega_{,}+\varphi)\sin\omega'\cos i'\\ u_{,} = \frac{dq_{,}}{d\omega_{,}} = \sin(\omega_{,}+\varphi)\sin\omega'+\cos(\omega_{,}+\varphi)\cos\omega'\cos i'\end{cases}$$

$$c_{,} = \cos M'-\frac{3-\cos 2M'}{2}e'$$

$$s_{,} = \sin M'+\frac{e'}{2}\sin 2M'$$

so erhalten wir, wenn wir die Quadrate der Planeten-Excentricitäten vernachlässigen:

$$x' = a'(p_{,}c_{,}+q_{,}s_{,})$$
$$y' = \frac{dx'}{d\omega_{,}}$$
$$z' = a'(c_{,}\sin\omega'+s_{,}\cos\omega')\sin i'$$

Die höheren Potenzen und Producte der Excentricitäten des Jupiter und Saturn könnten zwar wegen des beinahe rationalen Verhältnisses ihrer mittleren Bewegungen bemerkbare Glieder in den Integralen hervorbringen; aber diese Glieder werden wieder dadurch unmerklich, dafs der Zeitraum von dem Augenblicke an, wo die Beziehung der Störungen vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct des Sonnensystems übergeht, bis zu dem Augenblicke, wo die von den Quadraten und Producten der Massen abhängigen und auf den Schwerpunct bezogenen Störungen überhaupt unmerklich werden, im Verhältnifs zur Periode der grofsen Ungleichheit des Jupiter und Saturn sehr kurz ist.

Macht man ferner:

$$a_{,} = \cos 2M'+e'\cos 3M'$$
$$b_{,}'' = e'\cos M''+e''\cos M'$$
$$d_{,}'' = 2\cos(M'-M'')+e'\cos(2M'-M'')+e''\cos(2M''-M')$$
$$e_{,}'' = 2\cos(M'+M'')+e'\cos(2M'+M'')+e''\cos(2M''+M')$$
$$f_{,}'' = 2\sin(M'-M'')+e'\sin(2M'-M'')-e''\sin(2M''-M')$$
$$g_{,}'' = 2\sin(M'+M'')+e'\sin(2M'+M'')+e''\sin(2M''+M')$$

$$\left.\begin{array}{l} h_{,}'' = \sin\omega'\sin\omega''\sin i'\sin i''\\ i_{,}'' = \cos\omega'\cos\omega''\sin i'\sin i''\\ k_{,}'' = \sin\omega'\cos\omega''\sin i'\sin i''\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(10)$$

so wird

$$2c_{,}^2 = 1-5e'\cos M'+a_{,}$$
$$2s_{,}^2 = 1+e'\cos M'-a_{,}$$
$$2c_{,}s_{,} = \sin 2M'+(\sin 3M'-3\sin M')e'$$
$$4c_{,}c_{,,} = d_{,}''+e_{,}''-6b_{,}''$$
$$4s_{,}s_{,,} = d_{,}''-e_{,}''$$
$$4c_{,}s_{,,} = g_{,}''-f_{,}''-6e'\sin M''$$
$$4c_{,,}s_{,} = g_{,}''+f_{,}''-6e''\sin M'$$

$$\frac{2x'x'}{a'a'} = p_{,}^2+q_{,}^2-(5p_{,}^2-q_{,}^2)e'\cos M'+(p_{,}^2-q_{,}^2)a_{,}+4p_{,}q_{,}c_{,}s_{,}$$

$$2x'y' = \frac{d(x'x')}{d\omega_{,}}$$

$$\frac{2y'y'}{a'a'} = t_{,}^2+u_{,}^2-(5t_{,}^2-u_{,}^2)e'\cos M'+(t_{,}^2-u_{,}^2)a_{,}+4t_{,}u_{,}c_{,}s_{,}$$

$$\frac{2z'z'}{a'a'\sin i'^2} = 1-(2-3\cos 2\omega')e'\cos M'-a_{,}\cos 2\omega'+2c_{,}s_{,}\sin 2\omega'$$

$$\frac{2x'z'}{a'a'\sin i'} = \sin(\omega_{,}+\varphi)\cos i'-(5p_{,}\sin\omega'-q_{,}\cos\omega')e'\cos M'+(p_{,}\sin\omega'-q_{,}\cos\omega')a_{,}+2(p_{,}\cos\omega'+q_{,}\sin\omega')c_{,}s_{,}$$

$$\frac{4x'x''}{a'a''} = -6(p_{,}p_{,,}b_{,}''+p_{,}q_{,,}e'\sin M''+p_{,,}q_{,}e''\sin M')+(p_{,}p_{,,}+q_{,}q_{,,})d_{,}''+(p_{,}p_{,,}-q_{,}q_{,,})e_{,}''-(p_{,}q_{,,}-p_{,,}q_{,})f_{,}''+(p_{,}q_{,,}+p_{,,}q_{,})g_{,}''$$

$$x''y' = \frac{d(x'x'')}{d\omega_{,}}$$

$$y'y'' = \frac{d(x''y')}{d\omega_{,}} = \frac{dd(x'x'')}{d\omega_{,}d\omega_{,,}}.$$

$$\frac{4z'z''}{a'a''} = -6(h_{,}''b_{,}''+k_{,}''e'\sin M'+k_{,,}'e''\sin M')+(h_{,}''+i_{,}'')d_{,}''+(h_{,}''-i_{,}'')e_{,}''-(k_{,}''-k_{,,}')f_{,}''+(k_{,}''+k_{,,}')g_{,}''\ ^{*)}$$

*) $k_{,,}'$ wird durch eine ähnliche Formel wie $k_{,}''$ gebildet, so dafs die auf die Planeten m' und m'' sich beziehenden Strich mit einander verwechselt werden. Also ist

$$k_{,,}' = \sin\omega''\cos\omega'\sin i''\sin i''.$$

Dasselbe gilt von allen folgenden Bezeichnungen, wobei ein Buchstab oben mit einem Strich und unten mit zweien versehen ist.

$$\frac{4x'z''}{a'a''\sin i''} = -6(p_{,}\sin\omega''.b_{,}''+p_{,}\cos\omega''.e'\sin M''+q_{,}\sin\omega''.e''\sin M')$$
$$+(p_{,}\sin\omega''+q_{,}\cos\omega'')d_{,}''+(p_{,}\sin\omega''-q_{,}\cos\omega'')e_{,}''$$
$$-(p_{,}\cos\omega''-q_{,}\sin\omega'')f_{,}''+(p_{,}\cos\omega''+q_{,}\sin\omega'')g_{,}''.$$

Setzen wir diese Werthe in die Gleichungen (8), und zugleich für $r'r'$ seinen Werth $a'a'(1-2e'\cos M')$, und machen wir:

$$\left.\begin{array}{l|l|l} \alpha_{,}'' = 2p_{,}p_{,,}-t_{,}t_{,,}-h_{,}'' & \delta_{,}'' = p_{,}t_{,,}+p_{,,}t_{,} & \eta_{,}'' = p_{,}\sin\omega''\sin i''+p_{,,}\sin\omega'\sin i' \\ \beta_{,}'' = 2q_{,}q_{,,}-u_{,}u_{,,}-i_{,}'' & \varepsilon_{,}'' = q_{,}u_{,,}+q_{,,}u_{,} & \theta_{,}'' = q_{,}\cos\omega''\sin i''+q_{,,}\cos\omega'\sin i' \\ \gamma_{,}'' = 2p_{,}q_{,,}-t_{,}u_{,,}-k_{,}'' & \zeta_{,}'' = p_{,}u_{,,}+q_{,,}t_{,} & \iota_{,}'' = p_{,}\cos\omega''\sin i''+q_{,,}\sin\omega'\sin i' \end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

so verwandeln sich die durch r^4 dividirten Glieder der Gleichungen (8) in:

$$A = \Sigma m'^2.\frac{3a'a'}{4r^4}\Big(2-3(p_{,}^2+q_{,}^2)-(4-15p_{,}^2+3q_{,}^2)e'\cos M'-3(p_{,}^2-q_{,}^2)a_{,}-12p_{,}q_{,}c_{,}s_{,}\Big)$$
$$+\Sigma m'm''.\frac{3a'a''}{4r^4}\Big(6(\alpha_{,}''b_{,}''+\gamma_{,}''e'\sin M''+\gamma'_{,,}e''\sin M')-(\alpha_{,}''+\beta_{,}'')d_{,}''-(\alpha_{,}''-\beta_{,}'')e_{,}''+(\gamma_{,}''-\gamma'_{,,})f_{,}''-(\gamma_{,}''+\gamma'_{,,})g_{,}''\Big)$$

$$B' = \Sigma m'^2.\frac{3a'a'}{2r^4}\Big(p_{,}t_{,}+q_{,}u_{,}-(5p_{,}t_{,}-q_{,}u_{,})e'\cos M'+(p_{,}t_{,}-q_{,}u_{,})a_{,}+2(p_{,}u_{,}+q_{,}t_{,})c_{,}s_{,}\Big)$$
$$+\Sigma m'm''.\frac{3a'a''}{4r^4}\Big(-6(\delta_{,}''b_{,}''+\zeta_{,}''e'\sin M''+\zeta'_{,,}e''\sin M')+(\delta_{,}''+\varepsilon_{,}'')d_{,}''+(\delta_{,}''-\varepsilon_{,}'')e_{,}''-(\zeta_{,}''-\zeta'_{,,})f_{,}''+(\zeta_{,}''+\zeta'_{,,})g_{,}''\Big)$$

$$C = \Sigma m'^2.\frac{3a'a'\sin i'}{2r^4}\Big(\sin(\omega_{,}+\varphi)\cos i'-(5p_{,}\sin\omega'-q_{,}\cos\omega')e'\cos M'+(p_{,}\sin\omega'-q_{,}\cos\omega')a_{,}+2(p_{,}\cos\omega'+q_{,}\sin\omega')c_{,}s_{,}\Big)$$
$$+\Sigma m'm''.\frac{3a'a''}{4r^4}\Big(-6(\eta_{,}''b_{,}''+\iota_{,}''e'\sin M''+\iota'_{,,}e''\sin M')+(\eta_{,}''+\theta_{,}'')d_{,}''+(\eta_{,}''-\theta_{,}'')e_{,}''-(\iota_{,}''-\iota'_{,,})f_{,}''+(\iota_{,}''+\iota'_{,,})g_{,}''\Big)$$

Bei den durch r^5 dividirten Gliedern wollen wir auch die **ersten** Potenzen der Planeten-Excentricitäten vernachlässigen; dadurch geben diese Glieder, wenn wir

$$\left.\begin{array}{l|l|l}
b_{,} = 3(4-5(p_{,}^2+q_{,}^2))p_{,} & g_{,} = (15p_{,}^2+5q_{,}^2-4)t_{,}+10p_{,}q_{,}u_{,} & l_{,} = (15p_{,}^2+5q_{,}^2-4)\sin\omega'+10p_{,}q_{,}\cos\omega' \\
d_{,} = 3(4-5(p_{,}^2+q_{,}^2))q_{,} & h_{,} = (5p_{,}^2+15q_{,}^2-4)u_{,}+10p_{,}q_{,}t_{,} & m_{,} = (5p_{,}^2+15q_{,}^2-4)\cos\omega'+10p_{,}q_{,}\sin\omega' \\
e_{,} = 5p_{,}(3q_{,}^2-p_{,}^2) & i_{,} = 5(p_{,}^2-q_{,}^2)t_{,}-10p_{,}q_{,}u_{,} & n_{,} = 5(p_{,}^2-q_{,}^2)\sin\omega'-10p_{,}q_{,}\cos\omega' \\
f_{,} = 5q_{,}(q_{,}^2-3p_{,}^2) & k_{,} = 5(p_{,}^2-q_{,}^2)u_{,}-10p_{,}q_{,}t_{,} & r_{,} = 5(p_{,}^2-q_{,}^2)\cos\omega'-10p_{,}q_{,}\sin\omega' \\
\hline
 & v_{,} = 4(p_{,}^2+q_{,}^2)-\sin i'^2 & y_{,} = 4(p_{,}^2+q_{,}^2)-t_{,}^2-u_{,}^2 \\
 & w_{,} = 4(p_{,}^2-q_{,}^2)+\cos 2\omega'\sin i'^2 & z_{,} = 4(p_{,}^2-q_{,}^2)-t_{,}^2+u_{,}^2 \\
 & x_{,} = 8p_{,}q_{,}-\sin 2\omega'\sin i'^2 & o_{,} = 8p_{,}q_{,}-2t_{,}u_{,} \\
\hline
l_{,}'' = 2\alpha_{,}''-p_{,}p_{,,} & p_{,}'' = l_{,}''+5p_{,}p_{,,}-t_{,}t_{,,} & s_{,}'' = l_{,}''+5p_{,}p_{,,}-h_{,}'' \\
m_{,}'' = 2\beta_{,}''-q_{,}q_{,,} & q_{,}'' = m_{,}''+5q_{,}q_{,,}-u_{,}u_{,,} & t_{,}'' = m_{,}''+5q_{,}q_{,,}-i_{,}'' \\
n_{,}'' = 2\gamma_{,}''-p_{,}q_{,,} & r_{,}'' = n_{,}''+5p_{,}q_{,,}-t_{,}u_{,,} & u_{,}'' = n_{,}''+5p_{,}q_{,,}-k_{,}''
\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{l|l}
\varkappa_{,}'' = 2a''(2p_{,}-p_{,,}l_{,}''-q_{,,}n_{,}'') & \pi_{,}'' = 2a''(t_{,}v_{,,}+t_{,,}p_{,}''+u_{,,}r_{,}'') \\
\lambda_{,}'' = 2a''(2q_{,}-p_{,,}n_{,,}'-q_{,,}m_{,}'') & \varpi_{,}'' = 2a''(u_{,}v_{,,}+u_{,,}q_{,}''+t_{,,}r'_{,,}) \\
\mu_{,}'' = a'(q_{,}(n_{,,}'-n_{,}'')-p_{,}(l_{,}''+m_{,}'')) & \rho_{,}'' = a'(t_{,,}w_{,}+u_{,,}x_{,}+t_{,}(p_{,}''+q_{,}'')+u_{,}(r_{,}''-r'_{,,})) \\
\nu_{,}'' = a'(q_{,}(n_{,}''+n_{,,}')-p_{,}(l_{,}''-m_{,}'')) & \sigma_{,}'' = a'(t_{,,}w_{,}-u_{,,}x_{,}+t_{,}(p_{,}''-q_{,}'')-u_{,}(r_{,}''+r'_{,,})) \\
\xi_{,}'' = a'(p_{,}(n_{,}''-n_{,,}')-q_{,}(l_{,}''+m_{,}'')) & \tau_{,}'' = a'(t_{,,}x_{,}-u_{,,}w_{,}+u_{,}(p_{,}''+q_{,}'')-t_{,}(r_{,}''-r'_{,,})) \\
o_{,}'' = a'(q_{,}(m_{,}''-l_{,}'')-p_{,}(n_{,}''+n_{,,}')) & \upsilon_{,}'' = a'(t_{,,}x_{,}+u_{,,}w_{,}+u_{,}(p_{,}''-q_{,}'')+t_{,}(r_{,}''+r'_{,,}))
\end{array}\quad\ldots\ldots\ldots(12)$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{,}'' &= 2a''(y_{,,}\sin\omega'\sin i'+(s_{,}''\sin\omega''+u_{,}''\cos\omega'')\sin i'') \\
\chi_{,}'' &= 2a''(y_{,,}\cos\omega'\sin i'+(t_{,}''\cos\omega''+u'_{,,}\sin\omega'')\sin i'') \\
\psi_{,}'' &= a'[(z_{,}\sin\omega''+o_{,}\cos\omega'')\sin i''+((s_{,}''+t_{,}'')\sin\omega'+(u_{,}''-u'_{,,})\cos\omega')\sin i'] \\
\omega_{,}'' &= a'[(z_{,}\sin\omega''-o_{,}\cos\omega'')\sin i''+((s_{,}''-t_{,}'')\sin\omega'-(u_{,}''+u'_{,,})\cos\omega')\sin i'] \\
\vartheta_{,}'' &= a'[(o_{,}\sin\omega''-z_{,}\cos\omega'')\sin i''+((s_{,}''+t_{,}'')\cos\omega'-(u_{,}''-u'_{,,})\sin\omega')\sin i'] \\
\epsilon_{,}'' &= a'[(o_{,}\sin\omega''+z_{,}\cos\omega'')\sin i''+((s_{,}''-t_{,}'')\cos\omega'+(u_{,}''-u_{,,}')\sin\omega')\sin i']
\end{aligned}$$

setzen, in folgende über:

$$A' = \Sigma m'^2 \cdot \frac{3a'^3}{2r^5}(b_, \cos M' + d_, \sin M' + e_, \cos 3M' + f_, \sin 3M')$$
$$+ \Sigma m'm'' \cdot \frac{3a'a''}{2r^5}\Big(\varkappa_,'' \cos M' + \lambda_,'' \sin M' + \varkappa'_{,,} \cos M'' + \lambda'_{,,} \sin M''$$
$$+ \mu_,'' \cos(2M' - M'') + \nu_,'' \cos(2M' + M'') + \xi_,'' \sin(2M' - M'') + o_,'' \sin(2M' + M'')$$
$$+ \mu'_{,,} \cos(2M'' - M') + \nu'_{,,} \cos(2M'' + M') + \xi'_{,,} \sin(2M'' - M') + o'_{,,} \sin(2M'' + M')\Big)$$

$$B' = \Sigma m'^2 \cdot \frac{9a'^3}{8r^5}(g_, \cos M' + h_, \sin M' + i_, \cos 3M' + k_, \sin 3M')$$
$$+ \Sigma m'm'' \cdot \frac{3a'a''}{8r^5}\Big(\pi_,'' \cos M' + \varpi_,'' \sin M' + \pi'_{,,} \cos M'' + \varpi'_{,,} \sin M''$$
$$+ \rho_,'' \cos(2M' - M'') + \sigma_,'' \cos(2M' + M'') + \tau_,'' \sin(2M' - M'') + \upsilon_,'' \sin(2M' + M'')$$
$$+ \rho'_{,,} \cos(2M'' - M') + \sigma'_{,,} \cos(2M'' + M') + \tau'_{,,} \sin(2M'' - M') + \upsilon'_{,,} \sin(2M'' + M')\Big)$$

$$C' = \Sigma m'^2 \cdot \frac{9a'^3 \sin i}{8r^5}(l_, \cos M' + m_, \sin M' + n_, \cos 3M' + r_, \sin 3M')$$
$$+ \Sigma m'm'' \cdot \frac{3a'a''}{8r^5}\Big(\phi_,'' \cos M' + \chi_,'' \sin M' + \phi'_{,,} \cos M'' + \chi'_{,,} \sin M''$$
$$+ \psi_,'' \cos(2M' - M'') + \omega_,'' \cos(2M' + M'') + \vartheta_,'' \sin(2M' - M'') + \varsigma_,'' \sin(2M' + M'')$$
$$+ \psi'_{,,} \cos(2M'' - M') + \omega'_{,,} \cos(2M'' + M') + \vartheta'_{,,} \sin(2M'' - M') + \varsigma'_{,,} \sin(2M'' + M')\Big)$$

17.

Aus dem Bisherigen geht hervor, dafs die von den Quadraten und Producten der störenden Massen abhängigen Glieder von c (wo c die differentielle oder endliche Aenderung jedes Elements des Kometen bedeuten kann) sich auf folgende Form zurückführen lassen:

$$c = \Sigma m'^2 \cdot \frac{3a'a'}{8}[\Gamma_,^{(c)} + b_,^{(c)} \cos M' + d_,^{(c)} \sin M' + \Delta_,^{(c)} \cos 2M' + \Theta_,^{(c)} \sin 2M' + e_,^{(c)} \cos 3M' + f_,^{(c)} \sin 3M']$$
$$+ \Sigma m'm'' \cdot \frac{3a'a''}{8}[\varkappa_,''^{(c)} \cos M' + \lambda_,''^{(c)} \sin M' + \varkappa'_{,,}{}^{(c)} \cos M'' + \lambda'_{,,}{}^{(c)} \sin M''$$
$$+ \Lambda_,''^{(c)} \cos(M' - M'') + \Xi_,''^{(c)} \cos(M' + M'') + \Pi_,''^{(c)} \sin(M' - M'') + \Omega_,''^{(c)} \sin(M' + M'')$$
$$+ \mu_,''^{(c)} \cos(2M' - M'') + \nu_,''^{(c)} \cos(2M' + M'') + \xi_,''^{(c)} \sin(2M' - M'') + o_,''^{(c)} \sin(2M' + M'')$$
$$+ \mu'_{,,}{}^{(c)} \cos(2M'' - M') + \nu'_{,,}{}^{(c)} \cos(2M'' + M') + \xi'_{,,}{}^{(c)} \sin(2M'' - M') + o'_{,,}{}^{(c)} \sin(2M'' + M')]$$

wo die Coefficienten $\Gamma_,^{(c)}$, $b_,^{(c)} \ldots \varkappa_,''^{(c)}$, $\lambda_,''^{(c)} \ldots$ lauter Functionen von r, von ϕ und von Constanten sind. Diese Coefficienten sind nun zu bestimmen.

Addirt man die im vorigen §. herausgebrachten durch r^4 und durch r^5 dividirten Glieder von B' und C' von gleichen Argumenten, und bedenkt man, dafs $-rB' = \frac{dh}{dt}$; $-\frac{r\cos(\omega+\phi)}{h}C' = \frac{di}{dt}$; $-\frac{r\sin(\omega+\phi)}{h\sin i}C' = \frac{dn}{dt}$; so wird:

$$\Gamma_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, t_, + q_, u_,}{r^3}$$
$$b_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = 4 \cdot \frac{5p_, t_, - q_, u_,}{r^3} e' - \frac{3a'g_,}{r^4}$$
$$d_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = 12 \cdot \frac{p_, u_, + q_, t_,}{r^3} e' - \frac{3a'h_,}{r^4}$$
$$\Delta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, t_, - q_, u_,}{r^3}$$
$$\Theta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, u_, + q_, t_,}{r^3}$$
$$e_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, t_, - q_, u_,}{r^3} e' - \frac{3a'i_,}{r^4}$$
$$f_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, u_, + q_, t_,}{r^3} e' - \frac{3a'k_,}{r^4}$$

$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}\Gamma_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = -\frac{2\sin(\omega_, + \phi)\sin 2i'}{r^3 h} \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)}\Gamma_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}b_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = \left(4 \cdot \frac{5p_, \sin\omega' - q_, \cos\omega'}{r^3 h} e' - \frac{3a'l_,}{r^4 h}\right)\sin i' = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)} b_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}d_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = 3\left(4 \cdot \frac{p_, \cos\omega' + q_, \sin\omega'}{r^3 h} e' - \frac{a'm_,}{r^4 h}\right)\sin i' = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)} d_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}\Delta_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, \sin\omega' - q_, \cos\omega'}{r^3 h}\sin i' \ldots\ldots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)}\Delta_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}\Theta_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = -4 \cdot \frac{p_, \cos\omega' + q_, \sin\omega'}{r^3 h}\sin i' \ldots\ldots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)}\Theta_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}e_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = -\left(4 \cdot \frac{p_, \sin\omega' - q_, \cos\omega'}{r^3 h} e' + \frac{3a'n_,}{r^4 h}\right)\sin i' = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)} e_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$
$$\frac{1}{\cos(\omega+\phi)}f_,^{\left(\frac{di}{dt}\right)} = -\left(4 \cdot \frac{p_, \cos\omega' - q_, \sin\omega'}{r^3 h} e' + \frac{3a'r_,}{r^4 h}\right)\sin i' = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\phi)} f_,^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$

$$\varkappa_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = \frac{12\,\delta_{,}''e''}{r^3} - \frac{\pi_{,}''}{r^4}$$
$$\lambda_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = \frac{12\,\zeta'_{,,}e''}{r^3} - \frac{\varpi_{,}''}{r^4}$$
$$\Lambda_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -4.\frac{\delta_{,}''+\varepsilon_{,}''}{r^3}$$
$$\Xi_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -4.\frac{\delta_{,}''-\varepsilon_{,}''}{r^3}$$
$$\Pi_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = +4.\frac{\zeta_{,}''-\zeta'_{,,}}{r^3}$$
$$\Omega_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -4.\frac{\zeta_{,}''+\zeta'_{,,}}{r^3}$$
$$\mu_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -2.\frac{\delta_{,}''+\varepsilon_{,}''}{r^3}e' - \frac{\rho_{,}''}{r^4}$$
$$\nu_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -2.\frac{\delta_{,}''-\varepsilon_{,}''}{r^3}e' - \frac{\sigma_{,}''}{r^4}$$
$$\xi_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = +2.\frac{\zeta_{,}''-\zeta'_{,,}}{r^3}e' - \frac{\tau_{,}''}{r^4}$$
$$o_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right) = -2.\frac{\zeta_{,}''+\zeta'_{,,}}{r^3}e' - \frac{\upsilon_{,}''}{r^4}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\varkappa_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= \frac{12\,\eta_{,}''e''}{r^3h} - \frac{\varphi_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\varkappa_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\lambda_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= \frac{12\,\iota'_{,,}e''}{r^3h} - \frac{\chi_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\lambda_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\Lambda_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -4.\frac{\eta_{,}''+\theta_{,}''}{r^3h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\Lambda_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\Xi_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -4.\frac{\eta_{,}''-\theta_{,}''}{r^3h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\Xi_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\Pi_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= +4.\frac{\iota_{,}''-\iota'_{,,}}{r^3h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\Pi_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\Omega_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -4.\frac{\iota_{,}''+\iota'_{,,}}{r^3h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\Omega_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\mu_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -2.\frac{\eta_{,}''+\theta_{,}''}{r^3h}e' - \frac{\psi_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\mu_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\nu_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -2.\frac{\eta_{,}''-\theta_{,}''}{r^3h}e' - \frac{\omega_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\nu_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}\xi_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= +2.\frac{\iota_{,}''-\iota'_{,,}}{r^3h}e' - \frac{\vartheta_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}\xi_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)\\
\frac{1}{\cos(\omega+\varphi)}o_{,}''\left(\frac{di}{dt}\right) &= -2.\frac{\iota_{,}''+\iota'_{,,}}{r^3h}e' - \frac{\mathfrak{G}_{,}''}{r^4h}\cdots\cdots = \frac{\sin i}{\sin(\omega+\varphi)}o_{,}''\left(\frac{d\Omega}{dt}\right)
\end{aligned}\right\}\cdots(13)$$

Nach *Encke's* Jahrbuch für 1837 S. 330 ist:

$$\frac{1}{3av}.\frac{dv}{dt} = \frac{e\sin\Phi}{h}\mathcal{A} - \frac{h}{rr}.\frac{dh}{dt}$$

da nun hier $\frac{dh}{dt}$ durch r^2 dividirt erscheint, so können wir in der Entwickelung von $-\frac{h}{rr}.\frac{dh}{dt}$ die durch r^4 dividirten wie auch die mit e' oder e'' multiplicirten Glieder von $\frac{dh}{dt}$ vernachlässigen; fügen wir die alsdann noch beibehaltenen Glieder von $-\frac{h}{rr}.\frac{dh}{dt}$ zu den aus dem vorigen §. zu bestimmenden Gliedern von $\frac{e\sin\Phi}{h}\mathcal{A}$ mit respective gleichen Argumenten hinzu, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{3av}\,\Gamma_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{4-6(p_{,}^2+q_{,}^2)}{r^4} - \frac{h}{rr}\,\Gamma_{,}\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\,b_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\left(\frac{30p_{,}^2-6q_{,}^2-8}{r^4}e' + \frac{4a'b_{,}}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,d_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(\frac{36p_{,}q_{,}e'}{r^4} + \frac{4a'd_{,}}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\Delta_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{6q_{,}^2-6p_{,}^2}{r^4} - \frac{h}{rr}\,\Delta_{,}\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\Theta_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{-12p_{,}q_{,}}{r^4} - \frac{h}{rr}\Theta_{,}\left(\frac{dh}{dt}\right)
\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{3av}\,e_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(\frac{6q_{,}^2-6p_{,}^2}{r^4}e' + \frac{4a'e_{,}}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,f_{,}\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(-\frac{12p_{,}q_{,}e'}{r^4} + \frac{4a'f_{,}}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\varkappa_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(\frac{12\varkappa_{,}''e''}{r^4} + \frac{4\varkappa_{,}''}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\lambda_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(\frac{12\gamma'_{,,}e''}{r^4} + \frac{4\lambda_{,}''}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\Lambda_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{-4\alpha_{,}''-4\beta_{,}''}{r^4} - \frac{h}{rr}\Lambda_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\Xi''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{-4\alpha_{,}''+4\beta_{,}''}{r^4} - \frac{h}{rr}\Xi_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\Pi_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{4\gamma_{,}''-4\gamma'_{,,}}{r^4} - \frac{h}{rr}\,\Pi_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\Omega_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}.\frac{-4\gamma_{,}''-4\gamma'_{,,}}{r^4} - \frac{h}{rr}\Omega_{,}''\left(\frac{dh}{dt}\right)\\
\frac{1}{3av}\mu_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(-2.\frac{\alpha_{,}''+\beta_{,}''}{r^4}e' + \frac{4\mu_{,}''}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\nu_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(-2.\frac{\alpha_{,}''-\beta_{,}''}{r^4}e' + \frac{4\nu_{,}''}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,\xi_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(+2.\frac{\gamma_{,}''-\gamma'_{,,}}{r^4}e' + \frac{4\xi_{,}''}{r^5}\right)\\
\frac{1}{3av}\,o_{,}''\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{e\sin\Phi}{h}\left(-2.\frac{\gamma_{,}''+\gamma'_{,,}}{r^4}e' + \frac{4o_{,}''}{r^5}\right)
\end{aligned}\right\}\cdots(14)$$

Nach *Encke* a. a. O. ist ferner

$$e\frac{d\varpi}{dt} = [\pm]\left(\frac{hh\cot\varphi}{3aev}\cdot\frac{dv}{dt} + \frac{h^3\cot\varphi}{rre}\cdot\frac{dh}{dt} + \sin\varphi\left(\frac{1}{h}+\frac{h}{r}\right)\cdot\frac{dh}{dt}\right) + e\sin i\, tg\tfrac{1}{2}I\cdot\frac{dn}{dt}$$

folglich, wenn man die durch r^5 dividirten Glieder von $\frac{d\varpi}{dt}$ vernachlässigt:

$$(15)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots e\Phi^{\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)} = [\pm]\left(\frac{hh\cot\varphi}{3aev}\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \sin\varphi\left(\frac{1}{h}+\frac{h}{r}\right)\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right) + e\sin i\, tg\tfrac{1}{2}I.\Phi^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$$

wo Φ jede der 23 Bezeichnungen $\Gamma_{,}$, $b_{,}$, $d_{,}$, $\Delta_{,}$, $\Theta_{,}$, $e_{,}$, $f_{,}$, $\varkappa_{,}''$, $\lambda_{,}''$, $\varkappa'_{,,}$, $\lambda'_{,,}$, $\Lambda_{,}''$, $\Xi_{,}''$, $\Pi_{,}''$, $\Omega_{,}''$, $\mu_{,}''$, $\nu_{,}''$, $\xi_{,}''$, $o_{,}''$, $\mu'_{,,}$, $\nu'_{,,}$, $\xi'_{,,}$, $o'_{,,}$ bedeuten kann.

Nach *Encke* a. a. O. ist endlich, wenn man

$$G = \frac{2re - hh\cos\varphi}{3\sin\varphi}$$

setzt,

$$\frac{dM}{dt} = \frac{h}{ee}\left(G\frac{dv}{dt} - hv\cot\varphi.\frac{dh}{dt}\right) + \delta v$$

wo δv das Integral der mit $\Sigma m'^2$ und $\Sigma m'm''$ behafteten Glieder von $\frac{dv}{dt}dt$, von der Zeit τ an, wo die Beziehung der Störungen vom Mittelpunct der Sonne auf den Schwerpunct des Sonnensystems übergeht, bis zu einer beliebigen Zeit t genommen, bedeutet. Wir wollen das in $\frac{dM}{dt}$ enthaltene Glied δv anfangs unberücksichtigt lassen, und daher

$$(16)\ldots\ldots\frac{ee}{h}\Phi^{\left(\frac{dM}{dt}\right)} = G\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} - hv\cot\varphi.\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}$$

schreiben.

18.

Die im vorigen §. gefundenen Ausdrücke für die mit den Quadraten und Producten der störenden Massen behafteten Glieder der differentiellen Aenderungen der einzelnen Kometen-Elemente sind nun zu integriren. Die Integration nimmt eine andere Gestalt für die Glieder an, welche von den mittleren Anomalien der Planeten und den Differenzen und Summen ihrer Vielfachen abhangen, als für die davon unabhängigen Glieder. Die letzteren sind die mit $\Gamma_{,}^{(e)}$ behafteten; sie sind, wie leicht zu bemerken, nur unter den von den Quadraten, nicht aber unter den von den Producten der störenden Massen abhängigen Gliedern enthalten. Wir werden mit der Integration der von den mittleren Anomalien abhängigen Glieder anfangen, und dabei die vortreffliche *Bessel*'sche Methode anwenden, welche in der Abhandlung Nr. 313. 314. 315 der Astr. Nachr. auseinandergesetzt ist. Es wird dazu die Bildung der in Beziehung auf die Zeit genommenen successiven Differentialquotienten von $b_{,}^{(e)}$, $d_{,}^{(e)}$ ....$\varkappa_{,}''^{(e)}$, $\lambda_{,}''^{(e)}$ ... erfordert. Aus den Sp. 39 der gedachten Abhandlung angeführten Gründen reicht zu der hier beabsichtigten Annäherung die Bildung der ersten Differentialquotienten hin, und aus denselben Gründen geht zugleich hervor, dafs, wenn man $\frac{d\Phi^{(e)}}{dt}$ in die beiden Glieder

$$\frac{d\Phi^{(e)}}{dr}\cdot\frac{dr}{dt} + \frac{d\Phi^{(e)}}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt}$$

oder

$$\frac{d\Phi^{(e)}}{dr}\cdot\frac{e\sin\varphi}{h} + \frac{d\Phi^{(e)}}{d\varphi}\cdot\frac{h}{rr}$$

auflöst, das letztere, weil es um 2 Potenzen von r niedriger als $\Phi^{(e)}$ ist, allemal vernachlässigt werden kann, wofern man nur $\Phi^{(e)}$ auf Glieder von der Form $\frac{\Psi}{r^m}$ gebracht hat, wo m eine ganze positive Zahl, und Ψ eine ganze rationale Function von $\sin\varphi$, von $\cos\varphi$ und von Constanten ist. Die letztere Bedingung kann jedoch überall durchgeführt werden; denn wenn auch in der Gleichung (15) $\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$ mit $\cot\varphi$ multiplicirt erscheint so mufs man doch bedenken, dafs diese Gleichung streng genommen

$$\left.\begin{aligned} e\Phi^{\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)} = [\pm]\Bigg(\frac{hh\cos\varphi}{e\sin\varphi}&\left(\frac{1}{3av}.\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{h}{rr}\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right) \\ &+ \sin\varphi.\left(\frac{1}{h}+\frac{h}{r}\right)\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\Bigg)\end{aligned}\right\}\ldots(17$$

$+ e\sin i\, tg\frac{1}{2}I.\Phi^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$ lautet, und dafs $\frac{1}{3av}\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{h}{rr}\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}$ zufolge der Gleichungen (14) $\sin\varphi$ als Factor enthält, welches sich gegen $\sin\varphi$ im Nenner hebt; und wenn in der Gleichung (16) die Formel für G im Nenner $\sin\varphi$ enthält, und aufserdem $\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}$ mit $\cot\varphi$ multiplicirt erscheint, so ist zu bedenken, dafs die Gleichung (16) auch in dieser Gestalt:

$$\frac{ee}{h}\Phi^{\left(\frac{dM}{dt}\right)} = av(2e - \cos\varphi - e\cos\varphi^2).\frac{r}{\sin\varphi}\left(\frac{1}{3av}.\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{h}{rr}\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right) - \frac{ave(2+e\cos\varphi)\sin\varphi}{h}\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\ldots\ldots(18$$

geschrieben werden kann. Endlich ist noch zu bemerken, dafs man, wenn man von $\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}$, $\Phi^{\left(\frac{di}{dt}\right)}$, $\Phi^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}$, $\Phi^{\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)}$ oder $\Phi^{\left(\frac{dM}{dt}\right)}$ den Differentialquotienten bilden will, man vor der Differentiirung die durch r^4 dividirten wie auch die mit e' oder e'' multiplicirten Glieder weglassen kann; ist alsdann $\frac{\Psi}{r^3}$ das noch übrigbleibende Glied, so ergiebt sich der Differentialquotient

$$= -\frac{3\Psi}{r^4}.\frac{e\sin\varphi}{h}$$

Man kann daher auch

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}; \qquad \frac{d\Phi^{\left(\frac{di}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{di}{dt}\right)}$$

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{dn}{dt}\right)}; \qquad \frac{d\Phi^{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{d\omega}{dt}\right)}$$

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{dM}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{dM}{dt}\right)}$$

und eben so

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{4e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)}$$

setzen, welches ein aufserordentlich leichtes Mittel zur numerischen Berechnung der Differentialquotienten giebt, nachdem man die zu differentiirenden Coefficienten durch die Gleichungen (9) bis (16) numerisch bestimmt hat. Bei der Berechnung dieser Differentialquotienten braucht man für Φ nur nach und nach $\Delta_{,}$, $\Theta_{,}$, $\Lambda_{,}'$, $\Xi_{,}''$, $\Pi_{,}''$, $\Omega_{,}''$ zu substituiren; $b_{,}$, $d_{,}$, $e_{,}$, $f_{,}$, $\kappa_{,}''$, $\lambda_{,}''$, $\kappa'_{,,}$, $\lambda'_{,,}$, $\mu_{,}''$, $\nu_{,}''$, $\xi_{,}''$, $o_{,}''$, $\mu'_{,,}$, $\nu'_{,,}$, $\xi'_{,,}$, $o'_{,,}$ bleiben (aus dem angeführten Grunde) unberücksichtigt, oder die betreffenden Differentialquotienten können $= 0$ gesetzt werden.

Die Integration selbst wird nun durch die *Bessel*'sche Formel

$$\int (\Phi^{(e)}\cos m + F^{(e)}\sin m).\,dt =$$

$$\left(-\frac{F^{(e)}}{\frac{dm}{dt}} + \frac{1}{\left(\frac{dm}{dt}\right)^2}\cdot\frac{d\Phi^{(e)}}{dt}\right)\cos m + \left(\frac{\Phi^{(e)}}{\frac{dm}{dt}} + \frac{1}{\left(\frac{dm}{dt}\right)^2}\cdot\frac{dF^{(e)}}{dt}\right)\sin m$$

vollzogen, wo m jedes beliebige auf die Differenzen oder Summen der Vielfachen der mittleren Bewegungen der Planeten sich beziehende Argument, und $\Phi^{(e)}$ den durch die Gleichungen (13) bis (16) bestimmten zu $\cos m$ gehörigen Coefficienten, $F^{(e)}$ aber den zu $\sin m$ gehörigen Coefficienten bezeichnet. Hieraus ergiebt sich, wenn man unter c jedes der 6 Elemente des Kometen versteht:

$$b_{,}^{(dc)} = -\frac{1}{\nu'}\cdot d_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$d_{,}^{(dc)} = \frac{1}{\nu'}\cdot b_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$\Delta_{,}^{(dc)} = -\frac{1}{2\nu'}\cdot\Theta_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{4\nu'\nu'}\cdot\frac{d\Delta_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$\Theta_{,}^{(dc)} = \frac{1}{2\nu'}\cdot\Delta_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{4\nu'\nu'}\cdot\frac{d\Theta_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$e_{,}^{(dc)} = -\frac{1}{3\nu'}\cdot f_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$f_{,}^{(dc)} = \frac{1}{3\nu'}\cdot e_{,}^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$\kappa_{,}''^{(dc)} = -\frac{1}{\nu'}\cdot\lambda_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$\lambda_{,}''^{(dc)} = \frac{1}{\nu'}\cdot\kappa_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} \quad \ldots\ldots(19)$$

$$\Lambda_{,}''^{(dc)} = -\frac{1}{\nu'-\nu''}\cdot\Pi_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{(\nu'-\nu'')^2}\cdot\frac{d\Lambda_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$\Xi_{,}''^{(dc)} = -\frac{1}{\nu'+\nu''}\cdot\Omega_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{(\nu'+\nu'')^2}\cdot\frac{d\Xi_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$\Pi_{,}''^{(dc)} = \frac{1}{\nu'-\nu''}\cdot\Lambda_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{(\nu'-\nu'')^2}\cdot\frac{d\Pi_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$\Omega_{,}''^{(dc)} = \frac{1}{\nu'+\nu''}\cdot\Xi_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)} + \frac{1}{(\nu'+\nu'')^2}\cdot\frac{d\Omega_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}}{dt}$$

$$\mu_{,}''^{(dc)} = -\frac{1}{2\nu'-\nu''}\cdot\xi_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$\nu_{,}''^{(dc)} = -\frac{1}{2\nu'+\nu''}\cdot o_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$\xi_{,}''^{(dc)} = \frac{1}{2\nu'-\nu''}\cdot\mu_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

$$o_{,}''^{(dc)} = \frac{1}{2\nu'+\nu''}\cdot\nu_{,}''^{\left(\frac{dc}{dt}\right)}$$

wobei zu bemerken, dafs für ν' und ν'' die mittleren anomalistischen Bewegungen der betreffenden Planeten zu setzen sind. Diese mittleren Bewegungen findet man durch die Formel:

$$\nu' = L_{,} + G_{,} - P_{,} - V_{,}$$

wo $L_{,}$ die mittlere tropische Bewegung in der Länge, $G_{,}$ aber die Geschwindigkeit bezeichnet, womit die grofse Ungleichheit sich ändert, wo ferner $P_{,}$ die gleichförmige tropische Bewegung des Periheliums, und $V_{,}$ die Geschwindigkeit bedeutet, womit die ungleichförmige Secular-Variation des Periheliums sich ändert. Man findet $G_{,}$ am einfachsten vermittelst der in Tafel IX der *Bouvard*'schen Jupitertafeln und in Tafel XI der Saturns- und Uranustafeln ausgesetzten ersten und zweiten Differenzen, und $V_{,}$ vermittelst der in Tafel III der Jupiters- und Saturnstafeln ausgesetzten Differenzen, wenn man die *Bessel*schen Formeln Spalte 9 der Abhandlung Nr. 313 der Astron. Nachr. zu Hülfe nimmt.

19.

Auch die Integration der von der Stellung der Planeten unabhängigen Glieder hat keine Schwierigkeit. Diese sind theils durch r^3, theils durch r^4, theils durch r^5 dividirt. Bezeichnen wir demnach ein solches Glied mit $\frac{\Psi}{r^m}$, wo Ψ kein r enthält, so finden wir:

$$\frac{\Psi}{r^m}dt = \frac{\Psi(1+e\cos\varphi)^{m-2}}{h^{2m-3}}d\varphi$$

Da hier $m-2$ positiv, so ist der Zähler eine ganze rationale Function von $\sin\varphi$, von $\cos\varphi$ und von Constanten, und läſst sich daher durch Entwickelung nach den Sinussen und Cosinussen der Vielfachen von φ zur Integration vorbereiten, welche sich dann ohne Umstände vollziehen läſst. Auf diese Art finden wir, indem wir zur Integration von $\Gamma_{,}^{\left(\frac{dw}{dt}\right)}.dt$ und $\Gamma_{,}^{\left(\frac{dM}{dt}\right)}.dt$ die Gleichungen (17) und (18) zum Grunde legen:

$$-\frac{h^3}{\sin i'^2}.\Gamma_{,}^{(\delta h)} = e\cos(2\omega_{,}+\varphi)+\cos(2\omega_{,}+2\varphi)+\frac{e}{3}\cos(2\omega_{,}+3\varphi);$$

$$\frac{h^4}{\sin i'\cos i'}.\Gamma_{,}^{(\delta i)} = e\cos(\omega+\omega_{,}+\varphi)+\cos(\omega+\omega_{,}+2\varphi)+\frac{e}{3}\cos(\omega+\omega_{,}+3\varphi)+2\sin N'.(\varphi+e\sin\varphi);$$

$$\frac{h^4\sin i}{\sin i'\cos i'}.\Gamma_{,}^{(\delta n)} = e\sin(\omega+\omega_{,}+\varphi)+\sin(\omega+\omega_{,}+2\varphi)+\frac{e}{3}\sin(\omega+\omega_{,}+3\varphi)-2\cos N'.(\varphi+e\sin\varphi);$$

$$(20)\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{h^6}{3a\nu}\Gamma_{,}^{(\delta\nu)} = {} & e(2-3\sin i'^2)\left(\left(1+\frac{ee}{4}\right)\cos\varphi+\frac{e}{2}\left(\cos 2\varphi+\frac{e}{6}\cos 3\varphi\right)\right)\\ & +\sin i'^2.\left(\frac{e^3}{8}\left(\cos(2\omega_{,}-\varphi)+\cos(2\omega_{,}+5\varphi)\right)+\frac{3e}{2}\left(1+\frac{ee}{4}\right)\left(\cos(2\omega_{,}+\varphi)+\cos(2\omega_{,}+3\varphi)\right)\right.\\ & \left.+\left(1+\frac{3ee}{2}\right)\cos(2\omega_{,}+2\varphi)+\frac{3ee}{4}\cos(2\omega_{,}+4\varphi)\right)\end{aligned}\right.$$

$$[\mp]h^4e\left(\Gamma_{,}^{(\delta\varpi)}-\sin i\,tg\tfrac{1}{2}I.\Gamma_{,}^{(\delta n)}\right) = (2-3\sin i'^2)\left(\left(1+\frac{3ee}{4}\right)\sin\varphi+\frac{e}{2}\left(2\varphi+\sin 2\varphi+\frac{e}{6}\sin 3\varphi\right)\right)$$
$$+\sin i'^2.\left(\frac{ee}{8}\left(\sin(2\omega_{,}+5\varphi)-\sin(2\omega_{,}-\varphi)\right)-\left(\tfrac{1}{2}-\frac{7ee}{8}\right)\sin(2\omega_{,}+\varphi)+\left(\tfrac{7}{3}+\frac{11ee}{24}\right)\sin(2\omega_{,}+3\varphi).\right.$$
$$\left.+\frac{3e}{4}\left(2\sin(2\omega_{,}+2\varphi)+\sin(2\omega_{,}+4\varphi)\right)\right);$$

$$(21)\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{h^3e}{a\nu}.\Gamma_{,}^{(\delta M)} = {} & (2-3\sin i'^2)\left(\left(1-\frac{5ee}{4}\right)\sin\varphi-\frac{e}{2}\left(2\varphi-\sin 2\varphi-\frac{e}{6}\sin 3\varphi\right)\right)\\ & +\sin i'^2\left(-\frac{3e\varphi\cos 2\omega_{,}}{4}+\frac{ee}{8}\left(\sin(2\omega_{,}+5\varphi)-\sin(2\omega_{,}-\varphi)\right)-\left(2+\frac{11ee}{8}\right)\sin(2\omega_{,}+\varphi)\right.\\ & \left.+\tfrac{7}{3}\left(1-\frac{ee}{4}\right)\sin(2\omega_{,}+3\varphi)-\frac{3e}{4}\left(3\sin(2\omega_{,}+2\varphi)-4\sin(2\omega_{,}+4\varphi)\right)\right).\end{aligned}\right.$$

20.

Die in den beiden vorigen Paragraphen entwickelten Integrale sind, ohne Rücksicht auf eine hinzuzufügende Constante, für den Anfang und das Ende desjenigen Zeitraums numerisch zu berechnen, für welchen man die von den Quadraten und Producten der störenden Massen abhängigen endlichen Aenderungen der Kometen-Elemente bestimmen will; alsdann ist das Integral für den Anfang τ dieses Zeitraums von dem Integral für das Ende v desselben Zeitraums zu subtrahiren, und die Integration ist vollendet. Es fehlt jedoch noch bei δM der von dem vernachlässigten Gliede $\delta\nu$ des Ausdrucks für $\frac{dM}{dt}$ herrührende Theil, d. h. es fehlt das von $t=\tau$ bis $t=v$ zu erstreckende $\int\delta\nu.dt$. Hier ist das innerhalb des Integral-Zeichens enthaltene $\delta\nu$ von dem Augenblick τ bis zu einem beliebigen (veränderlichen) Augenblick t zu erstrecken; dies soll durch

$$\delta\nu = \delta^{(t)}\nu-\delta^{(\tau)}\nu$$

ausgedrückt werden, wo $\delta^{(t)}\nu$ eine Variable, und $\delta^{(\tau)}\nu$ eine Constante ist. Wir können hiernach schreiben:

$$\int\delta\nu.dt = \int\delta^{(t)}\nu.dt-\delta^{(\tau)}\nu(v-\tau)$$

wo das letztere Integralzeichen gleichfalls von $t=\tau$ bis $t=v$ zu erstrecken ist. Wir finden aber nach der §. 18 angeführten *Bessel*'schen Formel:

$$b^{(\int\delta^{(t)}\nu.dt)} = -\frac{1}{\nu_{,}}.d_{,}^{(\delta\nu)} = -\frac{1}{\nu'\nu'}.b_{,}^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)}$$

$$d_{,}^{(\int\delta^{(t)}\nu.dt)} = -\frac{1}{\nu'\nu'}.d_{,}^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)}$$

$$\Delta_{,}^{(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{2\nu'}\Theta_{,}^{(dv)} + \frac{1}{4\nu'\nu'}\cdot\frac{d\Delta_{,}^{(dv)}}{dt}$$

$$= -\frac{1}{4\nu'\nu'}\Delta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} - \frac{1}{4\nu'^2}\cdot\frac{d\Theta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}}{dt}$$

$$= -\frac{1}{4\nu'\nu'}\Delta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{e\sin\varphi}{rh\nu'^2}\cdot\Theta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Theta_{,}^{(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{4\nu'\nu'}\cdot\Theta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} - \frac{e\sin\varphi}{rh\nu'^2}\cdot\Delta_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$e_{,}^{(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{9\nu'\nu'}\cdot e_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$f_{,}^{(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{9\nu'\nu'}\cdot f_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\varkappa_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{\nu'\nu'}\cdot\varkappa_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\lambda_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{\nu'\nu'}\cdot\lambda_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Lambda_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(\nu'-\nu'')^2}\cdot\Lambda_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{8e\sin\varphi}{rh(\nu'-\nu'')^3}\Pi_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Xi_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(\nu'+\nu'')^2}\cdot\Xi_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)} + \frac{8e\sin\varphi}{rh(\nu'+\nu'')^3}\cdot\Omega_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Pi_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(\nu'-\nu'')^2}\cdot\Pi_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)} - \frac{8e\sin\varphi}{rh(\nu'-\nu'')^3}\cdot\Lambda_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Omega_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(\nu'+\nu'')^2}\cdot\Omega_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)} - \frac{8e\sin\varphi}{rh(\nu'+\nu'')^3}\cdot\Xi_{,}^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\mu_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(2\nu'-\nu'')^2}\cdot\mu_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\nu_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(2\nu'+\nu'')^2}\cdot\nu_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\xi_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(2\nu'-\nu'')^2}\cdot\xi_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$o_{,}^{e(\int\delta^{(1)}v.dt)} = -\frac{1}{(2\nu'+\nu'')^2}\cdot o_{,}^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

Noch ist der durch die Gleichung (20) dargestellte Ausdruck von $\Gamma_{,}^{(dv)}$ mit dt, d. i. mit

$$\frac{h^3}{(1+e\cos\varphi)^2}\cdot d\varphi$$

zu multipliciren und dann zu integriren, um $\Gamma_{,}^{(\int\delta^{(1)}v.dt)}$ zu finden. Wir bereiten die einzelnen Glieder von $\Gamma_{,}^{(dv)}$ zur Integration vor, dadurch dafs wir den Winkel φ und seine Vielfachen von $2w_{,}$ absondern; das geschieht vermittelst der bekannten Formeln für den Cosinus der Summe und Differenz zweier Winkel; hier wird nämlich

$$\cos(2w_{,}-\varphi) = \cos 2w_{,}\cos\varphi + \sin 2w_{,}\sin\varphi$$
$$\cos(2w_{,}+5\varphi) = \cos 2w_{,}\cos 5\varphi - \sin 2w_{,}\sin 5\varphi$$

u. s. w. Dadurch wird die in Rede stehende Integration auf die Ermittelung der Integrale $\int\frac{\cos m\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ und $\int\frac{\sin m\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ zurückgeführt, wo für m nach und nach 1, 2, 3, 4, 5 zu substituiren ist. Da man sowohl $\cos m\varphi$ als $\frac{\sin m\varphi}{\sin\varphi}$ sich auf lauter Potenzen von $\cos\varphi$ mit ganzen positiven Exponenten zurückführen läfst, z. B.

$$\cos 2\varphi = 2\cos\varphi^2 - 1 \qquad \sin 2\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi$$
$$\cos 3\varphi = 4\cos\varphi^3 - 3\cos\varphi \qquad \sin 3\varphi = \sin\varphi\,(4\cos\varphi^2-1)$$

u. s. w., so hängt unsere auszuführende Integration von der Ermittelung von $\int\frac{\cos\varphi^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ und $\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi^{m-1}\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ ab, für welches letztere Integral man auch $-\frac{1}{m}\int\frac{d(\cos\varphi^m)}{(1+e\cos\varphi)^2}$ d. i.

$$\frac{1}{hhe}\int\left(\left(\frac{hh}{re}\right)^{m-1} - (m-1)\cdot\left(\frac{hh}{re}\right)^{m-2}\cdot\frac{1}{e} + \frac{(m-1)(m-2)}{1.2}\cdot\left(\frac{hh}{re}\right)^{m-3}\cdot\left(\frac{1}{e}\right)^2 - \ldots\left(\frac{1}{e}\right)^{m-1}\right).dr$$

schreiben kann. Aber auch $\frac{\cos\varphi^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ ist eben so integrabel. Denn wenn erstens $m=0$ gesetzt wird, so findet sich:

$$\int\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} = \frac{1}{h^3}\int\frac{r^2}{h}d\varphi = \frac{1}{h^3}\int dt = \frac{t-T}{h^3}$$

Ferner hat man, wenn $m=1$ gesetzt wird:

$$\int\frac{\cos\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} = \frac{1}{e}\left(\int\frac{(1+e\cos\varphi)\,d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} - \int\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}\right) = \frac{1}{e}\left(\int\frac{d\varphi}{1+e\cos\varphi} - \frac{t-T}{h^3}\right) = \frac{1}{e}\left(\frac{\sqrt{a.s}}{h} - \frac{t-T}{h^3}\right)$$

Kann man aber $\frac{\cos\varphi^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$ für die Werthe $m=0, 1, 2, 3\ldots$ bis zu einer gewissen Grenze integriren, so findet man für das um 1 gröfsere m das Integral folgendergestalt:

$$\int\frac{\cos\varphi^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} = \frac{1}{e^m}\left(\int\frac{(1+e\cos\varphi)^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} - \int\frac{1+me\cos\varphi+\frac{m(m-1)}{1.2}ee\cos\varphi^2+\ldots+me^{m-1}\cos\varphi^{m-1}}{(1+e\cos\varphi)^2}d\varphi\right)$$

also $e^m\int\frac{\cos\varphi^m d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=\int(1+e\cos\varphi)^{m-2}d\varphi-\int\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}-me\int\frac{\cos\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}-\frac{m(m-1)}{1.2}e^2\int\frac{\cos\varphi^2 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}-\ldots$

$$-me^{m-1}\int\frac{\cos\varphi^{m-1}d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}$$

Diese Integration ist leicht ausführbar, weil, wenn $m=$ oder >2 ist, $m-2=0$ oder positiv wird, und folglich $(1+e\cos\varphi)^{m-2}$ sich nach den Cosinussen der Vielfachen von φ entwickeln läßt. Durch alle diese Hülfsmittel finden wir:

$$e^2\int\frac{\cos\varphi^2 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=\varphi-\frac{2s\sqrt{a}}{h}+\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^3\int\frac{\cos\varphi^3 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-2\varphi+e\sin\varphi+\frac{3s\sqrt{a}}{h}-\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^4\int\frac{\cos\varphi^4 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=\left(3+\frac{ee}{2}\right)\varphi-2e\sin\varphi+\frac{ee}{4}\sin 2\varphi-\frac{4s\sqrt{a}}{h}+\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^5\int\frac{\cos\varphi^5 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-(4+ee)\varphi+3e\left(1+\frac{ee}{4}\right)\sin\varphi-\frac{ee}{2}\sin 2\varphi+\frac{e^3}{12}\sin 3\varphi+\frac{5s\sqrt{a}}{h}-\frac{t-T}{h^3}$$

$$e\int\frac{\sin\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=\frac{r}{hh}$$

$$e^2\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=\log r-\frac{r}{hh}$$

$e^3\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi^2 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-1-e\cos\varphi-2\log r+\frac{r}{hh}$, ohne Rücksicht auf die Constante $=-e\cos\varphi-2\log r+\frac{r}{hh}$

$$e^4\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi^3 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=2e\cos\varphi-\frac{ee}{4}\cos 2\varphi+3\log r-\frac{r}{hh}$$

$$e^5\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi^4 d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-e\left(3+\frac{ee}{4}\right)\cos\varphi+\frac{ee}{2}\left(\cos 2\varphi-\frac{e}{6}\cos 3\varphi\right)-4\log r+\frac{r}{hh}$$

$$e^2\int\frac{\cos 2\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=2\varphi-\frac{4s\sqrt{a}}{h}+(2-e^2).\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^3\int\frac{\cos 3\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-8\varphi+4e\sin\varphi+3(4-e^2).\frac{s\sqrt{a}}{h}-(4-3e^2).\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^4\int\frac{\cos 4\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=4(6-e^2)\varphi-16e\sin\varphi+2e^2\sin 2\varphi-16(2-e^2).\frac{s\sqrt{a}}{h}+(8-8e^2+e^4).\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^5\int\frac{\cos 5\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-8(8-3e^2)\varphi+8e(6-e^2)\sin\varphi-8e^2\sin 2\varphi+\frac{4e^3}{3}\sin 3\varphi+5(16-12e^2+e^4).\frac{s\sqrt{a}}{h}$$
$$-(16-20e^2+5e^4).\frac{t-T}{h^3}$$

$$e^2\int\frac{\sin 2\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=2\log r-2.\frac{r}{hh}$$

$$e^3\int\frac{\sin 3\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-4e\cos\varphi-8\log r+(4-e^2).\frac{r}{hh}$$

$$e^4\int\frac{\sin 4\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=16e\cos\varphi-2e^2\cos 2\varphi+4(6-e^2)\log r-4(2-e^2).\frac{r}{hh}$$

$$e^5\int\frac{\sin 5\varphi\, d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2}=-8e(6-e^2)\cos\varphi+4e^2\left(2\cos 2\varphi-\frac{e}{3}\cos 3\varphi\right)-8(8-3e^2)\log r+(16-12e^2+e^4).\frac{r}{hh}$$

$$\frac{h^3e}{a\nu}\Gamma_{,}^{(\int\delta^{(t)}\nu.dt)}=e(2-3\sin i'^2)(\varphi+e\sin\varphi)+\sin i'^2\left(\frac{3ee}{2}\sin(2\varpi_{,}+\varphi)+\frac{3e}{2}\sin(2\varpi_{,}+2\varphi)+\frac{3ee}{2}\sin(2\varpi_{,}+3\varphi)\right)$$
$$-e\left(2+3e^2-3\left(1+\frac{3ee}{2}(\tfrac{1}{2}+\sin\varpi_{,}^2)\right)\sin i'^2\right).\frac{t-T}{h^3}$$

Es ist daher rathsam, in den Gleichungen (19) für e nur nach und nach h, i, n, ν, ϖ zu substituiren, und δM durch folgende Formeln zu bestimmen, welche man durch Vereinigung des durch die Gleichungen (16), (19) und (21) ausgedrückten Theils von δM mit $\int\delta^{(t)}\nu.dt$ erhält, und worin

$$S=\frac{3re-hh\cos\varphi}{re}$$

gesetzt ist:

$$\left.\begin{aligned}\frac{h^3 e}{m}\Gamma_,^{(\delta M)} = {} & (2-3\sin i'^2)\left(\left(\left(1-\frac{ee}{4}\right)\sin\varphi+\frac{e}{2}\left(\sin 2\varphi+\frac{e}{6}\sin 3\varphi\right)\right)-e\left(2+3e^2-3\left(1+\frac{3ee}{2}(\tfrac{1}{2}+\sin\omega_,^2)\right)\sin i'^2\right)\cdot\frac{t-T}{h^3}\right.\\ & +\sin i'^2\cdot\left(\frac{ee}{8}\left(\sin(2\omega_,+5\varphi)-\sin(2\omega_,-\varphi)\right)-\left(2-\frac{ee}{8}\right)\sin(2\omega_,+\varphi)+\left(\tfrac{7}{2}+\frac{5ee}{8}\right)\sin(2\omega_,+3\varphi)\right.\\ & \left.\left.-\frac{3e}{4}\left(\sin(2\omega_,+2\varphi)-4\sin(2\omega_,+4\varphi)+\varphi\cos 2\omega_,\right)\right)\right.\end{aligned}\right\}\ldots(22)$$

$$b_,^{(\delta M)} = \frac{h}{eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,d_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,d_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{v'v'}\,.\,b_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$d_,^{(\delta M)} = -\frac{h}{eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,b_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,b_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{v'v'}\,.\,d_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Delta_,^{(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{2ev'}\left(\frac{h}{e\sin\varphi}\Theta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{2rv'}\Delta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)-\left(\frac{Gh}{2eev'}-\frac{e\sin\varphi}{rhv'^3}\right)\Theta_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{4v'v'}\Delta_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Theta_,^{(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{2ev'}\left(-\frac{h}{e\sin\varphi}\Delta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{2rv'}\Theta_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)+\left(\frac{Gh}{2eev'}-\frac{e\sin\varphi}{rhv'^3}\right)\Delta_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{4v'v'}\Theta_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$e_,^{(\delta M)} = \frac{h}{3eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,f_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,f_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{9v'v'}\,.\,e_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$f_,^{(\delta M)} = -\frac{h}{3eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,e_,^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,e_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{9v'v'}\,.\,f_,^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\varkappa_,^{e(\delta M)} = \frac{h}{eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,\lambda_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,\lambda_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{v'v'}\,.\,\varkappa_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\lambda_,^{e(\delta M)} = -\frac{h}{eev'}\left(hv\cot\varphi\,.\,\varkappa_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,\varkappa_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{v'v'}\,.\,\lambda_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Lambda_,^{e(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{e(v'-v^e)}\left(\frac{h}{e\sin\varphi}\Pi_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{r(v'-v^e)}\Lambda_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)-\left(\frac{Gh}{ee(v'-v^e)}-\frac{8e\sin\varphi}{rh(v'-v^e)^3}\right)\Pi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{(v'-v'')^2}\Lambda_,^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Xi_,^{e(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{e(v'+v^e)}\left(\frac{h}{e\sin\varphi}\Omega_,^{''\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{r(v'+v^e)}\Xi_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)-\left(\frac{Gh}{ee(v'+v^e)}-\frac{8e\sin\varphi}{rh(v'+v^e)^3}\right)\Omega_,^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{(v'+v'')^2}\Xi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Pi_,^{''(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{e(v'-v^e)}\left(-\frac{h}{e\sin\varphi}\Lambda_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{r(v'-v^e)}\Pi_,^{''\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)+\left(\frac{Gh}{ee(v'-v^e)}-\frac{8e\sin\varphi}{rh(v'-v^e)^3}\right)\Lambda_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{(v'-v^e)^2}\Pi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\Omega_,^{e(\delta M)} = \frac{hv\cos\varphi}{e(v'+v^e)}\left(-\frac{h}{e\sin\varphi}\Xi_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)}+\frac{3}{r(v'+v^e)}\Omega_,^{''\left(\frac{dh}{dt}\right)}\right)+\left(\frac{Gh}{ee(v'+v^e)}-\frac{8e\sin\varphi}{rh(v'+v^e)^3}\right)\Xi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}-\frac{S}{(v'+v^e)^2}\Omega_,^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\mu_,^{e(\delta M)} = \frac{h}{ee(2v'-v^e)}\left(hv\cot\varphi\,.\,\xi_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,\xi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{(2v'-v^e)^2}\,.\,\mu_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\nu_,^{e(\delta M)} = \frac{h}{ee(2v'+v^e)}\left(hv\cot\varphi\,.\,o_,^{''\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,o_,^{''\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{(2v'+v^e)^2}\,.\,\nu_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$\xi_,^{e(\delta M)} = -\frac{h}{ee(2v'-v^e)}\left(hv\cot\varphi\,.\,\mu_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,\mu_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{(2v'-v^e)^2}\,.\,\xi_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

$$o_,^{e(\delta M)} = -\frac{h}{ee(2v'+v^e)}\left(hv\cot\varphi\,.\,\nu_,^{e\left(\frac{dh}{dt}\right)} - G\,.\,\nu_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}\right)-\frac{1}{(2v'+v'')^2}\,.\,o_,^{e\left(\frac{dv}{dt}\right)}$$

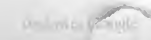
…d δM auf diese Art bestimmt, so ist das anzuhängende …d nicht mehr $\int \delta v\,.\,dt$, sondern

$$-\delta_{,,}^{(\tau)}v\,.\,(v-\tau)$$

… Glied ist nachher hinzuzufügen, nachdem man den Anfang … Integrals vom Ende desselben subtrahirt hat.

21.

Will man $\frac{1}{2a}$ als Element statt v einführen, so läſst sich das geschlossene Integral der von den Quadraten und Producten der störenden Massen abhängenden differentiellen Aenderung durch folgende Formeln berechnen:



$$\Phi^{\left(\frac{d\frac{1}{2a}}{dt}\right)} = \frac{1}{3av}\,\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \;\ldots\text{(identisch mit den Gleichungen (14))}$$

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{d\frac{1}{2a}}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{4e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{d\frac{1}{2a}}{dt}\right)}$$

$$h^6\Gamma_{,}^{\left(d\frac{1}{2a}\right)} = \frac{h^6}{3av}\,\Gamma_{,}^{(dv)} \ldots\text{(identisch mit der Gleichung (20))}$$

dann läfst sich in den Gleichungen (19) für c auch $\frac{1}{2a}$ substituiren.

Will man a statt v einführen, so rechnet man nach folgenden Formeln:

$$\Phi^{\left(\frac{da}{dt}\right)} = -\frac{2a}{3v}\,\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \;\ldots\text{(die rechten Seiten der Gleichungen (14) werden mit } -2a^2 \text{ multiplicirt.)}$$

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{da}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{4e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{da}{dt}\right)}$$

$$\Gamma_{,}^{(da)} = -\frac{2a}{3v}\,\Gamma_{,}^{(dv)} \;\ldots\text{(die rechte Seite der Gleichung (20) wird mit } -\frac{2aa}{h^6} \text{ multiplicirt)}$$

dann läfst sich in den Gleichungen (19) für c auch a substituiren.

Will man e statt h einführen, so gelten die Formeln:

$$\Phi^{\left(\frac{de}{dt}\right)} = -\frac{h}{ae}\,\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - \frac{hh}{3aev}\,\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \;\ldots$$

(die rechten Seiten der in der linken Columne von (13) enthaltenen Gleichungen werden, nachdem sie mit $-\frac{h}{ae}$ multiplicirt sind, zu den mit $-\frac{hh}{e}$ multiplicirten rechten Seiten der Gleichungen (14) addirt.)

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{de}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3e\sin\varphi}{rh}\,\Phi^{\left(\frac{de}{dt}\right)};$$

$$\begin{aligned}-h^4e\Gamma_{,}^{(de)} = {} & e(2-3\sin i'^2)\left(\left(1+\frac{ee}{4}\right)\cos\varphi+\frac{e}{2}\left(\cos 2\varphi+\frac{e}{6}\cos 3\varphi\right)\right)\\ & +\sin i'^2.\left[\frac{e^3}{8}\left(\cos(2\omega_,-\varphi)+\cos(2\omega_,+3\varphi)\right)+\frac{e}{2}\left(1+\frac{11ee}{4}\right)\cos(2\omega_,+\varphi)+\frac{e}{6}\left(7+\frac{17ee}{4}\right)\cos(2\omega_,+3\varphi)\right.\\ & \left.+\frac{ee}{2}\left(5\cos(2\omega_,+2\varphi)+\tfrac{1}{2}\cos(2\omega_,+4\varphi)\right)\right];\end{aligned}$$

dann läfst sich in den Gleichungen (19) für c auch e substituiren.

Will man endlich T statt M einführen, so folgt aus der *Bessel*'schen Formel (c') Seite 58 der oben angeführten Schrift über den Kometen von 1807, wenn man

$$U = t - T - \frac{Gh}{ee}$$

setzt:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{hh}{ee}\cot\varphi.\frac{dh}{dt} + \frac{U}{v}.\frac{dv}{dt}$$

folglich:

$$\Phi^{\left(\frac{dT}{dt}\right)} = \frac{hh}{ee}\cot\varphi.\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} + \frac{U}{v}.\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} \ldots$$

(die rechten Seiten der in der linken Columne von (13) enthaltenen Gleichungen werden, nachdem sie mit $\frac{hh}{ee}\cot\varphi$ multiplicirt sind, zu den mit $3aU$ multiplicirten rechten Seiten der Gleichungen (14)

(23).........addirt)

Wird dieser Ausdruck von $\Phi^{\left(\frac{dT}{dt}\right)}$ in Beziehung auf die Zeit differentiirt, so finden wir, mit Weglassung der Glieder, welche bei der hier beabsichtigten Annäherung nicht in Betracht kommen, und indem wir

$$W = \frac{4e\sin\varphi}{rh}.U + \frac{hh}{3aee\sin\varphi^3}$$

setzen:

$$\frac{d\Phi^{\left(\frac{dT}{dt}\right)}}{dt} = -\frac{3h\cos\varphi}{re}.\Phi^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} - \frac{W}{v}.\Phi^{\left(\frac{dv}{dt}\right)}\;{}^{*)} \ldots$$

(die rechten Seiten der in der linken Columne von (13) enthaltenen Gleichungen werden, nachdem sie mit $-\frac{3h\cos\varphi}{re}$ multiplicirt sind, zu den mit $-3aW$ multiplicirten rechten Seiten der Gleichungen (14) addirt.)

Um nun $\Gamma_{,}^{(dT)}$ zu finden, müssen wir die in (23) mit enthaltene Gleichung

$$-\frac{eev}{h}.\Gamma_{,}^{\left(\frac{dT}{dt}\right)} = -\frac{ee}{h}.U.\Gamma_{,}^{\left(\frac{dv}{dt}\right)} - hv\cot\varphi.\Gamma_{,}^{\left(\frac{dh}{dt}\right)} \ldots(24$$

---

*) Obgleich das Glied $\frac{4e\sin\varphi}{rh}.U$ des Ausdrucks von W i[m] Ausdruck von $\frac{d\Phi^{\left(\frac{dT}{dt}\right)}}{dt}$ ein durch r^3 dividirtes Glied gieb[t], so darf es doch nicht vernachlässigt werden, weil $4e\sin\varphi$... in gröfseren Entfernungen des Kometen von der Sonne eine[n] zu bedeutenden Werth erhält.

mit dt multipliciren und dann integriren. Das Letztere ist, wenn man von dem in U enthaltenen $t-T$ absieht, schon in § 19 geschehen, weil die rechte Seite der Gleichung (24), wenn man $t-T$ aus U wegläſst, in die rechte Seite der Gleichung (16) übergeht. Wir haben also nur noch $\int \frac{t-T}{\nu} \Gamma_{,}^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)} . dt$ zu finden. Wir erhalten, wenn wir partiell integriren:

$$\int \frac{t-T}{\nu} \Gamma_{,}^{\left(\frac{d\nu}{dt}\right)} . dt = \frac{t-T}{\nu} \Gamma_{,}^{(\delta\nu)} - \frac{1}{\nu} \int \Gamma_{,}^{(\delta\nu)} . dt$$

$$= \frac{t-T}{\nu} \Gamma_{,}^{(\delta\nu)} - \frac{1}{\nu} \Gamma_{,}^{(\int \delta^{(t)} \nu . dt)}$$

und so ergiebt sich:

$$\Gamma_{,}^{(\delta T)} = \frac{t-T}{\nu} \Gamma_{,}^{(\delta\nu)} - \frac{1}{\nu} \Gamma_{,}^{(\delta M)} \ldots .$$ (die rechte Seite der Gleichung (22) ist, nachdem man sie mit $\frac{a}{h^3 e}$ multiplicirt hat, von der mit $3a . \frac{t-T}{h^6}$ multiplicirten Gleichung (20) zu subtrahiren,)

dann läſst sich in den Gleichungen (19) für c auch T substituiren.

22.

Für diejenigen Astronomen, welche bei Störungsrechnungen auf die Anwendung der mittleren Anomalie M statt des Elements T ein besonderes Gewicht legen, wollen wir noch die *Bessel*'schen Näherungsformeln für δT in Nr. 314 und 315 der Astr. Nachr. so umzuformen suchen, daſs sich ein Ausdruck für δM ergiebt. Wir wollen die in Nr. 315 gebrauchten Bezeichnungen beibehalten, und nur noch ν (die mittlere Bewegung des Kometen) und M (die mittlere Anomalie desselben) hinzufügen. Da

$$M = \nu(t-T)$$

so wird

$$\frac{dM}{dt} = (t-T) . \frac{d\nu}{dt} + \nu\left(1 - \frac{dT}{dt}\right)$$

Da nun ν auf der rechten Seite dieser Gleichung aus einem constanten Theile (der mittleren Bewegung zu Anfang desjenigen Zeitraums, für welchen man die Aenderungen der Elemente bestimmen will) und einem variablen, $\delta\nu$ (Aenderung der mittleren Bewegung vom Anfang σ des gedachten Zeitraums an bis zu einer beliebigen Zeit t), besteht, so ist das zur Störung gehörige $\frac{dM}{dt} = (t-T) . \frac{d\nu}{dt} - \nu . \frac{dT}{dt} + \delta\nu$, welches, theilweise integrirt,

$$\delta M = (t-T)\,\delta\nu - \int \delta\nu . dt - \nu\delta T + \int \delta\nu . dt$$

giebt, wobei aber wohl zu merken, daſs auf der rechten Seite dieser Gleichung $-\int \delta\nu . dt + \int \delta\nu . dt$ sich nicht völlig hebt, weil $\delta\nu$ innerhalb beider Integralzeichen eine verschiedene Bedeutung hat, indem nämlich $\delta\nu$ innerhalb des ersten Integralzeichens dasjenige ausdrückt, was wir oben mit $\delta^{(t)}\nu$ bezeichnet haben, während $\delta\nu$ innerhalb des zweiten Integralzeichens vom Augenblick σ bis zum veränderlichen Augenblick t zu erstrecken ist. Es bleibt vielmehr bei $-\int \delta\nu dt + \int \delta\nu . dt$ ein überschüssiges Glied, und wir erhalten, wenn wir das Ende des Zeitraums, für welchen die Aenderungen der Elemente bestimmt werden sollen, mit χ bezeichnen:

$$\delta M = (t-T)\,\delta\nu - \nu\delta T - \delta^{(\sigma)}\nu . (\chi - \sigma)$$

wo das Glied $-\delta^{(\sigma)}\nu . (\chi - \sigma)$ nachher anzuhängen ist, nachdem man den Anfang des Integrals vom Ende desselben subtrahirt hat. Statt der letzteren Gleichung können wir schreiben:

$$\frac{\delta M}{3a\nu} = (t-T)\,\delta \frac{1}{2a} - \frac{\delta T}{3a} - \delta^{(\sigma)} \frac{1}{2a} . (\chi - \sigma)$$

Setzen wir hier, indem wir von dem angehängten $-\delta^{(\sigma)} \frac{1}{2a} . (\chi - \sigma)$ absehen, für $\delta \frac{1}{2a}$ und δT ihre von *Bessel* bestimmten Werthe, so finden wir die durch $r_{,}^{3}$ dividirten und von der mittleren Anomalie des störenden Planeten abhängigen Glieder von $\frac{\delta M}{3a\nu} + \frac{h}{3}(\cos I \delta N + \delta\omega)$

$$= \frac{m'}{1+m'} . \frac{a' a'}{2 i n' \cos\psi} \left[p^{(i)}\left(5 \sin(i n' t - \psi) - \sin(i n' t + \psi)\right) - q^{(i)}\left(5 \cos(i n' t - \psi) - \cos(i n' t + \psi)\right)\right]$$

wo für i nach und nach 1, 2, 3 zu setzen ist, ferner die durch $r_{,}^{4}$ dividirten und von e' unabhängigen Glieder

$$= \frac{1-m'}{1+m'} . \frac{m'}{1+m'} . \frac{a'^3}{n' r_{,}^{4}} \left[\left(5(p^2+q^2)-4\right)(p \sin n't - q \cos n't) + \tfrac{5}{6}\left((p^2 - 3q^2) p \sin 3n't - (3p^2 - q^2) q \cos 3n't\right)\right]$$

endlich die von der mittleren Anomalie des störenden Planeten unabhängigen Glieder

$$= \frac{m'}{1+m'} . \frac{a' a'}{8h^3} \left[(2 - 3 \sin I^2)(\varphi + e \sin\varphi) + \tfrac{3}{2} \sin I^2 \left(3e \sin(2\omega + \varphi) + 3 \sin(2\omega + 2\varphi) + e \sin(2\omega + 3\varphi)\right)\right].$$

23.

Werden die Störungen rückwärts, d. h. in die Vergangenheit hinein, berechnet, so ist das an $\frac{dM}{dt}$ angehängte $\delta\nu$ allemal in $-\delta\nu$ zu verwandeln. Das macht aber im Raisonnement des 20sten §s keinen Unterschied; alle dortigen Formeln gelten unverändert für die Rückwärtsrechnung wie für die Vorwärtsrechnung; nur das zuletzt anzuhängende $-\delta^{(\tau)}\nu . (\upsilon - \tau)$

ist in $-\delta^{(\nu)}\nu.(\upsilon-\tau)$ zu verwandeln, wenn υ den Ausgangspunct der Rechnung, d. i. das Ende des Zeitraums, für welchen man die Aenderungen der Elemente bestimmen will, und τ den Endpunct der Rechnung, d. i. den Anfang desselben Zeitraums, bedeutet. In §. 22 ist das angehängte $-\delta^{(\sigma)}\frac{1}{2a}(\chi-\sigma)$ bei der Rückwärtsrechnung in $-\delta^{(z)}\frac{1}{2a}(\chi-\sigma)$ zu verwandeln, wenn χ den Ausgangspunct der Rechnung bezeichnet.

Lehmann.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1839. Jan. 12.

Zu astronomischen Beobachtungen ist seit meiner Rückkehr der Himmel nicht sonderlich günstig gewesen. Es ist mir daher nun erst gelungen, diejenigen Stellen am Himmel zu revidiren, wo ich den Kometen am 14ten, 19ten, 28ten und 30sten August beobachtet habe. Es war aber dort durchaus nichts zu erblicken, was irgend zu einer Verwechselung hätte Anlafs geben können.

Die Vesta zu beobachten war nur am 24sten, 25sten und 27sten Decbr. und nach der Opposition am 8ten Januar möglich. Dagegen waren einigemale zur Zeit der Sternbedeckungen die Momente günstig.

							Herleitung der Zeit
1838 Dec. 20.	$22^h 37' 27''26$	St.Z.	Austr. von 28 φ Capric.	6	am hellen Mondrande.	Ziemlich gute Beobachtung	von α Aquarii, von α Pisc. austr., von α Pegasi
25.	1 23 0,70	—	Eintr von 67 Mayer	7	am dunkeln Mondr.	Nur ziemlich gut.	von α Arietis.
	1 38 0,44	—	Eintr. von 102 π Pisc.	6	——— ———		
	1 49 53,25	—	Austr. ——— ———		am hellen ———	Sehr ungenau.	
26.	0 34 46,11	—	Eintr. 27 ψ Arietis	6	am dunkeln ———	Ausgezeichnet gut.	von α Arietis, α Ceti.
	1 42 35,00	—	war der Stern schon ein wenig am hellen Rande ausgetreten, was nach einigen gemachten Schätzungen von Abständen etwa 25" zuvor erfolgt sein mufs.				
27.	10.50 14,46	—	Eintr. von f Plejadum.	5	am dunkeln Mondrand.	Sehr gute Beobachtung.	von α Hydrae, α Leonis.
29.	11 1 49,41	—	——— 136 ρ Tauri.	4.5	——— ———	wohl nicht sehr genau, weil der Stern nur schwer noch zu erkennen.	von 12 δ Hydrae

v. Boguslawski.

Verbesserungen.

A. N. Nr. 367.	Spalte 100	Zeile 27	von oben,	statt: Beziehungen	lies Beziehung.
	„ 101	„ 26	„ „	„ Masse	„ Massen.
	„ 106	„ 15	„ „	„ υ	„ ν
	„ 107	„ 1	„ „	„ $\Delta h.$	„ $\Delta h,$
	„ 107	„ 21	„ „	„ ζ'	„ ζ''
	„ 107	„ 23	„ „	„ $+r\beta'$	„ $\pm r\beta'$
	„ 112	„ 1	von unten,	„ $\frac{dd}{de'\,d\mu}$	„ $\frac{ddh}{de'\,d\mu}$

Inhalt zu Nr. 367—370.

Altona 1839. März 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 371.

Einrichtung zur Erleichterung der Beobachtungen der Sternbedeckungen.

Von Herrn Geheimenrath und Ritter *Bessel.*

Es ist bekannt, dafs die Beobachtungen der Austritte der Sterne aus dem erleuchteten Mondrande gewöhnlich mifsrathen. Oft ist dieses die Folge des am Mondrande selbst zu schwachen Lichtes der Sterne; oft aber auch die Folge der mangelnden genauen Kenntnifs des Punktes an diesem Rande, wo ein Stern erscheinen wird. Ich glaube, dafs die Beschreibung einer Einrichtung, welche jedem Fernrohre mit Leichtigkeit gegeben werden kann, und wodurch der zweite Grund des Mifsrathens beseitigt wird, einigen Lesern der Astr. Nachr. angenehm sein kann. Die nahe bevorstehenden Durchgänge des Mondes durch die Plejaden, von welchen viele, möglichst vollständige Beobachtungen sehr wünschenswerth sind, geben einen Grund mehr, die zur erfolgreichen Beobachtung der Sternbedeckungen nöthigen Vorbereitungen jetzt zu treffen.

Die Einrichtung besteht darin, dafs die Fassung eines der Oculare eines Fernrohrs so verändert wird, dafs es um seine Axe gedrehet werden kann, und dafs auf seine äufsere Röhre die Theilung von 5 zu 5 Graden geschnitten wird, durch welche seine Drehung gemessen werden kann. Nach der Methode, die Sternbedeckungen für jeden Beobachtungsort vorauszuberechnen, welche ich Nr. 145 der Astr. Nachr. gegeben habe und welche die Ephemeriden jetzt befolgen, erhält man durch leichte Rechnung die Zeiten des Eintrittes und des Austrittes eines Sterns und zugleich (d. i. ohne weitere Rechnung) die Positionswinkel, in welchen diese Erscheinungen sich ereignen. Was noch gefordert wird, ist allein die Erkenntnifs des Punktes am hellen Mondrande, welcher dem bekannten Positionswinkel für den Austritt entspricht. Die angegebene Einrichtung liefert sie auf folgende Art.

Man richtet das Fernrohr auf einen Stern, welcher sich nahe bei dem Monde befindet und drehet das Ocular so, dafs die tägliche Bewegung ihn an einem, in die Blendung desselben eingespannten Spinnefaden hinführt; man liest dann die Theilung auf der Ocularröhre ab, addirt den gegebenen Positionswinkel zu der Ablesung und stellt die Theilung auf diese Summe. Bringt man dann den Faden in Berührung mit dem Mondrande, so ist der Berührungspunkt der Punkt, wo man den Stern zu erwarten hat.

Diese Bestimmung des Punktes, wo der Austritt erfolgen wird, kann bald nach dem beobachteten Eintritte vorgenommen werden; aller Schärfe nach erleidet sie zwar, bis zu der Zeit des Austrittes, noch eine kleine Aenderung, allein diese ist stets zu unbedeutend, als dafs sie berücksichtigt werden dürfte. Man kann auch den bedeckt werdenden Stern selbst, kurz vor dem Eintritte, auf die angezeigte Art zur Erkenntnifs des Punktes am Monde, wo der Austritt erfolgen wird, anwenden. Will man die kleine Abweichung der täglichen Bewegung des Mondes von dem wahren Parallel vernachlässigen, so kann man auch den Rand, oder einen Flecken des Mondes benutzen, wodurch man den Ort des Austrittes nie über eine halbe Minute unrichtig erhalten wird. Es werden sich aber immer Sterne in der Nähe des Mondes befinden, welche in einem Fernrohre von hinreichender Stärke zur Beobachtung eines Austrittes sichtbar sind. Für eine Beleuchtung des Fadens darf man nicht sorgen, da der Mond sie liefert.

Nachdem man den Punkt am Mondrande bemerkt hat, wo der Stern erscheinen wird, kann man das mit dem Faden versehene Ocular, wenn man ein anderes sonst für angemessener hält, mit diesem vertauschen. Dafs dieselbe Einrichtung auch zur Kenntnifs des Punktes führt, wo der Anfang einer Sonnenfinsternifs zu erwarten ist, vermehrt noch ihre Anwendbarkeit.

Wenn das Fernrohr parallactisch aufgestellt ist, so erspart man die Aufsuchung der Richtung der täglichen Bewegung; stellt man den Positionskreis seines Oculars auf den Positionswinkel des Austrittes, so ist der Berührungspunkt seines Aequatorealfadens und des Mondrandes der gesuchte Punkt. Für das Heliometer war also keine besondere Einrichtung nöthig; für ein anderes, auf gewöhnliche Art aufgestelltes Fernrohr hat Herr *Baumann* in Berlin sie mir gemacht. Es ist aber kein so ausgezeichneter Mechaniker nöthig, um ein vorhandenes Ocular drehbar zu machen und seine Röhre mit einer Theilung zu versehen.

Bessel.

Nachricht über die für die Kaiserliche Hauptsternwarte auf Pulkowa in Hamburg und München angefertigten Instrumente.

Von Herrn Staatsrath *v. Struve.*

Ihnen sowohl, als den Lesern Ihrer Zeitschrift wird, hoffe ich, eine kurze Nachricht über die Ergebnisse meiner Reise in Bezug auf die für die Hauptsternwarte in Pulkowa bearbeiteten aatronomischen Instrumente willkommen sein.

Die Herren Gebrüder *A.* und *G. Repsold* in Hamburg hatten die Anfertigung eines Meridiankreises nebst vier Collimatoren, zwei für die Anwendung der Instrumente im verticalen Sinne, zwei für die unmittelbare Bestimmung des Winkels der Drehungsachse mit der optischen, ohne Umlegung, und die eines grofsen Durchgangsinstruments, das als Zenithsector im ersten Verticale gebraucht werden sollte, übernommen. Es wird den Lesern der Astron. Nachr. erinnerlich sein, dafs dies letzte Instrument so eingerichtet ist, dafs das Fernrohr sich an dem einen Ende der horizontalen Achse befindet, und die Wasserwage immer auf der Achse bleibt, dafs ihm überdies eine Vorrichtung gegeben worden, wodurch es in kürzester Zeit umgelegt werden kann. Sie, mein verehrter Freund, haben beide Instrumente vollendet und auf vorläufigen hölzernen Pfeilern aufgestellt gesehen und zu meiner grofsen Freude Ihr Urtheil dahin ausgesprochen, dafs Sie dieselben für das höchste hielten, was die Instrumental-Mechanik bis heute zu leisten im Stande gewesen ist. Nachdem ich während drei Wochen die Instrumente mit den Künstlern aufs genaueste durchstudirt hatte und mehrere kleine Veränderungen ausgeführt oder verabredet waren, gingen beide Instrumente am 23sten Septbr. mit fast allem Zubehör in 17 Kisten verpackt, die ein Bruttogewicht von 4700 Hamb. Pfund hatten, auf in Federn hängenden Wagen unter Herrn *G. Repsolds* persönlicher Aufsicht nach Lübeck ab. Hier wurden sie auf dem Dampfschiffe Nasljednik eingeschifft und sind glücklich in Petersburg angelangt, wo sie in einem gewölbten Locale der Academie der Wissenschaften bewahrt werden. Die Eröffnung der Kisten wird erst in Pulkowa selbst statt finden, wenn die Arbeiten der Aufstellung daselbst im Frühjahr 1839 beginnen. Bis dahin werden von den Künstlern auch noch einige Apparate nachgeliefert werden, als mehrere Niveaux, die Illuminatoren für die microscopische Ablesung, die Aufsuchekreise des grofsen Durchgangsinstruments u. s. w.

In München traf ich am 30sten Septbr. ein und verblieb dort bis zum 5ten Novbr. In der optischen Anstalt, die wie bekannt jetzt unter der Leitung der Herren *Merz* und *Mahler* steht, welche beide jetzt auch Miteigenthümer des Instituts sind, waren der grofse Refractor und das Heliometer in Arbeit. Beide Instrumente wurden während meiner Anwesenheit aufgestellt. Zu dem Ende ward ein eigenes viereckiges Gebäude von 32 Fufs Länge und Breite und etwas geringerer Höhe aus Holz gezimmert, und nun in diesem erst das Heliometer, dann der Refractor auf hölzernen aus Balken gefügten Stativen, die den künftigen steinernen Pfeilern glichen, zusammengesetzt. Durch Klappen im Dach liefs sich der südlich vom Scheitel gelegene Himmel etwa eine Stunde auf beiden Seiten des Meridians von $+5°$ bis $+20°$ Declination beobachten. Aufserdem gewährte die Thür eine freie Aussicht nach dem 2700 Fufs entfernten Thurme der Kirche St. Petri, wodurch die Beobachtung geeigneter irdischer Prüfungsobjecte möglich wurde. Der grofse Refractor hat ein Objectiv von 14 Pariser Zoll freier Oeffnung bei 21 Fufs Brennweite. Nach dem Scheitel gerichtet erhebt sich daher das Objectiv des aufgestellten Instruments 24 Par. Fufs über dem Boden. Die Aufstellung desselben geschah am 25sten Oct. unter Herrn *Mahlers* und meiner gemeinschaftlichen Leitung. Das grofse Gewicht der einzelnen zu hebenden und zusammenzusetzenden Theile erzeugte hier bedeutende Schwierigkeiten. Flaschenzug und Winde mufsten zur Hebung, Seile, theils frei, theils in bestimmten Richtungen über Rollen laufend, mufsten zur Lenkung gebraucht werden. War ja das Gewicht der Theile $14^3 : 9^3 = 3{,}8$ Mal gröfser, als das der ähnlichen am Dorpater Refractor. Indefs gelang die Zusammensetzung aufs beste, und der Künstler sah sich nun im Stande, zwei noch fehlende Hauptgegengewichte, das eine am Ende der Declinationsachse, das andre zur Unterstützung der Stundenachse zu ermitteln, anzubringen und abzugleichen. Als dies geschehen war, zeigte sich in den Bewegungen des Instruments und in der Manipulation desselben durch die Schlüssel dieselbe Sicherheit und Genauigkeit, welche ich seit so langen Jahren am Dorpater Refractor erprobt hatte; auch ergab sich, dafs die vor vier Jahren mit Herrn *Mahler* verabredeten Veränderungen alle ihrem Zwecke entsprechend waren. Nachdem endlich das Uhrwerk angebracht und regulirt war, trieb dieses die gewaltige Masse um die Stundenachse mit aller zu wünschenden Gleichförmigkeit. Eine wichtige Veränderung ist die, dafs der Beobachter in jeder Lage das Uhrwerk aufser Verbindung mit der in den Stundenkreis eingreifenden Schraube ohne Ende setzen, und dann durch Drehung dieser beliebige Verstellungen machen kann, nach denen im Augenblicke durch Anziehung einer Schnur und das Freiwerden einer Feder die Verbindung des inzwischen fortgegangenen Uhrwerks mit der Schraube so wieder hergestellt wird, dafs die tägliche Bewegung sich sogleich der ganzen Masse wieder mittheilt; eine Vorrichtung, welche für die Bequem-

Sicherheit und Genauigkeit der Mikrometermessungen unschätzbar ist. Die optische Wirkung des Instruments wurde durch terrestrische und himmlische Objecte untersucht. Die Betrachtung des Sterns erster Gröfse α Aquilæ bewies den ausgezeichneten Achromatismus und die Schärfe des Bildes selbst bei einem glänzenden Gegenstande. Mehrere Doppelsterne wurden zur Zufriedenheit gesehen. Da aber fast nie nach Sonnenuntergang, der raschen Abnahme der Wärme und der sich erhebenden Nebel wegen, ruhige Bilder erschienen, so zog ich es vor, die starken Vergröfserungen nach den irdischen geeigneten Objecten zu prüfen. Ein feiner künstlicher Doppelstern, aus zwei weifsen Scheiben von 0″24 und 0″42 Durchmesser in 1″24 Abstand der Mittelpuncte vertrug die 1600fache Vergröfserung so gut, dafs mit derselben die Mikrometermessung ausführbar gewesen wäre. Es werden daher auch die Vergröfserungen sowohl der freien Oculare als die der am Filarmicrometer bis auf die 2000fache gehen. Nach allem, was ich an diesem Fernrohr versucht habe, hege ich die Hoffnung, dafs dasselbe ein Werkzeug ist, dessen Ausführung, ohnerachtet der gröfseren Dimension, dieselbe Vollkommenheit erreicht hat, welche seit 14 Jahren der Dorpater Refraktor bewährt hat, und wodurch die Herren *Merz* und *Mahler* sich ein unvergängliches Denkmal in den Jahrbüchern der Astronomie gesetzt haben werden.

Schon früher als der grofse Refraktor war das Heliometer aufgestellt. Die Prüfungen desselben fielen in jeder Hinsicht befriedigend aus, namentlich zeigte es sich, dafs die Centrirung der beiden Objectivhälften in allen Richtungen des Durchschnitts unverändert blieb. Das Schieberwerk ist überhaupt mit der ausgezeichnetsten Sorgfalt und Einsicht bearbeitet, wie ich mich durch Zerlegung desselben überzeugte. Im Ganzen gleicht übrigens unser Heliometer dem gepriesenen Königsberger, nur mit dem Unterschiede, dafs es, wie der Refraktor, auf einem steinernen Pfeiler ruhen wird, und dafs in der Aufstellung einige Veränderungen, denen am Refractor analog, vorgenommen sind. Aufserdem habe ich ein neues Hülfsfernrohr anbringen lassen, durch welches der Stand der Micrometerschrauben in jeder Lage vom Beobachter abgelesen werden kann, ohne dafs dieser seinen Ort verlassen und die Richtung des Fernrohrs zu ändern braucht.

Beide Instrumente waren bei meiner Abreise aus München so weit vollendet, dafs nur noch das Schleifen, Poliren und Lackiren nachblieb, eine Arbeit, die die mechanische Abtheilung des optischen Instituts fast ausschliefslich während 6 Monate beschäftigen wird. Vor der Absendung werden die Instrumente nicht wieder zusammengesetzt werden, da alle Untersuchungen, die sich auf die zusammengesetzten Instrumente beziehen, abgemacht waren.

In der mechanischen Anstalt von *Ertel* werden, aufser einer Anzahl tragbarer Instrumente und den Apparaten zur Einrichtung der mechanischen Werkstäte der Sternwarte, zwei Hauptinstrumente gearbeitet, das achtfüfsige Durchgangsinstrument von 6 Zoll Oeffnung und ein grofser Verticalkreis. Dieser dreht sich um eine grofse Verticalachse, und hat einen Kreis von 3 Fufs 4 Zoll Durchmesser verbunden mit einem Fernrohr von $5\frac{1}{2}$ Zoll Oeffnung bei nur 6 Fufs Brennweite, zusammen auf einer starken Horizontalachse aufsitzend. Ein auf der Verticalachse befestigtes grofses Lagerstück giebt die Ruhepuncte der Horizontalachse ab und trägt nach der Seite des Kreises den Microscopenhalter. Das Instrument ward in meiner Gegenwart zum erstenmale zusammengesetzt, und ich fand die Anordnung der Theile, so wie die hieraus hervorgehende Festigkeit des Baues meisterhaft. Ein einziges sehr glücklich angebrachtes Gegengewicht hebt den ganzen mit der horizontalen Achse drehbaren Obertheil aus seinen Lagern, so dafs er nur durch die Last der Wasserwage niedergehalten wird; und versetzt gleichzeitig den Schwerpunct der ganzen um die verticale Achse drehbaren Masse in diese Achse, die selbst durch die bekannte dreiarmige Feder unterstützt wird. Der Erfolg ist eine überraschende Leichtigkeit der Bewegungen um beide Achsen, so dafs sich das grofse Instrument wie ein achtzolliger Theodolith manipuliren läfst. Im Ganzen waren bei meiner Abreise die Arbeiten im *Ertel*schen Institute noch am weitesten zurück, vorzüglich wohl in Folge der vielen Bestellungen, die in neuerer Zeit daselbst von Grofsbrittannien und Nordamerika aus gemacht sind. Indefs habe ich die Zusage erhalten, dafs bis zum Frühjahre alles vollendet sein wird, und kann dieser gänzlich vertrauen, da die Anstalt ungewöhnliche Kräfte besitzt. Es befinden sich neulich in ihr, abgesehen von der Giefserei, 70 Arbeiter beschäftigt, und es herrscht daselbst unter Leitung von *Ertel* Vater und Sohn ein Fleifs und eine Regelmäfsigkeit, deren Zeuge ich mit der gröfsten Genugthuung während 5 Wochen gewesen bin, die ich, von meinem Freunde *Ertel* gastfreundlich aufgenommen, in der Anstalt selbst verlebt habe.

Alle in München für Pulkowa gefertigten Instrumente werden im Frühjahr 1839 fertig sein, und dann unter Herrn *Pohrts* Aufsicht, der nachher die Stelle eines Mechanikers der Sternwarte bekleiden wird, ihre Reise antreten. Es wird in München für diejenigen Gegenstände, deren Transport besondere Sorgfalt heischt, ein eigner in Federn hängender Wagen gebaut. Zeitig im Sommer werden hoffentlich alle diese kostbaren Apparate den Ort ihrer Bestimmung erreichen, an welchem alle Anstalten zu ihrer baldigsten Aufstellung vorbereitet werden.

Dorpat, den 18ten Novbr. 1838. *W. Struve.*

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski* an den Herausgeber.

Hamburg 1838. Octbr. 24.

Als ich die ersten Breslauer Beobachtungen des *Encke*schen Cometen bekannt machte, waren, eigentlich unpassender Weise, selbst die Secunden und deren Bruchtheile so angeführt, wie sie aus der Reductionsrechnung hervorgegangen waren. Man konnte dadurch allerdings versucht werden, zu glauben, dafs ich den Beobachtungen eine dem gemäfse Genauigkeit habe beilegen wollen, eine Genauigkeit, die hier aber auch nicht im allerentferntesten stattfinden konnte. Der Comet konnte nur dann, und immer nur auf Augenblicke wahrgenommen werden, wenn der Himmel im höchsten Grade aufgeheitert war, und die dunkelste Bläue angenommen hatte, wobei dann vom Diaphragma kaum eine schwache Spur, vom Mikrometer aber gewöhnlich gar nichts zu sehen war. Nur das Verschwinden der Sterne dahinter diente zuweilen, den Ort desselben zu verrathen.

Unter diesen Umständen sind allerdings grofse Beobachtungsfehler denkbar und möglich. Ja es wäre gewifs besser gewesen, auf jede andere Weise, als durch wirkliche Beobachtungsversuche die beiläufigen Oerter des Cometen festzustellen, und um so mehr, weil sie für die Theorie der Bahn gar nicht in Anwendung kommen können.

Da diese Versuche aber doch einmal gemacht sind, und wenigstens lehren, unter welchen Hauptumständen (zu welchen unser ehrwürdiger *Olbers* in Bremen, aufser Abstand des Kometen von Sonne und Erde, auch noch den Winkel rechnet, unter welchem die Atome des Kometen das Sonnenlicht zur Erde reflectiren) dieser Komet bei äufserst günstiger Luftbeschaffenheit dem bewaffneten Auge sichtbar werden kann, so setzte ich die dadurch erhaltenen beiläufigen Kometenörter vollständig her, mit dem Bemerken, dafs der Komet fast einmal wie das anderemal als ein auch gleich Anfangs ziemlich ausgedehnter, formloser, verwaschener kaum vom Himmelsgrunde unterscheidbarer Nebel erschien, welcher in der ganzen Zeit nur wenig an Lichtstärke zunahm. Am 30sten August erschien er ein klein wenig begränzter.

	M. Bresl. Zeit.	AR. app. Com.	Decl. app. Com.	Anz. der Vergl.
	h m	h m	° ′	
1838 Aug. 14.	14 19,5	2 15,3	+ 24 38	2 mal
19.	13 12,5	2 19,7	+ 25 40	2 —
28.	13 38,5	2 25,2	+ 27 52	2 —
30.	13 39,2	2 27,4	+ 28 17	2 —
Sept. 14.	12 2,3	2 33,1	+ 32 34	3 —
16.	11 31,4	2 33,1	+ 33 26	1 —

v. Boguslawski.

Schreiben des Herrn Hofraths *Nicolai* an den Herausgeber.

Mannheim 1838. Decbr. 4.

Ich habe das Ende der diesmaligen Erscheinung des *Encke*schen Cometen abgewartet, um Ihnen meine Beobachtungen desselben unter Einer Zusammenstellung mittheilen zu können. Leider ist ihre Anzahl nur höchst gering, indem namentlich der Hauptmonat für die Erscheinung, nämlich der November, hier fast ununterbrochen trübe war. Auch in den letzten Tagen des October, wo das Licht des Cometen ungeachtet des Mondscheins bereits wohl die Beobachtung desselben mit Meridianinstrumenten verstattet haben würde, gab es keinen einzigen heitern Abend. Mit der Aufsuchung des Cometen begann ich in der zweiten Hälfte des September, aber weder an den zwei ungemein klaren Abenden des 17ten und 24sten, noch auch in der etwas weniger heitern Nacht des 28sten September, konnte ich mit meinen hiesigen Hülfsmitteln, nämlich dem *Fraunhofer*schen Cometensucher und dem 4½füfsigen Achromaten, auch nur die geringste sichere Spur von ihm wahrnehmen, wozu übrigens nach meinen Erfahrungen vom Jahre 1828 auch wenig Hoffnung vorhanden war. Erst am 9ten October um 7 Uhr Abends bemerkte ich an der Stelle des Himmels, wo der *Encke*sche Comet stehen mufste, mit Sicherheit einen Schimmer, der etwa lichter war, als der übrige Himmelsgrund, und der sich noch bestimmter zeigte, wenn ich ihn durch sanfte Bewegung des Fernrohrs langsam im Gesichtsfelde hin und her führte. Am folgenden Abend um dieselbe Zeit war dieser äufserst schwache Lichtschimmer an der bezeichneten Stelle nicht mehr vorhanden, sondern, ganz dem Laufe des *Encke*schen Cometen gemäfs weiter am Himmel fortgerückt, wodurch sofort die Identität desselben mit dem wiedererwarteten Cometen klar erwiesen war. Vor dem 9ten October verhinderte der noch zu früh aufgehende Mond jede Nachsuchung, und es bleibt daher unentschieden, ob ich ohne dieses Hindernifs jenen Lichtschimmer nicht vielleicht schon ein paar Tage früher mit meinen Hülfsmitteln würde haben erkennen können. Nicht unerwähnt darf ich lassen, dafs ich zwischen dieser ersten Wahrnehmung des *Encke*schen Cometen und derjenigen des *Halley*schen im Jahre 1835 einen beachtenswerthen Unterschied gefunden habe. Letztern konnte

ich nämlich nach seiner ersten Erkennung wenigstens acht Tage hindurch nur mit dem Kreismicrometer-Ocular des 4½füſsigen Achromaten sehen, mit dem Cometensucher aber noch keine Spur von ihm entdecken, während ich den erstern schon am 9ten October auch in dem Cometensucher erkennen konnte, ja derselbe in diesem mir eher noch etwas deutlicher und bestimmter erschien, als in jenem gröſsern Fernrohre. Hieraus scheint hervorzugehen, daſs es bei der ersten Erkennung des *Encke*schen Cometen weit mehr auf Lichtstärke als auf Vergröſserung des angewendeten Fernrohrs ankommt, für diejenige des *Halley*schen Cometen hingegen, bei hinreichender Lichtstärke des Fernrohrs, zugleich auch eine etwas beträchtlichere Vergröſserung in Anwendung zu bringen ist. Bei der am 9ten und 10ten October noch ganz auſserordentlichen Lichtschwäche des Cometen war an diesen beiden Abenden eine Kreismicrometerbeobachtung ganz unthunlich; am 14ten machte ich den ersten Versuch damit, und die wenigen Ortsbestimmungen, die der ungünstige Himmel mir seitdem zu machen erlaubt hat, sind in dem nachfolgenden Tableau enthalten, in welchem die eingeklammerten Ziffern in der letzten Columne die Anzahl der nördlich und südlich vom Mittelpunkte des Kreismicrometers angestellten Vergleichungen bedeuten. Nur am letzten Beobachtungstage fand sich kein Stern in der Nähe des Cometen, der eine doppelseitige Vergleichung zulieſs, und diese Ortsbestimmung beruht daher nur auf zwei einseitigen, weshalb sie nicht auf denselben Grad von Genauigkeit, den unter sonst gleichen Umständen die auf doppelseitigen Vergleichungen beruhenden Ortsbestimmungen besitzen, Anspruch machen kann.

Kreismicrometerbeobachtungen des Enckeschen Cometen bei seiner Erscheinung im Jahre 1838, angestellt auf der Mannheimer Sternwarte.

1838.	Mittlere Zeit in Mannheim.	Des Cometen scheinbare gerade Aufst.	Des Cometen scheinbare nördl. Abw.	Unterschied d. Cometen u. Sterns in gerader Aufst.	Unterschied d. Cometen u. Sterns in Abw.	Zahl der Vergleichungen und Vergleichungssterne.
Oct. 14	8h 9′ 52″	29° 22′ 42″	49° 44′ 48″	+ 1° 0′ 37″8	+ 1′ 22″9	(3) u. (3). H. C. p. 310. 1797 Dec. 30. 1h 50′ 20″7,
— 18	7 31 23	23 59 7	53 56 1	+ 1 28 51,1	— 5 46,9	(2) u. (2). H. C. p. 373. 1790 Oct. 21. 1h 27′ 47″.
— 21	6 42 58	17 49 44	57 25 19	+ 0 19 45,0	+ 2 15,1	(3) u. (3). φ Cassiopeiæ.
— 22	6 58 58	15 4 18	58 40 13	+ 0 31 16,5	+ 9 27,3	(3) u. (3). AR. app. = 14° 33′ 1″, δ app. = 58° 30′ 46″
Nov 10	6 26 39	266 57 14	41 54 48	— 1 17 30,4	— 6 26,5	(3) u. (3). H. C. p. 294. 1797 Jun. 24. 17h 50′ 51″2 und *Bessel* Z. 426. 17 52 33,52
— 25	5 47 16	245 9 16	4 9 48	— 0 50 44,2	+27 10,8	(2) H. C. p. 91. 1794 Jun. 28. 16h 21′ 34″3 und *Bessel* Zone 89: 16 23 24,80 — — — 166: 16 23 36,86

Die scheinbare Position des Vergleichungssterns 10r Gr. vom 22sten October habe ich an jenem Abend mit Hülfe des Kreismicrometers durch den Stern H. C. p. 368. 1790 Aug. 30. 0h 50′ 11″ so bestimmt, wie sie in der letzten Columne angegeben ist. Am 10ten Novbr. war der Comet eben mit freiem Auge zu erkennen, doch muſste man dasselbe, um ihn zu bemerken, scharf auf die Stelle des Himmels richten, wo der Comet stand. An dem nämlichen Abend bemerkte ich während der Kreismicrometervergleichungen, daſs der Comet gerade auf einen Stern 10r Gr. zuging, und etwa um 6h 5t′ mittl. Mannh. Zeit stand dieser Stern nahezu mitten im hellsten Theile des Cometen, was übrigens mit einem schwächern Instrumente, wie dem hiesigen, und bei der Ausdehnung und unregelmäſsigen Begränzung dieses hellsten Theiles, schwierig zu taxiren ist. Indessen bestimmte ich sogleich die scheinbare Position dieses Sterns mittelst des Kreismicrometers, und erhielt durch vier Vergleichungen mit dem Vergleichungssterne dieses Tages Folgendes: AR. app. = 266° 54′ 54″, Decl. app. = 41° 51′ 21″. Dieser kleine Stern erlitt durch den Vorübergang des Cometen vor ihm auch nicht die geringste Lichtabnahme, und er erschien mir während seines Durchgangs durch den hellsten Theil des Cometen in dem nämlichen Lichte und mit derselben Deutlichkeit, als da er noch in dem dünnern Cometennebel stand, was gewiſs als Beweis von der auſserordentlichen Lockerheit der ganzen Substanz dieses Cometen dienen kann.

Aus den obigen Beobachtungen und den detaillirten, höchst sorgfältigen Rechnungen des Herrn *Bremiker* geht hervor, daſs die der Ephemeride zum Grunde liegende mittlere Anomalie des Cometen zu groſs ist. Läſst sich dieser Umstand durch eine neue Herleitung der Cometenelemente aus sämmtlichen Erscheinungen von 1818 an bis 1838 unter der bisherigen Annahme der Merkursmasse nicht heben, so würde daraus folgen, daſs letztere sehr bedeutend, vielleicht beinahe um die Hälfte ihres bisherigen Werthes, vermindert werden müsse. Die Resultate dieser Untersuchung werden daher nicht nur für den Cometen selbst, sondern auch hinsichtlich der dadurch erlangten nähern Kenntniſs der Merkursmasse, vom höchsten Interesse sein.

B. Nicolai.

Anfangspuncte und Endpuncte der in der Nacht vom 13ten zum 14ten November auf der Königsberger Sternwarte beobachteten Bahnen der Sternschnuppen.

Von Herrn Geheimen Rath und Ritter *Bessel.*

Nr.	Beobachter.	M. Z. der Beobachtung.	Anfangspunct. AR.	Anfangspunct. Decl.	Endpunct. AR.	Endpunct. Decl.
1	*Busolt*	16h 14' 17"	115°	− 6°	110°	−12°
2	*Busch*	16 59	130	+10	120	+ 1
3	———	19 32	78	+ 8	78	− 2
4	*Busolt*	19 51	200	+21	205	+20
5	*Busch*	21 53	73	+48	67	+42
6	*Busolt*	23 47	166	+47	177	+51
7	———	25 11	193	− 3	194	− 7
8	*Busch*	26 41	179	− 9	178	−13
9	*Busolt*	26 48	173	+ 8	174	+ 3
10	*Busch*	27 13	87	+ 6	83	+ 7
11	———	28 55	107	+32	79	+29
12	*Busolt*	32 11	157	+12	161	− 1
13	———	34 34	137	+ 7	143	− 3
14	———	35 44	178	+10	183	+ 3
15	———	36 48	140	− 3	144	− 8
16	———	39 42	178	+ 9	182	+ 2
17	———	40 59	164	+26	176	+28
18	*Busch*	41 39	114	+28	134	+35
19	*Busolt*	45 12,5	154	+ 4	157	− 3
20	*Busch*	46 34	113	+ 4	103	−18
21	*Busolt*	48 37	118	− 7	113	−10
22	*Busch*	49 20	113	+ 5	125	+ 8
23	*Busolt*	50 3	158	− 8	162	−13
24	———	50 52	75	+ 4	75	0
25	*Busch*	52 38	101	−17	92	−20
26	*Busolt*	53 28	106	− 9	102	−12
27	———	53 29	58	+18	53	+12
28	———	55 40	204	+21	209	+21
29	———	57 54	223	+30	220	+24
30	*Busch*	59 10	108	+34	85	+44
31	*Busolt*	59 43	67	+17	68	+12
32	———	17 2 29	193	+22	197	+23
33	*Busch*	3 2	111	+ 4	106	−19
34	*Busolt*	4 35	150	+12	156	+10
35	*Busch*	5 22	110	+ 7	98	+ 7
36	*Busolt*	6 28	189	+24	194	+23
37	———	7 4,5	198	+23	204	+24
38	———	9 23	157	− 3	158	−10
39	———	10 36	110	−16	107	−16
40	*Busch*	11 37	64	+ 8	60	+ 2
41	*Busolt*	12 57	181	+14	187	+ 6
42	*Busolt*	17h 14' 37"	143°	0°	146°	− 4°
43	———	15 51	215	+26	213	+23
44	*Busch*	18 45	77	+29	53	+24
45	———	20 1	114	+ 8	117	+ 5
46	———	20 53	181	+23	192	+ 8
47	*Busolt*	23 51	143	− 3	145	− 7
48	*Busch*	23 57	86	+10	81	+ 7
49	*Busolt*	25 48	157	+23	162	+23
50	———	28 6	212	+23	214	+22
51	———	30 12	183	+14	189	+18
52	———	31 1	220	+19	223	+16
53	———	32 2,5	176	− 3	177	− 7
54	*Busch*	32 5	63	+27	58	+18
55	*Busolt*	34 3	155	+ 8	160	− 2
56	———	36 15	183	− 5	187	− 9
57	———	38 3,5	133	+13	133	+ 8
58	———	43 30,5	156	+20	165	+23
59	*Busch*	46 23,5	108	− 7	103	−13
60	*Busolt*	48 11	228	+22	232	+18
61	*Busch*	51 22	114	+ 9	106	+ 3
62	*Busolt*	52 31,5	105	+37	97	+37
63	———	56 29	170	+ 9	171	+ 6
64	*Busch*	58 19	65	+10	61	+10
65	*Busolt*	18 2 46	83	+ 3	79	+ 5
66	———	4 1	191	− 1	198	− 6
67	———	8 4	172	− 1	174	− 9

Nr. 11, 26, 27, 49 sind als sehr hell, d. h. wenigstens so hell als Sterne erster Gröfse, angemerkt. Um die Zeit des Anfanges dieser Beobachtungen heiterte sich der Himmel erst auf, allein während ihrer ganzen Dauer blieb er theilweise mit Wolken und Dünsten belegt. Während der ersten Hälfte der Zeit der Sichtbarkeit der Sternschnuppen waren sie äufserst häufig, so dafs vielleicht nur ein Viertel derselben angemerkt werden konnte; später wurden sie sparsamer und am Ende kamen sie nur noch einzeln vor. Die Herren *Busch* und *Busolt* glauben, dafs in der 1 St. 54', welche die Beobachtungen umfassen, wenigstens 200 hätten angemerkt werden können, wenn eine gröfsere Zahl von Beobachtern gegenwärtig gewesen wäre.

Bessel.

Circular an die Mitglieder des magnetischen Vereins.

1. *Ueber eine Abänderung der Zahl und Zeit der Beobachtungs-Termine.*

Seit dem Jahre 1835 sind jährlich sechs magnetische Termine an den letzten Sonnabenden der Monate Januar, März, Mai, Juli, September und November gehalten worden. Sie nahmen ihren Anfang um 12 Uhr Mittags nach Göttinger mittlerer Zeit, und endigten am Sonntag um die nämliche Zeit. Inzwischen hat sich die Zahl der Theilnehmer sehr vermehrt und der Kreis der Beobachtungen ausgedehnt, wodurch eine Abänderung in der Zahl und Zeit der Termine wünschenswerth geworden ist. Einige Beobachter, zumal in England, wünschen, dafs alle Termine künftig wenigstens so viel früher gehalten werden, als

bisher, daſs der Sonntag Morgen nicht in die Beobachtungszeit falle. Andere Beobachter, zumal diejenigen, welche ihre Beobachtungen auſser den Declinations-Aenderungen auch über die Intensitäts-Aenderungen ausdehnen, wünschen, weil diese doppelten Beobachtungen viele Theilnehmer verlangen, welche in der Zeit der Universitäts-Ferien (im März und September) oft nicht anwesend sind, daſs die beiden Termine im März und September künftig ausfallen.

Hiernach wird vom Jahre 1839 an

1. die Zahl der Termine auf vier festgesetzt und zwar von drei zu drei Monaten, zu Ende der Monate Februar, Mai, August und November;
2. die Zeit aller Termine vierzehn Stunden vorgerückt, so daſs jeder Termin um 10 Uhr Freitag Abends beginnt und um 10 Uhr Sonnabend Abends endigt.

2. *Ueber die Einsendung der Termins-Beobachtungen.*

Seit der magnetische Verein sich über die Grenzen von Deutschland ausgebreitet hat, und Beobachtungen aus Dänemark, Schweden, Ruſsland, Belgien, Holland, England und Italien, kurz aus ganz Europa gesammelt werden müssen, ist es viel schwerer geworden, sie so schnell und vollständig zusammen zu bringen, daſs die Bekanntmachung der aus ihnen gewonnenen Resultate keinen Aufenthalt leide. Die *Weidmann*sche Buchhandlung in Leipzig, welche den Verlag dieser „Resultate" übernommen hat, ist bereit, auf dem Wege des Buchhandels eine regelmäſsige, schnelle und vollständige Sammlung der Beobachtungen zu veranstalten. Hiernach werden alle Theilnehmer des magnetischen Vereins ersucht, ihre Beobachtungen sogleich nach jedem Termin entweder unmittelbar an die *Weidmann*sche Buchhandlung oder an irgend eine nahe gelegene, mit Leipzig in Verbindung stehende Buchhandlung unter der Adresse der *Weidmannschen Buchhandlung* mit der Bemerkung, daſs magnetische Beobachtungen inliegen, zu senden.

Göttingen im November 1838.

Gauſs. Weber.

Einladung zur Subscription auf die Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins.

Herausgegeben von *Carl Friedrich Gauss* und *Wilhelm Weber*.

In den bereits im Verlag der *Dieterich*schen Buchhandlung in Göttingen erschienenen zwei Bänden „Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins" für die Jahre 1836 u. 1837 ist nicht nur von den in diesen beiden Jahren nach einem bestimmten Plane gleichzeitig angestellten Beobachtungen jenes Vereins Rechenschaft gegeben, sondern auch die Mittheilung einer zusammenhängenden Reihe von Abhandlungen über die Lehre vom Magnetismus und Galvanismus begonnen worden. Je mehr sich der Kreis der an den magnetischen Terminen theilnehmenden Beobachter in Deutschland und in entfernten Ländern ausgebreitet hat und je gröſser daher der Aufwand an Zeit ist, welche so viele ausgezeichnete Männer diesem Gegenstande widmen, desto mehr erscheint es wünschenswerth, daſs das Erscheinen dieser Schrift auf mehrere Jahre im Voraus gesichert werde, zumal weil manche wesentliche Fortschritte an die Bekanntmachung dieser Resultate geknüpft sind, worauf am Schlusse des zuletzt erschienenen Bandes aufmerksam gemacht worden ist. Indem die unterzeichnete Buchhandlung den Verlag dieser Schrift übernimmt, eröffnet sie eine Subscription und fordert alle Theilnehmer des Vereins und alle Naturforscher und Freunde der Naturwissenschaft, welche sich für den Inhalt dieser Schrift interessiren, zu dieser Subscription hiermit auf. Der Preis für den Jahrgang wird etwa 1 Thlr. 16 gGr. betragen und, auch wenn der Umfang der Schrift in der Folge wachsen sollte, für die Subscribenten nicht über 2 Thlr. gesteigert werden.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen an.

Leipzig, im November 1838.

Weidmann'sche Buchhandlung.

Preise von *Jürgensen's* Chronometern etc.

Die Söhne des verstorbenen ausgezeichneten Künstlers *Urban Jürgensen* setzen das von ihm gegründete Etablissement für die höhere Uhrmacherkunst fort, und haben mir folgende Specification ihrer Preise übersandt, die ich den Lesern dieser Blätter mitzutheilen das Vergnügen habe. Die beiden ausgezeichneten jungen Künstler arbeiten unter der Firma, „*Urban Jürgensen und Söhne in Kopenhagen.*" Sie haben eine genaue Beschreibung ihrer Uhren und Abbildungen unter dem Titel,

Specification of Chronometers, Watches, Thermometers, etc. made by *U. Jürgensen & Sons.* Copenhagen (Dronningens Tvergade 277). 1837. 8vo.

herausgegeben, die jeder Liebhaber der höheren Uhrmacherkunst entweder von ihnen selbst, oder von mir erhalten kann. Die aufgeführten Artikel mit den Preisen in holländischen Ducaten sind folgende:

Chronometer zum Seegebrauch. Boxchronometer in Mahagonikasten mit Compafssuspension.

Gewöhnliche..............................150 — 175 Ducaten.
Mit *Jürgensens* Metallthermometer.............160 — 185 Duc.
Ohne Schnecke und Kette....................150 — 175 Duc.

Kleinere Chronometer für Längenbestimmungen, Sternwarten, auch zur See zu gebrauchen.

In silbernem Gehäuse und Mahagonikasten, so dafs sie, ohne sie aus dem Kasten zu nehmen, aufgezogen werden können, 150 Duc.
Aehnliche aber gröfsere mit Suspension auf Federn 150 — 175 Duc.
Wird grofse Eleganz der Arbeit verlangt, so steigen die Preise aller dieser Chronometer auf 200 Ducaten und mehr, man kann sie aber auch wohlfeiler haben, wenn man weniger elegante Ausführung verlangt, so weit dies angeht, ohne ihrer Genauigkeit zu schaden. Solche wohlfeilere werden aber nur auf ausdrückliches Verlangen gemacht, und erhalten ein besonderes Zeichen.

Astronomische Pendeluhren.

Mit pyrometrisch geprüftem Compensationspendel, 150—175 Duc.
Mit *Urban Jürgensens* Compensationspendel, mit einer neuen Art der Compensation..........................175 — 200 Duc.
Reisependel, beträchtlich wohlfeiler.

Uhren zu astronomischen Zwecken, Compteurs, Taschen-Chronometer.

Taschenuhren, die mittlere und Sternzeit zeigen...80 — 100 Duc.
Compteurs..30 Duc.
Taschen-Chronometer in silbernem Gehäuse......150— 175 Duc.
in goldenem Gehäuse .....175—200 Duc.

Metall-Thermometer.

In Form einer Taschenuhr in silbernem Gehäuse........9 Duc.
Nach *U. Jürgensens* Einrichtung, dafs auch das Minimum der Temperatur gezeigt wird.......................20—35 Duc.
Thermometer, die Maximum, Minimum und Temperatur des Augenblicks zeigen, in silbernem Gehäuse.........15—20 Duc.
Verlangt man diese Thermometer in Gold, so steigt der Preis nach dem Gewicht des Gehäuses.

Da die Chronometer immer mehr gebraucht werden, und der Absatz zunimmt, so hoffen *U. Jürgensens* Söhne bald im Stande zu seyn, Chronometer mit nicht so vollendeter Arbeit, aber für den Gebrauch ihrem Zwecke entsprechend, für 100 Ducaten zu liefern.

Uhren zum Gebrauch für das bürgerliche Leben.

Chronometer für Liebhaber, mit sehr eleganter Ausführung.

Taschenchronometer in Gold mit oder ohne Secunden, 130—175 Duc.
Eben solche mit excentrischen Scheiben für Stunden und Secunden, aber concentrischer Scheibe für die Minuten, mit einem *Jürgensen*schen Metallthermometer versehen....175— 200 Duc.

Uhren nach dem Chronometerprincip gebaut, oder sogenannte halbe Chronometer.

Die Preise richten sich nach der gröfseren oder geringeren Annäherung der Uhr an ein wirkliches Chronometer, und nach dem Luxus der Arbeit. Sie werden geliefert von..25—125 Duc.

Repetiruhren in Gold.

Erste Classe Duplex und Anker-Echappement mit oder ohne Compensation, mit Steinlöchern und Secunden ......65—100 Duc.
Mit Steincylinder oder Stahlcylinder mit oder ohne Compensation, Steinlöcher ....45—80 Duc.

Taschenuhren in Gold ohne Repetition.

Echappement Duplex. Rubinlöcher für den Zapfen des Echappements. Genäherte Compensation der Spiralfeder, mit oder ohne Secunden. Diese wie alle anderen hier specificirten Uhren gehen während des Aufziehens.........................50—70 Duc.
Uhren mit Anker oder Cylinder-Echappement (Stein- oder Stahlcylinder) mit oder ohne Steinlöcher, Compensation und Secunden...40—65 Duc.
Uhren wie die vorigen, aber mit der möglichsten Einfachheit der Construction, nach *U. Jürgensens* erstem Plan, 35—50 Duc.
Uhren nach neuer Construction, nach dem Chronometer-Princip mit Compensationsunruhe, und einem Metallthermometer von *Jürgensen*................................90—125 Duc.
Uhren nach derselben Construction, mit Duplex- oder Anker Echappement, mit gewöhnlicher Compensation und einem ähnlichen Thermometer.........................70 — 90 Duc.

Das Gold in den Gehäusen ist nie unter 18 Karat. Die Gehäuse sind immer stark, und im Allgemeinen von beträchtlichem Gewichte.

Uhren in silbernen Gehäusen.

Die wohlfeilsten Uhren dieser Art kosten 15 Ducaten. Soll das Werk wie in einer der vorigen Classen seyn, so wird die Uhr nur um die Differenz des silbernen und guldenen Gehäuses wohlfeiler.

Damen-Uhren.

Mit Stahlcylinder, Steincylinder, Duplex oder Ankerechappement etc. von ....30 — 50 Ducaten

Von diesen beiden letzteren Sorten findet man unter dem Etablissement mixte noch wohlfeilere.

Etablissement mixte.

Die so bezeichneten Uhren sind in der Schweiz nach dem Plane, und unter der Leitung der Söhne *Urban Jürgensens* gemacht, und nachher von ihnen nachgesehen und vollendet. Diese Uhren sind mit mehr Sorgfalt und Genauigkeit, als selbst die bessere Sorte der im Handel vorkommenden gemacht. Sie können ohnerachtet der Zeit, die zum Nachsehen und Vollenden gebraucht wird, doch zu, in Bezug auf ihre Güte, geringeren Preisen verkauft werden.

Man kann, aufser den hier specificirten Uhren, auch Tafeluhren, Reiseuhren und überhaupt jede Sorte von Uhren bei *Urban Jürgensens* Söhnen bekommen.

S.

Altona 1837. Januar 11. (Nr. 367—370 werden nachgeliefert.)

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 372.

November Beobachtungen von Sternschnuppen 1838 in Bremen.

Von Herrn Doctor und Ritter *Olbers.*

Mit Vergnügen theile ich Ihnen, Ihrer Aufforderung gemäfs, eine kurze Nachricht über dasjenige mit, was hier im November 1838 rücksichtlich der Sternschnuppen geschehen und beobachtet ist. Es hatte sich eine Gesellschaft junger wissenschaftlich gebildeter Männer vereinigt, in den Nächten vom 11ten bis 15ten November diese Meteore zu beobachten. Sie wählten zum Observations-Lokal das obere Stockwerk eines Gartenhauses, das mit zwei gegen einander über gelegenen Balkons, den einen gegen W.N.W., den andern gegen O.S.O. versehen war. Von jedem dieser Balkons übersah man fast den ganzen Himmel, da das zwischenliegende niedere Dach für jeden nur einen kleinen Theil desselben verdeckte, und die übrige Aussicht fast ganz frei war.

In der Regel waren immer vier Personen mit den Beobachtungen beschäftiget. Einer bei dem nach mittlerer Zeit gut berichtigten Chronometer. Auf jedem Balkon befand sich ein Beobachter, der, sobald er eine Sternschnuppe sah, durch Zählen im Secunden-Tact dem am Chronometer beschäftigten die Zeit der Erscheinung angab, die dieser mit der Nummer, der scheinbaren Gröfse, dem Sternbilde und etwanigen sonstigen Bemerkungen in ein Register eintrug. Der Beobachter aber zeichnete den Lauf der Sternschnuppe mit ihrer Nummer in die Sternkarte. Während dieser Beschäftigung vertrat die vierte Person seine Stelle auf dem Balkon.

Diese so gut und verständig getroffenen Anstalten wurden aber leider! durch trübes Wetter zum gröfsten Theile unnütz gemacht.

Die Nacht vom 11ten zum 12ten November war völlig trübe.

Die Nacht vom 12ten zum 13ten aber durchaus und ungewöhnlich heiter, die Luft auch sehr durchsichtig, so dafs defswegen auch sehr kleine Sternschnuppen bemerkt werden konnten. Das erste dieser Meteore wurde zwar schon zwischen 5 und 6 Uhr gesehen, aber die regelmäfsige Beobachtung fing erst um $7\frac{1}{2}$ Uhr an. Bis 12 U. 3 M. wurden dann 82 Sternschnuppen beobachtet, worauf sich die Beobachter eine etwas mehr als halbstündige Pause erlaubten. Von 12 U. 37 M. bis 15 U. 30 M. erschienen dann 52 Sternschnuppen. Nun wurde wieder eine fast stündliche Pause gemacht, und dann von 16 U. 27 M. bis 17 U. 39 M. noch 51 dieser Meteore, mithin in allem 186 Sternschnuppen wahrgenommen, und, wenige ausgenommen, in den Sternkarten eingezeichnet.

Obgleich aber in dieser Nacht 186 Sternschnuppen gesehen, und wenn man die Pausen auch noch so gering anschlägt, weit über 200 in Bremen sichtbar gewesen sind, so war dies doch nicht das eigentlich erwartete November Phänomen, denn die Bahnen dieser Sternschnuppen zeigten unter sich nichts paralleles, hatten auch gar keinen Bezug auf das Sternbild des Löwen. Im grofsen Löwen erschienen nur 4, und eben so viel im kleinen Löwen. Hingegen im Drachen 23, im grofsen Bären 18, im Schwan 11, im Cepheus 9, u. s. w.; überhaupt in den nördlichen Sternbildern die mehrsten, aufser dafs auch der Pegasus 16 und der Orion 14 Meteore aufzuweisen hatten. Kurz, alle diese zahlreichen Sternschnuppen schienen zu den sporadischen, nicht zu den eigentlich periodischen zu gehören.

In Ansehung der Gröfse übertrafen zwei die erste Gröfse, 23 waren Sternen 1r Gröfse, 27 Sternen der 2ten, 63 der 3ten, 34 der 4ten, 12 der 5ten, 3 der 6sten Gröfse an Glanz oder Lichtstärke gleich, 7 wurden als klein oder sehr klein, und von den übrigen die Gröfse nicht angegeben. Mit Schweifen wurden wenige bemerkt; doch hatten einige erster Gröfse, z. B. Nr. 7, Nr. 101 einen sehr langen Schweif, und bei einer Nr. 165, die Sterne erster Gröfse bedeutend übertraf, blieb dieser Schweif 60^s sichtbar.

Um $14\frac{1}{4}$ Uhr begann anfangs schwach, nachher sehr glänzend und ausgedehnt, ein schönes Nordlicht, das bis zum Morgenlicht anhielt, etwa um 4 Uhr seinen besten Glanzpunct hatte, sich ungefähr 30° über den Horizont erhob, und grofse Strecken am Himmel mit lebhaftem blutrothen Lichte färbte. Die Beobachter bemerkten genau, dafs die über die rothen Himmelsräume hinschiefsenden Sternschnuppen ihre weifse Farbe ganz ungetrübt behielten, und glaubten daraus schliefsen zu können, dafs die rothe Nordlichts-Materie weiter von der Oberfläche der Erde entfernt war, als diese Sternschnuppen.

Nacht vom 13ten zum 14ten November. Der Abend des 13ten Novbrs. war anfangs heiter, und es wurden von 6 U. 50 M. bis 8 U. 2 M. 12 Sternschnuppen wahrgenommen. Aber bald nach 8 Uhr verhüllte ein dichter Nebel den ganzen Himmel

Die Beobachter blieben bis nach Mitternacht auf ihren Posten. Da sich aber auch dann noch gar keine Hoffnung zeigte, dafs der Himmel sich aufheitern könne, so gingen sie auseinander und legten sich zu Bette.

Und doch klärte es sich später wieder auf, und der den Lesern der Astr. Nachr. längst so rühmlich bekannte Herr *Klüver* in Rokwinkel, eine Meile von Bremen, beobachtete um 14 U. 40 M. die erste Sternschnuppe. Er schlofs seine Beobachtungen mit der 100ten Sternschnuppe etwa um 16 U. 50 M. Von diesem Zeitraume geht etwa eine halbe Stunde ab, in der nicht beobachtet wurde. Fast sämmtliche Sternschnuppen kamen aus den beiden Löwen und dem südlichen Theile des grofsen Bären, und ihre Richtung war fast durchaus nach N. N. O., zuerst mehr nördlich, dann mehr nach Osten übergehend. Von diesen 100 Sternschnuppen ging nur eine nach Süden etwas westlich, oder der Hauptrichtung entgegengesetzt, über Südosten hinaus nach Süden zwei, eben so viele zwischen Westen und Süden, zwischen W. und N. W. höchstens fünf, etwa eben so viele zwischen O. und S. O., alle übrigen zwischen N. N. W. und O. mit erstgemeldeter vorwaltender nordöstlicher Richtung. Der gröfste Theil dieser Sternschnuppen, etwa $\frac{5}{8}$ oder $\frac{7}{8}$, hatte einen Schweif, der aber nur bei 4 oder 5 wirklich mit derselben verbunden war, in der Regel zeigte sich nur eine zurückbleibende leuchtende Spur auf der Bahn des Meteors. Ganz ausgezeichnet helle hat Herr *Klüver* nicht gesehen, nur einer war wohl etwas heller als Venus, und etwa 7 oder 8 glichen dem Jupiter, oder übertrafen ihn etwas.

Es leidet wohl keinen Zweifel, dafs dies das eigentliche November Phänomen war, das sich, freilich weit prächtiger, 1799 in der Nacht vom 11ten zum 12ten November zeigte, nachher 1832 und 1833 in der Nacht vom 12ten zum 13ten Novbr. vorkam, und nun seit 1834 in der Nacht vom 13ten zum 14ten November, also immer etwas später erschien.

Am 14ten Abends war es hier in Bremen nur bis gegen 9 Uhr Abends heiter, und unsere Beobachter sahen von 7 bis 8 Uhr vier, von 8 bis 9 Uhr neun Sternschnuppen. Nachher wurde es völlig trübe, und auch die folgenden Nächte, vom 15ten zum 16ten und vom 16ten zum 17ten November blieb der Himmel stets bedeckt.

Olbers.

Die in der Nacht vom 11ten auf den 12ten August 1838 zu Braunsberg in Ost-Preufsen beobachteten Sternschnuppen.

Von Herrn Professor *L. Feldt.*

In den Nächten vom 9ten bis 12ten August 1838 war ich auf die Erscheinung der Sternschnuppen genau aufmerksam. Die Nächte vom 9ten auf den 10ten und vom 10ten auf den 11ten August waren trübe, die Wolkendecke brach zwar manchmal in diesen Nächten, es zeigten sich aber keine Sternschnuppen. Die Nacht vom 11ten auf den 12ten blieb dagegen gröfstentheils heiter; es konnte von $10^h 25'$ Abends bis gegen 2^h des Morgens fast ohne Unterbrechung beobachtet werden. Die von mir und meinem Collegen, Herrn Professor *von Dittersdorf*, in dieser Nacht gemachten Beobachtungen will ich hier etwas näher angeben.

Bei den hier folgenden Beobachtungen konnten wir von unserm Standpuncte aus nur den kleinern Theil des Himmels übersehen, der bei weitem gröfsere Theil blieb theils von Bäumen und Häusern, theils von Wolken verdeckt. Von $10^h 30'$ bis $13^h 46'$, also in 3 St. 16 Min., wurden im Ganzen 30 Sternschnuppen aufgezeichnet, wozu jedoch noch bemerkt werden kann, dafs uns einige während des Aufzeichnens entgangen sein mögen. Unter diesen 30 Sternschnuppen hatten zwei einen sehr deutlichen Schweif, sechs Sternschnuppen glichen Sternen erster Gröfse; 17 waren wie Sterne zweiter und dritter Gröfse, und fünf noch kleiner.

Von 19 dieser Sternschnuppen ist die Rectascension und Declination des Anfangs- und Endpunctes der durchlaufenen Bahn in die Sternkarten auf folgende Weise eingetragen worden.

Die in dem nachstehenden Verzeichnisse unter Nr. 1, 8, 9 und 11 angegebenen Sternschnuppen sind von Herrn *von Dittersdorf* beobachtet und verzeichnet worden; die übrigen dagegen habe ich selbst beobachtet und in die Sternkarten eingetragen.

1. Um $10^h 30'$ mittl Braunsh. Zeit. Eine Sternschnuppe erster Gröfse, sehr hell. Dauer der Erscheinung 2 Secunden.
   Des Anfangsp. AR. = 163° Decl. = + 62° 40′
   des Endpuncts — = 177 — = + 55.
2. Um $10^h 42'$. Eine Sternschnuppe zweiter bis dritter Gröfse durchlief ihren Weg sehr schnell.
   Des Anfangsp. AR. = 229° 30′ Decl. = + 72°
   des Endpuncts — = 253 30 — = + 55.
3. Um $10^h 53'$. Eine Sternschnuppe dritter Gröfse verschwand in einer Wolke. Bewegung sehr schnell.
   Des Anfangsp. AR. = 115° 30′ Decl. = + 89°
   des Endpuncts. — = 177 — = + 71° 20′

4. Um $11^h 1'$. Eine sehr schöne Sternschnuppe erster Gröfse mit einem Schweif. Bewegung langsam.
Des Anfangsp. AR. = 281° 30′ Decl. = + 40′.
des Endpuncts — = 267 — = + 21 40′.

5. Um $11^h 9'$. Eine Sternschnuppe zweiter Gröfse. Dauer gegen 3 Secunden.
Des Anfangsp. AR = 252° 30′ Decl. = + 53°
des Endpuncts — = 250 — = + 44 20′.

6. Um $11^h 18'$. Eine kleine Sternschnuppe dritter bis vierter Gröfse. Bewegung sehr schnell.
Des Anfangsp. AR. = 304° Decl. = + 15° 30′
des Endpuncts — = 299 30′ — = + 9 30.

7. Um $11^h 18\frac{1}{2}$, Eine kleine Sternschnuppe vierter Gröfse; sie durchlief ihren Weg schnell.
Des Anfangsp. AR. = 277° 30′ Decl. = + 10° 40′
des Endpuncts — = 274 — = + 5 30

8. Um $11^h 24'$ Eine Sternschnuppe erster Gröfse mit einem schönen Schweif. Dauer über 3 Secunden.
Des Anfangsp. AR. = 205° Decl. = + 50°
des Endpuncts — = 206 30′ — = + 44 20′.
Der Endpunct ist zweifelhaft; die Sternschnuppe verschwand hinter einem Hause.

9. Um $11^h 27\frac{1}{2}'$. Eine Sternschnuppe dritter Gröfse. Bewegung schnell.
Des Anfangsp. AR. = 227° 30′ Decl. = + 74° 30′
des Endpuncts — = 197 40 — = + 56.

10. Um $11^h 32'$. Eine kleine Sternschnuppe dritter oder vierter Gröfse. Bewegung sehr schnell.
Des Anfangsp. AR. = 330° Decl. = + 86° 30′
des Endpuncts — = 22 30′ — = + 83.
Um $11^h 44'$ bedeckte sich der Himmel mit feinem Schleiergewölk, durch welches man nur Sterne erster Gröfse deutlich sehen konnte; um 12^h war jedoch der Himmel wieder ganz heiter.

11. Um $12^h 4'$. Eine Sternschnuppe erster Gröfse. Bewegung langsam.
Des Anfangsp. AR. = 274° Decl. = + 88° 40′
des Endpuncts — = 201 40′ — = + 63.

12. Um $12^h 32'$. Eine Sternschnuppe zweiter bis dritter Gröfse. Die durchlaufene Bahn kurz, Bewegung langsam.
Des Anfagsp. AR. = 284° Decl. = + 30° 40′
des Endpuncts — = 280 — = + 32 30.

13. Um $12^h 34'$. Eine Sternschnuppe erster bis zweiter Gröfse. Dauer gegen 3 Secunden.
Des Anfangsp. AR. = 265° 30′ Decl. = + 62° 30′
des Endpuncts — = 274 — = + 56 20.

14. Um $12^h 42'$. Eine Sternschnuppe dritter bis vierter Gröfse. Dauer 2 Secunden.
Des Anfangsp. AR. = 272° 30′ Decl. = + 64°
des Endpuncts — = 281 30 — = 59.

15. Um $12^h 48'$. Eine sehr helle Sternschnuppe erster Gröfse. Bewegung langsam.
Des Anfangsp. AR. = 267° Decl. = + 68°
des Endpuncts — = 259 — = + 63 20′.

16. Um $13^h 3'$. Eine Sternschnuppe zweiter Gröfse. Dauer 2 Secunden.
Des Anfangsp. AR. = 274° 30′ Decl. = + 25° 20′
des Endpuncts — = 274 — = + 21.

17. Um $13^h 14'$. Eine Sternschnuppe zweiter bis dritter Gröfse.
Des Anfangsp. AR. = 296° 30′ Decl. = + 28° 40′
des Endpuncts — = 293 30 — = + 22.

18. Um $13^h 19'$. Eine schöne Sternschnuppe erster Gröfse. Dauer 3 Secunden.
Des Anfangsp. AR. = 57° 30′ Decl. = + 37°
des Endpuncts — = 55 30 — = + 30.

19. Um $13^h 27'$. Eine Sternschnuppe dritter Gröfse; sie durchlief ihren Weg schnell.
Des Anfangsp. AR. = 35° 30′ Decl. = + 88° 20′
des Endpuncts — = 146 30 — = + 75 20.

Gegen $13^h 56'$ bedeckte sich der Himmel mit langen Wolkenstreifen und bekam ein weifsliches Aussehen; der Mond hatte einen grofsen Hof. Gleich nach 14 Uhr mufsten die Beobachtungen geschlossen werden; es wurde ganz trübe.

Wäre es möglich, für die eine oder andere dieser Erscheinungen von entfernten Beobachtern correspondirende zu erhalten, so könnte die Höhe und Bahn für solche Sternschnuppen leicht berechnet werden.

L. Feldt.

Ueber den *Encke*schen Kometen im Jahre 1838.

Von Herrn Hofrath *Schwabe* in Dessau.

Hiebei ein Steindruck.

Schon im August suchte ich, obgleich vergeblich, nach diesem Kometen mit meinem 6füfsigen *Fraunhofer*schen Fernrohre, woran ich eine eigene Okular-Röhre mit einer 30mal. Vergröfserung anschrauben kann. Kleine Lichtnebel und Nebelsterne, welche ich auf seiner von *Bremiker* berechneten Bahn fand, zeigten in der Folge durch ihren unveränderten Stand, dafs keiner von ihnen der Komet gewesen sein konnte: doch überzeugte ich mich bei diesen wie bei früheren Beobachtungen, dafs nur mit der sehr lichtvollen 30mal. Vergr. dieses Instrumentes mir es möglich sein würde den Kometen

am ebesten aufzufinden, weil diese Weltkörper in grofsen Entfernungen von Sonne und Erde nur wegen ihrer Lichtschwäche, nicht aber wegen ihrer geringen Gröfse in den Fernröhren unsichtbar sind.

Im Anfang des Septembers war das Wetter zu Beobachtungen der Art sehr ungünstig und erst

am 29sten September fand ich den Kometen zwischen γ Trianguli und Algol auf. Er erschien als ein sehr schwaches Lichtwölkchen von unbestimmter Gestalt und ohne Spur eines Kernes, ja selbst eine gröfsere Lichtanhäufung in irgend einer Stelle seines Nebels war nicht zu bemerken. Schon mit einer 45mal. Vergr. würde ich dieses schwache Licht nicht aufgefunden haben, und hieraus schliefse ich, dafs mein Fernrohr den Kometen nicht bedeutend früher gezeigt hat.

Am 30sten September, so wie am 1sten und 2ten October bemerkte ich keine augenfällige Veränderung in seiner physischen Beschaffenheit, jedoch konnte ich ihn am letzten Tage mit 54mal. Vergr. sehen und selbst mit 64mal. Vergr. eine Spur davon entdecken. Vom 3ten bis 10ten October verhinderten Dünste und Wolken jede Beobachtung.

Am 11ten October aber fand ich ihn 7^h Abends nicht nur gröfser und lichtstärker, sondern in seinem Nebel zeigte sich nach dem Mittelpunkte zu das Licht auch etwas gedrängter. Mit 64mal. Vergr. sahe ich ihn deutlich und selbst mit 45 und 56mal. Vergr. des 3½füfsigen *Fraunhofer*schen Fernrohres konnte ich ihn erblicken, doch war er noch in einem 2½füfsigen Fraunhofer unsichtbar. Gegen 8^h Abends stand ein kleiner Fixstern fast im Mittelpunkte des Lichtnebels.

Den 12ten October 9^h Abends konnte ich ihn mit 32 und 40mal. Vergr. des 2½füfs. Fraunh., sonst aber keine wesentliche Veränderung bemerken.

Erst am 18ten October heiterte sich der Himmel theilweise auf, jedoch erlaubten die kurzen heitern Zwischenräume keine genauere Beobachtung, als dafs er an Licht und Gröfse zugenommen hatte.

Den 19ten October klärte sich der Himmel vollkommen auf und ich fand den Kometen seit dem 12ten d. M. nicht nur sehr beträchtlich gröfser und heller, sondern ich sah auch, obgleich die Grenzen des Lichtnebels sehr verwaschen waren, doch eine augenfällige Lichtanhäufung etwas aufserhalb der Mitte, so dafs der Komet an seinem vorangehenden Theile breiter, lichtschwächer und verwaschener an seinem nachfolgenden aber heller und dichter erschien. Einen Kern konnte ich nicht bemerken, obgleich sein Stand in der Milchstrafse diese Beobachtung dadurch sehr erschwerte, dafs oft kleine Fixsterne in der Mitte des hellsten Lichtes sichtbar wurden. Fig. 1 stellt den Kometen 8^h Abends mit 30mal. Vergr. des 6füfs. Fraunh. dar; die in und bei ihm befindlichen Punkte deuten Fixsterne an.

Am 21sten October fand ich keine wesentliche Aenderung seiner Beschaffenheit, und den 22sten und 23sten sah ich bei nicht ganz reiner Luft nur die excentrische Verdichtung des Lichtnebels deutlicher als früher, aber ohne Spur eines Kernes.

Den 24sten October beobachtete ich bei heiterem Himmel von 6^h bis 8^h Abends, wo sich allmählig Dünste und später Wolken einstellten. Der Komet war seit dem 21sten d. M. so augenfällig heller und gröfser geworden, dafs ich ihn nicht nur mit einem 17zölligen Kometensucher von 15mal. Vergr. und dem Sucher des 6füfs. Fraunh. von 10mal. Vergr., sondern sogar mit einem astronomischen Taschenperspectiv von 8mal. Vergr. schwach doch mit Gewifsheit erkennen konnte. Mit 30 und 45m. Vergr. des 6füfs. Fernrohrs war seine Gestalt wegen der verwaschenen Grenze immer nur noch als rundlich zu unterscheiden, doch trat der dichtere excentrische Theil des Lichtnebels stärker als früher hervor, aber auch bei Anwendung aller geeigneten Okulare von 30, 45, 54, 64 und 96mal. Vergr. des 6füfs. Fernrohrs sah ich keinen Kern.

Bis zum 5ten November konnte ich wegen Dünste und Wolken nur mangelhafte Beobachtungen anstellen, allein an diesem Tage, der bis 10^h Ab. heiter blieb, beobachtete ich von 7½ Ab. an. Sein Licht hatte so sehr zugenommen, dafs scharfsichtige Personen ihn mit unbewaffnetem Auge als einen schwachen Nebelfleck unterscheiden konnten. Mit 30mal. Vergr. sah ich ihn von halbovaler Gestalt, wie ihn Fig. 2 darstellt. In seinem nachfolgenden Theile befand sich sein hellstes Licht *a* fast ganz an der Grenze und hatte keinen Kern, von hier aus zog sich der Lichtnebel nach *b* dem vorangehenden Theile des Kometen hin, doch war das matte Licht bei *c* etwas stärker als bei *d*, am schwächsten aber zwischen beiden Punkten. An denjenigen Tagen, wo sich der Komet der Erde am nächsten befand, konnte wegen höchst ungünstiger Witterung keine einzige Beobachtung gemacht werden, denn erst

am 10ten November klärte sich der Himmel gegen 7h Abends auf. Der Komet hatte an Licht und Gröfse abermals zugenommen. Sein Lichtnebel erschien ausgebreiteter, als am 5ten d. M., der nachfolgende Theil *a* Fig. 3 war ziemlich scharf begrenzt und sehr lichtvoll, im Mittelpunkte des hellsten Lichtes sah ich zum erstenmal ein feines Lichtpünktchen dann und wann hervorblicken, das ich deshalb für keinen Fixstern halten konnte, weil es bei der fortschreitenden Bewegung des Kometen nach *b* hin immer an derselben Stelle wieder zum Vorschein kam. Der vorangehende Theil des Kometennebels *b* war fächerartig ausgebreitet, weit weniger hell und hatte bei *c* etwas mehr aber nebelartiges Licht, während der Theil *d* am

mattesten aber am weitesten verbreitet erschien und ein mehr streifiges Licht zeigte.

Den 11ten November war der Himmel bedeckt.

Am 12ten heiterte er sich von $6\frac{1}{2}^h$ bis $8\frac{1}{2}^h$ Abends auf und ich fand den Kometen wieder etwas heller und gröfser, als am 10ten d. M. In seinem hellsten Lichte bei a Fig. 4 bemerkte ich das Lichtpünktchen mit 30mal. Vergr. wieder, es war deutlicher und dauernder als am 10ten, und blieb selbst bei 64 und 96mal. Vergr. sichtbar, mit 144mal. Vergr. verschwand es aber, und an seiner Stelle zeigte sich der Lichtnebel gedrängter und stärker, ohne eine Scheibe zu bilden. Die Lichthülle b, b', b'' breitete sich weiter fächerartig aus, nach c und e hin traten zwei etwas hellere Lichtstreifen hervor, von denen e etwas gekrümmt schärfer begränzt war und bei f eine dunkele Bucht bildete; bei $b\,d\,b'$ hatte diese Lichthülle die wenigste Helligkeit, ein streifiges Ansehen und die gröfste Ausdehnung; zugleich geben diese drei Punkte die Richtung seines Laufes an.

Am 13ten Novbr. beobachtete ich von $5\frac{1}{2}^h$ bis 7^h Abends. Im Anfang konnte ich wegen der sehr hellen Dämmerung mit 30mal. Vergr. nur die hellsten Theile des Kometen, nämlich den Kopf a Fig. 5 und den Lichtstreifen c erkennen, aber schon $5\frac{3}{4}^h$ Ab. sahe ich mit 64mal. Vergr. die ganze Lichthülle heller und noch weiter fächerartig ausgebreitet als früher. Im Mittelpunkt der hellsten Stelle a bemerkte ich das fixsternähnliche Lichtpünktchen beständig und deutlicher. Der eintretende Nebel verhinderte stärkere Okulare darauf anzuwenden. Der gestern beschriebene bogenförmige Lichtstreifen e hatte an Schärfe, aber nicht an Licht verloren, war nicht mehr so stark gekrümmt und die Bucht f mit Nebel ausgefüllt; überhaupt erschien diese ganze Gegend heute weniger scharf begrenzt als früher. Zwischen beiden Streifen c und e hatte der Lichtnebel ein gedrängteres und gleichförmiges Ansehen, bei $b\,d\,b'$ war er augenfällig dünner und streifig. α und β sind zwei kleine Fixsterne.

Spätere brauchbare Beobachtungen wurden durch Wolken, Nebel, Mondschein, den schon niedrigen Stand und frühen Untergang des Kometen verhindert.

Dessau den 2ten December 1838.

Heinrich Schwabe.

Sonnenbeobachtungen im Jahre 1838

Von Herrn Hofrath *Schwabe* in Dessau.

Die Sonne konnte an 202 Tagen beobachtet werden, sie war nie ohne Flecken und ich zählte 282 Gruppen. Im Januar und Februar hatte, wie es schon in den letzten Monaten von 1837 der Fall war, nur die eine Hälfte der Sonne eine so grofse Anzahl Flecken, dafs ich meistens 10 bis 12 zugleich sichtbare, deutlich abgesonderte und meistens reichhaltige Gruppen zählen konnte, die jedoch denen des vorigen Jahres an Menge der Flecken, Punkte und Nebel nachstanden. Die andere Halbkugel zeigte dagegen nur wenig einzelne kleine Flecken und Punkte. Vom März an bemerkte ich, dafs sich die Flecken auf der westlichen Seite der fleckenreichen Sonnenhalbkugel schneller auflösten, nach der östlichen Seite zu aber immer stärker vermehrten, und vom Ende des Septembers bis zum Schlusse des Jahres war die im Januar und Februar reichste Seite mit nur wenigen einzelnen Flecken und die entgegengesetzte mit vielen reichen Gruppen bedeckt, jedoch sahe ich nur höchstens 7 Gruppen zu gleicher Zeit.

Die gröfsten und ausgezeichnetsten behoften Kernflecken befanden sich jedesmal nur da, wo die meisten Gruppen entstanden, und sehr oft waren sie mit unbewaffnetem Auge kennbar. Diejenigen Stellen, wo sich wenig oder keine Flecken zeigten, hatten ein buntes, körniges Ansehen, unzählige Poren und starke Narben, welche letztere besonders am 23sten September und 18ten December die beiden Fleckenzonen sichtbar machten.

Lichtflocken bemerkte ich nur am 13ten, 14ten und 15ten Juli, welches zugleich die wärmsten Tage waren; ihr Flug richtete sich aber weder nach dem Zuge der Wolken, noch nach der Richtung des Windes.

Dessau, den 31sten December 1838.

Heinrich Schwabe.

Ueber die Lichtfunken, Lichtflocken und Lichtfäden bei Sonnenbeobachtungen.

Von Herrn Observator *Galle* in Berlin.

Im Laufe dieses Sommers bemerkte ich bei gelegentlicher Betrachtung der Sonnenoberfläche durch den grofsen Refractor auch die in Nr. 350 der Astr. Nachr. erwähnten Lichtfunken oder Lichtflocken, am häufigsten an den Tagen Jun. 25, 29. Aug. 14, 23. Sept. 1, 15, 17. Was ich Näheres darüber wahrgenommen habe, spricht sehr dafür, dafs es der sogenannte

fliegende Sommer sei. Am 1sten und 17ten September bewegten sie sich so langsam, daſs ich mehrere derselben bis 5° Entfernung von der Sonne verfolgen konnte. Hier legte ich das (nicht angeschraubte) Sonnenglas weg, zog das Ocular weiter heraus und bekam dadurch ein schärfer begrenztes Bild *). Sie erschienen meist als längliche mit kleinen Seitenansätzen und Unebenheiten versehene Körper, weiſslich und durchscheinend, unten abgerundet, oben spitz und in einen Faden verlängert. Sie machten langsame Krümmungen und S förmige Biegungen, und erschienen in verschiedenen Projectionen verkürzt und verlängert. Oft waren zwei durch einen Faden verbunden, die sich um einander drehten, auch isolirte Fäden zogen vorüber, die das ganze Gesichtsfeld einnahmen. Zwar habe ich übereinstimmend mit den Erfahrungen des Herrn Hofraths *Schwabe* (Astr. Nachr. Nr. 350) an Tagen, wo die Lichtflocken sehr häufig waren, keinen fliegenden Sommer gesehen, und umgekehrt. Dagegen macht *Arago* (Ann. Ch. et Ph. XXX. p. 471) gerade auf die Gleichzeitigkeit beider Erscheinungen aufmerksam. Auch könnte es wohl sein, daſs der fliegende Sommer bei verschiedenen Zuständen der Atmosphäre in verschiedenen Höhen fliegt.

Daſs alle Lichtflocken fliegender Sommer seien, folgt zwar aus den obigen Wahrnehmungen noch nicht, man wird sie aber bei der Gleichartigkeit ihres Ansehens immer für ähnliche in der Luft fliegende Fasern oder Staubtheilchen zu halten Ursache haben. Daſs die Erscheinung keine optische Täuschung, noch im Focus des Fernrohrs zu suchen sei (vgl. A. N. Nr. 144) wird einfach dadurch bewiesen, daſs sie im Fernrohr und im Sucher gleichzeitig erschienen, welchen Versuch der Herr Prof. *Encke* die Güte hatte in Gemeinschaft mit mir anzustellen.

G. Galle.

*) Das Herausziehen des Oculars in dem einen Falle um $4^{L}25$ Pr. bei 14^{F} Focaldistanz giebt eine ungefähre Entfernung von 6600 Fuſs, und wegen 15° Höhe über dem Horizont 1700 Fuſs Höhe über der Erdoberfläche.

Brief des Baronets, Sir *John F. W. Herschel* an den Herausgeber.

Slough, Jan 19. 1839.

The star η Argus about which you enquire, was materially diminished in lustre before I quitted Africa and the diminution was progressive up to the last time that I saw it, which was on the 14th of April (in Lat. 17° — 18° N.) at which time it had lost so much of its lustre as to rank between α Orionis and Aldebaran, whereas at its maximum on the 28th Dec. 1837 it was scarcely inferior to α Centauri which, after Sirius and Canopus is beyond all comparison the brightest star in the Southern Hemisphere, and which ranks somewhat above Arcturus the brightest of our Northern Stars. Since my return to England I have had no report of the progress of this remarkable phænomenon.

Being on the subject of the brightness of the stars, I should be very glad to see the attention of astronomers recalled to the subject of estimations by the naked eye, after the manner of my Father's catalogues of comparative brightness, but without confining the comparisons to separate constellations, as I am convinced that not only many more periodical stars will thereby be discovered, but that changes not periodical will be found to prevail to a very much greater extent than is now supposed, and which I would suggest may be accounted for by superadding to *Olbers's* idea of imperfect transparency in the celestial spaces, that of inequality in the degree of opacity of different regions, and of movements going on in the opake matter whatever it be. In short by supposing the existence of some sort of cosmical cloudiness subject to internal movements depending on causes of which we are ignorant. Of the nature of these super-atmospheric clouds of course no conjecture can yet be formed, but some argument for their being of a material nature *may* be drawn from the strange observation of Ptolemy that Sirius was in his time one of the 6 red stars, classing it with Arcturus, Aldebaran, Pollux, Antares and α Orionis by the common Epithet ὑπόκιρρος. It seems much more likely that a red colour should be the effect of a medium interfered than that in the short space of 2000 years so vast a body should have actually undergone such a material change in its physical constitution.

Being on this subject I may notice α Hydræ as certainly a periodic and α Cassiopeiæ as a variable star. At least, in Novembre last, I observed γ to be very decidedly the principal star in that constellation, whereas at present α is as it was in my Father's time, the brightest of the three α, β, γ. I am also disposed to agree with *Struve* who in a letter I have lately received from him seems to consider Capella as on the increase. Certainly on my return to the Northern Hemisphere I was surprised to find that a higher place must be assigned to Capella than I had mentally (from recollection) ascribed to it when engaged in arranging the Southern stars.

Turning up authorities on this highly interesting subject, I was greatly surprised to find the following numerical propor-

tons between the light of Southern stars assigned by *Humboldt* (*Tilloch's* Philosophical Magazine, Jan. 7. 1802. Extract of a letter to *Lalande*).

Sirius = 100; Canopus = 98; α Centauri = 96; α Eridani = 94; Procyon = 88; α Gruis = 81; α Pavonis = 78; etc. etc. He says „I employed the method proposed by Dr. *Herschel* and diaphragms of the same kind as those used for the satellites." Now these numbers, even as the mere rough estimate by the naked eye appear to me so very erroneous that I am at a loss what to make of them, nor can anything set in a stronger light the extreme difficulty of procuring numerical measures of star light, than the fact of their ever having been obtained by an observer usually so very careful and exact. For my own part I cannot estimate the light of Canopus as much more than half that of Sirius, and the step from Canopus to α Centauri is fully as wide as that from Sirius to Canopus. Again I make by actual measurement, on a principle open I think to no theoretical objection, though attended with some trouble in practice, I make α Eridani only half α Centauri instead of being to it in the ratio of 94 to 96 as *Humboldt* makes it etc. etc.

Perhaps too I may be pardoned if, without at all intending to criticise the ingenious and elaborate instrumental contrivances of M. *Steinheil*, I take this opportunity of drawing his attention (should you think these remarks worthy of a place in the Nachrichten) to one or two cases in the list of relative magnitudes given in p. 24 of his work (Elemente der Helligkeits-Messungen etc.) where if I mistake not comparison of the stars by the naked eye would have led him to hesitate about the adoption of the numbers assigned. Thus, he places Spica considerably above Rigel, Procyon above Capella, Regulus above Aldebaran and makes Spica and Capella very nearly equal.

The order I have myself been led to assign to the stars entitled to be regarded as of the first magnitude (open however to correction as regards the inter-ordering of Northern with Southern Stars) is as follows. 1. Sirius, 2 Canopus, 3. α Centauri, 4. η Argus at its maximum, 5. Arcturus, 6. Capella, 7. Lyra, 8. Rigel, 9. α Eridani, 10. Procyon, 11. Aldebaran, 12. α Orionis (somewhat doubtful), 13. β Centauri, 14. α Crucis, 15. Antares, 16. Spica, 17. α Aquilæ, 18. Pollux, 19. α Cygni, 20. Fomalhaut, 21. β Crucis, 22. Regulus (?), 23. ε Canis majoris, 24. λ Scorpii (?), 25. α Gruis. I do not however give this list as even my own final result, for it is impossible in the first place to compare directly each star with that immediately above and below it, and, secondly I have not yet fully reduced and fairly combined all my photometric comparisons. Of these however I will give a few as specimens. α Centauri being taken = 1000 (Sirius being too bright for convenient employment as a Standard Star in my method).

Sirius	=	4102	α Crucis	=	381
Canopus	=	2281	α Aquilæ	=	357
α Centauri	=	1000	β Crucis	=	263
Arcturus	=	744	ε Canis	=	219
Rigel	=	742	γ Crucis	=	207
α Eridani	=	519	α Gruis	=	179
β Centauri	=	426	etc.		

I fear that my health will no longer suffer me to indulge the hope of prosecuting these enquiries myself farther in this hemisphere. To my no small annoyance I find that night exposure at least in the winter season is more than I can now face, having been of late a sufferer from severe Rheumatic affections which warn me pretty forcibly to desist. Yet the winter has hitherto been with us remarkably mild. We have had snow only for a few hours and very little continued frost and an unusual allowance of late of winter sunshine.

J. F. W. Herschel.

Ehrenbezeugungen.

Se. Majestät der König von Schweden haben dem Herrn Capitain *v. Nyegaard*, R. v. D., der bei den mir Allerhöchst übertragenen Vermessungen angestellt ist, das Ritterkreuz des Schwerdtordens, und Herrn Observator *Petersen* das Ritterkreuz des Wasaordens zu verleihen geruht.

S. M. der Kaiser von Rufsland haben dem Herrn Staatsrath *v. Slawinski*, Director der Wilnaer Sternwarte, den St. Annenorden 2ter Klasse, und dem Herrn *Hlouschnevitch*, Observator an der Wilnaer Sternwarte, den Stanislausorden 4ter Klasse und einen Brillantring zu verleihen geruht.

S.

Druckfehler in meinem Aufsatz über Längen-Unterschiede.

Astr. Nachr. Nr. 351 und 352.

M. n.	S. 253. Z. 25	statt	einer Zeitbestimmung	lies	meiner Zeitbestimmung.
	: 254. : 10 v. u.	:	neben	:	nebst
M.	: 255. 2 Col. Z. 27	:	56 13,40	:	56 13,40::
	: 259. 1 : : 23	:	59 55,0	:	59 55,0 H.
	: 24		7 25,0 H.		7 25,0
	: — Z. 37 ist Aug. 25 vorn beizufügen.				
M.	: 260. : 34	statt	4′	:	3′
M. n.	: — : 36	:	vorgeblicher	:	vergeblicher
M.	: 262 : 3	:	Beobachtungen	:	Lampen-Beobachtungen
	: — : 6 v. u.	:	stehende	:	stehenden
	: — : 4 v. u.	:	um die	:	von der
M. n.	: 263. Col. 2 Z. 4	:	42 41,73	:	42 41,78
	: 264. : 4 am Ende	:	— 0,18	:	+ 0,18
			+ 0,22	:	— 0,22
M.	: 265. : 3 Z. 20	:	2 12,81	:	2 12,81:
	: 266. sind bei den Feldberg Signalen des 26sten Aug. sämmtliche Zeilen verschoben die Zeile $5^h 31'$ gehört zu den Heliotropsignalen.				
	: : 8 35 mufs eine Zeile weiter hinaufgerückt werden, und bleibt isolirt.				
	: : 8 43 kommt dann mit 8 38 der Meisner-Signale in eine Linie zu stehen, und auch alle folgenden eine Zeile hinauf, so dass bei den Meissner-Signalen die Zeile 9 50 isolirt bleibt				
	: 270. Ueberschrift	statt	$z\Delta$	lies	Δz
M.	: 271. Col. 3 Z. 19	:	45 53,60	:	45 53,60:
	: 273. letzte Zeile	:	einer	:	meiner
M.	: 274. Z. 13	:	vortheilhafteste	:	rathsamste
	: 277. : 4	:	$\gamma\Delta$	:	$\Delta\gamma$
M. n.	: — : 27	:	eben	:	oben
M. n.	: 278. : 4	:	der	:	die

Marburg, den 5ten Junius 1838. *Gerling.*

Die Fehler, vor denen M. steht, sind im Manuscripte, die vor denen M. n. steht entstanden aus Undeutlichkeit des Manuscripts

S.

Verbesserungen.

In den Astr. Nachr. Nr. 356.	S. 336. Z. 1.	statt:	$\frac{(\tau-\tau)^2}{24\mu^2}$	lese man:	$\frac{(\tau-\tau')^2}{24\mu^2}$
	: 339. : 8.	:	a	:	α
	: 339. : 8.	:	$\frac{a\tau'-c\tau_{\prime}\tau_{\prime}}{10^{a\tau-c\tau\tau}}$	:	$\frac{a\tau_{\prime}-c\tau_{\prime}\tau_{\prime}}{10^{a\tau-c\tau\tau}}$
Nr. 365. 366.	: 68. Z. 15.	:	dieser	:	diesen
	: 70. : 24.	:	der	:	des
	: — : 25.	:	Resultate	:	Resultats
	: 76. Nr. 26.	:	0,308	:	0,328
	: 82. : 95.	:	0,307	:	0,207
Nr. 371	: 176. : 5.	:	25 — 125 Duc.	:	75 — 125 Duc.

Altona 1837. Februar 14. (Hiebei eine Steindrucktafel und 1 Bogen Mondephemeride.)

Ephemeride des Mondes

für den Augenblick des Durchganges seines Mittelpuncts durch den Altonaer Meridian, nach *Burckhardts* Tafeln berechnet, und für jede Sternwarte, deren Längenunterschied von Altona nicht über 3 Stunden ist, anwendbar,

für das Jahr 1839.

Zu Nr. 372 der Astr. Nachr.

Ich habe früher in den Planeten-Distanzen vom Monde eine Ephemeride des Mondes für den Augenblick, in dem sein Mittelpunct durch den Altonaer Meridian geht, bekannt gemacht, die durch zugleich gegebene Hülfsgröfsen für jede europäische Sternwarte (oder allgemein für jede Sternwarte, deren Längenunterschied von Altona nicht über 3 Stunden ist) ein bequemes und sicheres Mittel giebt, die Beobachtungen direct mit den *Burckhardt*schen Tafeln, nach denen diese Ephemeride gerechnet ist, zu vergleichen. Da der Nautical Almanac und die Connaissance des Tems jetzt die von der Dänischen Regierung seit 1822 jährlich herausgegebenen Planetendistanzen, ihren grofsen Nutzen für die Schifffahrt erkennend, aufgenommen haben, so ward die Fortsetzung dieser Arbeit von unserer Seite unnöthig und ist mit dem Jahre 1838 abgebrochen. Die bis dahin in den Planetendistanzen bekannt gemachte Monds-Ephemeride werde ich daher von jetzt an den Astron. Nachrichten als Zugabe beilegen.

Die Ephemeride giebt für den Augenblick des Durchganges durch den Altonaer Meridian (30′ 25″ in Zeit östl. von Paris) die gerade Aufsteigung, Abweichung (nördliche +) Aequatoreal-Horizontal-Parallaxe und den Durchmesser des Mondes, und die Logarithmen der Hülfsgröfsen, α, β, γ, α', β', γ', a, b durch die, die für Altona gegebenen Werthe auf jeden beliebigen Meridian, der nicht über 3 Stunden entfernt ist, reducirt werden.

Für eine Sternwarte nämlich, deren Längenunterschied von Altona in Zeitsecunden $= t$ ist (positiv wenn die Sternwarte westlich, negativ wenn sie östlich von Altona liegt) müssen folgende Correctionen an die Zahlen der Ephemeride angebracht werden:

an die AR $\alpha t + \beta tt + \gamma . t^3$

an die δ $\alpha' t + \beta' tt + \gamma' . t^3$

an die Parallaxe $a t + b tt$

Den Logarithmus des Halbmessers findet man, wenn man zu dem Logarithmen der Parallaxe (in Secunden ausgedrückt) 9,43558 addirt.

S.

Jan.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α′	log β′	log γ′	Parallaxe.	log a	log b
	h ′ ″				′ ″	° ′ ″				′ ″		
1	8 37 30,89	8,58514	2,2963n	5,423	15 23,2	+22 39 0,0	9,23157n	3,4135n	7,58	56 27,9	6,6773n	9,826
2	9 30 31,33	8,54687	2,2377n	6,15	15 12,3	+18 5 19,2	9,31603n	3,2229n	7,51	55 47,8	6,6489n	0,449
3	10 19 16,08	8,51320	2,1090n	6,27	15 2,5	+12 49 39,7	9,36040n	2,9732n	7,39	55 11,9	6,5794n	0,671
4	11 4 49,62	8,48877	1,8937n	6,29	14 54,6	+ 7 10 13,8	9,38123n	2,5907n	7,27	54 42,9	6,4623n	0,755
5	11 48 26,27	8,47567	1,4440n	6,29	14 49,0	+ 1 20 50,9	9,38643n	1,5982	7,18	54 22,4	6,2552n	0,847
6	12 31 21,31	8,47495	1,3403	6,28	14 46,3	— 4 27 39,3	9,37929n	2,6200	7,16	54 12,3	5,7118n	0,887
7	13 14 48,93	8,48645	1,8488	6,27	14 46,6	—10 5 45,1	9,35977n	2,9085	7,22	54 13,6	5,8992	0,867
8	14 0 1,70	8,50891	2,0681	6,23	14 50,00	—15 23 31,0	9,32430n	3,1096	7,32	54 25,9	6,3176	0,875
9	14 48 8,26	8,53977	2,1933	6,08	14 56,3	—20 8 58,6	9,26416n	3,2779	7,42	54 49,2	6,5122	0,780
10	15 40 5,51	8,57479	2,2461	5,19	15 5,1	—24 6 56,1	9,16017n	3,4236	7,49	55 21,5	6,6246	0,695
11	16 36 21,50	8,60793	2,2081	6,16n	15 15,9	—26 58 44,6	8,96200n	3,5411	7,48	56 1,1	6,6878	0,417
12	17 36 32,85	8,63224	2,0064	6,48n	15 27,8	—28 24 20,0	8,40182n	3,6193	7,29	56 44,6	6,7104	9,525
13	18 39 11,63	8,64205	0,9779	6,55n	15 39,7	—28 7 11,4	8,69797	3,6480	5,68	57 28,6	6,6970	0,331n
14	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
15	19 42 5,35	8,63591	1,8841n	6,42n	15 50,9	—26 0 33,6	9,09760	3,6212	7,30n	58 9,4	6,6427	0,659n
16	20 43 9,76	8,61751	2,0908n	5,95n	16 0,2	—22 10 54,5	9,28236	3,5368	7,53n	58 43,5	6,5385	0,790n
17	21 41 16,04	8,59392	2,0909n	5,85	16 7,0	—16 56 6,4	9,37006	3,3911	7,60n	59 8,5	6,3635	0,839n
18	22 36 22,45	8,57263	1,9534n	6,23	16 11,0	—10 40 10,1	9,44150	3,1552	7,59n	59 23,3	6,0548	0,817n
19	23 29 16,93	8,55933	1,5888n	6,33	16 12,4	— 3 48 33,1	9,46611	2,6490	7,57n	59 28,4	4,8039	0,760n
20	0 21 14,23	8,55718	1,2643	6,35	16 11,5	+ 3 14 16,7	9,46556	2,6822n	7,55n	59 25,0	5,9024n	0,632n

Jan.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ′ ″				′ ″	° ′ ″				′ ″		
21	1 13 38,75	8 56576	1,8675	6,29	16 8,8	+10 5 11,4	9,44091	3,1406n	7,55n	59 15,2	6,1552n	0,489n
22	2 7 51,88	8,58607	2,0695	6,10	16 4,8	+16 21 40,0	9,38782	3,3613n	7,55n	59 0,7	6,2849n	0,428n
23	3 4 57,00	8,61052	2,1306	5,04n	15 59,8	+21 40 57,3	9,29353	3,5068n	7,53n	58 42,2	6,3650n	0,273n
24	4 5 18,38	8,63319	2,0404	6,29n	15 54,0	+25 40 32,5	9,12657	3,6035n	7,41n	58 20,8	6,4243n	0,317n
25	5 8 17,59	8,64637	1,5658	6,54n	15 47,3	+28 0 56,7	8,77638	3,6519n	6,93n	57 56,3	6,4802n	0,317n
26	6 12 8,62	8,64439	1,7837n	6,55n	15 39,8	±28 30 47,6	8,25908n	3,6473n	7,08	57 28,7	6,5407n	0,224n
27	7 14 31,10	8,62634	2,1501n	6,37n	15 31,6	+27 11 15,2	8,95732n	3,5885n	7,46	56 58,6	6,5563n	0,030n
28	8 13 28,22	8,59633	2,2499n	5,75n	15 22,9	+24 15 52,8	9,17723n	3,4786n	7,55	56 26,9	6,5707n	9,428n
29	9 8 5,25	8,56113	2,2355n	5,90	15 14,2	+20 5 42,2	9,28874n	3,3207n	7,53	55 54,8	6,5666n	9,867
30	9 58 28,77	8,52739	2,1459n	6,18	15 5,7	+15 3 12,9	9,34905n	3,1085n	7,45	55 23,8	6,5363n	0,331
31	10 45 24,73	8,6000g	1,9851n	6,25	14 68,2	+ 9 28 27,4	9,37962n	2,7970n	7,36	54 56,0	6,4735n	0,507
	11 29 56,79				14 51,9	+ 3 37 49,2				54 33,0		
Febr.												
1	11 29 56,79	8,48229	1,6998n	6,26	14 61,9	+ 3 37 49,2	9,39063n	2,0224n	7,26	54 33,0	6,3624n	0,659
2	12 13 14,05	8,47563	0,5369n	6,26	14 47,5	— 2 15 37,3	9,38707n	2,5155	7,20	64 16,8	6,1499n	0,755
3	12 56 26,11	8,48055	1,6307	6,25·	14 45,4	— 8 0 58,4	9,37048n .	2,8626	7,20	54 9,1	5,5478n	0,813
4	13 40 41,82	8,49647	1,9426	6,23	14 45,9	—13 28 7,9	9,33940n	3,0631	7,25	54 11,1	5,9239	0,863
5	14.27 7,93	8,52174	2,1100	6,15	14 49,4	—18 26 20,6	9,28837n	3,2214	7,34	54 23,9	6,3295	0,879
6	15 16 45,06	8,55337	2,2017	6,89	14 56,0	—22 42 52,2	9,20476n	3,3603	7,43	54 47,9	6,5319	0,847
7	16 10 16,84	8,58674	2,2206	5,61n	15 5,4	—26 2 7,2	9,05835n	3,4809	7,46	55 22,4	6,6623	0,822
8	17 7 62,13	8,61582	2,1354	6,29n	15 17,4	—28 6 2,7	8,74495n	3,5754	7,40	56 6,6	6,7448	0,639
9	18 8 46,49	8,63453	1,8366	6,49n	15 31,2	—28 36 45,7	8,16116	3,6328	7,11	56 67,3	6,7870	0,317
10	19 11 21,13	8,63905	1,2151n	6,48n	16 45,8	—27 21 32,0	8,95572	3,6434	6,76n	57 51,0	6,7923	0,127n
11	20 13 33,60	8,62991	1,9196n	6,26n	15 59,9	—24 17 54,3	9,21360	3,6014	7,39n	58 42,7	6,7533	0,677n
12	21 13 47,18	8,61200	2,0376n	5,33n	16 12,1	—19 35 46,2	9,35396	3,5013	7,57n	69 27,3	6,6590	0,898n
13	22 11 22,93	8,59229	1,9798n	6,04	16 21,1	—13 35 11,6	9,43428	3,3253	7,63n	60 0,2	6,4751	1,003n
14	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
15	23 6 39,43	8,57723	1,7460n	6,26	16 26,0	— 6 42 9,0	9,47503	2,9892	7,64n	60 18,2	6,0657	1,030n
16	0 0 34,21	8,57114	0,6127	6,32	16 26 6	+ 0 35 11,0	9,48519	2,1793n	7,63n	60 20,4	5,7837n	0,984n
17	0 54 23,05	8,57570	1,6899	6,29	16 23,3	+ 7 48 53,4	9,46779	3,0895n	7,61n	60 8,3	6,3365n	0,916n
18	1 49 23,87	8,58986	1,9681	6,12	16 16,7	+14 32 7,7	9,42080	3,3512n	7,58n	59 44,1	6,5191n	0,689n
19	2 46 40,61	8,60989	2,0687	5,17	16 8,1	+20 19 39,8	9,33542	3,5023n	7,52n	59 12,5	6,5975n	0,449n
20	3 46 43,53	8,62973	1,9939	6,17n	15 58,3	+24 48 24,8	9,18901	3,5969n	7,39n	58 36,7	6,6300n	9,905n
21	4 49 8,16	8,64225	1,6958	6,46n	15 48,2	+27 39 27,2	8,91201	3,6449n	6,97n	57 69,6	6,6341n	9,428
22	5 52 28,29	8,64181	1,6651n	6,61n	15 38,2	+28 41 35,5	7,66463	3,6455n	6,95	57 22,9	6,6180n	0,148
23	6 54 40,48	8,62668	2,0908n	6,37n	16 28,7	+27 54 41,2	8,83519n	3,5984n	7,38	66 48,2	6,5905n	0,168
24	7 53 53,21	·8,59976	2,2169n	6,91n	15 19,9	+25 29 42,5	9,11638n	3,6069n	7,50	56 15,7	6,5605n	0,188
25	8 49 6,49	8,66683	2.2203n	5,70	15 11,6	+21 44 57,6	9,25279n	3,3747n	7,50	55 45,5	6,5244n	0,257
26	9 40 13,16	8,53404	2,1495n	6,10	15 4,1	+17 1 6,6	9,32839n	3,1999n	7,45	55 18,0	6,4810n	0,273
27	10 27 51,78	8,50625	2,0125n	6,20	14 57,5	+11 37 36,1	9,36989n	2,9576n	7,38	54 53,4	6,4195n	0,439
28	11 12 57,24	8,48667	1,7814n	6,22	14 51,8	+ 5 51 17,5	9,38916n	2,5317n	7,31	54 32,8	6,3342n	0,439
	11 56 32,50				14 47,6	— 0 3 38,8				54 16,4		
März.												
1	11 56 32,50	8,47705	1,2391n	6,22	14 47,5	— 0 3 38,8	9,39193n	2,1717	7,25	54 16,4	6,1987n	0,604
2	12 39 41,76	8,47802	1,3972	6,21	14 44,5	— 5 54 69,1	9,38046n	2,7721	7,23	54 5,9	5,9886n	0,625
3	13 23 28,15	8,48927	1,8203	6,20	14 43,4	—11 31 35,9	9,35430n	3,0154	7,25	54 1,8	4,6076n	0,729
4	14 8 52,88	8,50960	2,0175	6 13	14 44,4	—16 42 21,4	9,30991n	3,1808	7,30	54 6,7	5,9852	0,790
5	14 56 52,13	8,63665	2,1286	6,96	14 48,0	—21 15 13,8	9,23872n	3,3158	7,36	54 18,8	6,3188	0,826
6	15 48 10,13	8,56686	2,1724	4,80	14 54,3	—24 56 27,0	9,12115n	3,4309	7,40	54 41,9	6,5145	0,849
7	16 43 6,83	8,59542	2,1342	6,05n	15 3,4	—27 30 29,4	8,90219n	3,6253	7,37	55 15,3	6,6507	0,839
8	17 41 22,82	8,61704	1,9620	6,35n	15 15,3	—28 41 19,8	8,22739n	3,5919	7,23	55 68,9	6,7484	0,775
9	18 41 62,72	8,62760	1,3880	6,42n	15 29,6	—28 15 27,8	8,72963	3,6232	6,62	56 51,3	6,8109	0,589
10	19 42 59,46	8,62599	1,6008n	6,31n	16 45,4	—26 5 54,0	9,10044	3,6136	7,06n	67 49,4	6,8384	9,940

März.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ' "				' "	° ' "				' "		
11	20 43 10,06	8,61494	1,8884n	5,89n	16 1,6	—22 14 56,3	9,28634	3,5592	7,40n	58 48,7	6,8266	0,489n
12	21 41 29,68	8,59991	1,8989n	5,72	16 16,5	—16 54 27,1	9,39701	3,4511	7,55n	59 43,4	6,7668	0,839n
13	22 37 54,69	8,58699	1,8878n	6,16	16 28,6	—10 24 6,5	9,46200	3,2565	7,63n	60 27,8	6,6329	1,038n
14	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
15	23 33 4,66	8,58109	0,8202n	6,28	16 36,3	— 3 9 8,8	9,49279	2,8061	7,67n	60 56,1	6,3434	1,112n
16	0 28 5,54	8,58481	1,6478	6,29	16 38,8	+ 4 21 34,1	9,49329	2,7831n	7,69n	61 5,3	4,9666n	1,127n
17	1 24 12,54	8,59803	1,9579	6,16	16 35,9	+11 37 9,3	9,45237	3,2706n	7,68n	60 54,7	6,3678n	1,086n
18	2 22 32,53	8,61768	2,0664	5,51	16 28,1	+18 6 29,6	9,39333	3,4837n	7,63n	60 26,2	6,6162n	0,930n
19	3 23 41,77	8,63790	2,1943	6,14n	16 16,9	+23 20 28,0	9,26924	3,6042n	7,49n	59 45,0	6,7268n	0,729n
20	4 27 21,49	8,65136	1,6646	6,48n	16 3,5	+26 55 13,3	9,04398	3,6635n	7,11n	58 55,9	6,7690n	0,002n
21	5 32 6,11	8,65171	1,6467n	6,55n	15 49,7	±28 36 25,6	8,47333	3,6688n	6,92	58 5,0	6,7698n	9,867
22	6 35 45,37	8,63665	2,1086n	6,41n	15 36,1	+28 22 39,9	8,67640n	3,6230n	7,40	57 15,3	6,7411n	0,542
23	7 36 17,73	8,60890	2,2420n	5,98n	15 23,9	+26 25 7,0	9,05492n	3,5327n	7,52	56 30,5	6,6894n	0,558
24	8 32 34,89	8,57444	2,2499n	5,69	15 13,2	+23 2 52,2	9,21729n	3,4051n	7,51	55 51,1	6,6228n	0,639
25	9 24 30,25	8,53978	2,1795n	6,12	15 4,2	+18 37 4,1	9,30532n	3,2458n	7,45	55 18,1	6,5421n	0,574
26	10 12 40,50	8,51003	2,0506n	6,21	14 56,7	+13 27 10,8	9,35510n	3,0409n	7,37	54 50,8	6,4509n	0,582
27	10 58 3,47	8,48847	1,8382n	6,23	14 50,9	+ 7 49 43,6	9,38125n	2,7352n	7,30	54 29,2	6,3388n	0,558
28	11 41 43,53	8,47583	1,4083n	6,22	14 46,4	+ 1 58 36,5	9,39038n	1,7517n	7,26	54 13,0	6,1955n	0,550
29	12 24 45,13	8,47565	1,2012	6,20	14 43,5	— 3 53 58,8	9,38508n	2,6015	7,24	54 2,1	5,9773n	0,556
30	13 8 10,22	8,48456	1,7435	6,17	14 42,0	— 9 36 37,1	0,36522n	2,9343	7,26	53 56,7	5,4701n	0,589
31	13 52 57,57	8,50232	1,9601	6,10	14 42,1	—14 57 47,5	9,32796n	3,1316	7,30	53 57,1	5,5950	0,625
	14 40 0,23				14 43,9	—19 45 9,0				54 3,8		
April.												
1	14 40 0,23	8,52673	2,0785	5,94	14 43,9	—19 45 9,0	9,26658n	3,2789	7,35	54 3,8	6,0721	0,689
2	15 30 0,03	8,55452	2,1281	5,17	14 47,8	—23 45 6,4	9,16673n	3,3975	7,37	54 17,8	6,3188	0,740
3	16 23 17,52	8,58140	2,1009	5,93n	14 53,8	—26 42 54,3	9,19300n	3,4911	7,34	54 40,0	6,4860	0,760
4	17 19 39,86	8,60260	1,9560	6,27n	15 2,2	—28 23 46,7	8,60417n	3,5579	7,21	55 10,8	6,6101	0,770
5	18 18 14,45	8,61426	1,5262	6,36n	15 13,0	—28 35 10,8	8,40220	3,5929	6,79	55 50,4	6,7080	0,770
6	19 17 39,01	8,61492	1,3909n	6,28n	15 26,1	—27 9 44,7	8,97046	3,5935	6,76n	56 38,7	6,7084	0,665
7	20 16 29,41	8,60649	1,7964n	5,95n	15 41,2	—24 7 20,8	9,20148	3,5591	7,22n	57 33,8	6,8251	0,449
8	21 13 50,29	8,59352	1,8435n	5,47	15 57,3	—19 35 17,7	9,33692	3,4879	7,40n	58 32,9	6,8384	9,729n
9	22 9 30,65	8,58168	1,6823n	6,10	16 13,1	— 13 47 6,5	9,42198	3,3679	7,51n	59 31,1	6,8094	0,671n
10	23 4 1,65	8,57601	0,8180n	6,27	16 27,1	— 7 1 14,8	9,47248	3,1485	7,59n	60 22,3	6,7234	0,933n
11	23 58 24,19	8,57980	1,6610	6,32	15 37,5	+ 0 19 15,9	9,49391	2,4773	7,57n	61 0,7	6,5428	1,084n
12	0 53 55,24	8,59394	1,9947	6,27	16 43,1	+ 7 46 52,3	9,48592	2,9932n	7,72n	61 21,1	6,0548	1,170n
13	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
14	1 51 52,12	8,61638	2,1401	5,96	16 42,7	+14 49 45,2	9,44277	3,3753n	7,73n	61 19,8	6,1463n	1,152n
15	2 53 10,74	8,54178	2,1530	5,95n	16 36,7	+20 53 41,8	9,35108	3,5683n	7,66n	60 57,5	6,5693n	1,088n
16	3 57 54,70	8,66210	9,1591	6,49n	16 25,7	+25 26 14,1	9,17946	3,6716n	7,43n	60 17,1	6,7415n	0,923n
17	5 4 48,10	8,66904	1,0330n	6,53n	16 11,3	+28 3 15,5	8,81842	3,7042n	4,19	59 24,3	6,8167n	0,566n
18	6 11 24,30	8,65806	2,0834n	6,55n	15 55,4	+28 35 49,7	8,29050n	3,6728n	7,39	58 25,9	6,8366n	
19	7 15 4,72	8,63072	2,2817n	6,22n	15 39,4	+27 12 18,7	8,97280n	3,5854n	7,57	57 27,4	6,8179n	0,507
20	8 14 6,60	8,59355	2,3136n	5,48	15 24,7	+24 13 18,1	9,18119n	3,4540n	7,57	56 33,5	6,7673n	0,695
21	9 8 6,15	8,55441	2,2563n	6,15	15 12,0	+20 3 16,4	9,28535n	3,2886n	7,50	55 46,9	6,6914n	0,760
22	9 57 38,57	8,51969	2,1352n	6,26	15 1,7	+15 4 30,3	9,34239n	3,0866n	7,39	55 8,8	6,5794n	0,755
23	10 48 47,73	8,49347	1,9430n	6,28	14 53,6	+ 9 35 1,8	9,37292n	2,8164n	7,30	54 39,2	6,4692n	0,734
24	11 27 45,78	8,47786	1,6028n	6,25	14 47,7	+ 3 49 2,7	9,38594n	2,2723n	7,23	54 17,7	6,3090n	0,707
25	12 10 43,67	8,47351	0,6957	6,23	14 43,9	— 2 1 41,2	9,38512n	2,3759	7,22	54 3,8	6,0806n	0,655
26	12 53 48,58	8,48007	1,6706	6,19	14 42,0	— 7 46 28,4	9,37084n	2,8303	7,25	53 56,6	5,6816n	0,597
27	13 38 2,94	8,49621	1,9280	6,13	14 41,6	—13 14 20,0	9,34066n	3,0637	7,30	53 55,4	5,3753	0,639
28	14 24 22,92	8,51973	2,0623	5,98	14 43,1	—18 13 13,8	9,28879n	3,2325	7,35	54 0,6	5,9584	0,525
29	15 13 33,49	8,54725	2,1210	5,38	14 45,9	—22 29 29,5	9,20333n	3,3650	7,38	54 11,0	6,1890	0,611
30	16 5 58,53	8,57438	2,1019	5,89n	14 50,4	—25 48 3,2	9,05789n	3,4681	7,36	54 27,4	6,3480	0,582
	17 1 28,77				14 56,4	— 27 53 40,8				54 49,6		

May.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ′ ″				′ ″	° ′ ″				′ ″		
1	17 1 28,77	8,59617	1,9663	6,26n	14 56,4	−27 53 40,8	8,76846n	3,5402	7,22	54 49,6	6,4684	0,646
2	17 59 14,25	8,60843	1,5531	6,37n	15 4,2	−28 33 26,5	7,64098	3,5779	6,81	55 18,3	6,5660	0,618
3	18 57 52,56	8,60929	1,4002n	6,32n	15 13,7	−27 39 41,2	8,84705	3,5794	6,72n	55 53,2	6,6450	0,639
4	19 55 55,68	8,60024	1,8298n	6,03n	15 25,0	−25 12 4,2	9,12674	3,5464	7,18n	56 34,5	6,7099	0,574
5	20 52 21,79	8,58566	1,8992n	5,11	15 37,8	−21 17 19,6	9,28042	3,4819	7,83n	57 21,4	6,7577	0,479
6	21 46 53,23	8,57127	1,7898n	6,06	15 51,7	−16 7 22,0	9,37658	3,3838	7,41n	58 12,6	6,7816	9,826
7	22 39 55,38	8,56244	1,3468n	6,26	16 5,9	− 9 57 23,7	9,43744	3,2319	7,48n	59 4,7	6,7736	0,303n
8	23 32 26,01	8,56312	1,4843	6,34	16 19,3	− 3 5 14,3	9,47161	2,9361	7,55n	59 53,7	6,7234	0,750n
9	0 25 42,95	8,57521	1,9506	6,35	16 30,3	+ 4 8 0,8	9,48082	2,2172n	7,64n	60 34,3	6,6007	0,972n
10	1 21 12,71	8,59808	2,1586	6,25	16 37,6	+11 16 42,1	9,46129	3,1494n	7,72n	61 1,0	6,3248	1,084n
11	2 20 14,79	8,62794	2,2461	5,55	16 40,0	+17 49 55,7	9,40278	3,4508n	7,74n	61 9,7	5,1939n	1,142n
12	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
13	3 23 33,64	8,65740	2,1988	6,31n	16 36,8	+23 12 59,1	9,28305	3,6219n	7,66n	60 58,0	6,4040n	1,125n
14	4 30 39,68	8,67674	1,8502	6,65n	16 28,3	+26 52 46,4	9,04384	3,7083n	7,32n	60 26,7	6,6634n	1,016n
15	5 39 25,69	8,67767	1,7895n	6,70n	16 15,6	+28 27 8,0	8,30317	3,7179n	7,08	59 40,0	6,7845n	0,822n
16	6 46 42,10	8,65792	2,2444n	6,51n	16 0,2	+27 53 13,1	8,81366n	3,6562n	7,56	58 43,5	6,8355n	0,331n
17	7 49 44,58	8,62251	2,3529n	5,86n	15 43,9	+25 27 25,9	9,12741n	3,5341n	7,65	57 43,7	6,8373n	0,224
18	8 47 18,17	8,58038	2,3331n	6,05	15 28,2	+21 36 30,0	9,26353n	3,3647n	7,59	56 46,3	6,8015n	0,639
19	9 39 34,36	8,53997	2,2368n	6,29	15 14,3	+16 47 29,6	9,33322n	3,1527n	7,48	55 55,3	6,7356n	0,766
20	10 27 34,26	8 50714	2,0757n	6,32	15 2,8	+11 22 38,1	9,36905n	2,8787n	7,35	55 12,9	6,6370n	0,635
21	11 12 36,33	8,48506	1,8179n	6,30	14 54,0	+ 5 38 36,9	9,38464n	2,4057n	7,24	54 40,6	6,4997n	0,822
22	11 55 59,85	8,47505	1,1888n	6,27	14 47,9	− 0 11 55,4	9,38600n	2,1992	7,19	54 18,2	6,3104n	0,794
23	12 38 59,85	8,47710	1,4938	6,24	14 44,3	− 5 58 33,4	9,37489n	2,7443	7,20	54 5,1	6,0005n	0,760
24	13 22 45,93	8,49014	1,8690	6,19	14 43,1	−11 31 18,0	9,34991n	2,9952	7,26	54 0,6	4,8417n	0,701
25	14 8 21,65	8,51213	2,0428	6,08	14 43,9	−16 39 16,1	9,30630n	3,1763	7,33	54 3,6	5,8798	0,659
26	14 56 40,64	8,53982	2,1291	5,74	14 46 6	−21 9 42,0	9,23409n	3,3226	7,39	54 13,4	6,1673	0,558
27	15 48 17,91	8,56874	2,1370	5,68n	14 50 7	−24 47 43,0	9,11218n	3,4404	7,40	54 28,7	6,3188	0,542
28	16 43 16,02	8,59351	2,0382	6,23n	14 56 3	−27 17 14,1	8,88322	3,5266	7,30	54 49,2	6,4224	0,469
29	17 40 53,41	8,60899	1,7133	6,40n	15 3 1	−28 23 30,6	8,15921n	3,5758	6,98	55 14,1	6,4917	0,382
30	18 39 46,48	8,61212	1,2407n	6,40n	15 10 9	−27 56 46,6	8,71423	3,5844	6,59n	55 42,6	6,5421	0,317
31	19 38 15,36	8,60343	1,8590n	6,19n	15 19 5	−25 55 12,2	9,06545	3,5526	7,19n	56 14,2	6,5853	0,345
	20 35 0,38				15 29 0	−22 25 18,8				56 49,0		
Juni.												
1	20 35 0,38	8,58692	1,9784n	5,37n	15 29,0	−22 25 18,8	9,23989	3,4855	7,36n	56 49,0	6,6222	0,224
2	21 29 27,52	8,56856	1,9291n	5,96	15 39,1	−17 39 43,3	9,34454	3,3828	7,41n	57 26,3	6,6462	0,030
3	22 21 50,91	8,55430	1,7006n	6,23	15 49,7	−11 54 8,1	9,37311	3,2383	7,43n	58 5,2	6,6612	9,729
4	23 13 1,29	8,54881	8,5249	6,33	16 0,5	− 5 25 33,6	9,41470	3,0023	7,47n	58 44,9	6,6563	0,145n
5	0 4 12,79	8,55490	1,7692	6,37	16 10,8	+ 1 27 50,7	9,46414	2,2762	7,54n	59 22,5	6,6156	0,525n
6	0 56 52,34	8,57321	2,0779	6,35	16 19,7	+ 8 25 36,9	9,45679	2,8962n	7,62n	59 55,1	6,5252	0,766n
7	1 52 29,37	8,60170	2,2325	6,17	16 26,2	+15 8 20,8	9,41952	3,2947n	7,69n	60 19,0	6,3152	0,953n
8	2 52 17,50	8,63504	2,2794	5,57n	16 29,1	+20 51 41,9	9,33692	3,5191n	7,71n	60 29,7	5,5754	1,019n
9	3 56 41,93	8,66449	2,1709	6,49n	16 27,8	+25 18 1,6	9,17329	3,6566n	7,59n	60 24,9	6,1841n	1,056n
10	5 4 38,67	8,67991	1,5548	6,71n	16 21,9	+27 52 37,2	8,80335	3,7185n	7,02n	60 3,4	6,5326n	1,005n
11	☌	☌	☌	☌	☌	+ ☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
12	6 13 25,47	8,67444	2,0163n	6,68n	16 12,0	+28 18 54,5	8,42394n	3,7038n	7,35	59 27,0	6,6929n	0,667n
13	7 19 42,54	8,64855	2,3059n	6,39n	15 59,1	+26 40 56,3	9,02846n	3,6165n	7,63	58 39,7	6,7715n	0,589n
14	8 21 6,70	8,60950	2,3611n	4,72	15 44,7	+23 20 33,4	9,22535n	3,4680n	7,66	57 46,6	6,7991n	9,780n
15	9 16 54,64	8,56693	2,3094n	6,18	15 29,9	+18 46 52,2	9,36128n	3,2633n	7,58	56 52,6	6,7849n	0,459
16	10 7 41,14	8,52864	2,1869n	6,32	15 16,3	+13 27 1,1	9,36714n	2,9922n	7,45	56 2,7	6,7333n	0,689
17	10 54 38,70	8,49973	1,9908n	6,33	15 4,7	+ 7 42 14,5	9,38775n	2,5575n	7,31	55 20,0	6,6462n	0,804
18	11 39 9,82	8,48263	1,6416n	6,31	14 55,6	+ 1 48 9,4	9,39138n	2,0174	7,21	54 46,7	6,5138n	0,847
19	12 22 35,08	8,47812	0,8354	6,28	14 49,4	− 4 3 29,4	9,38204n	2,6952	7,17	54 23,8	6,3103n	0,847
20	13 6 10,12	8,48572	1,7316	6,24	14 46,0	− 9 42 48,3	9,36010n	2,9469	7,20	54 11,4	5,9209n	0,839

Jun.	Grade Aufst. h ′ ″	log α	log β	log γ	Halbm. ′ ″	Abweichung. ° ′ ″	log α′	log β′	log γ′	Parallaxe. ′ ″	log a	log b
21	13 51 5,06	8,50386	1,9828	6,17	14 45,4	—14 59 58,3	9,32237n	3,1256	7,28	54 9,2	5,4785	0,790
22	14 38 22,43	8,52984	2,1119	5,99	14 47,3	—19 43 42,9	9,26148n	3,2735	7,36	54 16,2	6,1147	0,734
23	15 28 50,80	8,55963	2,1612	4,86	14 51,4	—23 40 32,4	9,16021n	3,4007	7,41	54 31,3	6,3330	0,639
24	16 22 51,95	8,58787	2,1189	6,08n	14 57,3	—26 34 42,7	8,97942n	3,5020	7,38	54 52,9	6,4491	0,516
25	17 20 5,05	8,60871	1,9216	6,38n	15 4,5	—28 10 5,4	8,55036n	3,5700	7,19	55 19,4	6,5191	0,382
26	18 19 19,69	8,61754	1,0434	6,45n	15 12,7	—28 13 39,8	8,49471	3,5965	6,18	55 49,5	6,5598	0,105
27	19 18 51,25	8,61300	1,7642n	6,32n	15 21,5	—26 39 47,9	8,99410	3,5784	7,12n	56 21,5	6,5707	9,127n
28	20 16 59,63	8,59782	1,9962n	5,95n	15 30,2	—23 32 23,5	9,20454	3,5165	7,38n	56 53,4	6,5646	9,671n
29	21 12 44,68	8,57763	2,0140n	5,66	15 38,6	—19 3 39,5	9,32439	3,4125	7,46n	57 24,6	6,5478	0,056n
30	22 5 59,31	8,55888	1,8889n	6,15	15 46,7	—13 30 42,8	9,39650	3,2609	7,47n	57 54,1	6,5168	0,188n
	22 57 20,67				15 54,1	— 7 12 24,3				58 21,3		
Juli.												
1	22 57 20,67	8,54707	1,5143n	6,29	15 54,1	— 7 12 24,3	9,43782	3,0231	7,48n	58 21,3	6,4785	0,241n
2	23 47 54,51	8,54584	1,3542	6,35	16 0,8	— 0 27 52,7	9,45569	2,4346	7,49n	58 45,9	6,4253	0,357n
3	0 39 2,42	8,55682	1,9131	6,36	16 6,6	+ 6 23 16,9	9,45189	2,7605n	7,54n	59 7,1	6,3547	0,382n
4	1 32 12,18	8,57927	2,1395	6,28	16 11,3	+12 59 50,8	9,42314	3,1896n	7,61n	59 24,5	6,2308	0,611n
5	2 28 45,60	8,60970	2,2454	5,87	16 14,4	+18 57 35,2	9,35929	3,4258n	7,65n	59 35,8	5,9472	0,724n
6	3 29 36,42	8,64143	2,2350	6,14n	16 15,3	+23 48 53,1	9,23672	3,5834n	7,62n	59 39,2	5,1604n	0,817n
7	4 34 35,58	8,66527	2,0145	6,58n	16 13,6	+27 5 20,1	8,98952	3,6775n	7,40n	59 32,8	6,1372n	0,867n
8	5 42 2,31	8,67250	1,2645n	6,69n	16 8,8	+28 24 39,7	8,06511	3,7049n	6,52	59 15,3	6,4271n	0,863n
9	6 49 1,75	8,65934	2,1428n	6,57n	16 1,1	+27 39 30,6	8,86271n	3,6621n	7,48	58 47,0	6,5847n	0,785n
10	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
11	7 52 40,65	8,62911	2,3130n	6,13n	15 50,9	+25 1 12,1	9,15818n	3,5528n	7,64	58 9,7	6,6742n	0,589n
12	8 51 20,49	8,58996	2,3226n	5,83	15 39,2	+20 54 18,5	9,29136n	3,3824n	7,63	57 26,6	6,7138n	0,127n
13	9 44 51,41	8,55059	2,2443n	6,24	15 26,9	+15 47 4,4	9,35833n	3,1453n	7,54	56 41,5	6,7172n	9,940
14	10 34 2,24	8,51752	2,0966n	6,31	15 15,0	+10 4 34,6	9,38960n	2,7875n	7,42	55 57,7	6,6837n	0,550
15	11 20 6,84	8,49451	1,8549n	6,31	15 4,4	+ 4 6 24,2	9,39890n	1,4733n	7,29	55 19,1	6,6101n	0,701
16	12 4 24,28	8,48340	1,3033n	6,29	14 56,0	— 1 52 47,0	9,39274n	2,6258	7,21	54 48,0	6,4884n	0,808
17	12 48 11,32	8,48448	1,4527	6,26	14 50,1	— 7 41 34,4	9,37342n	2,9128	7,18	54 26,4	6,2836n	0,839
18	13 32 40,27	8,49689	1,8651	6,22	14 47,0	—13 9 59,0	9,33982n	3,0880	7,23	54 15,1	5,8301n	0,871
19	14 18 57,92	8,51868	2,0502	6,11	14 46,9	—18 7 47,0	9,28685n	3,2295	7,30	54 14,8	5,7795	0,859
20	15 8 1,62	8,54661	2,1419	5,80	14 49,8	—22 23 10,2	9,20275n	3,3548	7,37	54 25,2	6,2468	0,799
21	16 0 29,55	8,57608	2,1543	5,67n	14 55,2	—23 42 4,1	9,06020n	3,4629	7,39	54 45,0	6,4518	0,775
22	16 56 26,32	8,60145	2,0560	6,25n	14 2,9	—27 48 45,8	8,77282n	3,5462	7,32	55 13,5	6,5673	0,597
23	17 55 8,89	8,61721	1,7238	6,43n	15 12,3	—28 28 20,0	7,74432	3,5951	6,98	55 47,9	6,6270	0,382
24	18 55 8,82	8,62006	1,3225n	6,42n	15 22,7	—27 30 42,5	8,87309	3,6015	6,75n	56 25,9	6,6540	9,826
25	19 54 39,36	8,61053	1,8986n	6,21n	15 33,3	—24 54 31,4	9,14996	3,5622	7,30n	57 4,9	6,6507	0,030n
26	20 52 16,06	8,59287	2,0120n	5,36n	15 43,5	—20 48 11,2	9,29880	3,4760	7,46n	57 42,3	6,6138	0,498n
27	21 47 23,65	8,57330	1,9627n	5,97	15 52,4	—15 27 43,3	9,38692	3,3367	7,52n	58 15,1	6,5370	0,646n
28	22 40 17,28	8,55787	1,7503n	6,23	15 59,6	— 9 13 19,8	9,43733	3,1130	7,53n	58 41,4	6,4243	0,665n
29	23 31 48,62	8,55110	0,8268n	6,31	16 4,9	— 2 26 40,2	9,46021	2,6200	7,53n	59 0,8	6,2567	0,712n
30	0 23 10,54	8,55543	1,6860	6,34	16 8,1	+ 4 30 20,5	9,45951	2,6768n	7,55n	59 12,6	5,9826	0,658n
31	1 15 44,82	8,57106	2,0123	6,29	16 9,4	+11 15 26,5	9,43439	3,1489n	7,57n	59 17,6	5,3066	0,618n
	2 10 51,20				16 9,1	+17 25 19,8				59 16,4		
Aug.												
1	2 10 51,20	8,59567	2,1615	6,05	16 9,1	+17 25 19,8	9,37836	3,3821n	7,60n	59 16,4	5,6490n	0,525n
2	3 9 30,38	8,62415	2,1961	5,67n	16 7,4	+22 35 10,2	9,27504	3,5365n	7,58n	59 10,1	6,0055n	0,516n
3	4 11 57,71	8,64885	2,0743	6,41n	16 4,4	+26 19 41,3	9,08213	3,6369n	7,44n	58 58,9	6,1971n	0,507n
4	5 17 15,44	8,66151	1,4320	6,11n	16 0,0	+28 17 13,0	8,61265	3,6823n	6,81n	58 42,8	6,3400n	0,582n
5	6 23 11,04	8,65673	1,9251n	6,59n	15 54,1	+28 16 20,3	8,62060n	3,6679n	7,25	58 21,1	6,4482n	0,525n
6	7 27 4,77	8,63487	2,2197n	6,33n	15 46,8	+26 20 50,2	9,06629n	3,5933n	7,55	57 54,4	6,5297n	0,516n
7	8 26 57,76	8,60160	2,2867n	5,21n	15 38,2	+22 48 23,5	9,24445n	3,4617n	7,61	57 22,9	6,5866n	0,317n
8	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂	♂
9	9 22 7,39	8,56474	2,2477n	6,07	15 28,8	+18 3 53,6	9,33568n	3,2719n	7,57	56 48,3	6,6138n	9,905n
10	10 12 55,67	8,53112	2,1365n	6,24	15 19,0	+12 32 32,0	9,38220n	2,9976n	7,48	56 12,5	6,6174n	9,729

Aug.	Grade Aufst.	log x	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log x'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ′ ″				′ ″	° ′ ″				′ ″		
11	11 0 20,33	8,50534	1,9495n	6,28	15 9,5	+ 6 36 2,7	9,40145n	2,4750n	7,38	55 37,5	6,5912n	0,357
12	11 45 31,98	8,48992	1,6078n	6,26	16 0,9	+ 0 31 49,1	9,40187n	2,3975	7,28	55 5,9	6,5297n	0,566
13	12 29 42,85	8,48573	0,7821	6,24	14 53,7	− 5 26 23,3	9,38727n	2,8478	7,22	54 39,8	6,4147n	0,729
14	13 14 2,42	8,49261	1,6981	6,21	14 48,8	−11 7 8,2	9,35817n	3,0509	7,21	54 21,6	6,2066n	0,780
15	13 59 35,97	8,50922	1,9479	6,14	14 46,3	−16 19 51,9	9,31167n	3,1942	7,25	54 12,4	5,6919n	0,847
16	14 47 21,92	8,53315	2,0807	5,97	14 46,6	−20 53 33,3	9,23990n	3,3141	7,31	54 13,5	5,8831	0,875
17	15 38 5,68	8,56077	2,1317	5,05	14 49,9	−24 35 48,0	9,12482n	3,4198	7,36	54 25,7	6,3127	0,867
18	16 32 8,41	8,58730	2,0960	6,01n	14 56,2	−27 12 34,3	8,91765n	3,5078	7,33	54 48,8	6,6138	0,817
19	17 29 13,65	8,60752	1,9228	6,32n	15 5,2	−28 29 24,7	8,35270n	3,5705	7,18	55 21,7	6,6387	1,766
20	18 28 21,11	8,61727	1,3171	6,40n	15 16,5	−28 14 11,4	8,64768	3,5996	6,52	56 3,1	6,7129	0,550
21	19 27 59,54	8,61518	1,6181n	6,31n	15 29,2	−26 20 44,0	9,05256	3,5890	7,03n	56 49,8	6,7475	0,148
22	20 26 39,20	8,60349	1,9039n	5,94n	15 42,4	−22 51 25,9	9,24678	3,5355	7,36n	57 38,5	6,7475	0,168n
23	21 23 23,31	8,58719	1,9320n	5,57	15 55,1	−17 57 17,2	9,36161	3,4338	7,49n	58 25,0	6,7070	0,625n
24	22 18 3,30	8,57217	1,7964n	6,11	16 6,1	−11 55 55,0	9,43043	3,2633	7,56n	59 5,2	6,6168	0,826n
25	23 11 12,19	8,56345	1,3224n	6,26	16 14,3	− 5 9 5,8	9,46660	2,9364	7,59n	59 35,5	6,4518	0,916n
26	0 3 50,86	8,56426	1,4738	6,31	16 19,2	+ 1 59 6,7	9,47563	2,2008n	7,60n	59 53,6	6,1317	0,937n
27	0 57 14,11	8,57556	1,9110	6,27	16 20,7	+ 9 3 18,0	9,45811	3,0842n	7,62n	59 58,9	5,1049n	0,923n
28	1 52 37,81	8,59580	2,0917	6,08	16 18,8	+15 37 14,1	9,40976	3,3593n	7,62n	59 51,9	6,1552n	0,822n
29	2 51 2,70	8,62071	2,1457	5,24n	16 14,2	+21 14 18,4	9,31857	3,5224n	7,58n	59 35,0	6,3868n	0,695n
30	3 52 50,85	8,64351	2,0506	6,31n	16 7,6	+25 28 51,4	9,15450	3,6241n	7,44n	59 10,7	6,4941n	0,469n
31	4 57 20,53	8,65653	1,5544	6,55n	15 59,8	+27 59 28,9	8,81290	3,6726n	6,94n	58 42,0	6,5421n	0,148n
	6 2 40,64				15 51,3	+28 34 11,2				58 11,1		
Sept.												
1	6 2 40,64	8,65416	1,8120n	6,56n	15 51,3	+28 34 11,2	8,22049n	3,6668n	7,12	58 11,1	6,5639n	9,867n
2	7 6 26,37	8,63570	2,1651n	6,36n	15 42,6	+27 14 28,3	8,96536n	3,6071n	7,47	57 39,1	6,5687n	9,303
3	8 6 39,63	8,60553	2,2585n	5,69n	15 33,9	+24 14 40,7	9,24448n	3,4980n	7,56	57 7,3	6,5653n	9,127
4	9 2 27,59	8,57061	2,2390n	5,94	15 25,3	+19 56 39,7	9,30288n	3,3414n	7,55	56 35,7	6,5598n	9,671
5	9 53 59,86	8,53748	2,1460n	6,19	15 16,9	+14 43 49,3	9,36395n	3,1260n	7,49	56 4,8	6,5443n	0,002
6	10 42 4,40	8,51086	1,9841n	6,24	15 8,9	+ 8 57 25,8	9,39418n	2,7887n	7,41	55 35,4	6,5207n	0,056
7	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
8	11 27 45,21	8,49347	1,7076n	6,24	15 1,4	+ 2 55 29,3	9,40333n	1,1398n	7,33	55 7,8	6,4793n	0,382
9	12 12 9,67	8,48646	0,8500n	6,22	14 54,8	− 3 6 58,8	9,39591n	2,6980	7,27	54 43,7	6,4079n	0,469
10	12 56 23,22	8,48983	1,6326	6,18	14 49,4	− 8 57 7,7	9,37317n	2,9848	7,25	54 24,0	6,2914n	0,611
11	13 41 27,19	8,50254	1,8533	6,12	14 45,7	−14 23 16,1	9,33348n	3,1533	7,25	54 10,4	6,0700n	0,695
12	14 28 16,84	8,52268	2,0078	5,99	14 44,1	−19 13 56,9	9,27146n	3,2792	7,29	54 4,2	5,3536n	0,775
13	15 17 36,97	8,54724	2,0786	5,53	14 44,8	−23 17 12,5	9,17473n	3,3839	7,31	54 6,9	5,9357	0,817
14	16 9 53,57	8,57225	2,0722	5,74n	14 48,2	−26 20 11,8	9,01319n	3,4702	7,30	54 19,4	6,3152	0,863
15	17 5 3,31	8,59318	1,9600	6,18n	14 54,5	−28 9 48,3	8,67894n	3,5354	7,20	54 42,7	6,5207	0,851
16	18 2 26,47	8,60606	1,6301	6,32n	15 3,8	−28 34 17,6	8,16645	3,5753	6,89	55 16,6	6,6579	0,847
17	19 0 52,50	8,60881	1,0910n	6,29n	15 15,8	−27 25 53,8	8,90589	3,5820	6,49n	56 0,8	6,7484	0,701
18	19 59 1,88	8,60235	1,7279n	6,04n	15 29,9	−24 43 4,0	9,16128	3,5555	7,14n	56 52,5	6,8007	0,498
19	20 55 54,83	8,59035	1,8322n	4,29n	15 45,3	−20 31 22,0	9,30794	3,4925	7,36n	57 48,8	6,8198	9,127
20	21 51 9,80	8,57793	1,7395n	5,98	16 0,6	−15 2 45,3	9,40001	3,3827	7,49n	58 45,2	6,7999	0,582n
21	22 45 5,48	8,57009	1,3142n	6,21	16 14,5	− 8 34 26,5	9,45581	3,1890	7,56n	59 36,0	6,7291	0,851n
22	23 38 31,99	8,57054	1,4233	6,29	16 25,4	− 1 27 59,7	9,48246	2,7170	7,63n	60 16,2	6,5847	1,014n
23	0 32 38,63	8,58095	1,8921	6,29	16 32,2	+ 5 51 7,7	9,48121	2,8077n	7,67n	60 41,2	6,2784	1,076n
24	1 28 40,96	8,60055	2,0904	6,14	16 34,2	+12 54 4,4	9,44867	3,2782n	7,69n	60 48,6	5,2539n	1,076n
25	2 27 44,24	8,62557	2,1606	4,72	16 31,5	+19 9 47,5	9,37516	3,4987n	7,66n	60 38,4	6,3307n	1,025n
26	3 30 18,17	8,64944	2,0877	6,29n	16 24,4	+24 7 25,8	9,23811	3,6259n	7,53n	60 12,6	6,5734n	0,894n
27	4 35 47,98	8,66403	1,6647	6,57n	16 14,5	+27 20 48,7	8,97161	3,6870n	7,10n	59 35,2	6,6816n	0,646n
28	5 42 22,85	8,66295	1,7836n	6,60n	16 2,2	+28 34 29,1	7,93684	3,6872n	7,08	58 51,2	6,7234n	0,127n
29	6 47 29,14	8,64480	2,1791n	6,42n	15 49,7	+27 48 18,7	8,85120n	3,6303n	7,48	58 5,1	6,7253n	9,972
30	7 48 56,18	8,61380	2,2835n	5,80n	15 37,5	+25 16 35,0	9,13682n	3,5243n	7,57	57 20,3	6,7000n	0,382
	8 45 42,43				15 26,2	+21 21 42,0				56 39,0		

Oct.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ′ ″				′ ″	° ′ ″				′ ″		
1	8 45 42,43	8,57721	2,2688n	5,94	15 26,2	+21 21 42,0	9,27047n	3,3766n	7,55	56 39,0	6,6563n	0,489
2	9 37 54,90	8,54204	2,1799n	6,20	15 16,2	+16 27 20,4	9,34242n	3,1853n	7,48	56 2,2	6,6013n	0,498
3	10 26 22,79	8,51330	2,0253n	6,26	15 7,6	+10 54 32,5	9,38060n	2,9194n	7,39	55 30,1	6,6563n	0,509
4	11 12 12,54	8,49385	1,7744n	6,25	15 0,0	+ 5 0 49,9	9,39685n	2,3893n	7,32	56 2,8	6,4615n	0,479
5	11 56 33,20	8,48486	1,1766n	6,22	14 53,8	— 0 59 7,7	9,39637n	2,4287	7,28	54 40,0	6,3816n	0,428
6	12 40 30,98	8,48626	1,4116	6,18	14 48,7	-- 6 52 28,5	9,38071n	2,8751	7,27	54 21,3	6,2744n	-0,542
7	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
8	13 25 6,75	8,49702	1,7958	6,11	14 45,0	—12 27 9,8	9,34868n	3,0896	7,28	54 7,7	6,1127n	0,516
9	14 11 14,67	8,51523	1,9630	5,97	14 42,7	—17 31 13,2	9,29593n	3,2379	7,30	53 59,1	5,8194n	0,611
10	14 59 38,26	8,53800	2,0407	5,58	14 42,0	—21 52 11,7	9,21299n	3,3522	7,31	53 56,6	4,9929	0,671
11	15 50 43,62	8,56164	2,0419	5,63n	14 43,2	—25 17 10,5	9,07879n	3,4424	7,28	54 1,1	5,9878	0,734
12	16 44 30,57	8,58193	1,9434	6,11n	14 46,6	—27 33 22,2	8,83212n	3,5087	7,18	54 13,7	6,2939	0,785
13	17 40 26,03	8,59506	1,6563	6,27n	14 52,5	—28 29 35,1	7,96508n	3,5487	6,90	54 35,4	6,4884	0,826
14	18 37 28,19	8,59889	0,6729n	6,26n	15 1,2	—27 58 14,0	8,72457	3,5599	5,99n	55 7,0	6,6270	0,826
15	19 34 24,69	8,59392	1,6499n	6,06n	15 12,5	—25 57 3,0	9,06017	3,5427	6,98n	55 48,5	6,7291	0,790
16	20 30 17,22	8,68322	1,7898n	6,19n	15 26,2	—22 29 28,5	9,23662	3,4977	7,21n	56 39,1	6,8003	0,671
17	21 24 41,08	8,57145	1,7222n	5,90	15 41,9	—17 43 56,5	9,34775	3,4232	7,34n	57 36,6	6,8399	0,317
18	22 17 48,91	8,56353	1,3447n	6,18	15 58,4	—11 52 45,2	9,42032	3,3041	7,44n	58 37,1	6,8449	0,105n
19	23 10 25,61	8,56347	1,3735	6,30	16 14,3	— 5 11 47,0	9,46448	3,0846	7,54n	59 35,6	6,8074	0,734n
20	0 3 38,67	8,57368	1,8917	6,33	16 28,1	+ 1 58 58,6	9,48285	2,3086	7,64n	60 26,0	6,7089	0,981n
21	0 58 48,11	8,69433	2,1210	6,27	16 38,0	+ 9 14 18,7	9,47287	3,0172n	7,72n	61 2,2	6,5005	1,107n
22	1 57 12,86	8,62272	2,2314	5,88	16 42,7	+16 3 21,5	9,42638	3,3927n	7,75n	61 19,5	5,8864	1,160n
23	2 59 46,74	8,65268	2,2224	6,14n	16 41,6	+21 50 55,9	9,32564	3,5909n	7,70n	61 15,5	6,2279n	1,140n
24	4 6 21,48	8,67514	1,9922	6,59n	16 34,9	+26 2 13,9	9,12767	3,6968n	7,45n	60 51,1	6,5886n	1,049n
25	5 15 15,86	8,68127	1,4043n	6,70n	16 23,8	+28 11 17,8	8,64425	3,7253n	6,55	60 10,1	6,7398n	0,867n
26	6 23 32,53	8,66710	2,1693n	6,58n	16 9,6	+28 9 56,1	8,64800n	3,6825n	7,49	59 18,1	6,8074n	0,516
27	7 28 15,81	8,63586	2,3317n	6,13n	15 54,1	+26 9 53,3	9,07634n	3,5780n	7,64	58 21,2	6,8217n	9,780
28	8 27 46,72	8,69572	2,3387n	6,86	15 38,8	+22 35 51,5	9,24248n	3,4242n	7,62	67 25,1	6,7975n	0,525
29	9 21 66,91	8,55538	2,2604n	6,25	15 24,8	+17 55 23,0	9,32635n	3,2275n	7,52	56 33,8	6,7466n	0,659
30	10 11 36,96	8,52121	2,1181n	6,31	15 12,7	+12 32 25,8	9,36994n	2,9713n	7,41	55 49,2	6,6747n	0,718
31	10 58 1,22	8,49688	1,8949n	6,30	15 2,6	+ 6 45 49,4	9,38978n	2,5504n	7,31	55 12,3	6,5807n	0,729
	11 42 27,81				14 64,7	+ 0 50 10,7				54 43,3		
Nov.												
1	11 42 27,81	8,48389	1,4657n	6,26	14 54,7	+ 0 50 10,7	9,39307n	2,1081	7,25	54 43,3	6,4658n	0,689
2	12 26 10,21	8,48232	1,1948	6,22	14 48,8	— 5 2 21,1	9,38226n	2,7587	7,24	54 21,6	6,3236n	0,652
3	13 10 15,35	8,49112	1,7429	6,15	14 44,7	—10 40 34,8	9,35667n	3,0128	7,26	54 6,6	6,1427n	0,582
4	13 55 42,21	8,50830	1,9441	6,03	14 42,2	—15 53 5,8	9,31241n	3,1831	7,30	53 57,4	5,8629n	0,582
5	14 43 18,91	8,53092	2,0375	6,69	14 41,2	—20 27 35,6	9,24154n	3,3137	7,33	53 63,9	4,9386n	0,566
6	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
7	16 33 36,15	8,55507	2,0499	5,52n	14 41,8	—24 10 48,7	9,12721n	3,4165	7,31	63 55,9	5,7356	0,558
8	16 26 37,89	8,57628	1,9620	6,10n	14 43,8	—26 49 13,2	8,92713n	3,4913	7,21	54 3,4	6,0888	0,632
9	17 21 53,60	8,69031	1,6873	6,28n	14 47,6	—28 10 49,5	8,44413n	3,5359	6,94	54 17,2	6,2914	0,625
10	18 18 20,66	8,69455	0,6692n	6,29n	14 53,1	—28 7 27,0	8,51569	3,5486	5,98n	64 37,4	6,4419	0,718
11	19 14 41,81	8,58907	1,6957n	6,13n	15 0,7	—26 36 36,4	8,96824	3,5301	6,98n	55 5,3	6,5673	0,734
12	20 9 51,76	8,57674	1,8557n	5,53n	15 10,5	—23 41 49,8	9,17262	3,4843	7,19n	66 41,3	6,6672	0,740
13	21 3 17,99	8,56228	1,8261n	5,81	15 22,6	—19 31 22,7	9,29609	3,4148	7,27n	56 25,4	6,7439	0,683
14	21 55 7,00	8,55082	1,5985n	6,15	15 36,5	—14 16 23,2	9,37706	3,3183	7,33n	57 16,6	6,7967	0,526
15	22 45 58,83	8,54682	0,6273	6,29	15 51,8	— 8 9 46,2	9,43009	3,1712	7,40n	58 12,7	6,8243	0,081
16	23 36 58,38	8,55338	1,7732	6,36	16 7,6	— 1 26 31,4	9,46052	2,8753	7,51n	69 10,4	6,8167	0,439n
17	0 29 27,29	8,57181	2,0810	6,37	16 22,1	+ 6 34 55,9	9,46814	2,3119n	7,63n	60 4,0	6,7573	0,843n
18	1 24 65,67	8,60101	2,2497	6,27	16 33,9	+12 30 41,1	9,44721	3,1596n	7,73n	60 47,3	6,6240	1,016n
19	2 24 46,24	8,63660	2,3214	5,27	16 41,6	+18 49 67,6	9,38458	3,4678n	7,77n	61 15,1	6,3248	1,136n
20	3 29 42,26	8,67029	2,2600	6,43n	16 43,5	+23 56 8,2	9,25144	3,6467n	7,70n	61 22,7	6,6013n	1,176n

Nov.	Grade Aufst.	log α	log β	log γ	Halbm.	Abweichung.	log α'	log β'	log γ'	Parallaxe.	log a	log b
	h ' "				' "	° ' "				' "		
21	4 38 59,63	8,69119	1,8639	6,73n	16 39,6	+27 13 1,6	8,96392	3,7353n	7,32n	61 8,2	6,4632n	1,131n
22	5 50 0,17	8,69057	1,9158n	6,75n	16 30,2	+28 16 40,2	7,57457n	3,7386n	7,24	60 33,7	6,6965n	1,005n
23	6 59 2,01	8,66720	2,3104n	6,51n	16 16,7	+27 5 56,9	8,96273n	3,6619n	7,65	59 44,1	6,6055n	0,790n
24	8 3 8,86	8,62799	2,3924n	5,49n	16 0,7	+24 1 51,5	9,20430n	3,5169n	7,70	58 45,4	6,8481n	0,188n
25	9 1 15,35	8,58340	2,3515n	6,19	15 44,0	+19 35 46,3	9,31379n	3,3137n	7,63	57 44,3	6,8442n	0,317
26	9 53 50,16	8,54236	2,2365n	6,35	15 28,2	+14 17 50,8	9,36714n	3,0439n	7,50	56 46,2	6,8059n	0,659
27	10 42 8,35	8,51047	2,0541n	6,36	15 14,2	+ 8 31 49,7	9,39047n	2,6221n	7,36	55 54,8	6,7370n	0,785
28	11 27 37,03	8,49039	1,7555n	6,31	15 2,6	+ 2 35 1,2	9,39511n	1,9598	7,25	55 12,4	6,6393n	0,608
29	12 11 40,01	8,48281	0,7714n	6,27	14 53,7	− 3 19 42,3	9,38577n	2,7095	7,20	54 39,6	6,5084n	0,522
30	12 55 33,49	8,48707	1,5981	6,22	14 47,4	− 9 1 42,9	9,36317n	2,9623	7,21	54 16,6	6,3272n	0,780
	13 40 25,34				14 43,6	−14 20 49,8				54 2,6		
Dec.												
1	13 40 25,34	8,50144	1,8950	6,12	14 43,6	−14 20 49,8	9,32466n	3,1331	7,26	54 2,6	6,0570n	0,729
2	14 27 13,18	8,52312	2,0301	5,91	14 42,0	−19 6 0,5	9,26352n	3,2699	7,31	53 56,6	5,4253n	0,671
3	15 16 38,96	8,54823	2,0758	2,89	14 42,2	−23 4 44,8	9,16590n	3,3834	7,33	53 57,6	5,6763	0,597
4	16 8 59,42	8,57198	2,0264	6,02n	14 44,1	−26 3 20,7	8,99979n	3,4715	7,28	54 4,5	6,0525	0,558
5	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
6	17 3 55,12	8,58940	1,8222	6,29n	14 47,5	−27 48 30,1	8,65139n	3,5293	7,08	54 16,8	6,2264	0,459
7	18 0 27,66	8,59670	0,9221	6,36n	14 52,0	−28 9 58,6	8,19229	3,5519	6,11	54 33,5	6,3423	0,498
8	18 57 12,95	8,59276	1,6769n	6,26n	14 57,9	−27 3 22,9	8,88410	3,5377	6,98n	54 54,9	6,4392	0,498
9	19 52 50,00	8,57973	1,9133n	5,89n	15 5,0	−24 31 28,0	9,12501	3,4898	7,23n	55 21,0	6,5168	0,496
10	20 46 28,45	8,56221	1,9402n	5,50	15 13,4	−20 42 58,7	9,25132	3,4127	7,31n	55 51,8	6,5860	0,534
11	21 38 0,06	8,54569	1,8226n	6,08	15 23,2	−15 50 13,7	9,34729	3,3082	7,34n	56 27,7	6,6496	0,542
12	22 27 54,75	8,53532	1,4347n	6,25	15 34,3	−10 6 54,1	9,40266	3,1658	7,35n	57 8,7	6,7000	0,449
13	23 17 10,32	8,53480	1,3833	6,34	15 46,6	− 3 47 12,3	9,43597	2,9320	7,40n	57 53,8	6,7310	0,127
14	0 7 3,04	8,54637	1,9245	6,38	15 59,4	+ 2 53 32,3	9,44969	2,1239	7,50n	58 40,9	6,7402	9,303n
15	0 59 1,57	8,57034	2,1670	6,37	16 12,2	+ 9 37 11,3	9,44152	2,8936n	7,61n	59 27,5	6,7124	0,569n
16	1 54 38,45	8,60445	2,3042	6,20	16 23,3	+16 0 47,7	9,40311	3,2950n	7,71n	60 8,3	6,6234	0,851n
17	2 55 11,83	8,64299	2,3456	5,69n	16 31,5	+21 34 49,7	9,31564	3,5303n	7,74n	60 38,5	6,4290	1,014n
18	4 1 7,21	8,67644	2,2348	6,56n	16 35,6	+25 44 34,6	9,13345	3,6776n	7,64n	60 53,4	5,8417	1,096n
19	5 11 8,59	8,69366	1,6056	6,77n	16 34,6	+27 57 7,7	8,66051	3,7433n	7,04n	60 49,9	6,1857n	1,116n
20	6 22 6,67	8,68749	2,0738n	6,73n	16 28,4	+27 54 1,0	8,69339n	3,7245n	7,43	60 27,2	6,5639n	1,054n
21	7 30 14,72	8,65926	2,3463n	6,39n	16 17,7	+25 40 46,8	9,12186n	3,6239n	7,70	59 47,8	6,7282n	0,902
22	8 32 59,91	8,61779	2,3894n	5,55n	16 3,7	+21 43 28,6	9,28582n	3,4494n	7,72	58 56,6	6,8039n	0,582
23	9 29 46,23	8,57382	2,3233n	6,28	15 48,2	+16 35 47,0	9,36304n	3,1986n	7,62	57 59,6	6,8288n	9,729
24	10 21 20,99	8,53557	2,1860n	6,37	15 32,4	+10 48 7,8	9,39708n	2,8119n	7,48	57 1,8	6,8137n	0,498
25	11 9 6,90	8,50773	1,9709n	6,36	15 17,9	+ 4 43 46,0	9,40599n	1,1589	7,34	56 8,5	6,7634n	0,689
26	11 54 32,66	8,49229	1,5744n	6,31	15 5,4	− 1 20 40,6	9,39812n	2,6959	7,22	55 22,5	6,6779n	0,843
27	12 39 1,68	8,48942	1,1104	6,27	14 55,6	− 7 12 56,5	9,37659n	2,9527	7,18	54 46,7	6,5507n	0,639
28	13 23 49,21	8,49800	1,7580	6,20	14 48,7	−12 42 54,2	9,34073n	3,1106	7,20	54 21,3	6,3580n	0,887
29	14 10 1,26	8,51581	1,9708	6,07	14 44,9	−17 40 39,8	9,28590n	3,2378	7,25	54 7,2	6,0226n	0,804
30	14 58 31,25	8,53948	2,0653	5,69	14 43,6	−21 55 16,0	9,20144n	3,3487	7,31	54 2,7	4,0635n	0,794
31	15 49 52,05	8,56452	2,0695	5,69n	14 44,9	−25 14 14,2	9,06356n	3,4432	7,31	54 7,4	6,0005	0,695
	16 44 4,53				14 48,2	−27 24 15,5				54 19,5		

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 373.

Berichtigung.

Obgleich die mit den magnetischen Terminen von diesem Jahre an getroffene Abänderung in dem Circular an die Mitglieder des magnetischen Vereins, welches im 371. Stück der A. N. sich abgedruckt findet, so bestimmt ausgedrückt ist, dass ein Missverständniss unmöglich scheint, so giebt doch die unrichtige Art, wie die Zeit der Termine neulich in einigen politischen Zeitungen angegeben ist, Veranlassung, aufmerksam darauf zu machen, dass die Veränderung darin besteht, dass der Termin um 14 Stunden früher anfängt, als nach der bisherigen Einrichtung. Der letzte Freitag des betreffenden Monats ist also nur dann der Anfangstag des Termins, wenn der darauf folgende Sonnabend noch in denselben Monat fällt; im entgegengesetzten Fall fängt in der That der Termin schon am vorletzten Freitag des Monats an. Im laufenden Jahre sind demnach die Termine Febr. 22, 23; Mai 24, 25; August 30, 31; November 29, 30.

Göttingen im Februar 1839. *Gauss. Weber.*

Schreiben des Herrn *Kreil*, Adjuncten an der Prager Sternwarte, an den Herausgeber.

Mailand 1839. Febr. 2.

Vor allem meinen Dank für die überschickte Ephemeride des *Encke*'schen Kometen; ich habe ihn am 8ten October gefunden, und vom 11ten Octbr. bis 23sten November 17mal beobachtet. Die Bestimmung der Sternorte am Meridiankreise und die Reduction der Beobachtungen wurde gröfstentheils von Herrn *Stambucchi* ausgeführt. Folgende sind die bis jetzt gefundenen geocentrischen Orte des Kometen:

October 11.	8h 54′ 0″	32° 3′ 40″6	+47° 2′ 52″0
14.	9 50 24	29 18 23,1	49 49 15,0
16.	9 23 49	26 56 12,2	51 48 48,1
20.	8 40 37	20 1 21,8	56 17 19,7
21.	7 23 0	17 46 49,0	57 26 0,2
22.	7 34 8	15 2 12,9	58 41 17,5
23.	7 11 21	11 57 44,4	59 53 49,3
25.	10 24 7	3 33 3,3	62 29 4,1
27.	12 16 6	352 30 4,7	64 36 40,2
28.	15 41 40	345 1 19,8	65 26 20,1

Dieses ist wohl meine letzte astronomische Arbeit vor meiner Abreise von Mailand, das ich mit Ende dieses Monates verlassen werde, da ich vom Eleven an der hiesigen Sternwarte zum Adjuncten in Prag befördert worden bin. Ich habe die letzten Monate meines Aufenthaltes benutzt, die grofse Menge unserer magnetischen Beobachtungen in Ordnung zu bringen, um sie dem Drucke übergeben zu können, der auch wirklich begonnen hat, und bereits so weit fortgeschritten ist, dafs seine Beendigung im künftigen Monat erwartet werden kann. Ihre Gesammtheit liefert mehrere Thatsachen, welche dienen werden, die so verwickelten und veränderlichen Erscheinungen der magnetischen Kraft einigermafsen zu entwirren, und die Hoffnung zu begründen, dafs, wenn man erst an mehreren Orten wird angefangen haben, diese Erscheinungen mit demselben Fleifse und mit der Genauigkeit zu verfolgen, wie man es bei den meteorologischen und astronomischen zu thun gewohnt ist, die Auffindung und erschöpfende Begründung ihrer Gesetze nicht mehr ferne sein wird.

Auch der Einflufs unseres Mondes auf den magnetischen Zustand der Erde, worüber ich schon früher einiges mittheilte, hat sich nun klarer herausgestellt, und ist auf mehrfache Weise erkannt worden.

Zu diesem Zwecke wurden die täglichen Mittel sämmtlicher beobachteten und auf die Temperatur 0° reducirten Schwingungsdauern in mehreren Reihen so zusammengestellt, dafs in die Mitte einer jeden Reihe eine Mondphase fiel; aus der Vergleichung der Gesammtmittel der verschiedenen Monate konnte man die Aenderung der Schwingungsdauer erkennen, welche durch die Variation der horizontalen Kraft und durch die

Abnahme des Magnetismus der Nadel hervorgebracht wurde, und mit dieser die Mittel aller dieser Reihen auf dieselbe Epoche zurückführen; man erhielt so die den verschiedenen Mondphasen entsprechenden Schwingungsdauern frei von dem Einflusse der Temperatur, der täglichen und jährlichen Aenderung der Kraft und der Abnahme des Magnetismus der Nadel, wie sie in der folgenden Tafel zusammengestellt sind.

Epoche.	Erstes Viertel.	Vollmond.	Letztes Viertel.	Neumond.
1836 11—18 Jan.	....	....	22"09202	22"08389
25 Jan.—16 Febr.	22"08768	22"08802	09559	09086
24 Febr.—17 März	11127	10217	09432	08683
25 März—15 April	09969	11098	11074	08706
24 April—15 Mai	08742	11223	10944	08730
23 Mai—14 Juni	08889	10661	08463	08871
22 Juni—13 Juli	09292	10134	06836	08895
21 Juli—12 Aug.	11206	11161	10592	11323
19 Aug.—10 Oct.	09681	05190	06188	09579
17 Oct.—9 Nov.	09571	09287	11926	09580
15 Nov.—8 Dec.	09630	09277	07572	08257
15 Dec.—6 Jan. 1837	10390	08684	10761	08424
13 Jan.—5 Febr.	09231	09133	09712	09252
12 Febr.—6 März	10088	10210	08782	08930
14 März—5 April	08062	11398	10147	08980
14 April—4 Mai	09862	09962	08853	09326
12 Mai—3 Juni	10254	10327	09373	08942
11 Juni—2 Juli	08237	08376	09567	10138
11 Juli—1 Aug.	09474	08807	10515	10951
9—31 Aug.	07702	10041	09063	10823
7—29 Sept.	10557	09530	08295	11083
7—29 Octbr.	08437	09489	10740	09133
5—27 Novbr.	09200	10802	10132	09121
4—27 Decbr.	09152	10598	09547	08214
3—26 Jan. 1838	08939	09837	11085	08858
1—24 Febr.	08569	09698	09716	10898
3—25 März	08282	09149	09227	09538
1—24 April	10247	08537	10525	09757
1—23 Mai	09393	09021	10268	09275
31 Mai—22 Juni	08353	10163	09436	08266
30 Juni—21 Juli	09512	09329	08511	10223
29 Juli—20 Aug.	09634	09345	09163	09816
28 Aug.—18 Sept.	10098	08897	10447	11159
26 Sept.—18 Oct.	08511	08827	08954	10360
26 Oct.—17 Nov.	09084	10692	10507	08486
24 Nov.—17 Dec.	09597	10035	09124	09856

Um den Einfluſs der häufigen Störungen und anderer Ursachen, die mit dem hier betrachteten Phänomen in keinem erkennbaren Zusammenhange stehen, möglichst zu vermindern, wurden die Schwingungsdauern derselben Epochen in den 3 Jahren in ein Mittel vereinigt und so die folgende Tafel erhalten:

Epoche.	Erstes Viertel.	Vollmond.	Letztes Viertel.	Neumond.
Jan. und Febr.	22"08979	22"09257	22"10119	22"09065
Febr. u. März	09832	09859	09147	09050
März u. April	08771	10548	10149	09075
April u. Mai	09617	09907	10107	09271
Mai u. Juni	09512	10003	09368	09029
Juni u. Juli	08627	09557	08606	09100
Juli u. Aug.	10064	09766	09873	10832
August	09006	08192	08138	10073
Aug. u. Sept.	10317	09213	09371	11121
Sept. u. Oct.	08900	09201	10540	09691
Oct. u. Nov.	09305	10257	09404	08621
Nov. u. Dec.	09713	09706	09811	08831
Mittel	22"09387	22"09622	22"09553	22"09480

In den Zahlen dieser Tafel spricht sich das Gesetz deutlicher aus; sie zeigen, daſs im Allgemeinen die Schwingungsdauern der horizontalen Nadel zur Zeit des Neumondes und des ersten Viertels kürzer sind, als beim Vollmonde und beim letzten Viertel, daſs aber in vier Monaten des Jahres, vom Juli bis October das Gegentheil eintritt.

Man könnte glauben, daſs diese Erscheinung eine Wirkung der Umdrehung der Sonne um ihre Axe sei, vermöge welcher dieses Gestirn, wenn es der magnetischen Kraft unterworfen ist, die Erde bald den einen bald den andern Theil seiner magnetischen Axe zuwenden müſste, den Fall ausgenommen, daſs diese auch zugleich die Rotationsaxe wäre; diese Hypothese würde auch die Aenderung der Erscheinung nach den Jahreszeiten erklären, da die Erde sich der einen oder der anderen Sonnenhemisphäre gegenüber befindet, je nachdem sie die Sommer- oder Winterhälfte ihrer Bahn durchläuft. Allein abgesehen davon, daſs die Drehung der Sonne nur aus der Bewegung der Sonnenflecken gefolgert wird, welche von der des eigentlichen Sonnenkernes völlig verschieden sein kann, so scheint diese Erklärung auch nicht stichhältig gegen den Einwurf, daſs die Rotationszeit der Sonne um zwei Tage kürzer ist, als der synodische Monat, und daſs dieser Unterschied in Verbindung mit der Bewegung der Erde in ihrer Bahn bewirken müſste, daſs die Erscheinung im Sommer sich nahezu eben so darstelle, wie im Winter, und nicht in die entgegengesetzte übergehe. Es scheint daher naturgemäſser, die Erklärung dieser Thatsache in dem Einfluſs des Mondes auf den magnetischen Zustand unserer Erde zu suchen, so wie in der Lage seiner Bahn, vermöge welcher er im Winter zur Zeit des Neulichtes sich nicht viel über den Horizont erhebt, während er im Sommer zur Zeit dieser Phase sich in unseren Breiten dem Zenithe nähert, wo also seine Einwirkung auf die horizontale Nadel viel schwächer sein muſs, als sie ist, wenn er dem Horizonte nahe steht.

Wenn dies die wahre Ursache der betrachteten Erscheinung ist, so mufs sie sich auch in einer anderen Zusammenstellung der täglichen Mittel der Schwingungsdauern zeigen, wenn diese nämlich nach der Declination des Mondes geordnet werden. Zu diesem Zwecke wurden die Beobachtungen eines jeden Monates in zwei Reihen getheilt, von denen die eine alle jene enthielt, die bei nördlicher, die andere jene, welche bei südlicher Declination des Mondes angestellt worden waren. Wenn man die Mittel dieser Reihen, so wie früher, von dem Einflusse der Temperatur und der Aenderung der Kraft und des Magnetismus der Nadel befreit, und diejenigen der gleichnamigen Monate aller drei Jahre zu einem Mittel vereinigt, so erhält man die in der folgenden Tafel gegebenen Zahlen:

Epoche.	☾ Süd.	☾ Nord.	Süd — Nord.
Januar u. Febr.	22″09342	22″09522	— 0″00180
Febr. u. März	09495	09720	— 0,00237
März u. April	09542	09602	— 0,00060
April u. Mai	09902	09638	+ 0,00264
Mai u. Juni	09834	09102	+ 0,00732
Juni u. Juli	09365	09457	— 0,00092
Juli u. Aug.	09824	10019	— 0,00195
Aug. u. Sept.	08890	08693	+ 0,00197
Sept. u. Oct.	09406	09774	— 0,00368
Oct. u. Nov.	09665	10597	— 0,00932
Nov. u. Dec.	08860	09694	— 0,00834
Dec. u. Januar	09011	09595	— 0,00584
Mittel	22″09428	22″09618	— 0″00190

Man sieht aus der Gesammtheit dieser Zahlen, dafs die ...i südlicher Declination des Mondes beobach...en Schwingungsdauern kürzer sind, d. h. dafs ... Einflufs desselben auf die horizontale Nadel ...rker ist, als bei nördlicher Declination, was mit ... vorhergehenden übereinstimmt.

Nach diesen Ergebnissen war es wohl der Mühe werth ... untersuchen, ob auch die gröfsere oder geringere Entfer... des Mondes von der Erde durch die Nadel angezeigt ... Die täglichen Mittel der Schwingungsdauern wurden ... in solche Reihen geordnet, dafs in die Mitte einer jeden ... eine Erdnähe oder Erdferne des Mondes fiel; die ... dieser Reihen auf die früher angezeigte Weise behan... geben folgende Resultate:

Epoche.	Perigeum.	Apogeum.	Per. — Ap.
... u. Febr.	22″08928	22″09339	— 0″00411
...br. u. März	08661	09445	— 0,00784
... u. April	09171	09424	— 0,00253
... u. Mai	09772	08939	+ 0,00833
Mai u. Juni	22″09925	22″09082	+ 0″00843
Juni u. Juli	09299	08428	+ 0,00871
Juli u. Aug.	09766	09873	— 0,00107
Aug. u. Sept.	08757	09044	— 0,00287
Sept. u. Oct.	09500	09964	— 0,00464
Oct. u. Nov.	09531	10430	— 0,00899
Nov. u. Dec.	08844	09408	— 0,00556
Dec. u. Januar	08798	09954	— 0,01166
Mittel	22″09246	22″09444	— 0″00198

Man sieht aus diesen Mitteln und ihrem Unterschiede, dafs die Schwingungsdauern kürzer sind zur Zeit der Erdnähe des Mondes als zur Zeit seiner Erdferne, was gleichfalls mit dem früher Gefundenen in Uebereinstimmung ist.

Endlich wurde noch die Einwirkung des Mondes auf die Richtung der Declinationsnadel untersucht, und dabei ganz auf dieselbe Weise verfahren, wie ich schon in einem früheren Schreiben (Astr. Nachr. Nr. 346) angezeigt habe. Es ergaben sich als Gesammt-Resultat folgende Unterschiede zwischen den bei Mond Ost und Mond West beobachteten Declinationen.

Stunden.	☾ Ost — ☾ West.
20ʰ 0′	+ 10″8
22 30	+ 27,5
1 0	+ 9,1
4 30	+ 25,9
7 30	+ 8,3
11 0	+ 8,0
Mittel	+ 14,9

Die Declination ist also stets gröfser, wenn der Mond sich östlich vom magnetischen Meridian befindet, als wenn er westlich davon steht, er wirkt also auf unsere Nadeln wie ein Körper, der den nach Süden gerichteten Pol derselben anzieht.

Die Zahlen der letzten Tafel sind zwar noch nicht von der jährlichen Abnahme der Declination befreit; allein da sie im Jahre 1838 nur sehr nahe 1 Minute betrug, so könnte die davon herrührende Correction, selbst wenn sie doppelt so grofs wäre, als sie gemäfs dieser Abnahme seyn sollte, keines der Zeichen ändern.

Alle aus unseren Beobachtungen über diesen Gegenstand geschöpften Resultate vereinigen sich also dahin zu zeigen, dafs der Mond ein der magnetischen Kraft unterworfener Körper ist, und dafs auf seiner der Erde zugekehrten Hälfte jener Magnetismus vorherrscht, der den Südpol unserer Magnetnadeln anzieht, und die magnetische Kraft der Erde verstärkt.

Kreil.

Beobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster 1837.

Beobachtungen des Mondes.

1837.	AR. des Mondes im Meridian.	$d\alpha$ = (Eph. − α)	Decl. des Mondes Centrum im Meridian.	$d\delta$ = (Eph. − δ)
Jun. 14.	$\alpha = 14^h\ 2'\ 20''91$	$d\alpha = -0''01$ in temp.	$\delta = -12^\circ 41'\ 44''77$	$d\delta = -10''37$
— 16.	15 54 31,04	+ 0,34	−23 1 45,31	− 3,20
Aug. 15.	21 31 3,98	+ 0,98	−19 34 40,63	+ 5,29
Sept. 9.	18 46 20,13	+ 0,76	−28 6 37,92	− 6,93
— 10.	19 53 31,61	+ 0,57	−26 10 40,81	− 5,96
— 11.	20 58 54,86	+ 0,39	−22 17 14,67	+ 15,19
— 12.	22 0 55,77	+ 0,94	−16 46 34,14	+ 19,78
Oct. 12.	0 21 30,77	+ 0,74	+ 0 36 59,64	+ 12,52

Beobachtungen der Mondsterne.

		AR.	Decl.	Fädenzahl.
Jun. 14.	74 l² Virginis	$13^h 23'\ 31''09$	$-5^\circ 24'\ 47''36$	5
	86 ο Virginis	13 37 17,22	−11 36 30,39	3
	Mond I Rd.	14 1 14,48		5
	100 λ Virg.	14 10 19,63	−12 37 5,21	4
	9 α² Libræ	14 41 54,26	−15 21 46,20	4
Jun. 16.	43 k Libræ	15 32 35,99	−19 8 52,87	5
	1 b Scorp.	15 41 13,68	−25 15 11,41	5
	Mond I Rd.	15 53 17,92		5
Aug. 15.	22 η Capric.	20 55 10,42	−20 29 33,12	5
	34 ζ Capric.	21 17 24,34	−23 6 37,15	5
	Mond I Rd.	21 29 49,90		5
	33 i Aquarii	21 57 40,55	−14 39 13,01	5
	43 ϑ Aquarii	22 8 16,72	− 8 35 19,62	5
Sept. 10.	41 π Sagitt.	19 0 6,79	−21 16 38,57	5
	Mond I Rd.	19 52 15,32		5
Sept. 11.	10 π Capric.	20 18 2,20	−18 44 28,98	5
Sept. 11.	16 ψ Capric.	$20^h 36'\ 29''40$	$-25^\circ 50'\ 59''67$	5
	Mond I Rd.	20 57 40,32		2
	34 ζ Capric.	21 17 24,46	−23 6 42,69	2
	49 δ Capric.	21 38 5,43	−16 51 39,96	4
Sept. 12.	34 ζ Capric.	21 17 24,48	−23 6 42,60	5
	49 δ Capric.	21 38 5,50	−16 51 42,06	4
	Mond I Rd.	21 59 43,54		5
	57 σ Aquarii	22 22 4,16	−11 30 22,21	5
	76 δ Aquarii	22 46 2,92	−16 40 56,28	5
Oct. 12.	20 n Piscium	23 39 37,04	− 3 39 41,06	5
	30 r Piscium	23 53 39,15	− 6 54 52,14	5
	Mond I Rd.	0 20 22,98		5
	189 Piscium	0 39 53,36	+ 4 26 54,54	5
	(71 ε) Pisc.	0 54 32,27	+ 7 1 3,75	4

NB. (189) Pisc. ist in der Eph. um 2″ in temp. in der AR. und um 26 — 30″ in der Decl. unrichtig angegeben.

Beobachtungen des Uranus im J. 1837.

	M. Z. Kremsm.	AR.	(Ephem. − α)	Decl.	(Ephem. − δ)
Aug. 19.	$12^h 43'\ 21''56$	$\alpha = 22^h 35'\ 47''45$	$d\alpha = +4''11$	$\delta = -9^\circ 43'\ 55''21$	$d\delta = +15''80$
— 20.	12 39 16,59	35 38,39	+ 4,35	44 48,54	+ 16,47
— 25.	12 18 51,32	34 53,77	+ 4,41	49 13,31	+ 15,99
— 26.	12 14 46,79	34 45,21	+ 3,99	50 6,89	+ 16,34
Sept. 8.	11 21 43,39	32 48,30	+ 4,22	10 1 30,71	+ 14,17
— 9.	11 17 38,35	32 39,45	+ 4,24	2 20,86	+ 12,88
— 11.	11 9 29,90	32 21,96	+ 4,18	4 10,15	+ 20,21
— 12.	11 5 25,27	32 13,20	+ 4,23	4 55,03	+ 14,68
— 19.	10 36 55,38	31 14,19	+ 3,86	10 36,37	+ 13,39

Beobachtungen der Vesta.

Aug. 19.	$13^h 28'\ 54''63$	$23^h 21'\ 27''93$	$+1''88$	$-14^\circ 58'\ 45''87$	$+21''70$
— 25.	13 0 36,83	16 46,18	+ 1,94	−15 48 44,05	+ 16,71
— 26.	12 55 50,81	15 56,01	+ 1,79	−15 57 1,01	+ 20,51
Sept. 8.	11 53 6,08	4 16,26	+ 2,04	−17 34 28,58	+ 21,24
— 9.	11 48 15,51	3 21,73	+ 1,99	−17 40 50,40	+ 16,09
— 11.	11 38 36,62	1 33,47	+ 2,00	−17 53 13,12	+ 19,30
— 12.	11 33 47,31	0 39,91	+ 2,02	−17 59 5,69	+ 20,04

Beobachtungen der Pallas.

Octbr. 12.	12 53 15,44	2 18 37,66	+ 3,98	−18 12 2,24	+ 20,65
—— 23.	12 1 44,07	2 10 20,06	+ 4,05	−21 3 33,49	+ 14,32
—— 29.	11 33 17,23	2 5 27,98	+ 3,82	−22 21 46,32	+ 12,25

Beobachtung der Ceres.

Dec. 15.	11 23 40,85	5 1 8,35	+ 1,15	+ 22 17 15,36	− 20,34

NB. Die $d\alpha$ und $d\delta$ sind so zu verstehen, dafs sie mit ihrem Zeichen an die Daten der Beobachtungen angebracht werden müssen, um die Angabe der Ephemeride zu erhalten.

M. Koller.

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte zu Modena, an den Herausgeber.

Catajo 1838. Juillet 31.

Je tiens ma parole que je vous donnai dans ma dernière lettre du moi de Mai ci-devant, et je vais tout à l'heure vous entretenir sur un sujet de recherches qui n'est pas sans intérêt, à ce qu'il me semble; et vous pourrez en juger par l'exposition suivante.

C'est depuis quatre années que j'ai entrepris, comme peut-être je vous en ai écrit un mot autrefois, un long travail d'observations pour en avoir les matériaux d'un nouveau Catalogue des étoiles, au quel je pense de donner une forme et une disposition tout-à-fait particulière et avantageuse. Parmi les autres buts et résultats, que j'ai en vue et que j'espère qu'on puisse atteindre avec la considération de cet arrangement des étoiles, il y en a qui se rapportent à quelque favorable circoustance pour traiter et resoudre des curieuses questions sur les réfractions astronomiques dans les petites hauteurs au dessus de l'horizon. En effet on sait que les étoiles circumpolaires observées dans le méridien supérieur et au dessous du pôle sont très-propres à la détermination des trois constantes qui sont contenues dans la formule et conséquemment dans la table de la réfraction vraie. Or si deux étoiles circumpolaires ont presque la même distance au pôle, mais en ascension droite si elles différent à peu près d'une demie circonference, on aura l'avantage que l'une d'entr'elles passera au méridien au dessus du pôle, pendant que l'autre y passe au dessous du pôle et que douze heures après, ce sera précisement le contraire qui arrivera; en sorte qu'on pourra en déduire et comparer la réfraction observée à la même hauteur et à l'interval d'un demi jour. Il n'en faut néanmoins que les tems de ces observations méridiennes conjuguées tombent au commencement de la nuit vers le milieu de l'hiver pour qu'il soit possible de renverser l'observation des mêmes étoiles avant que le crépuscule du matin ou du moins le clair jour paraisse; et outre cela il est nécessaire que les deux étoiles soient bien éclatantes, ou de première grandeur, si on veut comparer de la sorte les réfractions à une hauteur d'un petit nombre de degrés. Toutes ces conditions se trouvent assez bien remplies par quatre étoiles très-belles, deux appartenantes, β et η, à Cassiopée, et les autres, δ et ε, en faisant part de la grande Ourse. C'est pourquoi que je tache dépuis quelque tems d'observer ces quatre étoiles au mois de Décembre. En comparant maintenant ces observations et en en tirant pour chaque étoile la quantité de réfraction observée dans l'hauteur méridienne au dessous du pole il m'en vint le soupçon que la réfraction du matin soit plus forte que celle du soir; ce qui d'ailleurs s'accorderait avec les raisons physiques et atmosphèriques à l'égard de la diversité unique dans l'heure des observations comparées. Mais pour vérifier la chose, et pour la voir aussi d'un autre coté, je priais les astronomes du Milan et de Padoue à vouloir eux mêmes s'intéresser dans cette curieuse recherche, et à observer pour cela avec leurs cercles méridiens les quatre étoiles, que je vins de leur indiquer, en choisissant à cet objet les premières nuits après le 10 de Décembre où le ciel aurait été parfaitement serein. De cette manière, je leur ecrivais, nous en aurons nos observations faites en mêmes tems de trois lieux différents, c'est à dire dans les mêmes circonstances atmosphériques générales, attendue la petite distance de nos observatoires; mais avec des différentes conditions et circonstances particulières à l'égard des lieux et des couches d'air par où passe près de l'horizon au Nord notre ligne méridienne respective; ce qui pourrait nous fournir des différences dignes de quelque attention dans la comparaison de nos résultats. Après cela MM. les Chev. *Carlini* et *Santini* ayant eu la complaisance de me seconder, ils m'envoyèrent toute de suite les observations que je leur demandais; et c'est ainsi que je vous en communique ici le résultat comparatif, qu'il faut pourtant regarder comme un simple commencement ou essai de la question dont il s'agit, et que nous nous reservons de poursuivre. Voilà cependant nos observations, qui offrent sans doute le premier exemple de trois cercles méridiens employés dans le même tems à une recherche et mésure de la réfraction.

Observations à Milan.

Hauteur Nord du pôle instrumental = 45° 26′ 46″75.........Latitude = 45° 28′ 0″70.

Soir.

1837 Jours.	Etoiles.	Hauteur Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du Cercle.	Baro-mètre.	Thermomètre R. intér.	Thermomètre R. extér.	Hauteur corrigée du Niveau.	Réfraction de la table *Carlini.*	Hauteur vraie instrumentale.	Declinaison boréale des étoiles.
Dec. 14	β Cassiop. sup.	77° 11′ 28″50	−0″63	27p 10l00	+3°5	+2°55	77° 11′ 27″87	0′ 13″54	77° 11′ 13″33	58° 15′ 33″42
	δ gr. Ourse inf.	13 26 37,25	−0,63	27 10,00	+3,5	+3,55	13 26 36,62	4 3,46	13 22 33,16	57 55 46,41
	η Cassiop. sup.	....	.....	....	.....	.....	....	......	....	....
	ε gr. Ourse inf.	12 21 27,00	−0,57	27 10,12	+3,4	+3,20	12 21 26,43	4 25,30	12 17 1,13	56 50 14,38
Déc. 15	β Cassiop. sup.	77° 11′ 27″25	+0″42	28p 0l47	+2°8	+2°0	77° 11′ 27″67	0° 13″67	77° 11′ 14″00	58° 15′ 32″75
	δ Ourse inf.	13 26 40,25	−0,84	28 0,47	+2,8	+2,0	13 26 39,41	4 7,19	13 22 32,22	57 55 45,47
	η Cassiop. sup.	78 29 30,50	+0,36	28 0,52	+2,8	+1,9	78 29 30,86	0 12,25	78 29 18,61	56 57 28,14
	ε Ourse inf.	12 21 30,50	+0,36	28 0,58	+2,8	+1,9	12 21 30,86	4 29,03	12 17 1,83	56 50 15,08
16	β Cassiop. sup.	77 11 26,00	−0,04	27 11,48	+2,3	+0,8	77 11 25,96	0 13,72	77 11 12,24	58 15 34,51
	δ Ourse inf.	13 26 40,50	−0,18	27 11,48	+2,3	+0,8	13 26 40,32	4 7,91	13 22 32,41	57 55 45,66
	η Cassiop. sup.	78 29 30,75	−0,20	27 11,48	+2,2	+0,6	78 29 30,55	0 12,29	78 29 18,26	56 57 28,49
	ε Ourse inf.	12 21 28,50	−0,70	27 11,48	+2,2	+0,6	12 21 27,80	4 29,85	12 16 57,95	56 50 11,20
17	β Cassiop. sup.	77 11 26 00	+0,90	27 10,58	+2,2	+1,5	77 11 26,90	0 13,63	77 11 13,27	58 15 33,48
	δ Ourse inf.	13 26 40,50	−0,90	27 10,58	+2,2	+1,4	13 26 39,60	4 6,53	13 22 33,07	57 55 46,32
	η Cassiop. sup.	78 29 34,25	+1,44	27 10,60	+2,2	+1,25	78 29 35,69	0 12,21	78 29 23,48	56 57 23,27
	ε Ourse inf.	12 21 28,00	−0,72	27 10,60	+2,2	+1,25	12 21 27,28	4 28,36	12 16 58,92	56 50 12,17

Matin.

Déc. 14	β Cassiop. inf.	13 46 26,50	+2,28	28 0,00	+1,8	−0,3	13 46 28,78	4 3,66	13 42 25,12	58 15 38,37
	δ Ourse sup.	77 31 14,25	+3,12	28 0,00	+1,8	−0,3	77 31 17,37	0 13,44	77 31 4,13	57 55 42,62
	η Cassiop. inf.	12 28 47,75	+1,68	28 0,00	+1,8	−0,1	12 28 49,43	4 28,51	12 24 20,92	56 57 34,17
	ε Ourse sup.	78 36 46,75	+2,52	28 0,00	+1,8	−0,05	78 36 49,27	0 12,18	78 36 37,09	56 50 9,66
15	β Cassiop. inf.	13 46 30,25	+1,18	28 0,32	+1,6	−1,9	13 46 31,43	4 5,88	13 42 25,55	58 15 38,80
	δ Ourse sup.	77 31 15,50	+1,66	28 0,32	+1,6	−2,2	77 31 17,16	0 13,58	77 31 3,58	57 55 43,17
	η Cassiop. inf.	12 28 52,50	+0,46	28 0,32	+1,6	−2,45	12 28 52,96	4 31,96	12 24 21,00	56 57 34,25
	ε Ourse sup.	78 36 49,50	+0,88	28 0,32	+1,6	−2,45	78 36 50,38	0 12,37	78 36 38,01	56 50 8,74
16	β Cassiop. inf.	13 46 26,00	+2,12	27 10,98	+1,0	−2,2	13 46 28,12	4 5,36	13 42 22,76	58 15 36,01
	δ Ourse sup.	77 31 14,75	+2,90	27 10,98	+1,0	−2,2	77 31 17,65	0 13,53	77 31 4,12	57 55 42,63
	η Cassiop. inf.	12 28 46,50	+1,10	27 11,00	+0,5	−2,3	12 28 47,60	4 30,73	12 24 16,87	56 57 30,12
	ε Ourse sup.	78 36 49,25	+2,60	27 11,03	+0,5	−2,25	78 36 51,85	0 12,31	78 36 39,54	56 50 7,21

Observations à Padoue.

Hauteur Nord du pôle instrumental = 45° 23′ 44″98.......Latitude = 45° 24′ 2″50.

Soir.

Déc. 14	β Cassiop. sup.	77 8 20,75	−0,48	28 2,7	+4,7	+2,6	77 8 20,27	0 13,81	77 8 6,46	58 15 38,52
	δ Ourse inf.	13 23 38,75	−0,48				13 23 38,27	4 9,33	13 19 28,94	57 55 43,96
	η Cassiop. sup.	78 26 27,50	−0,48				78 26 27,02	0 12,36	78 26 14,66	56 57 30,32
	ε Ourse inf.	12 18 28,00	−0,48				12 18 27,52	4 31,23	12 13 56,29	56 50 11,31
15	β Cassiop. sup.	77 8 25,00	−1,68	28 4,8	+4,1	+1,4	77 8 23,32	0 13,97	77 8 9,35	58 15 35,63
	δ Ourse inf.	13 23 40,75	−1,39				13 23 39,36	4 12,35	13 19 27,01	57 55 42,03
	η Cassiop. sup.	78 26 29,75	−1,54				78 26 28,21	0 12,51	78 26 15,70	56 57 29,25
	ε Ourse inf.	12 18 26,75	−1,58				12 18 25,17	4 34,52	12 13 50,65	56 50 5,67
16	β Cassiop. sup.	77 8 25,50	−2,59	28 3,7	+4,5	+1,9	77 8 22,91	0 13,89	77 8 9,02	58 15 35,96
	δ Ourse inf.	13 23 45,25	−2,98				13 23 42,27	4 10,88	13 19 31,39	57 56 46,41
	η Cassiop. sup.	78 26 29,00	−2,88				78 26 26,12	0 12,44	78 26 13,68	56 57 31,80
	ε Ourse inf.	12 18 27,75	−3,02				12 18 24,73	4 32,94	12 13 51,79	56 50 5,81

Matin.

1837 Jours.	Etoiles.	Hauteur Nord par la moy. de quatre vern.	Nvieau du Cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. intér.	Thermomètre R. extér.	Hauteur corrigée du Niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale.	Declinaison boréale des étoiles.
Dec. 14	β Cassiop. inf.	13h 43′ 21″50	— 0,34	28 6,6	+ 2″7	+ 0″4	13° 43′ 21″16	4′ 8″81	13° 39′ 12″35	58° 15′ 27″37
	δ Ourse sup.	77 28 10,75	+ 0,72				77 28 11,47	0 13,73	77 27 57,74	57 55 47,28
	η Cassiop. inf.	12 25 42,75	+ 1,20				12 25 43,95	4 34,60	12 21 9,35	56 57 24,37
	ε Ourse sup.	78 33 44,75	+ 1,06				78 33 45,81	0 12,50	78 33 33,31	56 50 11,67
15	β Cassiop. inf.	13 43 26,75	— 0″38	28 4,7	+ 3,0	0,0	13 43 26,37	4 7,88	13 39 18,49	58 15 33,51
	δ Ourse sup.	....	......				....	....	....	....
	η Cassiop. inf.	12 25 46,75	— 0,29				12 25 46,46	4 33,57	12 21 12,89	56 57 27,91
	ε Ourse sup.	78 33 47,75	0,00				78 33 47,75	0 12,45	78 33 35,30	56 50 9,68
16	β Cassoip. inf.	13 43 24,25	+ 1,20	28 3,3	+ 3,0	+ 0,7	13 43 25,45	4 6,05	13 39 19,40	58 15 34,42
	δ Ourse sup.	77 28 14,00	+ 1,20				77 28 15,20	0 13,58	77 28 1,62	57 55 43,40
	η Cassiop. inf.	12 25 39,25	+ 1,44				12 25 40,69	4 31,59	12 21 9,10	56 57 24,12
	ε Ourse sup.	78 33 43,25	+ 0,96				78 33 44,21	0 12,36	78 33 31,85	56 50 13,13

Observations à Modène.

Latitude = 44° 38′ 52″75; Hauteur Nord du pole instrumeutal en 1834.....= 41° 57′ 32″66; 1835.....= 41 57 46,40; 1837.....= 41 57 57,36

Soir.

Déc. 10 1834	β Cassiop. sup.	73 43 16,50	+ 2″88	28 1,95	+ 5,55	+ 5,75	73 43 19,38	0 14,37	73 43 5,01	58 14 27,65
	δ Ourse inf.	9 58 47,25	— 0,96				9 58 46,29	4 18,89	9 54 27,40	57 56 54,74
	η Cassiop. sup.	75 1 19,25	+ 3,12				75 1 22,37	0 12,43	75 1 9,94	56 56 22,72
	ε Ourse inf.	8 53 40,00	— 2,04				8 53 37,96	4 43,31	8 48 54,65	56 51 21,99
Déc. 16 1835	β Cassiop. sup.	73 43 4,80	+ 7,80	28 1,2	+ 1,4	+ 1,6	73 43 12,60	0 14,63	73 42 57,97	58 14 48,43
	δ Ourse inf.	9 58 39,25	+ 2,04				9 58 41,29	4 23,88	9 54 17,41	57 56 31,01
	η Cassiop. sup.	75 1 8,75	+ 7,68				75 1 16,43	0 13,18	75 1 3,25	56 56 43,15
	ε Ourse inf.	8 53 29,78	+ 2,04				8 53 31,82	4 48,33	8 48 43 49	56 50 57,09
Déc. 15 1837	β Cassiop. sup.	73 42 38,00	— 0,36	28 3,9	+ 3,9	+ 4,0	73 42 37,64	0 14,59	73 42 23,05	58 15 34,31
	δ Ourse inf.	9 58 10,50	— 3,72				9 58 6,78	4 23,12	9 53 43,66	57 55 46,30
	η Cassiop. sup.	75 0 43,50	— 0,12				75 0 43,38	0 13,15	75 0 30,23	56 57 27,13
	ε Ourse inf.	8 53 2,50	— 3,72				8 52 58,78	4 47,47	8 48 11,31	56 50 13,95

Matin.

Déc. 10 1834	β Cassiop. inf.	10 16 31,50	— 0,12	28 2,5	+ 4,65	+ 4,95	10 16 31,38	4 14,46	10 12 16,92	58 14 44,26
	δ Ourse sup	74 0 52,75	+ 6,00				74 0 58,75	0 14,11	74 0 44,64	57 56 48,02
	η Cassiop. inf.	8 58 52,00	— 0,24				8 58 51,76	4 42,36	8 54 9,40	56 56 36,74
	ε Ourse sup.	75 6 28,50	+ 6,00				75 6 34,50	0 12,93	75 6 21,57	56 51 11,09
Déc. 15 1835	β Cassiop. inf.	10 17 10,00	— 5,40	28 2,3	+ 0,7	+ 1,3	10 17 4,60	4 18,92	10 12 45,68	58 14 59,28
	δ Ourse sup.	74 1 37,75	— 0,24				74 1 37,51	0 14,36	74 1 23,15	57 56 23,25
	η Cassiop. inf.	8 59 33,00	— 5,88				8 59 27,12	4 47,27	8 54 39,85	56 56 53,45
	ε Ourse sup.	75 7 7,25	+ 0,12				75 7 7,37	0 13,14	75 6 54,23	56 50 52,17
Déc. 15 1837	β Cassiop. inf.	10 17 58,00	— 2,28	28 3,8	+ 3,4	+ 3,6	10 17 55,72	4 16,87	10 13 38,85	58 15 41,49
	δ Ourse sup.	74 2 28,25	+ 1,08				74 2 29,33	0 14,24	74 2 15,09	57 55 42,37
	η Cassiop. inf.	9 0 21,00	— 2,52				9 0 18,48	4 45,02	8 55 33,46	56 57 36,10
	ε Ourse sup.	75 8 0,25	+ 2,76				75 8 3,01	0 13,04	75 7 49,97	56 50 7,39

Je n'ai pas ici pour la comparaison avec Milan et Padoue que l'observation du 15 Décembre, et je n'en fis pas d'autres, parce qu'il me parût que l'air n'était pas aussi favorable que dans cette nuit là pour ce genre de recherches; et il me semble qu'il faut attendre pour cela et choisir toujours, comme une condition indispensable, les nuits où le ciel est par tout serein et les vapeurs se trouvent repandues avec plus d'uniformité et en équilibre dans l'atmosphère. Mais il suffira pour le moment de comparer nos résultats par une combinaison unique; et en premier lieu si nous ne considerons pas que les déclinaisons apparentes des quatre étoiles fournies par les hauteurs méridiennes observées au dessus du pole, nous en aurons recueilli sous le même point de vue le petit tableau suivant

1837.	Etoiles.	Déclinaisons par Carlini.	Santini.	Bianchi.
Décembre 15	β Cassiopée	58° 15′ 32″75	35″63	34″31
	δ Ourse	57 55 43,17	*) 45,34	42,37
	η Cassiopée	56 57 28,14	29,28	27,13
	ε Ourse	56 50 8,74	9,68	7,39

Cet accord obtenu dans les déclinaisons des étoiles, pendant qu'il démontre la perfection des instrumens qui nous ont servi, prouve aussi que le point de depart ou le pôle instrumental a été bien déterminé dans chacun de nos cercles. Pour cette détermination les astronomes de Milan et de Padoue ont employé les hauteurs méridiennes, inférieures et supérieures, observées de la polaire; et quant à moi je l'ai déduite par l'hauteur et la déclinaison apparente connues des étoiles zénithales α du Cygne et α du Cocher, en y appliquant la latitude; ce qui m'assure que la valeur aussi de ma latitude a été bien établie.

(Der Beschlufs folgt.)

*) Pour *Santini* la déclinaison de δ Ourse ici réportée c'est la moyenne parmi ses valeurs des jours 14 et 16 Décembre.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber.

Cracau 1839. Febr. 14.

Indem ich Ihnen nochmals meinen verbindlichsten Dank sage für die mir im verflossenen Jahre überschickten, an Ihrer Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne, nehme ich mir zugleich die Freiheit, Ihnen die aus diesen Beobachtungen von mir gezogenen Resultate für die Längen-Differenz zwischen Altona und Cracau zu übersenden.

Tag der Beobachtung.	Längen-Differenz.	Gewicht.
1830 März 8.	39′ 59″37	0,0028484
Decbr. 25.	71,89	0,0032478
1831 Januar 20.	59,81	0,0030017
Febr. 19.	70,16	0,0042210
April 23.	61,43	0,0025728
1832 März 11.	66,23	0,0042397
1833 März 29.	59,60	0,0032625
April 29.	58,31	0,0012017
Mai 1.	58,28	0,0010315
Mai 4.	78,07	0,0025213
1834 Mai 22.	63,80	0,0042722
Juli 16.	61,72	0,0028041
Juli 17.	59,82	0,0029642
Sept. 15.	59,40	0,0023637
Sept. 16.	56,64	0,0024013
Novbr. 9.	63,38	0,0022524
1835 Januar 5.	59,08	0,0024362
März 10.	58,10	0,0039461
März 13.	63,57	0,0031151
1835 April 8.	39′ 65″37	0,0028592
Juni 9.	66,27	0,0055032
Juli 6.	63,99	0,0037113
Septbr. 4.	60,84	0,0040330
1836 Januar 26.	57,84	0,0033886
April 25.	57,43	0,0020845

Sind nun $x, x', x''\ldots$ die einzelnen Resultate, so wie $c, c', c''\ldots$ die entsprechenden Gewichte, so ist das Mittel der vorhergehenden Resultate mit Rücksicht auf die Gewichte $\frac{\Sigma c^2 x}{\Sigma c^2}$, oder $= 40''344$; und die Präcision dieses End-Resultats $\sqrt{(\Sigma c^2)} = 0{,}016014$.

Nehme ich nun die Länge von Altona, von Paris $=$ 30′ 25″0 an, so folgt also die Länge von Cracau aus vorstehenden Beobachtungen

$$= 1^h\,10'\,28''44$$

Wurm hat selbe aus vielen Sternbedeckungen $= 1^h\,10'\,28''0$ gefunden. Ich habe die an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne auch noch mit einigen andern Orten verglichen; da jedoch diese Untersuchung, so wie die Ableitung unserer Länge aus den in den letzten Jahren hier beobachteten Sternbedeckungen noch nicht vollendet ist, so erwähne ich auch darüber weiter nichts.

Dr. *M. Weisse.*

Altona 1839. März 7.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
N°. 374.

Auszug eines Briefes von dem Freiherrn *Alexander v. Humboldt* an den Herausgeber.
(Ueber die Bestimmung der Lichtstärke südlicher Sterne.)

Berlin, Febr. 1839.

Vous connoissez depuis long tems mon extrême prédilection pour les étoiles du ciel austral. Je ne voudrois pas cependant que cette prédilection puisse me porter malheur. J'ai lu avec le plus vif intérêt les belles observations photométriques de Sir *John F. W. Herschel* que Vous venez de publier dans le Nr. 372 de Votre Journal. L'admiration affectueuse que je professe depuis tant d'années pour Mr. *Herschel* m'engage a offrir quelques explications sur des aperçus bien vagues que j'ai hazardés lors de mon premier retour en Europe. Je ne doute pas que si Mr. *Herschel* avoit consulté mes propres ouvrages, au lieu du *Tilloch's* Philosophical Magazine de 1802 qui, à ce que j'apprends, renferme l'extrait d'une lettre adressée à *Lalande*, il aurait eu la bienveillance d'ajouter les développemens, que j'ai donnés sur le véritable sens de mes évaluations numériques. J'ai traité de ces évaluations d'abord dans l'introduction de mon Recueil d'observations astronomiques publié en 1810 (T. I. p. LXXI) et puis en 1814 dans le premier Volume du Voyage aux Régions équinoxiales (p. 518 et 624, toujours l'éd. in 4to).

Dans le premier de ces ouvrages, après avoir offert des chiffres placés à coté de 16 étoiles (la note C de la Relation historique en offre 26) j'ajoute ce qui suit: „j'ai comparé les étoiles une a une, en posant Sirius = 100 et en rangeant les étoiles de la première grandeur entre 100 et 80; celles de la deuxième grandeur entre 80 et 60, etc. Pour juger de l'intensité relative de la lumière de deux astres, j'ai employé des verres plans de différentes épaisseurs blancs ou colorés, placés devant l'oculaire de la lunette, des diaphragmes diminuant l'ouverture de l'objectif et surtout un instrument à réflexion propre à ramener deux étoiles dans le champ de la lunette, et à égaliser leur lumière en recevant à volonté plus ou moins de rayons réfléchis par le grand miroir. Tous ces moyens, j'en conviens sont extrêmement imparfaits, surtout à cause de l'extinction inégale de la lumière sous différens angles d'incidence: ils pourront cependant contribuer à décider la question importante, si par la suite des siècles, deux astres dont l'éclat est peu différent, ont subi des variations sensibles. Les recherches photométriques ne reposeront sur des bases solides, que lorsque la physique nous aura enseigné une méthode précise de mesurer la quantité de lumière que nous renvoient les planètes et les étoiles."

Ces développemens indiquent suffisamment que les chiffres que j'avois ajoutés aux noms des étoiles ne peuvent être comparés directement à ceux que Mr. *Herschel* donne comme mesure d'intensité. Mes chiffres reposent sur une de ces classifications arbitraires que le grand astronome rappelle en §. 584 de son Traité d'Astronomie. Je nomme (à tort sans doute) les étoiles de première grandeur 80°—100°, celles de seconde gr. 60°—80°, de troisième gr. 45°—60°, de quatrième gr. 30°—45°, de cinquième gr. 20°—30° (Voyage I. p. 624): j'ai rétréci l'échelle astrométrique à mesure que les étoiles ont une lumière plus faible et que la comparaison me paroissoit plus difficile soit à la simple vue, soit en employant les faibles moyens que je pouvois employer. Comme je croyois avoir remarqué depuis le tems de *Lacaille* des changemens d'intensité de lumière dans quelques étoiles qui composent les constellations du Navire et de la Grue, j'ai consigné dans les journaux manuscrits que je possède de l'année 1799, les évaluations de quinze étoiles de la Grue, en étendant pour cet effet l'échelle arbitraire jusqu'aux étoiles de la septième grandeur (10°—15°). D'après ces données j'aurais du placer à coté de Canopus le chiffre 91 au lieu de 98, si j'avois su comme Sir *John* l'a trouvé, que Sirius est à Canopus comme 4102 à 2281 et que le rapport de Sirius à la dernière étoile parmi celles de première grandeur est comme 4102 à 179. Les chiffres que j'ai présentés dans mon travail sont analogues à ces sousdivisions en trois ordres (grandes, moyennes et petites) que les astronomes arabes, à l'exemple d'Ulugh Beg, établissent dans chaque groupe d'étoiles de première ou seconde grandeur pour mieux apprécier les intensités relatives.

La lettre qui Vous est adressée offre deux genres de classification. Dans l'une 25 étoiles sont simplement rangées selon une échelle décroissante depuis Sirius, jusqu'à α de la Grue, sans spécifier numériquement pour aucune d'elles le degré

d'intensité de lumière. Dans l'autre classification 13 étoiles, sont évaluées une à une photomètriquement. Ce que j'ai tenté pendant un long séjour sous la zône torride rentre dans la première de ces méthodes. Les chiffres que j'ai ajoutés ne devoient servir qu'à indiquer quelle place l'étoile occupe sur mon échelle dans l'étendue des dix degrés compris entre 60 et 100. J'employois de préférence un instrument à réflexion en ramenant à la fois deux étoiles dans le champ de la lunette après avoir égalisé leur lumière en recevant à volonté plus ou moins de rayons réfléchis par la partie étamée du miroir. Je regrettois alors de ne pas pouvoir ajouter une échelle au support mobile de la lunette de mon Sextant. (Voyage T. I. p. 518). Mon illustre ami Mr. *Arago* qui possède des moyens photomètriques entièrement différens de ceux qui ont été publiés jusqu'ici, m'avoit rassuré sur la partie des erreurs qui pouvoient provenir du changement d'inclinaison d'un miroir étamé sur la face intérieure (T. I. p. 624). Il blâmoit d'ailleurs le principe de ma méthode et la regardoit comme peu susceptible de perfectionnement.

Sir *John Herschel* considère aussi Sirius, Canopus et α du Centaure comme les plus belles étoiles du ciel. Je place Achernar immédiatement après α Cent. Mr. *Herschel* fait précéder Achernar par Rigel.

Selon Sir *J. H.*	Selon *H — t.*
Sirius Canopus α Cent.	Sirius Canopus α Cent
Rigel Achernar	Achernar *β Cent* *Fomah.* Rigel
Procyon α Orion *β* Cent. Fomah.	Procyon α Orion
ε Gr. Chien α Grue	ε Gr. Chien α Grue.

J'ai marqué en italiques dans la comparaison des classifications les deux étoiles (*β* Cent. et Fomah.) sur lesquelles je diffère le plus. L'erreur est sans doute de mon côté, car il ne faut pas admettre imprudemment des changemens d'intensité là où il n'y aura eu qu'un manque de précision dans l'évaluation du rapport de lumière. Je vois avec quelque satisfaction que j'ai mieux saisi dans mes mesures directes, les rapports entre Sirius, Canopus, α Cent. et Achernar. „J'ai reconnu (ai-je dit dans la Relation de mon Voyage) par beaucoup de combinaisons que Sirius est plus brillant que Canopus, autant que α Cent. est plus brillant qu'Achernar.“ La méthode photomètrique que j'employois ne pouvoit me faire connoître si une étoile a la moitié ou le tiers de la lumière de Sirius, mais employée avec soin, elle devoit servir à établir des égalités de rapport entre la lumière de 3 ou 4 étoiles Mr. *Herschel* Vous écrit: I make α Eridani half α Centauri, I cannot estimate the light of Canopus as much more than half that of Sirius and the step from Canopus to α Cent. is fully as wide as that from Sirius to Canopus. (Sirius = 4102, Canopus = 2281, α Cent. = 1000, α Erid. = 519). J'avois placé auprès de ces quatre étoiles les chiffres 100, 98, 96 et 94. Les steps étaient les mêmes.

Les jugemens que nous portent à la simple vue sur l'intensité relative des étoiles s'éloigne singulièrement de la valeur que leur assignent les mesures photomètriques absolues. Un excellent observateur Mr. *Steinheil* place l'Epi de la Vierge au dessus de Rigel lorsque dans la classification de Mr. *Herschel*, Rigel est déjà au 8me et l'Epi seulement au 16me rang. Regulus est chez Mr. *Steinheil* au dessus d'Aldebaran, quand Mr. *Herschel* accorde à Aldebaran le 11me et à Rigel le 22me rang. D'après la simple vue on a de la peine à se persuader que Arcturus ne brille que de la sixième partie de la lumière de Sirius. Si cette dernière étoile a le double de la lumière de Canopus, comme l'indiquent les mesures photomètriques de Sir *John Herschel*, les apparences pour Canopus sont encore plus trompeuses d'après l'impression individuelle que la vue de cette étoile m'a faite, il y a 38 ans, lorsqu'elle m'a servi à souvent pour déterminer les latitudes des lieux. D'autres voyageurs ont eu avant moi des impressions également vives. *Lalande* dit dans son Astronomie §. 670: „Sur le gouvernail du navire est placé Canopus qui paroit quelquefois plus belle que Sirius, suivant Mr. *d'Angos*“ et puis §. 2261 „Canopus est une étoile aussi grande en apparence que Sirius, du moins dans une belle nuit; il y en a qui disent que sa lumière est un peu moins blanche ou un peu plus terne et qu'on ne la voit pas aussi facilement dans le crépuscule; d'autres la trouvent plus belle que Sirius.“ Voilà, mon respectable ami, des éclaircissemens bien diffus sur un travail qui aura bientôt quarante ans et qui devroit être condamné à l'oubli. Je viens de publier le cinquième volume de mon histoire de la Géographie du 15me siècle. A la fin de la deuxième Section (Examen critique T. V. p. 226—238) se trouve une longue note relative à la description donnée par Vespuce de plusieurs Canopi resplendenti, comme aux étoiles de la Croix du sud placées par Ptolemée dans les piés du Centaure. Du tems d'Améric Vespuce le pôle sud se trouvoit encore dans la constellation de l'Octant et les explications que d'après le conseil de mon savant confrère Mr *Ideler* je présente de quelques passages très-embrouillés du navigateur *Florentin*, recevront sans doute une nouvelle lumière, si Sir *John Herschel* qui

connoit si intimement les merveilles du ciel austral, veut bien jeter les yeux sur mon ouvrage. Je n'affirmerai pas positivement que le Canopo toaco de Vespuce (ein Canopus schwarz und wunderbarlich grofs, dit l'ancienne traduction allemande) est un des saca de charbon, mais je Vous rappellerai un passage peu connu de *Pierre Martyr d'Anghiera* (Oceanica Dec. I. lib. IX. ed. Colon. 1574 p. 96.) „Interrogati a me nautæ qui *Vicentium Agnem Pinzonum* fuerant comitati) an antarcticum viderint polum: stellam se nullam huic arcticae similem quae discerni circa punctum (polum?) possit, cognovisse inquiunt. Stellarum tamen aliam, ajunt, se prospexisse faciem densamque quandam ab horizonte vaporosam caliginem, quae oculos fere obtenebraret." Ces mots me paroissent offrir la plus ancienne description des coalbags. L'expédition de *Vincente Yañez Pinzon* est de 1499 et la rédaction du passage des Océaniques probablement de 1510. Le Père *Acosta* disserte plus tard sur la cause de ces taches „qui ressemblent à la figure et portion de la lune éclipsée." On a de la peine à concevoir comment Mr. *de Zach* (*Bode*, Jahrbuch 1788 p. 167) a pu conclure de ce passage que *Acosta* dont l'ouvrage a paru pour la première fois à Seville en 1590, ait parlé „de taches du soleil que l'on voit au Pérou et non en Europe." (Examen critique T. 4. p. 316—336). J'ai aussi trouvé dans le spirituel ouvrage d'Anghiera (Dec. III. lib. I. p. 217) la première indication des nuages de Magellan." Assecuti sunt Portugallenses alterius poli gradum' quintum quinquagesimum amplius: ubi punctum (polum?) circumeuntes quasdam nubeculas licet intueri, veluti in lactea via sparsos fulgores per universum coeli globum intra ejus spatii latitudinem." On peut prouver que ce passage est de 1514 par conséquent antérieur de sept ans au voyage de *Pigafetta*, même antérieur au voyage d'*Andrea Corsali* à Cochin dans l'Inde. Ces notions ne sont pas sans intérêt pour l'histoire de l'astrognosie.

A. de Humboldt.

Ueber den Ausdruck einer Function φx, durch Cosinusse und Sinusse der Vielfachen von x.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel.*

1.

Wenn man

$$[1] \ldots \varphi x = A^0 + 2A' \cos x + 2A'' \cos 2x + 2A''' \cos 3x + \ldots$$
$$+ 2B' \sin x + 2B'' \sin 2x + 2B''' \sin 3x + \ldots$$

annimmt, diesen Ausdruck nach und nach mit:

$$dx, \quad \cos x\, dx, \quad \cos 2x\, dx, \quad \cos 3x\, dx, \ldots$$
$$\sin x\, dx, \quad \sin 2x\, dx, \quad \sin 3x\, dx, \ldots$$

multiplicirt, und von $x = -\pi$ bis $x = \pi$ integrirt, so erhält man:

$$2\pi A^0 = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi x\, dx, \quad 2\pi A' = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi x \cos x\, dx, \quad 2\pi A'' = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi x \cos 2x\, dx, \ldots$$
$$2\pi B' = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi x \sin x\, dx, \quad 2\pi B'' = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi x \sin 2x\, dx, \ldots$$

Schreibt man unter den Integralzeichen, α statt x, so hat man also:

$$[2] \ldots\ldots\ldots\ldots 2\pi \varphi x = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi\alpha\, d\alpha + 2\cos x \int_{-\pi}^{\pi} \varphi\alpha \cos\alpha\, d\alpha + 2\cos 2x \int_{-\pi}^{\pi} \varphi\alpha \cos 2\alpha\, d\alpha + \ldots$$
$$+ 2\sin x \int_{-\pi}^{\pi} \varphi\alpha \sin\alpha\, d\alpha + 2\sin 2x \int_{-\pi}^{\pi} \varphi\alpha \sin 2\alpha\, d\alpha + \ldots;$$

Wenn φx eine periodische Function von x ist, eine solche deren Wertha durch die Veränderung von x in $x \pm 2\pi$, $x \pm 4\pi, \ldots$ nicht geändert wird, so ist diese Entwickelung derselben, falls sie von $x = -\pi$ bis $x = \pi$ richtig ist, offenbar für alle Werthe von x richtig. Ihre Form schliefst die Functionen von x aus, welche zwischen $x = -\pi$ und $x = +\pi$ nicht immer endlich bleiben. Da sie die Eigenschaft hat, periodisch zu sein, so kann sie nicht-periodische Functionen nicht für alle Werthe von x darstellen, sondern höchstens nur für innerhalb gewisser Grenzen liegende. Es tritt dann die Frage hervor, ob ihre Anwendung auf solche nicht-periodische Functionen überall statthaft ist, und innerhalb welcher Grenzen von x sie φx, und nicht eine davon verschiedene Gröfse ausdrückt.

Herr Prof. *Dirichlet* hat erwiesen *), dafs die Entwickelung [2], wie auch die Beschaffenheit der Function φx sein möge, vorausgesetzt dafs sie zwischen $-\pi$ und π nicht unendlich grofs wird, für Werthe von x, welche gröfser sind als $-\pi$ und kleiner als π, im Allgemeinen zu dem Werthe

*) *Crelle* Journal für die reine und angewandte Mathematik. Bd. IV. S. 157.

von φx convergirt, und nur für besondere Werthe von x, welche Unterbrechungen der Stetigkeit von φx entsprechen, zu anderen Grenzen. Die Strenge und Vollständigkeit dieses Beweises lassen nichts zu wünschen übrig. Ich kann also nicht die Absicht haben, mehr zu leisten, als der genannte scharfsinnige Geometer geleistet hat; ich kann nur wünschen, dafs die Betrachtungen, worauf der neue Beweis der ausgesprochenen, wichtigen Eigenschaft der Entwickelung [2], dessen Darstellung meine Absicht ist, beruhet, nicht minder evident erscheinen mögen, als die, worauf *Dirichlet* den seinigen gegründet hat. Jene scheinen mir wirklich, weniger im Wesentlichen, als in ihrer Anordnung, von diesen verschieden zu sein.

2.

Bezeichnet man die Summe aller Glieder der Entwickelung [2], bis zu $\cos nx$ und $\sin nx$ incl. genommen, durch $\varphi_n x$, so ist der Ausdruck dieser Summe:

$$2\pi\varphi_n x = \int_{-\pi}^{\pi}\varphi\alpha\, d\alpha\left\{1+2\cos(\alpha-x)+2\cos 2(\alpha-x)+\ldots+2\cos n(\alpha-x)\right\}$$

oder, wenn man diese Reihe summirt:

$$2\pi\varphi_n x = \int_{-\pi}^{\pi}\varphi\alpha\, d\alpha\,.\,\frac{\sin(2n+1)\frac{\alpha-x}{2}}{\sin\frac{\alpha-x}{2}}$$

und, wenn man das Integral in zwei von 0 anfangende Integrale zerlegt,

$$2\pi\varphi_n x = \int_0^{\pi}\varphi\alpha\, d\alpha\,\frac{\sin(2n+1)\frac{\alpha-x}{2}}{\sin\frac{\alpha-x}{2}} + \int_0^{\pi}\varphi(-\alpha)\, d\alpha\,\frac{\sin(2n+1)\frac{\alpha+x}{2}}{\sin\frac{\alpha+x}{2}}$$

Setzt man voraus, dafs $2n+1$ der Cubus einer Zahl k ist, so wird dieser Ausdruck:

$$2\pi\varphi_n x = \int_0^{\pi}\varphi\alpha\, d\alpha\,\frac{\sin k^3\frac{\alpha-x}{2}}{\sin\frac{\alpha-x}{2}} + \int_0^{\pi}\varphi(-\alpha)\, d\alpha\,\frac{\sin k^3\frac{\alpha+x}{2}}{\sin\frac{\alpha+x}{2}}$$

und, wenn man eine neue veränderliche Gröfse u einführt, welche für beide Integrale resp.

$$= k^3\frac{\alpha-x}{2} \quad \text{und} \quad = k^3\frac{\alpha+x}{2}$$

angenommen wird,

$$[3]\ldots\ldots\pi\varphi_n x = \int_0^{k^3\frac{\pi-x}{2}}\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{k^3\sin\frac{u}{k^3}} + \int_0^{k^3\frac{\pi+x}{2}}\varphi\left(x-\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{k^3\sin\frac{u}{k^3}}$$

Ich werde nun zuerst zeigen, dafs, wenn x die Grenzen $\mp\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$ nicht überschreitet, die oberen Grenzen beider Integrale, mit desto gröfserem Rechte, je gröfser k ist, mit $\frac{kk}{2}\pi$ verwechselt werden können; und ferner, dafs die Summe der beiden so begrenzten Integrale, sich dem Werthe von φx im Allgemeinen, und einer anderen Grenze für besondere Werthe von x desto mehr nähert, je gröfser k ist. Beide Annäherungen sind von der Art, dafs sie sich, wenn $k=\infty$ gesetzt wird, in Richtigkeit verwandeln.

3.

Die Verwechselung der oberen Grenzen beider Integrale [3] mit $\frac{kk}{2}\pi$ ist erlaubt, wenn

$$\int_{\frac{kk}{2}\pi}^{k^3\frac{\pi-x}{2}}\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{k^3\sin\frac{u}{k^3}} + \int_{\frac{kk}{2}\pi}^{k^3\frac{\pi+x}{2}}\varphi\left(x-\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{k^3\sin\frac{u}{k^3}}$$

für einen unendlich grofsen Werth von k verschwindet. Ich werde dieses von dem ersten Integrale zeigen; von dem zweiten gilt, mit sich von selbst ergebenden Abänderungen, alles was ich über das erste sagen werde. Verändert man die untere Gränze des ersten Integrals, welches ich durch ξ bezeichnen werde, in 0, so hat man $u+\frac{kk}{2}\pi$ statt u, also, da kk von der Form $4m+1$ ist, $\cos u$ statt $\sin u$ zu schreiben und erhält dadurch,

$$\xi = \int_0^{l\pi}\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\cos u\, du}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{k}+\frac{u}{k^3}\right)}$$

wo l für

$$k^3\frac{\pi-x}{2}-\frac{kk}{2}\pi = \frac{kk}{2}\left\{k-k\frac{x}{\pi}-1\right\}\pi$$

geschrieben ist. Die Grenze $l\pi$ dieses Integrals ist ein Vielfaches von π, wenn x ein gerades Vielfaches von $\frac{\pi}{k}$ ist; ich werde dieses, um unnöthige Weitläuftigkeit zu vermeiden, annehmen, und ξ in l Theile theilen, nämlich in die von 0 bis π, von π bis 2π, von 2π bis 3π, u. s. w. genommenen Integrale. Ich setze also

$$\xi = \Sigma\int_{h\pi}^{(h+1)\pi}\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\cos u\, du}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{k}+\frac{u}{k^3}\right)},$$

wo das Summenzeichen alle ganzen Zahlen h, von 0 bis $l-1$ betrifft; oder, indem ich die untere Grenze des Integrals in 0 verändere:

$$[4]\ldots\xi=\Sigma(-1)^h\int_0^\pi \varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2h\pi}{k^3}+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\cos u\,du}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{k}+\frac{h\pi}{k^3}+\frac{u}{k^3}\right)}$$

wofür ich, um abzukürzen,

$$\xi=\Sigma(-1)^h\,\psi h$$

oder

$$[5]\ldots\xi=\psi 0-\psi 1+\psi 2-\ldots\ldots+(-1)^{l-1}\psi(l-1)$$

schreiben werde.

Der Bogen, dessen Sinus in dem Ausdrucke von ψh vorkommt, ist für $h=0$ und $u=0$ so klein als er werden kann, nämlich $=\frac{\pi}{2k}$; er wächst mit h, und wenn h seine Grenze erreicht und $u=\pi$ gesetzt wird, ist er so grofs als er werden kann, nämlich $=\frac{1}{2}(\pi-x)$. Da x, der Annahme gemäfs, die Grenzen $\mp\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$ nicht überschreitet, so kann er also nicht gröfser werden als $\pi\left(1-\frac{1}{2k}\right)$. Der Sinus im Nenner von [4] ist also immer positiv und nicht kleiner als $\sin\frac{\pi}{2k}$. Das Integral in diesem Ausdrucke hat von 0 bis $\frac{1}{2}\pi$ und von $\frac{1}{2}\pi$ bis π entgegengesetzte Zeichen, und ist daher unter der Annahme, dafs der Quotient

$$\frac{\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2h\pi}{k^3}+\frac{2u}{k^3}\right)}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{2k}+\frac{h\pi}{k^3}+\frac{u}{k^3}\right)}$$

zwischen $u=0$ und $u=\pi$ entweder ununterbrochen wächst, oder ununterbrochen abnimmt, ohne Rücksicht auf sein Zeichen, kleiner als:

$$\frac{\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2h\pi}{k^3}\right)}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{2k}+\frac{h\pi}{k^3}\right)}-\frac{\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}+\frac{2(h+1)\pi}{k^3}\right)}{k^3\sin\left(\frac{\pi}{2k}+\frac{(h+1)\pi}{k^3}\right)},$$

wofür ich, um abzukürzen, $fh-f(h+1)$ schreiben werde. Die einzelnen Theile von ξ sind also kleiner als resp. $f0-f1$, $f1-f2$, $f2-f3$, u.s.w. Die Annahme, worauf dieses beruhet, ist erlaubt, da k beliebig grofs, also $\frac{u}{k^3}$ beliebig klein gesetzt werden kann; aus demselben Grunde ist es auch unnöthig, des Falles, in welchem die Function φ, zwischen h und $h+1$ ihre Zeichen ändert, als Ausnahme zu erwähnen.

Nehmen die Werthe von $f0$, $f1$, $f2\ldots$, die bald abnehmen, bald wachsen können, zwischen zwei Grenzen n und n' von h, entweder ab oder zu, so dafs ihr Abnehmen oder ihr Zunehmen mit fn anfängt und sich mit fn' endigt, so ist der sich über diesen Intervall erstreckende Theil von ξ, nämlich

$$(-1)^n\psi n+(-1)^{n+1}\psi(n+1)+\ldots+(-1)^{n'-1}\psi(n'-1),$$

kleiner als die Summe aller seiner Glieder, ohne Rücksicht auf ihre Zeichen genommen, und noch mehr kleiner als die Summe der, gleiches Zeichen besitzenden Gröfsen $fn-f(n+1)$, $f(n+1)-f(n+2),\ldots\ldots f(n'-1)-fn'$, oder, ohne Rücksicht auf das Zeichen, kleiner als $fn-fn'$. Versteht man unter m, $m',\ldots m^{(i)}$ die Werthe von h, für welche jedes Abnehmen oder Zunehmen der Werthe von fh anfängt oder sich endigt, so ist daher ξ kleiner als die Summe der, mit gleichem Zeichen genommenen Gröfsen $f0-fm$, $fm-fm'$, $fm'-fm''$,$\ldots fm^{(i)}-fl$. Da man aber nicht annehmen will, dafs die Function φ stetig ist, so kann sie für m, $m',\ldots$ zwei Werthe haben, wefshalb im Allgemeinen unter fm, $fm'\ldots$, in zwei aufeinanderfolgenden dieser Unterschiede, verschiedene Werthe zu verstehen sind.

Die Gröfsen $f0$, fm, $fm'\ldots fl$ haben die Nenner

$$k^3\sin\frac{\pi}{2k},\quad k^3\sin\left(\frac{\pi}{2k}+\frac{m\pi}{k^3}\right),\ldots\ldots\ldots k^3\sin\frac{\pi-x}{2}.$$

Der erste derselben ist von der Ordnung von kk; der letzte kann von derselben Ordnung sein, und ist es wirklich, wenn x entweder $=-\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$, oder dieser Grenze so nahe ist, dafs seine Entfernung von $-\pi$, obgleich sie gröfser ist, als $\frac{\pi}{k}$, noch als eine Gröfse derselben Ordnung angesehen werden kann; die übrigen sind im Allgemeinen von der Ordnung von k^3 und nie von einer niedrigeren als kk. ξ ist also kleiner als die angegebene Summe von $i+1$ Gröfsen, deren keine die Ordnung von $\frac{1}{kk}$ überschreitet; welche Summe diese Ordnung gleichfalls nicht überschreitet, da die Anzahl ihrer Glieder $(i+1)$ von der Beschaffenheit der Function φx und von der Grösse von x abhängt, nicht aber durch Vergröfserung von k vermehrt wird, also als ein beliebig kleiner Theil von k angesehen werden kann. Die Grenze von ξ, und damit ξ selbst, wird also desto kleiner, je gröfser k ist und verschwindet für $k=\infty$. Ich bemerke noch, dafs die Betrachtung, woraus dieses hervorgegangen ist, nicht minder zu demselben Ziele führt, wenn im Ausdrucke von ξ, am Anfange des gegenwärtigen §'s, unter dem Functionenzeichen φ, statt x eine andere Gröfse geschrieben wird.

Uebrigens verschwindet ξ völlig, wenn $x=\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$ angenommen wird, denn dann erreicht das bis $\frac{kk}{2}\pi$ genommene erste Integral des Ausdruckes [3] seine obere Grenze; derselbe

Fall tritt für das zweite Integral dieses Ausdruckes ein, wenn $x = -\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$ ist.

4.

Indem hierdurch klar geworden ist, dafs die oberen Grenzen der beiden Integrale des Ausdruckes [3], wenn k eine unendlich grofse Zahl bedeutet, mit $\frac{kk}{2}\pi$ verwechselt werden können, ist er auf

$$[6]\ldots\pi\varphi_n x = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi}\left\{\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)+\varphi\left(x-\frac{2u}{k^3}\right)\right\}\frac{\sin u\, du}{k^3\sin\frac{u}{k^3}}$$

zurückgeführt worden. Diese Zurückführung ist so lange statthaft, als x die Grenzen $\mp\pi\left(1-\frac{1}{k}\right)$ nicht überschreitet, oder **unendlich wenig** von $\mp\pi$ entfernt bleibt.

Da selbst an der Grenze dieses Integrals, $\frac{u}{k^3}$ unendlich klein $\left(=\frac{\pi}{3k}\right)$ ist, so ist $\frac{k^3}{u}\sin\frac{u}{k^3}$ nur in der Ordnung von $\frac{1}{kk}$ von 1 verschieden und kann daher damit verwechselt werden, oder man kann den Ausdruck:

$$[7]\ldots\pi\varphi_n x = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi}\left\{\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)+\varphi\left(x-\frac{2u}{k^3}\right)\right\}\frac{\sin u\, du}{u}$$

schreiben. Da die beiden, in diesem Ausdrucke vorkommenden Argumente der Function φ, sich, selbst an der Grenze des Integrals, nur um die unendlich kleine Gröfse $\frac{\pi}{k}$ von x entfernen, so geht daraus hervor, dafs alle entfernter liegende Werthe derselben keinen Einflufs auf $\varphi_n x$ haben, und dafs diese Gröfse allein durch das Verhalten der Function φ in dem unendlich kleinen Zwischenraume zwischen $x-\frac{\pi}{k}$ und $x+\frac{\pi}{k}$ bestimmt wird.

Bezeichnet man durch U das unbestimmte Integral

$$\int_0\frac{\sin u\, du}{u},$$

so ist dieses U für jeden positiven Werth von u positiv. Setzt man nämlich $h\pi+\nu$ für diesen Werth, wo ν seinen Ueberschufs über das nächst-kleinere Vielfache bedeutet, so hat man

$$U = \int_0^{\pi}\frac{\sin u\, du}{u}+\int_{\pi}^{2\pi}\frac{\sin u\, du}{u}+\ldots\ldots\ldots+\int_{(h-1)\pi}^{h\pi}\frac{\sin u\, du}{u}+\int_{h\pi}^{h\pi+\nu}\frac{\sin u\, du}{u}$$

oder

$$U = \int_0^{\pi}\frac{\sin u\, du}{u}-\int_0^{\pi}\frac{\sin u\, du}{\pi+u}+\int_0^{\pi}\frac{\sin u\, du}{2\pi+u}-\ldots\ldots\ldots+(-1)^h\int_0^{\nu}\frac{\sin u\, du}{h\pi+u},$$

in welchem Ausdrucke jedes folgende seiner Glieder offenbar kleiner ist, als das vorhergehende, und, da ihre Zeichen abwechseln, die Summe aller **positiv** (wie das erste Glied) ist. Integrirt man nun theilweise, so erhält man

$$\int\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{u} = U\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)-\int U d\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)$$

und, wenn man sich erinnert, dafs der Werth von U, für $u=\infty$, $=\frac{1}{2}\pi$ ist,

$$\int_0^{\frac{kk}{2}\pi}\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{u} = \tfrac{1}{2}\pi\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)-\int_0^{\frac{kk}{2}\pi}U d\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)$$

Indem aber U positiv ist und die Function φ, in dem in Betracht kommenden unendlich kleinen Zwischenraume zwischen x und $x+\frac{\pi}{k}$, entweder nur wächst, oder nur abnimmt, so hat das in diesem Ausdrucke vorkommende Integral das Zeichen von $\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)-\varphi x$ und ist kleiner als das Product dieser Gröfse in den gröfsten Werth von $U(=\frac{1}{2}\pi)$, also kleiner als

$$\frac{\pi}{2}\left\{\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)-\varphi x\right\};$$

oder es ist das Product dieser Gröfse, in einen eigentlichen positiven Bruch α multiplicirt. Man hat also

$$\int_0^{\frac{kk}{2}\pi}\varphi\left(x+\frac{2u}{k^3}\right)\frac{\sin u\, du}{u} = \tfrac{1}{2}\pi\left\{\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)-\alpha\left[\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)-\varphi x\right]\right\}$$

welche Gröfse offenbar zwischen $\frac{1}{2}\pi\varphi x$ und $\frac{1}{2}\pi\varphi\left(x+\frac{\pi}{k}\right)$ liegt und durch $\frac{1}{2}\pi\varphi(x+\varepsilon)$ bezeichnet werden soll, wo also ε eine unendlich kleine Gröfse bedeutet. Das zweite Integral von [7] erhält eben so den Ausdruck $\frac{1}{2}\pi\varphi(x-\varepsilon)$. Man hat also

$$\varphi_n x = \tfrac{1}{2}\left\{\varphi(x+\varepsilon)+\varphi(x-\varepsilon)\right\}\ldots\ldots\ldots(8)$$

Dieses ist die Form, auf welche Herr *Dirichlet* den Ausdruck der, hier durch $\varphi_n x$ bezeichneten, Grenze der Reihe [2] gebracht hat. Sie ist geeignet, diese Grenze in **allen** Fällen

anzugeben: indem man ihr desto näher kommt, je kleiner man ε annimmt, so folgt unmittelbar aus [8], dafs im Allgemeinen $\varphi x_n = \varphi x$ ist; für diejenigen besonderen Werthe von x aber, bei welchen die Stetigkeit der Function φ unterbrochen ist, und auf deren beiden Seiten sie verschiedenen Gesetzen folgt, ist die Grenze von $\varphi(x-\varepsilon)$ der dem einen Gesetze, die von $\varphi(x+\varepsilon)$ der dem anderen entsprechende Werth von φx, $\varphi_n x$ also die halbe Summe beider Werthe.

Obgleich, streng genommen, die Reihe [2] selbst für die Werthe von x, für welche die eben erwähnten Unterbrechungen der Stetigkeit stattfinden, zu einer bestimmten, und zwar der angegebenen Grenze convergirt, so darf dieses jedoch nicht so verstanden werden, dafs diese Grenze wirklich, z. B. durch Zahlenberechnung der Reihe [2], erreicht werden könnte. Denn da schon eine unendlich kleine Aenderung von x hinreicht, von dem Werthe von φx, welcher zu dem Gesetze der Function auf der einen Seite von x gehört, zu dem der anderen Seite entsprechenden, zu führen, und da unendlich kleine Aenderungen in der Rechnung nicht unterschieden werden können, so mufs diese den Werth der Reihe [2] in einem sehr kleinen Intervalle unbestimmt lassen.

5.

Um die Bedeutung der Reihe [2] vollständig kennen zu lernen, mufs man noch die Grenze aufsuchen, welcher sie sich nähert, wenn x nicht etwa unendlich wenig gröfser als $-\pi$, oder kleiner als π ist, sondern wenn es diese Grenzen selbst erreicht. Da sie die Periode 2π besitzt, so ist $\varphi_n\pi = \varphi_n(-\pi)$, so wie allgemein $\varphi_n x = \varphi_n(x\pm 2\pi) = \varphi_n(x\pm 4\pi) =$ u. s. w. Zu ihrer Kenntnifs für alle Werthe von x ist daher nur noch nöthig, dafs sie über eine volle Periode ausgedehnt werde, woran allein noch $\varphi_n\pi$, oder $\varphi_n(-\pi)$ fehlt.

Dem Ausdrucke [3] zufolge ist, wenn $x = -\pi$ gesetzt wird,

$$\pi\varphi_n(-\pi) = \int_0^{k^2\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2 \sin\frac{u}{k^2}} \cdots\cdots [9]$$

Ich habe aber im 3ten §. gezeigt, dafs

$$\int_0^{\frac{kk}{2}(2k-1)\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{\pi}{k}+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}} = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{\pi}{k}+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

ist, und auch bemerkt, dafs ebensowohl

$$\int_0^{\frac{kk}{2}(2k-1)\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}} = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

angenommen werden kann. Vergleicht man dieses mit dem Ausdrucke [9], so wird er

$$\pi\varphi_n(-\pi) = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}} + \int_{\frac{kk}{2}(2k-1)\pi}^{k^2\pi} \varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

Schreibt man in dem letzten Integrale dieses Ausdruckes $u+k^2\pi$ für u, so verwandelt es sich in

$$\int_{-\frac{kk}{2}\pi}^{0} \varphi\left(\pi+\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

und setzt man darin u für $-u$, in:

$$\int_0^{\frac{kk}{2}\pi} \varphi\left(\pi-\frac{2u}{k^2}\right)\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

Man erhält also

$$\pi\varphi_n(-\pi) = \int_0^{\frac{kk}{2}\pi} \left\{\varphi\left(-\pi+\frac{2u}{k^2}\right)+\varphi\left(\pi-\frac{2u}{k^2}\right)\right\}\frac{\sin u\, du}{k^2\sin\frac{u}{k^2}}$$

woraus, wie im vorigen §. folgt:

$$[10] \ldots \varphi_n(-\pi) = \tfrac{1}{2}[\varphi(-\pi+\varepsilon)+\varphi(\pi-\varepsilon)] = \varphi_n\pi$$

Hieraus geht hervor, dafs die Reihe [2] für $x = \pi$ oder $= -\pi$, sich der halben Summe von $\varphi\pi$ und $\varphi(-\pi)$ nähert. Sie stellt also die Function φx, von $x = -\pi$ bis $x = \pi$ inclusive dar, wenn diese Function für $x = \pi$ und $x = -\pi$ gleiche Werthe hat, wie z. B. der Fall der geraden, stetigen Functionen ist; wenn $\varphi\pi$ und $\varphi(-\pi)$ verschieden sind, so stellt sie die Functionen φx nur zwischen $x = -\pi$ und $x = \pi$ exclusive dar.

Das jetzt vollständig erkannte Verhalten der Reihe [2] zu der Function φx, aus welcher sie abgeleitet worden ist, läfst sich folgendermafsen aussprechen:

1. die Reihe convergirt immer zu einer bestimmten Grenze;
2. diese Grenze ist im Allgemeinen φx selbst; wenn aber einem Werthe von x zwei Werthe der Function zukommen, die halbe Summe beider; und dieses gilt
3. in dem ganzen Umfange der Werthe von x, für welchen die Eigenschaft der Reihe, ihre Werthe in der Periode 2π wieder hervorzubringen, seine Gültigkeit nicht unmöglich macht.

Bessel.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber.

Cracau 1839. Jan. 1.

Schon im Laufe des verflossenen Sommers habe ich den letzten Theil des Manuscripts meines Stern-Verzeichnisses aus *Bessels* Zonen-Beobachtungen nach Petersburg zum Drucke befördert. Somit ist dieses Werk, dem ich durch Jahre alle meine freie Zeit widmete, vollendet. Das Verzeichnifs enthält 31948 verschiedene Sterne, von denen 4776 öfter als einmal beobachtet sind. Zur Untersuchung der wahrscheinlichen Fehler in AR. und Decl. habe ich alle Sterne angewendet, die mehrmals beobachtet wurden. Das folgende Schema zeigt die wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Stunde mit den Gränzen derselben.

Stunde.	Zahl der versch. Sterne.	Σs^2 in α.	Wahrsch. Fehler in AR.	Gränzen.		Zahl der Beob. für d. AR.	Σs^2 in δ.	Wahrsch. Fehler in Decl.	Gränzen.		Zahl der Beob. für d. Decl.
		"	"	"	"		"	"	"	"	
0	122	9,0591	0,1259	0,1296	0,1224	260	587,10	1,030	1,054	0,993	255
1	230	16,2724	0,1248	0,1276	0,1221	475	1159,04	1,051	1,074	1,028	477
2	183	12,5476	0,1192	0,1220	0,1164	401	975,35	1,052	1,077	1,027	401
3	196	13,7199	0,1220	0,1249	0,1192	419	1150,39	1,115	1,141	1,089	421
4	198	14,3601	0,1265	0,1295	0,1235	408	1032,84	1,073	1,098	1,048	408
5	255	20,2989	0,1321	0,1349	0,1294	529	1403,92	1,096	1,118	1,073	532
6	165	11,5510	0,1247	0,1279	0,1215	338	756,75	1,009	1,035	0,983	338
7	157	10,9163	0,1240	0,1273	0,1207	323	599,52	0,919	0,943	0,894	323
8	167	11,0969	0,1223	0,1256	0,1192	337	552,20	0,861	0,883	0,838	339
9	149	8,0710	0,1097	0,1127	0,1067	305	537,81	0,896	0,920	0,871	305
10	174	8,0883	0,1007	0,1032	0,0982	363	701,44	0,936	0,960	0,913	364
11	155	8,0078	0,1043	0,1070	0,1016	335	1354,67	1,356	1,392	1,321	335
12	170	8,2030	0,1031	0,1057	0,1005	351	1276,39	1,286	1,319	1,253	351
13	205	11,6395	0,1176	0,1204	0,1147	383	1829,16	1,475	1,512	1,440	382
14	201	12,1214	0,1149	0,1175	0,1122	418	997,31	1,047	1,071	1,022	414
15	194	11,6073	0,1152	0,1179	0,1124	398	744,45	0,921	0,943	0,899	399
16	223	11,6171	0,1084	0,1108	0,1079	450	949,58	0,974	0,996	0,953	455
17	132	6,7894	0,1064	0,1094	0,1032	273	572,75	0,980	1,009	0,952	271
18	180	6,1561	0,0878	0,0900	0,0856	363	646,92	0,883	0,905	0,862	377
19	234	11,4174	0,1045	0,1067	0,1022	476	1238,71	1,069	1,092	1,046	493
20	282	15,8580	0,1085	0,1105	0,1064	613	1745,75	1,138	1,160	1,116	613
21	336	21,7464	0,1159	0,1180	0,1139	736	1734,10	1,029	1,047	1,011	745
22	290	14,5580	0,1043	0,1063	0,1023	610	1362,20	1,007	1,026	0,988	611
23	178	8,0067	0,0983	0,1007	0,0959	877	764,47	0,959	0,983	0,936	378

Ich habe also zu diesem Zwecke 9941 Beobachtungen in AR., und 9987 in Declination von 4776 verschiedenen Sternen verglichen. Nach dem vorigen Schema ist nun

$$\Sigma \text{ aller } s^2 \text{ in AR.} = 283''7096$$
$$\Sigma \text{ aller } s^2 \text{ in Decl.} = 24672{,}82,$$

also

der wahrsch. Fehler einer AR. $= 0''1139$ mit den Gränzen $\begin{cases} 0''1145 \\ 0{,}1134 \end{cases}$

der wahrsch. Fehler einer Decl. $= 1{,}060$ mit den Gränzen $\begin{cases} 1{,}065 \\ 1{,}055 \end{cases}$

Von den in den Königsberger Beobachtungen gegebenen Reductions-Tafeln habe ich viele nachgerechnet, auch manche Sterne am Himmel selbst beobachtet, um mir aufgestofsene Zweifel zu heben. Trotz der vielen Sorgfalt, die ich auf alle Theile der Rechnungen verwendete, mögen wohl noch manche kleine Fehler sich eingeschlichen haben, indessen wird deren Zahl in keinem Falle bedeutend seyn.

Nach einem eben erhaltenen Briefe des Staatsraths *v. Struve* sind bereits die ersten sechs Stunden gedruckt; von nun an wird der Druck schon rascher vorwärts gehen.

Dr. *Max Weisse.*

Altona 1839. März 21.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 375.

Schreiben des Herrn *C. Bremiker* in Berlin an den Herausgeber.

Die bedeutenden Störungen des Mercurs auf den *Encke*'schen Cometen während seines letzten Umlaufes, welche nach der *Laplace*'schen Masse berechnet bis zum November vorigen Jahres + 116 Secunden in mittlerer Anomalie betragen, wonach also der Comet um 2⅞ Stunden früher sein Perihel hätte erreichen müssen, ließen um so weniger eine gute Uebereinstimmung der Beobachtungen mit der im Voraus berechneten Ephemeride erwarten, als während der Sichtbarkeit der Comet der Erde sehr nahe kam, und daher ein geringer Fehler in der mittlern Anomalie einen bedeutenden Einfluſs auf den geocentrischen Ort haben muſste. Es kann daher nicht auffallen, wenn die Beobachtungen Unterschiede zeigen, welche ohne den Einfluſs des Mercurs mit der genauen Kenntniſs der Bahnelemente unverträglich sein würden. Der gütigen Mittheilung des Herrn Professors *Encke* verdanke ich die während der ganzen Sichtbarkeit auf hiesiger Sternwarte gemachten und vorläufig reducirten Beobachtungen. Die Abweichungen derselben von der Ephemeride giebt die nachstehende Vergleichung.

1838.	M. Berl. Zt.	AR Beobachtung.	AR Ephemeride.	Decl. Beobachtung.	Decl. Ephemeride.	Δα.	Δα cos δ.	Δδ.
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
Sept. 16	14 0 37	38 13 22,1	38 15 23,2	33 22 32,2	33 24 1,1	+ 2 1,1	+ 1 41,1	+ 1 28,9
17	11 52 0	38 13 27,7	38 16 0,5	33 42 35,4	33 44 8,2	+ 2 32,8	+ 2 7,1	+ 1 32,8
19	11 4 10	38 12 9,0	38 15 17,7	34 28 3,9	34 29 14,6	+ 3 8,7	+ 2 35,6	+ 1 10,7
21	12 56 54	38 8 5,4	38 11 11,6	35 17 59,9	35 19 36,5	+ 3 6,2	+ 2 32,0	+ 1 36,6
22	11 12 13	38 4 38,8	38 8 8,2	35 41 44,6	35 43 3,3	+ 3 29,4	+ 2 50,1	+ 1 18,7
23	11 8 5	38 0 34,1	38 3 56,4	36 7 31,8	36 8 59,3	+ 3 22,3	+ 2 43,4	+ 1 27,5
24	12 3 58	37 54 58,7	37 58 30,1	36 35 34,0	36 36 50,7	+ 3 31,4	+ 2 49,7	+ 1 16,7
25	11 10 9	37 49 36,4	37 52 24,7	37 1 48,7	37 3 26,3	+ 2 48,3	+ 2 14,4	+ 1 37,6
27	11 2 15	37 33 16,4	37 36 17,9	37 59 46,7	38 1 17,7	+ 3 1,5	+ 2 23,0	+ 1 31,0
29	15 11 27	37 9 15,2	37 12 42,9	39 6 40,0	39 8 48,6	+ 3 27,7	+ 2 41,2	+ 2 8,6
30	14 59 44	36 55 51,2	36 59 34,6	39 39 21,1	39 41 21,7	+ 3 43,4	+ 2 52,0	+ 2 0,6
Oct. 1	16 30 31	36 38 49,3	36 43 39,5	40 15 38,0	40 17 32,4	+ 4 50,2	+ 3 41,5	+ 1 54,4
12	8 55 52	31 15 52,2	31 20 55,5	47 55 1,6	47 58 24,2	+ 5 3,3	+ 3 23,3	+ 3 22,6
	10 15 39	31 13 35,1	31 18 6,1	47 58 13,7	48 1 21,9	+ 4 31,0	+ 3 1,4	+ 3 8,2
14	8 43 59	29 22 22,7	29 27 34,6	49 45 50,5	49 49 24,5	+ 5 11,9	+ 3 21,5	+ 3 34,0
18	7 37 23	24 1 42,7	24 7 21,1	53 54 7,2	53 58 51,6	+ 5 38,4	+ 3 19,4	+ 4 44,4
21	7 25 34	17 47 27,7	17 53 4,8	57 26 6,5	57 32 14,0	+ 5 37,1	+ 3 1,4	+ 6 7,5
23	7 52 36	11 52 38,7	11 57 39,2	59 56 14,2	60 3 23,6	+ 5 0,5	+ 2 30,5	+ 7 9,4
24	7 18 45	8 20 26,8	8 24 35,8	61 8 15,9	61 16 4,4	+ 4 9,0	+ 2 0,2	+ 7 48,5
25	12 55 52	3 5 31,9	3 7 47,4	62 36 4,3	62 44 24,3	+ 2 15,5	+ 1 2,3	+ 8 20,0
26	6 53 55	359 24 41,0	359 25 51,4	63 25 17,5	63 34 21,3	+ 1 10,4	+ 0 31,5	+ 9 3,8
Nov. 4	11 0 19	292 48 28,4	292 21 28,6	59 36 32,5	59 14 16,4	−26 59,8	−13 39,5	+ 3 43,9
5	Der Komet ist mit einem Stern verglichen, dessen Ort unbestimmt ist.							
6	12 56 36	281 8 26,2	280 43 24,9	53 58 23,1	53 58 57,4	−25 1,3	−14 43,0	+ 0 34,3
	Der Komet ist mit einem Stern verglichen, dessen Ort nicht bestimmt ist.							
8	10 3 1,7	273 6 55,4	272 44 4,9	48 4 7,6	48 2 46,0	−22 50,5	−15 15,8	− 1 21,6
10	10 1 21,5	266 34 48,1	266 14 11,2	41 28 26,5	41 25 25,4	−20 36,9	−15 26,8	− 3 1,1
12	6 28 24	261 51 44,0	261 33 4,8	35 25 43,2	35 21 33,0	−18 39,2	−15 12,0	− 4 10,2
13	6 40 5	259 42 13,3	259 24 50,1	32 14 44,5	32 10 22,9	−17 43,2	−14 59,2	− 4 21,6
19	6 45 21	250 37 12,9	250 24 6,8	15 55 57,9	15 51 24,9	−13 6,1	−12 53,5	− 4 33,1
23	5 49 40	246 44 25,1	246 34 2,5	7 42 55,8	7 38 48,3	−10 22,6	−10 17,0	− 4 7,5
25	Der Komet ist mit einem noch unbestimmten Sterne verglichen.							
26	5 22 54	244 29 19,1	244 20 20,2	2 36 13,0	2 32 39,2	− 8 58,9	− 8 58,3	− 3 33,8
28	5 13 2	243 14 10,3	243 6 6,8	−0 24 40,6	−0 27 32,9	− 8 3,5	− 8 3,5	− 2 52,3

Die Abweichungen sind fast genau den beiden ersten Gliedern $\cos\delta\,\frac{d\alpha}{dM}$ und $\frac{d\delta}{dM}$ der Differenzial-Coefficienten (Astr. Jahrbuch pro 1840) proportional. Für die Tage, wo diese berechnet sind, erhält man nämlich, aus den diesen Tagen am nächsten liegenden Beobachtungen:

	$\cos\delta.\frac{d\alpha}{dM}$	$\cos\delta.\Delta\alpha$	$\frac{d\delta}{dM}$	$\Delta\delta$
Sept. 25,0	+ 2,95	+ 2′ 32″	+ 1,57	+ 1′ 27″
Oct. 13,0	+ 4,60	+ 3 20	+ 4,11	+ 3 22
— 23,3	+ 3,51	+ 2 31	+ 9,04	+ 7 9
Nov. 12,9	—18,12	—15 3	— 4,29	— 4 19
— 23,2	—12,61	—10 17	— 4,30	— 4 8

Im Mittel ergiebt sich hieraus $dM = +49''9$, und eine um so viel verkleinerte mittlere Anomalie wird die Beobachtungen ziemlich genau darstellen. Die übrig bleibenden Abweichungen sind nämlich:

Sept. 26,0	$\Delta\alpha.\cos\delta = +5''$	$\Delta\delta = +8''$
Oct. 13,0	—30	— 4
— 23,3	$\Delta\alpha.\cos\delta = -25''$	$\Delta\delta = -23''$
Nov. 12,9	+ 3	—44
— 23,2	+ 8	—33

Berücksichtigt man, dafs die Störungen des Mercur während der früheren Umläufe immer sehr gering waren, und auch in dem letzten Umlaufe in Bezug auf die übrigen Elemente so unbedeutend sind, dafs ihr Einflufs auf den geocentrischen Ort keine Bogensecunde betragen kann, so wird es wahrscheinlich, dafs die jetzt so plötzlich hervorgetretenen bedeutenden Unterschiede zwischen Beobachtung und Ephemeride aus einer zu grofs angesetzten Mercurs-Masse erklärt werden müssen. Nach dieser Hypothese müfste der Betrag der Störungen des Mercur, welcher sich zu $+116''$ in M herausstellte, um 50″ verringert, oder die Masse desselben mit $\frac{4}{7}$ multiplicirt werden. Dieses Resultat kann jedoch nur als eine durch einen rohen Ueberschlag gewonnene erste Näherung angesehen werden, da die früheren Erscheinungen dabei unberücksichtigt geblieben sind. Die beiden aus den Beobachtungen von 1832 und 1835 abgeleiteten Normalörter geben aber die Bedingungsgleichungen

1832 Juni 5,9 $\quad 0 = -140''0 - 13{,}559\,dM - 297{,}791\,d\mu - 7{,}354\,d\Phi - 2{,}377\,d\pi + 0{,}120\,d\Omega + 0{,}714\,di$

$0 = -75''0 - 6{,}675\,dM + 56{,}629\,d\mu + 0{,}773\,d\Phi + 0{,}525\,d\pi - 0{,}141\,d\Omega - 1{,}538\,di$

1835 Juli 30,5 $\quad 0 = -106''3 + 3{,}383\,dM - 50{,}210\,d\pi - 1{,}390\,d\Phi + 0{,}379\,d\mu - 0{,}013\,d\Omega + 0{,}104\,di$

$0 = +31''5 - 0{,}732\,dM + 7{,}258\,d\mu + 0{,}215\,d\Phi - 0{,}055\,d\pi - 0{,}011\,d\Omega + 0{,}491\,di$

woraus man den Schlufs zu ziehen geneigt sein möchte, dafs, um auch die früheren Beobachtungen besser darzustellen, die Masse des Mercur noch mehr verringert werden müsse. Eine sorgfältige Untersuchung der früheren Erscheinungen, verglichen mit einem geänderten Werthe der Mercursmasse, kann jedoch allein hierüber entscheiden.

Wollte man auf physicalische Betrachtungen Gewicht legen, so würde eine Zusammenstellung der Dichtigkeiten der Planeten

Sonne	0,252
Mercur	2,94
Venus	0,923
Erde	1,0
Mars	0,948
Jupiter	0,238
Saturn	0,138
Uranus	0,252

vielleicht ebenfalls eine geringere Mercursmasse als wahrscheinlicher erscheinen lassen, wenn man erwägt, dafs, abgesehen von der an sich hohen Zahl 2,94, welche dem specifischen Gewichte 14,7 entspricht, durch eine unter die Hälfte verringerte Masse des Mercur die vier der Sonne näheren Planeten nahe die Dichtigkeit 1 erhalten, während die der Sonne und der drei grofsen Planeten, mit einiger Abweichung des ohnehin anomalen Saturn, nahehin $\frac{1}{4}$ ist.

Die bedeutenden Abweichungen zwischen Beobachtung und Ephemeride, welche in Verbindung mit der so sehr ungleichförmigen Bewegung des Cometen eine rasche Aenderung dieser Abweichungen zur Folge haben mufsten, liefsen zur bequemeren Reduction eine besser sich anschliefsende Ephemeride wünschen. Die derselben zu Grunde liegenden Elemente sind unverändert dieselben, wie in der 1sten Ephemeride, mit Ausnahme von M, welches dem Obigen zufolge in runder Zahl um 50″ geringer angenommen ist.

Zweite Ephemeride des Encke'schen Cometen.

Elemente.

1838 Dec. 19,0 Berliner M. Z.

$M_0 = 359° 59' 10''588$
$\mu = 1071''183718$
$\varphi = 57° 41' 43''95$
$\pi = 157\ 27\ 34{,}82$
$\Omega = 334\ 36\ 31{,}84$
$i = 13\ 21\ 29{,}01$

Encke's Comet im Jahre 1838.

12ʰ mttl. Zt. zu Berlin.	Aberration.	Red. f. w. Aeq.	Gerade Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Red. f. w. Aeq.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung. q	q'	Log. der Entfernung von d. Erde.	v. d. Sonne.
Sept. 16	7' 40",4	−19,8	38° 13' 16",1	+0' 2",45	−0,035	+1,4	+33° 21' 20",1	+0' 54",38	+0,029	9,970167	
17	7 30,7	19,8	38 13 54,1	+0 0,70	0,037	1,5	33 43 22,0	0 55,79	0,030	9,960884	0,232499
18	7 21,0	19,8	38 13 49,2	−0 1,12	0,039	1,5	34 5 58,6	0 57,29	0,031	9,951457	
19	7 11,4	19,8	38 12 59,2	0 3,07	0,042	1,5	34 29 11,6	0 58,82	0,033	9,941883	
20	7 1,8	19,8	38 11 21,1	0 5,13	0,044	1,6	34 53 2,8	1 0,45	0,035	9,932158	
21	6 52,3	−19,8	38 8 52,1	−0 7,25	−0,047	+1,6	+35 17 34,5	+1 2,19	+0,037	9,922277	0,219770
22	6 42,9	19,8	38 5 29,0	0 9,63	0,050	1,7	35 42 48,8	1 4,02	0,039	9,912239	
23	6 33,6	19,8	38 1 8,6	0 12,07	0,053	1,7	36 8 48,1	1 5,94	0,041	9,902037	
24	6 24,3	19,8	37 55 47,2	0 14,72	0,057	1,7	36 35 34,8	1 7,98	0,044	9,891668	
25	6 15,1	19,8	37 49 20,6	0 17,53	0,061	1,7	37 3 11,8	1 10,13	0,046	9,881128	0,206370
26	6 5,9	−19,9	37 41 44,1	−0 20,54	−0,065	+1,7	+37 31 42,0	+1 12,40	+0,049	9,870412	
27	5 56,9	19,9	37 32 53,1	0 23,75	0,069	1,8	38 1 8,3	1 14,81	0,052	9,859515	
28	5 47,9	19,9	37 22 42,2	0 27,20	0,075	1,8	38 31 34,1	1 17,36	0,055	9,848431	
29	5 39 0	20,0	37 11 4,9	0 30 95	0,081	1,7	39 3 2,9	1 20,06	0,058	9,837157	0,192234
30	5 30,1	20,0	36 57 54,2	0 34,99	0,088	1,7	39 35 38,5	1 22,93	0,061	9,825687	
Oct. 1	5 21,4	−20,1	36 43 2,6	−0 39,33	−0,095	+1,7	+40 9 24,7	+1 25,96	+0,065	9,814016	0,184867
2	5 12,7	20,2	36 26 21,3	0 44,13	0,104	1,7	40 44 26,0	1 29,18	0,069	9,802138	
3	5 4,1	20,2	36 7 40,7	0 49,33	.0,113	1,7	41 20 46,8	1 32,59	0,073	9,790048	0,177288
4	4 55,6	20,3	35 46 49,5	0 55,02	0,124	1,7	41 58 31,9	1 36,21	0,078	9,777740	
5	4 47,2	20,4	35 23 35,3	1 1,27	0,137	1,6	42 37 46,4	1 40,04	0,082	9,765210	0,169485
6	4 38,9	−20,5	34 57 43,6	−1 8,15	−0,151	+1,6	+43 18 35,5	+1 44,09	+0,087	9,752454	
7	4 30,7	20,7	34 28 58,2	1 15,77	0,167	1,5	44 1 4,8	1 48,39	0,092	9,739465	0,161447
8	4 22,5	20,8	33 56 59,9	1 24,23	0,186	1,5	44 45 20,1	1 52,93	0,097	9,726241	
9	4 14,5	20,9	33 21 27,6	1 33,64	0,207	1,4	45 31 27,4	1 57,73	0,102	9,712777	0,153161
10	4 6,6	21,1	32 41 56,2	1 44,17	0,232	1,3	46 19 33,1	2 2,79	0,108	9,699071	
11	3 58,8	−21,3	31 57 57,0	−1 56,01	−0,262	+1,2	+47 9 43,3	+2 8,10	+0,113	9,685121	0,144613
12	3 51,1	21,5	31 8 55,5	2 9,38	0,296	1,1	48 2 4,0	2 13,67	0,118	9,670926	
13	3 43,6	21,7	30 14 12,3	2 24,55	0,337	0,9	48 56 41,4	2 19,48	0,123	9,656486	0,135788
14	3 36,1	22,1	29 13 0,1	2 41,84	0,385	0,8	49 53 40,6	2 25,50	0,127	9,641805	
15	3 28,8	22,4	28 4 23,7	3 1,66	0,443	0,6	50 53 6,5	2 31,67	0,130	9,626888	0,126670
16	3 21,7	−22,7	26 47 16,2	−3 24,53	−0,510	+0,5	+51 55 1,5	+2 37,93	+0,130	9,611742	
17	3 14,7	23,1	25 20 19,3	3 50,97	0,592	0,2	52 59 26,7	2 44,17	0,128	9,596379	0,117241
18	3 7,8	23,5	23 41 58,0	4 21,66	0,692	0,0	54 6 19,9	2 50,23	0,122	9,580816	
19	3 1,1	23,8	21 50 17,2	4 57,72	0,814	−0,3	55 15 34,0	2 55,87	0,110	9,565072	0,107482
20	2 54,6	24,3	19 42 57,2	5 40,07	0,956	0,7	56 26 55,2	3 0,77	0,092	9,549176	
21	2 48,3	−24,8	17 17 13,7	−6 29,94	−1,128	−1,0	+57 40 1,1	+3 4,50	+0,061	9,533162	0,097373
22	2 42,2	25,3	14 29 47,6	7 28,87	1,332	1,5	58 54 16,5	3 6,42	+0,016	9,517075	0.092179
23	2 36,3	25,8	11 16 43,3	8 38,38	1,568	2,0	60 8 47,9	3 5,67	−0,050	9,500971	0,086889
24	2 30,6	26,3	7 33 30,0	9 59,77	1,826	2,6	61 22 18,8	3 1,17	0,142	9,484918	0,081500
25	2 25,2	26,7	3 15 13,0	11 33,79	2,090	3,2	62 33 2,4	2 51,43	0,270	9,468999	0,076008

$\alpha' = \alpha \pm p \cdot t + p' \cdot t^2$ $\delta' = \delta \pm q \cdot t + q' \cdot t^2$

12h mttl. Zt. zu Berlin.	Aberration.	Red. f. w. Aeq.	Gerade Aufst. α	Stündliche Bewegung. p	p'	Red. f. w. Aeq.	Abweichung δ	Stündliche Bewegung. q	q'	Log. der Entfernung von d. Erde.	Log. der Entfernung v. d. Sonne.
	′ ″		° ′ ″	′ ″			° ′ ″	′ ″			
Oct. 26	2 20,1	−26,8	358 16 52,3	−13 19,72	−2,312	−4,0	+63 38 32,2	+2 34,78	−0,432	9,453314	0,070410
27	2 15,2	26,4	352 34 18,9	15 14,01	2,423	4,8	64 35 40,2	2 9,19	0,641	9,437978	0,064702
28	2 10,6	25,5	346 5 33,4	17 9,04	2,319	5,7	65 20 27,0	1 32,83	0,878	9,423133	0,058880
29	2 6,4	24,1	338 62 39,5	18 52,26	1,915	6,6	65 48 21,0	+0 44,65	1,129	9,408933	0,052940
30	2 2,6	21,8	331 3 30,5	20 7,38	1,158	7,4	65 54 36,5	−0 15,20	1,366	9,395554	0,046878
31	1 59,2	−19,1	322 62 29,1	−20 39,62	−0,160	−8,2	+65 34 67,8	−1 24,20	−1,604	9,383190	0,040690
Nov. 1	1 56,2	16,1	314 38 26,7	20 22,12	+0,876	8,8	64 46 36,0	2 38,07	1,555	9,372042	0,034371
2	1 53,6	13,2	306 40 54,7	19 18,83	1,710	9,1	63 28 32,7	3 51,70	1,494	9,362317	0,027916
3	1 51,4	10,3	299 15 41,2	17 43,23	2,206	9,3	61 41 56,5	5 0,07	1,342	9,354214	0,021320
4	1 49,8	8,2	292 32 19,0	15 52,03	2,384	9,5	59 29 39,4	5 59,69	1,136	9,347915	0,014578
5	1 48,8	− 6,5	286 34 19,7	−13 58,59	+2,311	−9,4	+56 55 37,0	−6 48,63	−0,902	9,343571	0,007684
6	1 48,2	5,2	281 20 30,7	12 12,05	2,114	9,3	54 4 15,8	7 26,26	0,667	9,341288	0,000631
7	1 48,1	4,5	276 47 10,4	10 36,80	1,852	9,2	51 0 5,4	7 52,82	0,445	9,341125	9,993415
8	1 48,6	4,1	272 49 23,0	9 14,18	1,594	9,0	47 47 22,1	8 9,17	0,242	9,343080	9,986029
9	1 49,6	3,6	269 22 12,6	8 3,68	1,348	8,8	44 29 57,9	8 16,44	−0,066	9,347101	9,978465
10	1 51,2	− 3,5	266 20 58,7	− 7 4,12	+1,140	−8,6	+41 11 15,0	−8 15,95	+0,081	9,353081	9,970716
11	1 53,2	3,5	263 41 40,0	6 13,94	0,957	8,4	37 54 2,9	8 9,12	0,198	9,360875	9,962775
12	1 55,7	3,5	261 20 46,8	5 31,62	0,810	8,3	34 40 37,4	7 57,27	0,290	9,370308	9,954634
13	1 58,6	3,5	259 15 29,4	4 55,88	0,683	8,1	31 32 43,5	7 41,72	0,354	9,381187	
14	2 2,0	3,6	257 23 20,8	4 25,61	0,583	8,0	28 31 35,1	7 23,64	0,397	9,393319	9,937717
15	2 5,7	− 3,6	255 42 24,6	− 3 59,76	+0,497	−7,8	+25 38 1,8	−7 3,94	+0,421	9,406512	
16	2 9,9	3,6	254 11 2,5	3 37,62	0,428	7,7	22 52 32,1	6 43,46	0,430	9,420587	9,919895
17	2 14,4	3,6	252 47 64,3	3 18,52	0,370	7,6	20 15 17,0	6 22,82	0,428	9,435381	
18	2 19,2	3,7	251 31 63,4	3 1,94	0,322	7,5	17 46 14,3	6 2,61	0,417	9,450752	9,901090
19	2 24,4	3,7	250 22 4,5	2 47,44	0,284	7,4	15 25 11,5	5 42,85	0,401	9,466576	
20	2 29,9	− 3,8	249 17 42,7	− 2 34,59	+0,252	−7,3	+13 11 50,3	−5 24,08	+0,381	9,482751	9,881218
21	2 35,7	3,8	248 18 11,2	2 23,21	0,226	7,2	11 5 47,7	5 6,33	0,358	9,499190	
22	2 41,7	3,8	247 22 59,4	2 12,94	0,204	7,1	9 6 37,7	4 49,70	0,335	9,515825	9,860910
23	2 48,1	3,8	246 31 42,6	2 3,59	0,187	7,1	7 13 53,2	4 34,20	0,311	9,532602	
24	2 64,8	3,8	245 44 0,9	1 64,99	0,173	7,0	5 27 6,9	4 19,84	0,288	9,549479	9,837917
25	3 1,7	− 3,8	244 69 38,7	− 1 46,93	+0,163	−7,0	+ 3 45 52,3	−4 6,57	+0,265	9,566425	
26	3 8,9	3,8	244 18 23,6	1 39,37	0,155	6,9	2 9 43,3	3 54,35	0,244	9,583418	9,814312
27	3 16,5	3,8	243 40 6,6	1 32,09	0,149	6,9	+ 0 38 15,4	3 43,14	0,224	9,600443	
28	3 24,4	3,7	243 4 41,9	1 24,99	0,147	6,9	− 0 48 54,7	3 32,86	0,205	9,617490	9,789300
29	3 32,6	3,7	242 32 6,6	1 17,96	0,146	6,8	2 12 8,8	3 23,46	0,188	9,634555	
30	3 41,1	− 3,6	242 2 19,8	− 1 10,92	+0,148	−6,8	− 3 31 47,2	−3 14,87	+0,171	9,651636	9,762835
Dec. 1	3 50,0	3,6	241 35 23,4	1 3,75	0,151	6,8	4 48 8,7	3 7,04	0,156	9,668736	
2	3 59,2	3,5	241 11 21,3	0 56,38	0,157	6,8	6 1 30,8	2 69,91	0,142	9,685856	9,734929
3	4 8,9	3,4	240 50 19,7	0 48,69	0,164	6,8	7 12 9,5	2 53,43	0,129	9,703001	
4	4 18,9	3,4	240 32 27,3	0 40,61	0,174	6,9	8 20 19,7	2 47,54	0,117	9,720174	9,705694

$$\alpha' = \alpha \pm p.t + p'.t^2 \qquad \delta' = \delta \pm q.t + q'.t^2$$

Die Abweichungen dieser 2ten Ephemeride von den Beobachtungen erreichen nur einmal, in Declination, die Größe einer Bogenminute, wie aus nachstehender Vergleichung näher zu sehen ist.

Vergleichung der zweiten Ephemeride mit den Beobachtungen.

	M. Berl. Zt.	α Beob.	α Ephem.	δ Beob.	δ Ephem.	Δα	Δδ	Δα cos δ
	h ′ ″	° ′ ″		° ′ ″				
Sept. 16	14 0 37	38 13 22,1	38 13 0,8	33 22 32,2	33 23 4,0	−21,3	+31,8	−17,8
17	11 52 0	38 13 27,7	38 13 34,1	33 42 35,4	33 43 9,1	+ 6,4	+33,7	+ 5,3
19	11 4 10	38 12 9,0	38 12 42,7	34 28 3,9	34 28 11,4	+33,7	+ 7,5	+27,8

	M. B. Zt.	α Beob.	α Ephem.	δ Beob.	δ Ephem.	Δα	Δδ	Δα cos δ
	h ′ ″	° ′ ″		° ′ ″				
Sept. 21	12 56 54	38 8 5,4	38 8 26,2	35 17 59,9	35 18 28,0	+ 20,8	+ 28,1	+17,0
22	11 12 13	38 4 38,8	38 5 17,9	35 41 44,6	35 41 52,2	+ 39,1	+ 7,6	+31,8
23	11 8 5	38 0 34,1	38 1 0,5	36 7 31,8	36 7 45,3	+ 26,4	+ 13,5	+21,3
24	12 3 58	37 54 58,7	37 55 28,0	36 35 34,0	36 35 33,8	+ 29,3	— 0,2	+23,4
25	11 10 9	37 49 36,4	37 49 17,1	37 1 48,7	37 2 8,0	— 19,3	+ 19,3	—15,4
27	11 2 15	37 33 16,4	37 32 58,4	37 59 46,7	37 59 50,7	— 18,0	+ 4,0	—14,2
29	15 11 27	37 9 15,2	37 9 8,3	39 6 40,0	39 7 13,1	— 6,9	+ 33,1	— 5,3
30	14 59 44	36 55 51,2	36 55 51,8	39 39 21,1	39 39 41,6	+ 0,6	+ 20,5	+ 0,5
Oct. 1	16 30 31	36 38 49,3	36 39 46,8	40 15 38,0	40 15 47,6	— 2,5	+ 9,6	— 1,9
12	8 55 52	31 15 52,2	31 15 16,5	47 55 1,6	47 55 7,5	— 35,7	+ 5 9	—23,9
	10 15 39	31 13 35,1	31 12 26,2	47 58 13,7	47 58 4,4	—1 8,9	— 9,3	—46,1
14	8 43 59	29 22 22,7	29 21 32,2	49 45 50,5	49 45 38,9	— 50,5	— 11,6	—32,6
18	7 37 23	24 1 42,7	24 0 40,1	53 54 7,2	53 53 48,2	—1 2,6	— 19,0	—36,9
21	7 25 34	17 47 27,7	17 46 26,9	57 26 6,5	57 25 48,9	—1 0,8	— 17,6	—32,7
23	7 52 36	11 52 38,7	11 51 50,8	59 56 14,2	59 55 51,4	— 47,9	— 22,8	—24,0
24	7 18 45	8 20 26,8	8 19 40,0	61 8 15,9	61 7 56,3	— 46,8	— 19,6	—22,6
25	12 55 52	3 5 31,9	3 4 26,6	62 36 4,3	62 35 31,7	—1 5,3	— 32,6	—30,0
26	6 53 55	359 24 41,0	359 23 56,7	63 25 17,5	63 25 1,5	— 44,3	— 16,0	—19,8
Nov. 4	11 0 19	292 48 28,4	292 48 29,4	59 36 32,5	59 35 37,5	+ 1,0	— 55,0	+ 0,5
5								
6	12 56 36	281 8 26,2	281 9 18,7	53 58 23,1	53 57 18,4	+ 52,5	—1 4,7	+30,9
8	10 3 1,7	273 6 55,4	273 7 42,3	48 4 7,6	48 3 20,6	+ 46,9	— 47,0	+31,4
10	10 1 21,5	266 34 48,1	266 35 11,5	41 28 26,5	41 27 42,6	+ 23,4	— 43,9	+17,5
12	6 28 24	261 51 44,0	261 51 51,7	35 25 43,1	35 24 51,1	+ 7,7	— 52,0	+ 6,3
13	6 40 5	259 42 13,3	259 42 13,4	32 14 44,5	32 14 2,6	+ 0,1	— 41,9	+ 0,1
19	6 45 21	250 37 12,9	250 36 53,5	15 55 57,9	15 55 27,0	— 19,4	— 30,9	—18,7
23	5 49 40	246 44 25,1	246 44 34,6	7 42 55,8	7 42 23,3	+ 9,5	— 32,5	+ 9,4
25								
26	5 22 54	244 29 19,1	244 29 29,5	2 36 13,0	2 35 50,5	+ 10,4	— 22,5	+10,4
28	5 13 2	243 14 10,3	243 14 26,4	— 0 24 40,6	—0 24 36,6	+ 16,1	+ 4,0	+16,1

Die Reduction des rein elliptischen Ortes, welchen die Ephemeride giebt, auf den wahren (Astr. Nachr. Nr. 353 S. 286) ist bei dieser Vergleichung nicht berücksichtigt worden.

Die drei Beobachtungen vom 5ten, 6ten und 25sten Novbr mufsten hier ausgelassen werden, weil der Comet mit Sterner verglichen ist, deren Ort erst näher bestimmt werden mufs.

C. Bremiker.

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte zu Modena, an den Herausgeber.

Catajo 1838. Juillet 31. (Beschlufs, man sehe Nr. 373.)

Or, en second lieu, des déclinaisons respectivement observées des quatre étoiles et comparées avec les hauteurs apparentes au dessous du pole on tire les valeurs de la réfraction observée, et tout de suite les différences avec la réfraction correspondante de la table *Carlini*, dont j'ai fait usage sans tenir compte de la petite correction thermomètrique du mercure dans le baromètre, parce que dans le cas de déterminations relatives, comme c'est l'actuel, on peut bien la négliger. Ainsi on a

Réfractions méridiennes au dessous du pôle.

1837.	Etoiles.		Réfraction par *Carlini* observée.	Réfraction par *Carlini* calculée.	Réfraction par *Santini.* observée.	Réfraction par *Santini.* calculée.	Réfraction par *Bianchi.* observée.	Réfraction par *Bianchi.* calculée.	Réfraction observée — calculée. *Carlini.*	*Santini.*	*Bianchi.*
15 Déc.	Matin	β Cassiopée	4′ 11″93	4′ 5″88	4′ 5″76	4′ 7″88	4′ 24″05	4′ 16″87	+ 6″05	— 2″12	+ 7″18
		η Cassiopée	4 38,07	4 31,96	4 32,20	4 33,57	4 53,99	4 45,02	+ 6,11	— 1,37	+ 8,97
	Soir	δ Ourse	4 9,49	4 7,19	4 9,04	4 12,35	4 27,05	4 23,12	+ 2,30	— 3,31	+ 3,93
		ε Ourse	4 35,37	4 29,03	4 30,51	4 34,52	4 54,03	4 47,47	+ 6,34	— 4,01	+ 6,56

Dans les différences des réfractions, observées et calculées, on voit que nous nous accordons bien Mr. *Carlini* et moi, autant pour la quantité absolue que pour le signe. Au contraire Mr. *Santini* s'éloigne de nous dans l'une aussi que dans l'autre; ce qui pourrait bien s'expliquer par une diversité de constitution atmosphérique sur l'horison de Padoue, à l'égard de ceux de Milan et de Modène qui se trouvent presque dans les mêmes circonstances: et cette diversité proviendrait peut-être, à Padoue du voisinage de la Mer adriatique; mais la chose a besoin d'être confirmée, et auparavant il faudrait s'assurer que dans les observations comparées il n'existait aucune discordance, ni pour les flexions des lunettes, ni pour les indications des baromètres employés.

Voyons enfin pour chaque lieu d'observation comme la réfraction du soir s'accorde pour la même hauteur de onze à quatorze degrès avec celle du matin. On obtient pour cela

à Milan.

Etoiles.		Hauteur appar.	Réfraction observée — calculée. 1837 Déc. 14	Differ.	Déc. 15	Differ.	Déc. 16	Differ.
δ Ourse	soir	13°28′	+ 3″79	+ 1″16	+ 2″30	+ 3″75	+ 3″03	— 1″53
β Cassiop.	matin	13 48	+ 4,95		+ 6,05		+ 1,50	
ε Ourse	soir	12 23	+ 4,72	....	+ 6,34	— 0,23	+ 3,99	— 2,36
η Cassiop.	matin	12 30	....		+ 6,11		+ 1,63	
			Moyenne	+ 1″16	....	+ 1″76	....	— 1″95

à Padoue.

Etoiles.		Hauteur appar.	1837 Déc. 14	Differ.	Déc. 15	Differ.	Déc. 16	Differ.
δ Ourse	soir	13°24′	— 3″32	— 7″83	— 3″31	+ 1″19	+ 3″01	— 4″55
β Cassiop.	matin	13 44	— 11,15		— 2,12		— 1,54	
ε Ourse	soir	12 19	— 0,36	— 5,49	— 4,01	+ 2,64	— 6,32	— 0,86
η Cassiop.	matin	12 26	— 5,85		— 1,37		— 7,18	
			Moyenne	— 6″66	....	+ 1″92	....	— 2″71

à Modène.

Etoiles.		Hauteur appar.	1834 Dec. 10	Differ.	1835 Déc. 16	Differ.	1837 Déc. 15	Differ.
δ Ourse	soir	12°39′	+ 6″72	+ 9″89	+ 7″76	+ 3″09	+ 3″93	+ 3″25
β Cassiop.	matin	12 59	+ 16,61		+ 10,85		+ 7,18	
α Ourse	soir	11 34	+ 10,90	+ 3,12	+ 4,92	+ 5,38	+ 6,56	+ 2,41
η Cassiop.	matin	11 41	+ 14,02		+ 10,30		+ 8,97	
			Moyenne	+ 6″51	....	+ 4″24	....	+ 2″83

Quoique dans ces résultats il y aie des irregularités d'un jour ou d'un lieu à l'autre qui sont trop fortes et desquelles on ne saurait rien conclure de certain ou de bien démontré, toutefois on y remarque: 1. que pour le même jour 15 Décembre de l'année dernière la moyenne différence de la réfraction du matin à celle du soir, la première d'elles en surpassant l'autre d'une petite quantité, s'accorde assez bien dans les trois lieux; 2. que mes observations de trois années différentes ont donné toujours la réfraction du matin plus grande que celle du soir, et cependant avec une diminution successive. Ces deux remarques me semblent confirmer qu'il soit absolument nécessaire dans cette espèce de recherches de s'en tenir tout simplement aux observations comparables faites à la faveur de l'atmosphère généralement et constamment sereine, et d'en rejetter les autres dépourvues de cette condition. Il est aussi vrai ce que Mr. *Carlini* venait de m'écrire peu ci-devant „qu'il faut beaucoup multiplier les observations de ce genre; car les réfractions proches de l'horison sont plutôt un phénomène météorologique, qu'un phénomène astronomique, parce qu'elles dépendent de la casuelle distribution de la chaleur et de l'humidité dans les couches de l'atmosphère; et par cette raison on ne doit espérer d'obtenir quelque constance dans les résultats à moins de comparer les moyennes d'un grand nombre d'observations, comme cela se pratique pour les hauteurs barométriques et thermométriques, pour les vents, la pluie et semblables.“ A quoi je me permets d'ajouter que ce nombre d'observations peut être diminué en les choisissant convénablement et avec la condition dont je vous ai parlà.

Du reste, que la réfraction du matin, les autres circonstances supposées égales, doive généralement résulter plus grande que celle du soir, pour les petites hauteurs, j'ai dit que cela est tout

à fait naturel et conforme à la différence de l'état atmosphérique dans les deux tems. Il ne faut pour s'en convaincre que réfléchir aux brouillards et aux vapeurs terrestes, qui pendant le jour et par la force de la chaleur se raréfient, s'élévent et se répandent dans les hautes régions de l'atmosphère, où ils nagent le soir; tandis que d'après l'abbaissement successif de la température survenu avec la nuit ils en descendent condensées et forment le matin un voile tout autour de l'horison, qui du sol s'étend en montant à la hauteur peut-être de quelques degrés. On observe très souvent ce phénomène à la simple vue; mais avec les lunettes on remarque de plus qu'à la hauteur même de onze ou douze degrés, et au dessous plus encore, les étoiles paraissent le matin déformées, grandes et pâles plus qu'on ne les observe le soir; ce qui dans le premier cas vient sans doute des vapeurs condeusées et descendues de l'atmosphère. C'est pour la même raison que je ne réussis que très-rarement à voir la Chèvre dans son passage méridien au dessous du pôle, quand il arrive le matin, et qu'au contraire il m'est souvent permis d'y voir cette étoile au commencement de la nuit. Je n'ignore pas que Mr. *Laplace* nous a laissé une table (Méc. cél. Livr. X. T. IV p. 275) pour tenir compte de l'accroissement de la réfraction dû à l'extrême humidité de l'air, et après laquelle il ajoute „il resulte de cette table que l'effet de l'humidité de l'air sur la réfraction est très peu sensible; l'excès de la puissance réfractive de la vapeur aqueuse sur celle de l'air étant compensé en grande partie par sa plus petite densité“ Or c'est précisément la très-différente densité de la vapeur nageante dans l'air, du matin au soir et pour les petites hauteurs, qui pourrait à mon avis produire une sensible différence des réfractions relatives. Et combien de choses ne nous sont elles encore cachées sur les lois de la réfraction tout-près de l'horison?

Un autre phénomène, dont j'ai été plusieurs fois témoin, vient à l'appui des réflexions précédentes. Ce sont les figures et les métamorphoses très-bizarres que m'a presenté quelquesfois le disque du Soleil à son lever, et que je n'ai jamais vues à son couchant. Après avoir passé la nuit sur l'observatoire de Modène, occupé et tout seul que je suis, j'aime quelquefois d'y rester pour attendre et contempler en silence le clair jour qui peu-à-peu s'avance, la nature qui se réveille se colore se ranime, la fraicheur et la beauté du matin qui sans doute n'a été jamais réproduit et embelli suffisamment ni par le pinceau de *Guido* ni par les vers des poëtes. Mais ce qui me ravit le plus, lorsque le ciel est par tout serein, c'est l'instant ou le soleil presque tout à coup se montre avec son rayon premier au bord de l'horison; parce que cet instant m'éléve et porte la pensée à celui de la création de la lumière. Un moment après, revenu de ce transport de l'âme, je m'applique aux considérations physiques sur les objets que je vois. Or j'ai vu plusieurs fois, comme je disais et notamment le matin du 10 Juin 1835 l'air étant bien pur après quelques jour de pluie, que le Soleil d'abord à l'horison rassemblait à une barre ou lame rectangulaire, de la quelle s'élevait ensuite un segment de cercle, qui se transforma bientôt en un rectangle basé sur l'autre; et puis il en naquit une figure comme une espèce de vase pour des fleurs. Les apparences lumineuses changèrent ainsi en bien de manières différentes jusqu'à ce que le vrai disque parut, déjà tout hors et même haut de quelques minutes sur l'horison. Il faut pourtant avertir que le lieu où le soleil se levait pour moi, est dans une partie de l'horison où il y a des basses plaines très humides et des vallées marécageuses, parce que c'est dans la direction des lagunes adriatiques; et encore on doit tenir compte de la pluie tombée les jours précédents. Mais de toutes les circonstances qui peuvent influer et modifier ce phénomène météorologique, la plus remarquable est certainement celle du tems ou de l'heure du matin; car je ne l'ai jamais vu le soir, et quelquesfois quand le coucher du Soleil est visible après un orage ou après de la pluie on observe seulement le bord de son disque dentelé. On a donc ici une nouvelle preuve que le voile horisontal des vapeurs plus réfractives se forme et s'étend surtout dans les premières heures du jour.

Bianchi.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber.

Cracau 1839. März 17.

Ich theile Ihnen hiemit die Resultate meiner Untersuchungen über die Breite der hiesigen Sternwarte mit.

Mit dem Jahre 1838 wurde der zehnjährige Cyclus der Beobachtungen zu diesem Zwecke geschlossen. In diesem Zeitraume vom Jahr 1829 bis Ende 1838 wurde mit dem Meridiankreise der Polarstern 834, und δ Urs. min. 505mal beobachtet; also wurden zur Bestimmung der Breite 1339 Beobachtungen verwendet. Die Resultate der einzelnen Jahre sind folgende:



Jahr.	Breite.		
1829	50° 3′ 50″21	aus 26	Bestimmungen.
1830	49,84	— 26	———
1831	50,13	— 21	———
1832	50,49	— 11	———
1833	49,19	— 12	———
1834	50,18	— 15	———
1835	49,90	— 13	———
1836	50,21	— 13	———
1837	49,34	— 9	———
1838	49,20	— 9	———

also im Mittel aus 155 Bestimmungen 50° 3′ 49″94, mit dem wahrscheinlichen Fehler eines jeden einzelnen Jahres-Resultates = 0″30 und dem wahrscheinlichen Fehler des Endresultates = 0″10.

Die Umkehrungen des Instrumentes gaben für dieses Element in diesem Zeitraume unmittelbar folgende Gröfsen:

Jahr.	Breite.	Zahl der Umkehrungen.
1829	50° 3′ 49″67	3
1830	49,78	22
1831	50,10	16
1832	50,09	13
1833	50,31	11
1834	50,87	16
1835	49,34	12
1836	50° 3′ 50″01	11
1837	49,52	7
1838	49,70	9

also im Mittel aus 120 Umkehrungen 50° 3′ 50″00, mit dem wahrscheinlichen Fehler einer jeden jährlichen Bestimmung = 0″28, und dem wahrscheinlichen Fehler des Endresultats = 0″09.

Hiermit kann also die Breite unserer Sternwarte mit ziemlicher Sicherheit zu

50° 3′ 50″0

angenommen werden.

Zur Zeit der Sonnenfinsternifs am 15ten d. M. hatten wir hier ganz heitern Himmel. Der Anfang derselben wurde um 4h 5′ 5″5, das Ende um 5h 15′ 28″5 Sternzeit beobachtet. Besonders beim Ende wallte die Sonne sehr, so dafs das Moment des Endes wohl nicht am sichersten seyn mag. Die Sonne zeigte an diesem Tage viele und grofse Flecken *).

Der Winter hat sich bei uns neuerdings eingestellt; den 11ten hatten wir −7°5 R., den 12ten −10°, den 13ten −12°7, den 14ten −9°7, den 15ten −11°5, und den 16ten fast 16° Kälte. Heute den 17ten ist es etwas milder; indessen hatten wir doch früh noch 6° R. Kälte.

Ich erlaube mir noch auf einen Druckfehler in Nr. 373 S. 224 aufmerksam zu machen. Die Gröfse $\frac{\Sigma c^2 x}{\Sigma c}$ ist nicht, wie dort steht, = 40″344, sondern = 40′ 3″44.

*) Das Barometer zeigte beim Anfange der Finsternifs	27″ 9‴97,	inneres Therm.	+1°2 R.,	äufseres Therm. −4°6 R.
zur Zeit der Mitte ———	9,80,	——— ———	0,0	——— ——— −4,6
beim Ende ———	9,84,	——— ———	−1,0	——— ——— −5,0

Dr. *Max Weisse.*

Vermischte Nachrichten.

Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften in London hat der Universitäts-Sternwarte in Breslau mit den Greenwicher Beobachtungen und deren Fortsetzung ein Geschenk gemacht.

Derselben Sternwarte hat die Königl. astronomische Gesellschaft in London die bereits erschienenen 10 Bände ihrer Abhandlungen geschenkt, und gleichfalls ihre Fortsetzung versprochen.

S.

Inhalt.

Altona 1839. April 18.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.
№. 376.

Ueber die Bestimmung der Libration des Mondes, durch Beobachtungen.

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Die Beobachtungen, welche die Herren *Bouvard*, *Arago* und *Nicollet* über den Mondfleck Manilius angestellt haben, sollten bekanntlich nicht allein eine neue Bestimmung der Neigung der Drehungsaxe des Mondes gegen die Ebene der Erdbahn ergeben, sondern auch über das Vorhandensein, in merklicher Gröfse, einer *wirklichen* Libration entscheiden. Sie sind so zahlreich, dafs ihre Resultate einen beträchtlichen Grad von Sicherheit erlangt haben; sie lassen auch nicht zweifelhaft, dafs die *wirkliche* oder *physische* Libration, nur einen geringen, allein für sehr genaue Beobachtungen bemerkbaren Umfang besitzen kann. Dafs aber die aus ihnen hervorgegangenen Werthe verschiedener Theile dieser Libration, so viel Gewicht besäfsen, dafs sie als unzweifelhafte Beobachtungsresultate angesehen und weiteren Folgerungen zum Grunde gelegt werden könnten, scheint weder Herrn *Nicollets* eigenes Urtheil, noch mit den beträchtlichen Unvollkommenheiten der einzelnen Beobachtungen, die man aus den Vergleichungen (Conn. des Tems 1822 p. 265—269) kennen lernt, vereinbar zu sein. Nichtsdestoweniger ist die vollständige Kenntnifs der Libration des Mondes von beträchtlichem, nicht allein selenographischen, sondern auch *allgemeinem* Interesse, indem sie sowohl zu einer Kenntnifs der Figur des Mondes führen, als auch einen der seltenen Fälle darbieten kann, in welchem etwas sich auf den *ursprünglichen* Zustand des Weltsystems beziehendes, zugänglich wird.

Ich habe daher längst den Wunsch gehegt, eine Beobachtungsmethode der Mondflecken angewandt zu sehen, welche mir beträchtlich gröfseren Erfolg zu versprechen scheint, als die bisher angewandte. Da unsere verdienstvollen Selenographen *Beer* und *Mädler*, nicht abgeneigt waren, die neue Untersuchung dieses Gegenstandes zu unternehmen, so habe ich ihnen die eben erwähnte Beobachtungsmethode vorgeschlagen. Jetzt erfahre ich mit Vergnügen, dafs sie beschäftigt sind, die Vorbereitungen dazu zu treffen, und zögere daher nicht länger, das Verfahren selbst und die Berechnungsart der dadurch zu erlangenden Beobachtungen bekannt zu machen.

1.

Vor allen anderen Instrumenten erscheint mir das *Heliometer* geeignet, eine Beobachtungsreihe zu ergeben, durch welche sowohl die Neigung der Drehungsaxe des Mondes, als auch die verschiedenen willkührlichen Constanten, von welchen die Kenntnifs seiner *physischen* Libration abhängt, bestimmt werden können. Meine Absicht ist, dafs damit die Entfernungen eines, in allen Erleuchtungen des Mondes deutlichen, in der Nähe des Mittelpunktes seiner Scheibe liegenden Punktes (den ich im Folgenden, um abzukürzen, den Punkt O nennen werde), von dem erleuchteten Rande, in *verschiedenen*, durch den Positionskreis des Instruments bekannt werdenden Richtungen gemessen werde. Wie der Ort von O auf der Mondscheibe durch solche Beobachtungen bestimmt wird, werde ich zeigen; lange fortgesetzte Bestimmungen dieser Art sollen die Grundlage der Untersuchung der Drehungselemente des Mondes werden.

Mit Ausnahme des seltenen Zusammentreffens des Vollmondes mit einer kleinen Breite, ist immer nur die Hälfte des Mondrandes erleuchtet. Im Allgemeinen können daher nur Entfernungen zwischen O und Punkten dieser Hälfte gemessen werden; allein es ist die Absicht, die letzteren, in etwa gleichen Entfernungen von einander, über den ganzen Umfang der erleuchteten Hälfte zu vertheilen, so dafs der erste dieser Punkte in der Nähe des nördlichsten Horns, der letzte in der Nähe des südlichsten genommen wird, und mehrere zwischen beiden liegen. Wenn, wie vorausgesetzt worden ist, O nahe am Mittelpunkte der Mondscheibe liegt, so ist der Winkel an O, zwischen dem ersten und letzten Puncte, näherungsweise $= 180°$, oder, wenn der Positionswinkel des ersten durch p, des letzten durch p' bezeichnet wird, so nähert sich $p'-p$ mehr oder weniger dieser Grenze. Ich werde beispielsweise voraussetzen, dafs man immer 7 Punkte des Randes beobachten will, von denen die beiden äufseren in der Nähe der Hörner liegen, die übrigen aber in Richtungen von O aus, welche $\frac{1}{6}(p'-p)$ voneinander entfernt sind. Da es gar nicht nothwendig ist, dafs der erste und der letzte dieser Punkte an den Hörnern des Mondes selbst genommen werden, sondern nur wünschenswerth, dafs sie sich nicht weit von ihnen entfernen, so kann man, der leichteren Einstellung des Positionskreises wegen, für $p'-p$ eine durch 6 theilbare Zahl von Graden annehmen. Man stellt also, nach und nach, den Positionskreis des Objectivs auf

$$p,\ \ p+\tfrac{1}{6}(p'-p),\ \ p+\tfrac{2}{6}(p'-p),\ldots\ldots p'$$

und mifst in jeder dieser Richtungen die Entfernung des Punktes O von dem Rande des Mondes.

Indessen fordert jede zuverlässige Messung mit einem Heliometer, dafs sie in den *beiden* Stellungen der Objectivhälften, welche die zu messende Entfernung der Bilder hervorbringen, wiederholt werde. Ich setze also diese *doppelte* Beobachtung auch hier voraus, und fordere ferner, dafs ihre Anordnung so getroffen werde, dafs der beobachtete Positionswinkel sich immer auf den Punkt O beziehe. Dieses erlangt man dadurch, dafs man, bei der ersten Beobachtung, das Bild von O, welches eine der Objectivhälften (I) ergiebt, in der Mitte des Sehefeldes hält, während sowohl diese Hälfte, als das Ocular, sich in der Axe des Instrumentes befinden; bei der anderen aber das von der anderen Hälfte (II) gemachte Bild desselben Punktes, nachdem das Ocular eben so weit als die Hälfte II, und in gleicher Richtung, von der Axe des Instruments entfernt worden ist.

Ich halte die folgende Anordnung der 14 erforderlichen Beobachtungen für die zweckmäfsigste: zuerst wird das Ocular in die Axe des Instruments gestellt, in welcher sich auch der optische Mittelpunkt der Hälfte I befindet; dann wird der Positionskreis nach und nach auf $p, p+\frac{1}{6}(p'-p) \ldots . p+\frac{5}{6}(p'-p), p'$ eingestellt, und in jeder dieser Stellungen die Entfernung zwischen O und dem Mondrande gemessen; darauf wird die Hälfte II auf die der früheren entgegengesetzten Seite der Axe des Instruments geschoben, das Ocular gleich weit von dieser Axe entfernt, beide Positionskreise auf p' gestellt und nun die *letzte* Messung wiederholt; dann, nach vorgenommener Einstellung beider Positionskreise auf $p+\frac{5}{6}(p'-p)$ und gehöriger Entfernung des Oculars von der Axe, die *vorletzte* Messung, und so fort bis man zur Wiederholung der *ersten* gelangt.

Wenn man Uebung im Gebrauche des Instruments besitzt, kann man leicht dahin gelangen, die ersten 7 Beobachtungen sowohl, als die letzten, in *gleichen* Zwischenzeiten zwischen je zwei aufeinanderfolgenden, zu machen. Hierdurch wird die spätere Berechnung der Beobachtungen wesentlich erleichtert, indem die Mittel der beiden Beobachtungszeiten jedes zusammengehörigen Paares von Messungen dann einander gleich werden, und alle 7 Entfernungen als *gleichzeitig* beobachtet angesehen werden können. Man wird eine Zwischenzeit von 2 Minuten zum Einstellen, Ablesen und Anschreiben hinreichend finden; rechnet man das Doppelte derselben zwischen der 7ten und 8ten Beobachtung, so fordert die ganze Reihe 28 Minuten Zeit; und diese Zeit ist, im Allgemeinen, nicht zu lang, um nicht sämmtliche kleine Aenderungen der gemessenen Entfernungen, als der Zwischenzeit proportional vor sich gehend, also als aus dem mittleren Resultate jedes zusammengehörigen Paares verschwindend, ansehen zu können. In der That würde diese Annahme vielleicht nicht erlaubt sein, wenn der Mond sich in der Nähe des Horizonts befände und schnell stiege oder fiele, indem dann die, durch die Strahlenbrechung entstehende Abplattung der Mondscheibe, sich, während der angegebenen Zeit, schon merklich ungleichmäfsig verändern würde; allein dieser Fall mufs, wegen der immer damit verbundenen Undeutlichkeit des Mondrandes, ohnedies ausgeschlossen werden. Nach meinen Erfahrungen hierüber würde ich keine Beobachtung, welche (wie die Beobachtungen, von welchen hier die Rede ist) grofse Genauigkeit erlangen soll, in weniger als 15° Höhe machen zu dürfen glauben; gelangt aber der Mond, bei beträchtlicher südlicher Abweichung, gar nicht auf diese Höhe, und sind Gründe vorhanden, seine Beobachtung dennoch nicht zu unterlassen, so darf sie nur in der Nähe seiner Culmination gemacht werden, wo die Annahme der gleichmäfsigen Aenderungen immer erlaubt ist. Uebrigens darf man in der genauen Einhaltung einer bestimmten Zwischenzeit der Beobachtungen, nicht zu ängstlich sein, indem die Aenderungen der zu messenden Entfernungen, so langsam vor sich gehen, dafs sie, während einiger Secunden, ganz unmerklich sind.

Aufser den Vortheilen, welche das *Heliometer* im Allgemeinen, in der Messung von Entfernungen von der hier vorkommenden Gröfse, vor anderen Instrumenten voraus hat, besitzt die beschriebene Beobachtungsmethode noch andere, welche sie in dem gegenwärtigen Falle besonders empfehlen. Indem sie mehrere Punkte des Mondrandes in das Resultat zieht, wird dieses wenig abhängig von der, durch an demselben sichtbare Berge erzeugten Unrichtigkeit der Voraussetzung der regelmäfsigen Begrenzung der Mondscheibe; der Einflufs der Unvollkommenheit einer Messung selbst, wird durch die Zahl der Messungen vermindert, indem nur *zwei* derselben, zur Bestimmung der Lage von O erforderlich sind; für den gröfsten Vortheil, welchen diese Methode gewährt, halte ich aber die Befreiung des Resultats von einer Annahme der Gröfse des Halbmessers des Mondes, indem dieser, offenbar vortheilhaft, aus demselben eliminirt werden kann. Auf diesen letzten Vortheil lege ich besonderes Gewicht, theils weil die Begrenzung des Mondes, in verschiedenen Zuständen der Atmosphäre, *verschieden* geschätzt werden kann; theils weil die Unsicherheit der periodischen Glieder der Horizontalparallaxen des Mondes, welche selbst in den neueren Mondstafeln noch vorhanden ist, eine Unsicherheit des jedesmaligen Werthes des Halbmessers zur Folge hat; endlich weil das Verhältnifs des Halbmessers zur Parallaxe nicht als genau bekannt angenommen werden kann, auch ohne Zweifel für verschiedene Fernröhre verschieden ist.

2.

Ich nehme, den ausgesprochenen Forderungen gemäfs, 7 *gleichzeitige* Messungen der Entfernungen zwischen O und

verschiedenen Punkten des Mondrandes, als gegeben an, und werde nun ihre Anwendung erläutern.

Zuerst ist nothwendig, dafs die Messungen von dem Einflusse der Strahlenbrechung befreiet werden. Die dazu erforderlichen Formeln habe ich, in der XV. Abtheilung meiner Beobachtungen, auf ihre bequemste Gestalt gebracht und führe sie hier nur an, ohne mich mit ihrer Ableitung aufzuhalten. Wenn die Mitte zwischen zwei Punkten, zwischen welchen die Entfernung s und der Positionswinkel p beobachtet sind, den Stundenwinkel t und die Abweichung d besitzt, so erhält man ihre Zenithdistanz z und ihren parallactischen Winkel q, durch die Formeln:

$$\begin{aligned} tang\, z \cos q &= cotg\,(\zeta + d) \\ tang\, z \sin q &= \alpha\, cosec\,(\zeta + d) \end{aligned}$$

wo ζ und $\log \alpha$ aus einer Tafel genommen werden, welche man, ein für allemal, für die Polhöhe φ des Beobachtungsortes, nach den Formeln:

$$tg\,\zeta = cotg\,\varphi \cos t; \quad \alpha = \sin \zeta\, tg\, t$$

berechnet hat. Eine solche Tafel, für Königsberg berechnet, habe ich a. a. O. mitgetheilt, auch ihr eine Tafel für den Logarithmen einer Gröfse k und seine Veränderungen durch die Stände der meteorologischen Instrumente hinzugefügt, welche Gröfse zwar von der Zenithdistanz z abhängig ist, jedoch von $z = 0$ bis $z = 70°$ fast als beständig angesehen werden kann. Durch die Hülfe dieser Vorbereitungen erhält man, sehr leicht, die Verbesserung der beobachteten

$$\begin{aligned} \text{Entfernung} &= sk\,\{aa + 1\} \\ \text{Positionswinkel} &= -k.ab - k\, tg\, d . tg\, z \sin q \end{aligned}$$

wo $a = tg\, z \cos(p - q)$, $b = tg\, z \sin(p - q)$ sind. Die Ausführung dieser Vorschriften wird in dem gegenwärtigen Falle noch weniger mühsam, als sie es im Allgemeinen ist; denn für alle 7 Messungen sind $tang\, z$, q, $\log k$ und der letzte Theil des Ausdruckes des Einflusses auf den Positionswinkel, nur einmal aufzusuchen. Für t und d können unbedenklich die scheinbaren Stundenwinkel und Declination des Mondsmittelpunkts gesetzt werden, welche man nach bekannten Formeln berechnet. Die Berichtigung des Positionswinkels durch die Strahlenbrechung erhält immer nur unbedeutenden Einflufs auf das Resultat der Beobachtungen; desto kleineren, je näher an dem Mittelpunkte des Mondes O ist; wenn die Mühe, sie zu berechnen, nicht unerheblich wäre, könnte man hierdurch veranlafst werden, sie ganz zu ersparen.

3.

Ich werde nun die vorhandenen 7 Beobachtungen von der Strahlenbrechung befreiet annehmen, die zusammengehörigen Werthe der Entfernung und des Positionswinkels, für eine von ihnen, durch s und p bezeichnen, und die Verbindung aufsuchen, in welcher sie mit dem Orte von O sind.

Bezeichnet man die Entfernung des Punktes O von dem Mittelpunkte des Mondes durch σ, den Positionswinkel des letzteren an dem ersteren durch π', den scheinbaren Halbmesser des Mondes durch h, so hat man:

$$\cos h = \cos\sigma \cos s + \sin\sigma \sin s \cos(\pi' - p).$$

Man verwandelt diese Gleichung leicht in:

$$\sin \tfrac{1}{2}h^2 \left\{1 + tg\, \tfrac{1}{2}\sigma^2\, tg\, \tfrac{1}{2}s^2\right\} = tg\, \tfrac{1}{2}\sigma^2 + tg\, \tfrac{1}{2}s^2 - \frac{2\, tg\, \tfrac{1}{2}\sigma\; tg\, \tfrac{1}{2}s}{\cos \tfrac{1}{2}h^2} \cos(\pi' - p)$$

und durch eine unerhebliche Vernachlässigung in:

$$hh = (s \cos p - \sigma \cos \pi')^2 + (s \sin p - \sigma \sin \pi')^2$$

und, wenn man den Positionswinkel π des Punktes O, an dem Mittelpunkte der Mondscheibe, einführt und $\pi = \pi' + 180°$ annimmt, was wegen der Kleinheit von σ erlaubt ist, in:

$$hh = (s \cos p + \sigma \cos \pi)^2 + (s \sin p + \sigma \sin \pi)^2$$

Es wird gefordert, σ, π, h so zu bestimmen, dafs sie den vorhandenen 7 Gleichungen dieser Art so nahe als möglich Genüge leisten. Näherungsweise richtige Werthe von $\sigma \cos \pi$ und $\sigma \sin \pi$, welche man kennen mufs, um die Methode der kleinsten Quadrate anwenden zu können, erhält man aus der Combination *zweier* dieser Gleichungen, welche man am vortheilhaftesten so wählt, dafs der Unterschied der beiden Positionswinkel, welche ich durch p und p' bezeichnen werde, nicht [illegible] von 90° verschieden ist. Ich setze die zu ihrer Berechnung nöthigen Formeln hieher. Setzt man

$$\begin{aligned} (s' - s) \cos \tfrac{1}{2}(p' - p) &= a \cos A \\ (s' + s) \sin \tfrac{1}{2}(p' - p) &= a \sin A \\ \frac{a}{2h} &= \cos B \end{aligned}$$

so erhält man:

$$\sigma \cos\left(\pi - \frac{p' + p}{2}\right) = -\frac{s' + s}{2 \cos B} \cos\left(\frac{p' - p}{2} \pm B\right)$$

$$\sigma \sin\left(\pi - \frac{p' + p}{2}\right) = -\frac{s' - s}{2 \cos B} \sin\left(\frac{p' - p}{2} \pm B\right)$$

Von den beiden Bestimmungen des Punktes O, welche aus der Zweideutigkeit dieser Formeln hervorgehen, liegt die eine innerhalb, die andere aufserhalb der Mondscheibe; die letztere gehört also nicht hieher.

Wenn man Näherungswerthe von $\sigma \cos \pi$, $\sigma \sin \pi$, h durch α, β, h, die ihnen hinzuzufügenden Verbesserungen durch $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, Δh bezeichnet und

$$s\cos p + \alpha = h'\cos P$$
$$s\sin p + \beta = h'\sin P$$

setzt, verwandelt sich die gegebene Gleichung zwischen σ, π, h und s, p in:

$$h - h' = \Delta\alpha.\cos P + \Delta\beta.\sin P - \Delta h$$

Die gesuchten Werthe von $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, Δh sind die, die aus der Auflösung der vorhandenen 7 Gleichungen dieser Art, nach der Methode der kleinsten Quadrate, hervorgehen. Ich bemerke dabei, dafs zwar diese Auflösung Fehler im Sinne der Entfernung und in dem darauf senkrechten, als gleich wahrscheinlich voraussetzt, dafs aber das Resultat auch durch eine andere Voraussetzung ihrer relativen Wahrscheinlichkeit kaum geändert wird, wenn O nahe an dem Mittelpunkte der Mondscheibe liegt.

Wenn man h immer aus denselben Mondtafeln bestimmt, so wird das Mittel aus allen Bestimmungen, welche die lange fortgesetzte Beobachtungsreihe für $1+\frac{\Delta h}{h}$ ergiebt, der Factor, womit man den Halbmesser dieser Tafeln multipliciren mufs, um *den* Werth desselben zu erhalten, der dem angewandten Fernrohre angemessen ist. Seine Richtigkeit hängt von der Genauigkeit der Kenntnifs des Werthes der Drehungen der Heliometerschraube ab. Auf die Werthe von $\sigma\cos\pi$ und $\sigma\sin\pi$ wirkt aber eine Unvollkommenheit dieser Kenntnifs in demselben Verhältnisse, in welchem sie den Halbmesser entstellt; sie wird also ganz unschädlich, wenn diese Gröfsen, bei ihrer weiteren Anwendung, mit dem aus den Beobachtungen selbst hervorgehenden Werthe des Mondhalbmessers verglichen werden.

4.

Nachdem man zur Kenntnifs von σ und π gelangt ist, mufs man die Geradeaufsteigung a und die Abweichung d des Punktes O, so wie sie aus dem Mittelpunkte des Mondes erscheinen, aufsuchen. Bezeichnet man die Entfernung dieses Mittelpunktes von dem Beobachter durch r', seine Geradeaufsteigung und Abweichung durch α' und δ', ferner die Entfernung, Geradeaufsteigung und Abweichung von O durch R, A, D, das Verhältnifs der Entfernung dieses Punktes von dem Mittelpunkte des Mondes, zu dem Aequatorealhalbmesser der Erde, durch $k:1$ und die Aequatoreal-Horizontal-Parallaxe des Mondes durch (π) *), so hat man:

$$R\cos D\cos A = r'\cos\delta'\cos\alpha' + k\sin(\pi)\cos d\cos a$$
$$R\cos D\sin A = r'\cos\delta'\sin\alpha' + k\sin(\pi)\cos d\sin a$$
$$R\sin D = r'\sin\delta' + k\sin(\pi)\sin d$$

*) Ich schliefse diese Bezeichnung durch ( ) ein, um sie von der vorkommenden anderen Bedeutung desselben Buchstabs zu unterscheiden.

und ferner

$$\cos\sigma = \sin D\sin\delta' + \cos D\cos\delta'\cos(A-\alpha')$$
$$\sin\sigma\cos\pi = \sin D\cos\delta' - \cos D\sin\delta'\cos(A-\alpha')$$
$$\sin\sigma\sin\pi = \cos D\sin(A-\alpha')$$

Durch die Verbindung der ersteren Gleichungen mit den letzteren erhält man:

$$R\cos\sigma - r' = k\sin(\pi)\{\sin d\sin\delta' + \cos d\cos\delta'\cos(a-\alpha')\}$$
$$R\sin\sigma\cos\pi = k\sin(\pi)\{\sin d\cos\delta' - \cos d\sin\delta'\cos(a-\alpha')\}$$
$$R\sin\sigma\sin\pi = k\sin(\pi).\cos d\sin(a-\alpha')$$

und durch die Summe der Quadrate dieser Gleichungen:

$$RR - 2Rr'\cos\sigma + r'r' = kk\sin(\pi)^2.$$

Löset man diese Gleichung auf, so ergiebt sie

$$R = r'\cos\sigma - \sqrt{\{kk\sin(\pi)^2 - r'r'\sin\sigma^2\}},$$

und wenn man

$$\frac{r'\sin\sigma}{k\sin(\pi)} = \sin S$$

setzt,

$$R = r'.\frac{\sin(S-\sigma)}{\sin S}.$$

Hierdurch verwandeln sich die drei letzteren Gleichungen in:

$$\cos(S-\sigma) = -\sin d\sin\delta' - \cos d\cos\delta'\cos(a-\alpha')$$
$$\sin(S-\sigma)\cos\pi = \sin d\cos\delta' - \cos d\sin\delta'\cos(a-\alpha')$$
$$\sin(S-\sigma)\sin\pi = \cos d\sin(a-\alpha')$$

und ergeben also:

$$\sin d = -\cos(S-\sigma)\sin\delta' + \sin(S-\sigma)\cos\delta'\cos\pi$$
$$\cos d\cos(a-\alpha') = -\cos(S-\sigma)\cos\delta' - \sin(S-\sigma)\sin\delta'\cos\pi$$
$$\cos d\sin(a-\alpha') = \sin(S-\sigma)\sin\pi$$

woraus die gesuchten Werthe von a und d gefunden werden. Die hier angewandten Werthe von r', α', δ' sind schon im 2ten § benutzt worden; der jetzigen Anwendung wegen ist es zweckmäfsig, sie etwas genauer zu berechnen, als die frühere erfordert.

Ich mufs noch etwas über die Wahl des anzuwendenden Werthes von k sagen. Nach *Burckhardts* Bestimmung ist es $= 0{,}2725$; nach der Bestimmung von Δh, welche die Beobachtung selbst ergeben hat (§. 3), ist

$$\frac{k\sin(\pi)}{r'} = \sin(h+\Delta h)$$

also

$$\sin S = \frac{\sin\sigma}{\sin(h+\Delta h)}.$$

Man mag aber das eine oder das andere wählen, so bleibt immer der Zweifel in dem Resultate, dafs k, welches sich auf den Punkt O bezieht, von einem Werthe, welcher aus Beobachtungen des Randes abgeleitet worden ist, etwas verschieden sein möge, oder, dafs die Entfernung jenes Punktes vom Mittelpunkte des Mondes nicht genau sein mittlerer Randhalbmesser sei. Dieser Zweifel kann nicht anders beseitigt werden

als durch die Einführung einer unbestimmten Verbesserung eines angenommenen Werthes von k in die Ausdrücke von s und d, und durch die Verfolgung ihres Einflusses auf die ferneren Resultate der Untersuchung. Auf eine Bestimmung des Werthes dieser Verbesserung, durch die Beobachtungen selbst, ist kaum zu hoffen, da ihr Einflufs durch die Nähe des Punktes O bei dem Mittelpunkte des Mondes stark verkleinert wird; aus diesem Grunde ist aber auch eine etwas fehlerhafte Annahme von k wenig nachtheilig; und ihr Einflufs auf die endlichen Resultate der Untersuchung wird noch weniger nachtheilig, da die Maxima der Entfernungen des Punktes O von dem Mittelpunkte der Mondscheibe, keinesweges mit den Maximis der Einflüsse der verschiedenen Theile der Libration zusammentreffen und daher, bei der langen Fortsetzung der Beobachtungsreihe, die Bestimmung dieser letzteren kaum beeinträchtigen können. Es tritt auch die Frage hervor, ob die Anwendung des *jedesmal* gefundenen Werthes von Δh, in dem Ausdrucke von $\sin S$, oder die Anwendung des *Mittels* aus allen Bestimmungen, welche die lange fortgesetzte Beobachtungsreihe liefert, zweckmäfsiger ist. Ihre Beantwortung hängt von einer Schätzung des Verhältnisses der mittleren, aus zwei von einander ganz unabhängigen Ursachen entstehenden Fehler in den Werthen von Δh ab; nämlich des Fehlers der Beobachtungen selbst, und des Fehlers der angenommenen Werthe von h, welcher aus Unvollkommenheiten der periodischen Glieder der Parallaxe des Mondes entsteht. Wenn die Unregelmäfsigkeiten der verschiedenen Bestimmungen von Δh gröfser sind, als dafs man sie den Beobachtungen allein zuschreiben könnte, so verdient die *jedesmalige* Bestimmung von Δh den Vorzug vor dem *Mittel*. Wenn aber die Mondstafeln, in Beziehung auf die Parallaxe, vervollkommnet sein werden, wird der Vorzug des *Mittels* nicht mehr zweifelhaft sein. *Hansens* neue Arbeiten über die Bewegung des Mondes, von welchen wir schon den theoretischen Theil besitzen, eröffnen eine nahe Aussicht, auch auf *diese* Vervollkommnung der Tafeln.

5.

Ich mufs noch den Zusammenhang entwickeln, in welchem der, durch das Vorhergehende bestimmte selenocentrische Ort eines Punktes auf der Oberfläche des Mondes, mit den Constanten ist, deren Bestimmung durch Beobachtungen, von einer vollständigen Kenntnifs der Libration gefordert wird; ich werde mit den nöthigen Erläuterungen der Theorie der Erscheinung anfangen. Bekanntlich ist die Entwickelung dieser Theorie eine der denkwürdigsten Leistungen *Lagrange's*; *Laplace* hat gezeigt, dafs die merkwürdigen, dadurch bekannt gewordenen Eigenschaften der Drehungen des Mondes, auch durch die Secularbewegungen des Mondes nicht beeinträchtigt werden; *Poisson* hat die Theorie noch weiter als seine Vorgänger vervollständigt.

Aus diesen Untersuchungen weifs man *erstlich*, dafs die aus den Beobachtungen hervorgegangene Gleichheit der mittleren Drehungszeit und der mittleren Umlaufszeit des Mondes, einen theoretischen Grund hat und in aller Schärfe stattfinden mufs; dafs das, gleichfalls beobachtete, Zusammenfallen des mittleren Ortes des aufsteigenden Knotens des Aequators des Mondes auf der Ecliptik, mit dem mittleren Orte des niedersteigenden Knotens der Mondsbahn, nothwendig ist; dafs die mittlere Neigung des Aequators des Mondes gegen die Ecliptik *beständig* ist. Man weifs *zweitens* daraus, dafs die Drehungsgeschwindigkeit und die Lage des Aequators des Mondes periodische Aenderungen erfahren, welche von der Anziehung der Erde auf den sphäroidischen Körper des Mondes herrühren. Man weifs *drittens* daraus, dafs ursprüngliche Verschiedenheiten der Drehung des Mondes, von *dem* mittleren Zustande, welcher jetzt, mit Berücksichtigung der Ungleichheiten, aus den Beobachtungen abgeleitet wird, sich *noch* zeigen und periodische Schwankungen um diesen Zustand hervorbringen können; dafs sie sich zeigen müssen, wenn nicht Reibungen oder Widerstände sie nach und nach unkenntlich gemacht haben. Ich werde diese verschiedenen Resultate jetzt näher angeben, so wie ihre fernere Anwendung erfordert.

Die Perioden der von der Anziehung der Erde erzeugten Bewegungen der Axen des Mondes, sind aus den mittleren Bewegungen der Erde, des Mondes, seiner Absidenlinie und seiner Knotenlinie zusammengesetzt, also bekannt; ihre Ausdehnungen hängen von den Hauptmomenten der Trägheit des Mondes A, B, C ab, nämlich von den Gröfsen

$$\frac{B-A}{C},\quad \frac{A-C}{B},\quad \frac{C-B}{A},$$

welche ich durch

$$\gamma,\quad -\beta,\quad \alpha$$

bezeichnen werde, und zwischen welchen die Gleichung

$$0 = \alpha - \beta + \gamma - \alpha\beta\gamma$$

stattfindet; so dafs die Bewegungen, von welchen hier die Rede ist, durch die Kenntnifs der Werthe *zweier* willkührlichen Gröfsen vollständig bekannt werden. Von den drei Hauptmomenten der Trägheit beziehen sich A und B auf die beiden, in der Ebene des Mondaequators liegenden Hauptaxen, und zwar A auf die näherungsweise nach der Erde gerichtete, B auf die darauf senkrechte; C folglich auf die diesen Aequator senkrecht durchschneidende. A ist das kleinste, C das gröfste dieser Momente; B ist gröfser als A und kleiner als C. α, β, γ sind also sämmtlich positiv.

Ich werde zuerst die Formeln anführen, welche *Poisson* für die von der Anziehung der Erde herrührenden Schwankungen des Mondes gefunden hat *). Die von ihm ange-

*) Conn. des Tems 1821 p. 219 und 1822 p. 280.

wandten Bezeichnungen mufs ich abzuändern mir erlauben, da die hier vorangegangene und noch folgende Benutzung gleicher Buchstaben, Mifsverständnisse erzeugen könnte.

Ich bezeichne die mittlere Länge des Mondes durch m, seiner Erdnähe durch π, seines aufsteigenden Knotens durch n; die Neigung und Excentricität seiner Bahn durch i und e; die mittlere Länge der Sonne durch M, ihrer Erdnähe durch Π; die Länge des aufsteigenden Knotens des Aequators des Mondes auf der Ecliptik durch N, seine Neigung durch I, den mittleren Werth derselben durch I'; der mittlere Werth von N ist $= n + 180°$. Ferner die Entfernung der der Erde zugewandten Hauptaxe des Mondes von dem aufsteigenden Knoten seiner Bahn durch $180° + m - n + u$ *), wo u eine kleine periodische Gröfse bedeutet. Ich setze ferner $m = m't + m''$, $\pi = \pi't + \pi''$, $n = n't + n''$, u. s. w.

Statt N und I werden zwei neue veränderliche Gröfsen s und s' eingeführt, welche damit durch die Formeln:

$$I = -s \sin(m-n) - s' \cos(m-n)$$
$$\sin I.(N-n+180°) = s \cos(m-n) - s' \sin(m-n)$$

verbunden sind. Diese Bezeichnungen und die statt der Momente der Trägheit eingeführten angenommen, hat man, nach der bekannten Theorie **):

$$u = \frac{3Hm'm'\gamma}{M'M'-3m'm'\gamma}\sin(M-\Pi) + \frac{3hm'm'\gamma}{(m'-\pi')^2-3m'm'\gamma}\sin(m-\pi)$$

wo H den Coefficienten des gröfsten Gliedes der jährlichen Ungleichheit des Mondes und h den Coefficienten des gröfsten Gliedes seiner Mittelpunktsgleichung bedeutet. Ferner erhält Herr *Poisson* für s und s' die Ausdrücke:

$$s = -ip \sin(m-n) + \frac{3\alpha m'(1+p)si}{\pi'-n'}\sin(\pi-n)$$
$$s' = -ip \cos(m-n) + \frac{3\beta m'(1{,}0391+p)si}{\pi'-n'}\cos(\pi-n)$$

und endlich sind zwischen p, α, β, γ die Gleichungen:

$$ip = I'$$
$$\beta = \frac{-2n'I'}{3m'(i+I')}$$
$$0 = \alpha - \beta + \gamma - \alpha\beta\gamma$$

vorhanden, vermittelst welcher p und zwei der Gröfsen α, β, γ eliminirt werden können. Ich setze nun

$$\alpha = \beta f$$

*) Genau genommen ist diese Entfernung aus zwei Theilen, $180° + m - N$ und $N - n + u$, welche im Winkel $180° - I$ gegeneinander geneigt sind, zusammengesetzt.

**) Méc. Cel. Liv. V. §. 16.

wo, dem Vorhergehenden zufolge, f positiv und kleiner als 1 ist. Durch die Einführung dieser Gröfse wird

$$\gamma = \frac{\beta(1-f)}{1-f\beta\beta}$$

und wenn man den Cubus der sehr kleinen Gröfse β vernachlässigt, was unbedenklich geschehen kann,

$$\gamma = \beta(1-f).$$

Hierdurch werden I' und f die beiden unbekannten Gröfsen der Theorie, und man darf für die erstere, bei der Berechnung des zweiten Gliedes, sowohl von s, als von s', den aus den Beobachtungen der Herren *Bouvard*, *Arago* und *Nicollet* hervorgegangenen Werth $I' = 1°28'45''$ annehmen. Setzt man nun die bekannten Werthe der übrigen, in den Formeln vorkommenden Gröfsen, nämlich:

M'	=	0°59′ 8″193	wo der mittlere Tag als Zeiteinheit genommen ist.
m'	=	13 10 34,890	
π'	=	0 6 40,919	
n'	=	−0 3 10,774	
i	=	5 8 44,0	Nach *Burckhardts* Mondstafeln.
H	=	−0 10 59,3	
h	=	6 18 12,4	
e	=	0,05486	

so erhält man folgende Ausdrücke, deren Form mir die zu der ferneren Anwendung geeignetste zu sein scheint:

$$u = -\frac{311''6(1-f)}{1+f.0{,}4727}\sin(M-\Pi) + \frac{41''5(1-f)}{1+f.0{,}0018}\sin(m-\pi)$$
$$s = -I' \sin(m-n) + 188''4 f \sin(\pi-n)$$
$$s' = -I' \cos(m-n) + 97{,}9 \cos(\pi-n)$$

Dem letzten Gliede des Ausdruckes von u giebt Herr *Poisson* das entgegengesetzte Zeichen, was ohne Zweifel ein Irrthum ist; die Verschiedenheiten seiner Coefficienten von den eben angeführten, werden wohl durch Verschiedenheiten der zu ihrer Berechnung angewandten Elemente erklärt werden können.

Die von dem ursprünglichen Zustande der Drehung des Mondes herrührenden Schwankungen, werden durch die Integrationen der Differentialgleichungen: *)

$$0 = \frac{d^2u}{dt^2} + 3m'm'\gamma u$$
$$0 = \frac{d^2s}{dt^2} - m'(1-\beta)\frac{ds'}{dt} + 4m'm'\beta s$$
$$0 = \frac{d^2s'}{dt^2} + m'(1-\alpha)\frac{ds}{dt} + m'm'\alpha s$$

gegeben. Der ersten derselben genügt man durch die Annahme $u = \cos\nu t$ oder $= \sin\nu t$, wenn $\nu\nu = 3m'm'\gamma$ genommen wird; ihr vollständiges Integral ist daher

$$u = a\cos\nu t + a'\sin\nu t$$

*) Méc. Cél. Liv.V. §. 16 u. 17.

wo a und a' willkührliche Constanten sind und $\nu = m'\sqrt{3\gamma}$ ist. Den beiden anderen genügt man durch die Annahme:

$$s = g \cos \mu t + g' \sin \mu t$$
$$s' = h \sin \mu t + h' \cos \mu t$$

wenn μ der Gleichung

$$0 = (\mu\mu - m'm'\alpha)(\mu\mu - 4m'm'\beta) - m'm'(1-\alpha)(1-\beta)\mu\mu$$

und g, g', h, h' den Gleichungen

$$g h' = -g' h$$
$$hh' \cdot \frac{\mu\mu - m'm'\alpha}{1-\alpha} = -gg' \cdot \frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{1-\beta}$$

entsprechend angenommen werden. Indem hierdurch zwei Gleichungen zwischen den Constanten g, g', h, h' gegeben werden, bleiben nur zwei davon willkührlich und die angenommenen Ausdrücke von s und s' sind unvollständige Integrale der Differentialgleichungen. Die den Bedingungsgleichungen zwischen den vier eingeführten Constanten entsprechenden Ausdrücke von h und h', durch g und g' sind:

$$h = g\sqrt{\left\{\frac{(1-\alpha)(\mu\mu - 4m'm'\beta)}{(1-\beta)(\mu\mu - m'm'\alpha)}\right\}}$$
$$h' = -g'\sqrt{\left\{\frac{(1-\alpha)(\mu\mu - 4m'm'\beta)}{(1-\beta)(\mu\mu - m'm'\alpha)}\right\}}$$

oder da, der Gleichung für μ zufolge:

$$\frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{1-\beta} = \frac{1-\alpha}{\mu\mu - m'm'\alpha} m'm'\mu\mu$$

ist,

$$h = g \frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu}$$
$$h' = -g' \cdot \frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu}$$

Indem dieser Gleichung durch zwei positive Werthe von $\mu\mu$ Genüge geleistet werden kann, welche ich durch $\mu\mu$ und $\mu'\mu'$ bezeichnen werde, erhält man, durch die Annahme jedes dieser Werthe, *ähnliche* Glieder der Ausdrücke von s und s', also die vollständigen Integrale der Differentialgleichungen:

$$s = g \cos \mu t + g' \sin \mu t + f \cos \mu' t + f' \sin \mu' t$$
$$s' = \{g \sin \mu t - g' \cos \mu t\} \frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu} + \{f \sin \mu' t - f' \cos \mu' t\} \frac{\mu'\mu' - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu'}$$

Die Auflösung der Gleichung für μ ergiebt:

$$\mu\mu = \frac{m'm'}{2}\{1 + 3\beta + \alpha\beta + \sqrt{[(1+3\beta+\alpha\beta)^2 - 16\alpha\beta]}\}$$
$$\mu'\mu' = \frac{m'm'}{2}\{1 + 3\beta + \alpha\beta - \sqrt{[(1+3\beta+\alpha\beta)^2 - 16\alpha\beta]}\}$$

Entwickelt man diese Wurzeln nach den Potenzen von α und β, so erhält man

$$\mu = m'\{1 + \tfrac{3}{2}\beta - \tfrac{3}{8}\beta(4\alpha + 3\beta) + \ldots\}$$
$$\mu' = m' 2\sqrt{(\alpha\beta)}\{1 - \tfrac{3}{2}\beta + \ldots\}$$

und

$$\frac{\mu\mu - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu} = 1 - \tfrac{3}{2}\beta + \ldots$$
$$\frac{\mu'\mu' - 4m'm'\beta}{(1-\beta)m'\mu'} = -2\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}\{1 + \tfrac{3}{2}\beta - \alpha + \ldots\}$$

Man kann also, mit hinreichender Annäherung, setzen:

$$\mu = m'\{1 + \tfrac{3}{2}\beta\}, \quad \mu' = 2m'\sqrt{(\alpha\beta)}$$

und die obigen Ausdrücke, in:

$$s = b \sin(\mu t + B) + c \sin(\mu' t + C)$$
$$s' = -b \cos(\mu t + B) + 2c\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cos(\mu' t + C)$$

zusammenziehen, in welchen b, B, c, C die willkührlichen Constanten sind.

Die Anwendung der oben schon angewandten Ausdrücke

$$\beta = -\frac{2n'I'}{3m'(i+I')}, \quad \alpha = f\beta, \quad \gamma = (1-f)\beta$$

führt auch die Perioden der Gröfsen u, s, s' auf die unbekannte Gröfse f zurück. Man hat nämlich, indem man diese Gröfse einführt:

$$u = a \sin\left\{t\sqrt{\left(\frac{-2n'm'I'(1-f)}{i+I'}\right)} + A\right\}$$
$$s = b \sin\left\{t\left(m' - \frac{n'I'}{i+I'}\right) + B\right\} + c \sin\left\{t \cdot \left(\frac{-4n'I'}{3(i+I')}\sqrt{f}\right) + C\right\}$$
$$s' = -b \cos\left\{t\left(m' - \frac{n'I'}{i+I'}\right) + B\right\} + \frac{2c}{\sqrt{f}} \cos\left\{t\left(\frac{-4n'I'}{3(i+I')}\sqrt{f}\right) + C\right\}$$

Aus den nun vollständig gefundenen Ausdrücken von s und s' kann man die Ausdrücke von I und N, nach den schon angeführten Formeln:

$$I = -s \sin(m-n) - s' \cos(m-n)$$
$$N = n + 180° + s \operatorname{cosec} I \cos(m-n) - s' \operatorname{cosec} I \sin(m-n)$$

ableiten; man erhält dadurch:

$$I = I' - 188''4 f \sin(m-n)\sin(\pi-n) - 97''9 \cos(m-n)\cos(\pi-n)$$
$$+ b\cos(m-n+\mu t+B)$$
$$- c\sin(m-n)\sin(\mu' t+C) - \frac{2c}{\sqrt{f}}\cos(m-n)\cos(\mu' t+C)$$

$$(N-n-180^\circ)\sin I' = +188''4 f\cos(m-n)\sin(\pi-n) - 97''9\sin(m-n)\cos(\pi-n)$$
$$+ b\sin(m-n+\mu t+B)$$
$$+ c\cos(m-n)\sin(\mu' t+C) - \frac{2c}{\sqrt{f}}\sin(m-n)\cos(\mu' t+C)$$

wo μ und μ' die Ausdrücke

$$m' - \frac{n' I'}{i+I'} \text{ und } \frac{-4n' I'}{3(i+I')}\sqrt{f}$$

haben.

6.

Es mufs jetzt gezeigt werden, welche Verbindung zwischen u, I, N und dem selenocentrischen Orte des Punktes O stattfindet. Da die Entfernung der, der Erde näherungsweise zugewandten, den *ersten* Meridian des Mondes bestimmenden Hauptaxe, von dem aufsteigenden Knoten der Mondbahn auf der Ecliptik $= 180^\circ + m - n + u$ gesetzt worden, und die Entfernung des aufsteigenden Knotens des Mondæquators von demselben Punkte $= 180^\circ + N - n$ ist, so ist die Entfernung jener Hauptaxe von diesem Knoten $= m - N + u$, und daher die Entfernung des durch O gelegten Meridians, dessen selenographische Länge durch λ bezeichnet werden soll, von demselben Knoten, $= \lambda + m - N + u$. Bezeichnet man die selenographische Breite des Punktes O durch β, seine selenocentrische Länge und Breite durch l und b, so erhält man, durch das sphärische Dreieck zwischen diesem Punkte und den Polen der Ecliptik und des Mondæquators, die Gleichungen:

$$\sin b = \sin\beta\cos I + \cos\beta\sin I\sin(\lambda+m-N+u)$$
$$\cos b\sin(l-N) = -\sin\beta\sin I + \cos\beta\cos I\sin(\lambda+m-N+u)$$
$$\cos b\cos(l-N) = \cos\beta\cos(\lambda+m-N+u)$$

welche zur Erfindung von l und b, aus bekannten Werthen von λ, β, I, N, u dienen. Man kann die unmittelbare Bestimmung der selenocentrischen Geradeaufsteigung und Abweichung, durch ganz ähnliche Gleichungen erlangen, in welchen, statt der auf die Ecliptik bezogenen Lage des Mondæquators, die auf den Erdæquator bezogene vorkommt; allein für den gegenwärtigen Zweck, nämlich für die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen und [illegible]ndung der unbekannten Gröfsen der ersteren, ziehe ic[illegible] Anwendung der auf die Ecliptik bezogenen Oerter von O vor und setze daher voraus, dafs sie aus den, im 4ten § aus den Beobachtungen abgeleiteten a und d berechnet worden sind.

Setzt man $I = I' + \nu$, $N = 180^\circ + n + w$, so sind n, ν, w kleine Gröfsen, deren Quadrate und Producte nicht in Betracht gezogen zu werden brauchen. Man kann dann, durch Differentiirung der drei Gleichungen, die Einflüsse kennen lernen, welche sowohl u, ν, w, als auch kleine Veränderungen angenommener Werthe von λ, β, I' auf l und b äufsern. Man erhält dadurch:

$$\Delta b = \alpha\left(\frac{\Delta\beta}{\cos\beta}\right) - \beta\Delta\lambda - \gamma.\Delta I' - \beta u - \gamma\nu + \delta\, w\sin I'$$
$$\cos b\,\Delta l = \beta.\left(\frac{\Delta\beta}{\cos\beta}\right) + \alpha\Delta\lambda + \delta'\Delta I' + \alpha u + \delta'\nu + \gamma'.w\sin I'$$

wo die Coefficienten folgende Bedeutungen haben:

$$\alpha = \cos I'\cos b - \sin I'\sin b\sin(l-n)$$
$$\beta = \sin I'\cos(l-n)$$
$$\gamma = \sin(l-n)$$
$$\delta = \cos(l-n)$$
$$\gamma' = tg\tfrac{1}{2}I'\cos b + \sin b\sin(l-n)$$
$$\delta' = \sin b\cos(l-n)$$

Will man das in $tang\,\frac{1}{2}I'$ multiplicirte Glied von γ', welches höchstens $= 0{,}013$ ist, vernachlässigen, so hat man $\gamma' = \gamma\sin b$, $\delta' = \delta\sin b$ und kann dadurch die Formeln in:

$$\Delta b = \alpha\left(\frac{\Delta\beta}{\cos\beta}\right) - \beta.\Delta\lambda - \gamma\,\Delta I - \beta u + \{w\sin I'\cos(l-n) - \nu\sin(l-n)\}$$
$$\cos b\,\Delta l = \beta\left(\frac{\Delta\beta}{\cos\beta}\right) + \alpha.\Delta\lambda - \delta.\sin b.\Delta I + \alpha u + \{w\sin I'.\sin(l-n) + \nu\cos(l-n)\}\sin b$$

zusammenziehen.

(Der Beschlufs folgt.)

Altona 1839. April 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 377.

Ueber die Bestimmung der Libration des Mondes, durch Beobachtungen. (Beschlufs.)

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Wenn man b und l, aus angenommenen Werthen von β, λ, I' und unter der Voraussetzung $N = 180^\circ + n$, so wie ohne Rücksicht auf u, ν, w berechnet und unter Δb und Δl die Unterschiede der so erhaltenen Werthe von b und l, von den aus der Beobachtung hervorgegangenen versteht, so ergiebt [illegible] Beobachtung die beiden eben entwickelten Gleichungen, und aus allen zusammen müssen die unbekannten Gröfsen der Aufgabe bestimmt werden.

Indessen müssen für u und die beiden von ν und w abhängigen Gröfsen, welche in den letzten Formeln vorkommen, ihre Ausdrücke gesetzt werden, damit man die Bedeutung der einzelnen Theile der Gleichungen besser übersehe. Dem 5ten § zufolge ist:

$$u = -\frac{311''6\,(1-f)}{1+f\,0{,}4727}\sin(M-\Pi) + 41''5\,(1-f)\sin(m-\pi) + a\sin(\nu t + A)$$

$$\begin{aligned} w\sin I'.\cos(l-n) - \nu\sin(l-n) = {} & +188''4 f\cos(m-l)\sin(\pi-n) - 97''9\sin(m-l)\cos(\pi-n) \\ & + b\sin\{m-l+\mu t+B\} \\ & + c\cos(m-l)\sin(\mu' t + C) - \frac{2c}{\sqrt{f}}\sin(m-l)\cos(\mu' t + C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w\sin I'.\sin(l-n) + \nu\cos(l-n) = {} & -188''4 f\sin(m-l)\sin(\pi-n) - 97''9\cos(m-l)\cos(\pi-n) \\ & + b\cos\{m-l+\mu t+B\} \\ & - c\sin(m-l)\sin(\mu' t + C) - \frac{2c}{\sqrt{f}}\cos(m-l)\cos(\mu' t + C) \end{aligned}$$

Die Untersuchung hat, wie hierdurch vor Augen liegt, [illegible] unbekannte Gröfsen, nämlich $\Delta\beta$, $\Delta\lambda$, ΔI, f, a, A, [illegible] B, c, C. Indessen kann man c und C davon ausschliefsen, [illegible] die Glieder, in welchen sie enthalten sind, eine so lange [illegible] besitzen, dafs sie sich in dem Laufe einer, einige [illegible] lang fortgesetzten Beobachtungsreihe, nicht erheblich [illegible], also ihren Einflufs fast genau auf λ und β übertragen, [illegible] welche Gröfsen daher, durch zwei solche, aber durch eine [illegible] Zeit voneinander getrennte Beobachtungsreihen, *verschie[illegible]* Werthe gefunden werden können. Indem nämlich

$$\nu = \sqrt{\left\{\frac{-2n'm'I'}{i+I'}\right\}}\sqrt{(1-f)}$$

$$\mu = m' - \frac{n'I'}{i+I'}$$

$$\mu' = \frac{-4n'I'}{3(i+I')}\sqrt{f}$$

[illegible], so erhält man ihre Zahlenwerthe, durch die Anwendung [illegible] im 4ten § angeführten Werthe von m', n', i, I':

$$\nu = 2010''241\sqrt{(1-f)}$$
$$\mu = 47477{,}486$$
$$\mu' = 56{,}7946\sqrt{f}$$

also die Perioden der in a, b, c multiplicirten Glieder:

$$= \frac{644{,}7}{\sqrt{(1-f)}};\quad 27{,}297;\quad \frac{22819{,}1}{\sqrt{f}}\ \text{Tage.}$$

Will man, um eine ohngefähre Schätzung der ersten und letzten dieser Perioden zu erhalten, den aus der Untersuchung des Herrn *Nicollet* hervorgegangenen Werth von f, etwa $= \frac{1}{15}$, anwenden, obgleich er nur mit Mifstrauen gegen seine Richtigkeit gegeben wird, so findet man die erste Periode kürzer als 2 Jahre und die letzte $=$ 242 Jahren; die zweite ist sehr wenig kürzer als ein Sideralmonat. Da die Dauer der letzten Periode jedenfalls 63 Jahre überschreitet, so geht hervor, dafs die Ausschliefsung der beiden sich darauf beziehenden unbekannten Gröfsen erlaubt ist; zugleich wird wahrscheinlich, dafs schon eine 2 bis 3 Jahre lang fortgesetzte Beobachtungsreihe, eine ganze Periode der Gröfse a umfassen wird. Gelingt es, einen merklichen Werth von a durch die Beobachtungen an den Tag zu legen, so wird die Bestimmung der Dauer seiner Periode, welche man durch fortgesetzte, oder nach langer Zeit wiederholte Beobachtungen erhalten kann, das sicherste Mittel zur genauen Bestimmung von f werden. Die Entfernung $m - l$ der selenocentrischen Länge eines Punktes auf dem Monde, von dem mittleren Orte der Erde, ist sehr nahe beständig und

sehr nahe der selenographischen Länge des Punktes gleich; die Perioden, welche ich eben aufgesucht habe, werden also durch das Hinzukommen dieser Gröfse nicht verändert.

Man würde die Anzahl der unbekannten Gröfsen der Untersuchung von 8 auf 4 bringen, wenn man a und b als verschwindend voraussetzen wollte. Dieses hat Herr *Nicollet* wirklich gethan; auch scheinen die Beobachtungen, welche ihm zu Gebote standen, nicht den Grad von Schärfe zu besitzen, welchen sie besitzen müfsten, wenn sie die Grundlage einer *weiter* gehenden Untersuchung hätten werden sollen. Indessen scheint die Annahme, dafs die, den ursprünglichen Zustand der Drehung des Mondes andeutenden Gröfsen, Anfangs oder später, verschwunden seien, keinen haltbaren Grund zu haben, wenn auch die Unmerklichkeit der ähnlichen, sich auf die Erde beziehenden Gröfsen, durch die Beobachtungen bekannt geworden ist. Eine neue, auf kräftigere Beobachtungen gegründete Untersuchung der Libration des Mondes, würde daher, wenn sie diese Gröfsen unberücksichtigt liefse, nicht allein von dem ihr erreichbaren Ziele entfernt bleiben, sondern auch keine Sicherheit ihrer übrigen Resultate gewähren und die Gelegenheit unbenutzt lassen, eine an sich sehr interessante Frage über die Beschaffenheit des Weltgebäudes zu beantworten.

7.

Obgleich der Vorzug nicht zweifelhaft sein kann, welchen die in dem Vorhergehenden verfolgte Beobachtungsmethode, vor der bisher, zur Erreichung desselben Zweckes angewandten besitzt, so wird doch eine wirkliche Ausführung derselben *näher* zeigen, was man davon zu erwarten hat. Ich habe sie daher am 31sten März 1839, zur Bestimmung des Ortes des Kraters, welchen die *Beer* und *Mädler*sche Mondkarte unter —5° 15′ und —3° 14′ der selenographischen Länge und Breite angiebt, angewandt. Diesen Krater habe ich vor anderen, der Mitte des Mondes nahe liegenden, gewählt, weil er, selbst im Vollmonde, sehr hell und in scharf begrenzter kreisförmiger Gestalt erscheint, auch durch seine Umgebungen, leicht von anderen ähnlichen Kratern unterschieden werden kann und daher den Beobachter nicht der Gefahr des Verwechselns aussetzt.

Die Beobachtungen sind auf die im 2ten § auseinandergesetzte Art gemacht. Statt der dort vorgeschlagenen Zwischenzeit von 2 Minuten zwischen je zwei aufeinanderfolgenden, habe ich in einer Beobachtungsreihe 2′ 15″, in einer anderen 2′ 30″ genommen; das nothwendige, wiederholte Aufsteigen auf die Treppen an dem grofsen Königsberger Heliometer erforderte so viel von der Zeit von 2 Minuten, dafs ich damit nur mit einiger Uebereilung hätte ausreichen können, während diese Zwischenzeit sicher hinreichend ist, wenn ein Gehülfe das Anschreiben der Beobachtungen, oder einen anderen Theil der Arbeit übernimmt. Ueber die Beobachtungen, welche ich, so wie sie aufgeschrieben wurden, folgen lasse, ist nichts weiter zu bemerken, als dafs ich statt der unmittelbar eingestellten Positionswinkel ihre, durch die von dem Instrumente selbst und seiner Aufstellung herrührenden kleinen Verbesserungen, schon berichtigten Werthe, anführe.

Positionswinkel.	Uhrzeit.	Messung.	Uhrzeit.	Messung.	Entfernung 12h 13′ 30″	
		r		r	r	
27° 0′8	11h 58′ 0″	41,197	12h 29′ 0″	78,811	18,807	995″48
55 0,5	12 0 15	42,223	26 45	77,794	17,7855	941,41
82 59,3	2 30	43,484	24 30	76,542	16,529	874,91
110 58,6	4 45	44,687	22 15	75,362	15,3375	811,84
138 59,1	7 0	45,510	20 0	74,522	14,506	767,82
167 0,1	9 15	45,869	17 45	74,142	14,1365	748,27
195 0,7	11 30	45,692	15 30	74,261	14,2845	756,10

Gleich nach dieser vollständigen Beobachtungsreihe machte ich eine *zweite* ähnliche, in der Absicht, durch die Vergleichung der Resultate beider, zu einem Urtheile über ihre Uebereinstimmung zu gelangen. Diese zweite Reihe hat folgende Zahlen geliefert:

					12h 50′ 0″	
		r		r	r	
27° 0′8	12h 32′ 0″	78,802	13h 8′ 0″	41,137	18,8325	996,83
55 0,5	34 30	77,810	5 30	42,138	17,836	944,09
82 59,3	37 0	76,558	3 0	43,412	16,573	877,23
110 58,6	39 30	75,380	0 30	44,611	15,3845	814,32
138 59,1	42 0	74,542	12 58 0	45,467	14,5375	769,49
167 0,1	44 30	74,162	55 30	45,842	14,160	749,51
195 0,7	47 0	74,271	53 0	45,700	14,2855	756,15

Das Barometer stand 336ʺ,9 — 3° R.; das äufsere Thermometer 18° F. Die Reduction der Uhrzeit auf Sternenzeit ist = —2′ 2″. Die Luft war unruhig, so dafs die angewandte Vergröfserung von 150mal, schon unangenehme Unbestimmt-

beiten zeigte; übrigens war die Bissection des Kraters durch den Mondrand, eine Erscheinung, welche, an sich selbst, einer genauen Beobachtung günstig ist.

Ich werde nun die einzelnen Momente der Rechnung, insofern ihre Anführung ein Interesse haben kann, mittheilen. Die Zeiten, für welche die in der letzten Columne der Beobachtungsverzeichnisse angegebenen Zahlen gelten, sind $12^h\,11'\,28''$ und $12^h\,47''58''$ Stz., oder $11^h\,37'\,4''9$ und $12^h\,13'\,29''0$ M. Z. Für diese Zeiten ergeben die *Encke*schen Ephemeriden die Oerter und die Parallaxe des Mondes:

$\alpha =$	207° 8′ 6″9	207°24′55″1
$\delta =$	−14 28 0,1	−14 35 35,6
$\pi =$	53 56,7	53 56,77

und man findet daraus, verbunden mit der Annahme des Verhältnisses des Erdhalbmessers zum Mondhalbmesser = 1:0,2725, die scheinbaren, bei der Berechnung der Beobachtungen in Betracht kommenden Bestimmungen:

$\alpha' =$	207°21′29″1	207°33′34″8
$\delta' =$	−15 17 47,5	−15 25 51 6
$h =$	886″15	886″55

Der Einfluſs der Strahlenbrechung ist, nach den Formeln § 3:

Erste Reihe. Positionswinkel.	Entfernung.	Zweite Reihe. Positionswinkel.	Entfernung.
−5′5	+2″01	−4′3	+1″94
−3,7	+0,63	−3,6	+0,73
+1,2	+0,30	+0,2	+0,26
+4,8	+1,08	+3,7	+0,77
+4,0	+2,13	+3,8	+1,65
−0,5	+2,53	+0,4	+2,13
−4,8	+1,99	−3,5	+1,82

und also sind die von der Strahlenbrechung befreieten Positionswinkel und Entfernungen:

26°55′3	997″49	26°56′5	998″77
54 56,8	942,04	54 56,9	944,82
83 0,5	875,21	82 59,5	877,49
111 3,4	812,92	111 2,3	815,09
139 3,1	769,95	139 2,9	771,14
166 59,6	750,80	167 0,5	751,64
194 55,9	758,09	194 57,2	757,97

Nimmt man:

$$\sigma\cos\pi = -136'' + \Delta\alpha \quad \text{und} \quad = -136'' + \Delta\alpha$$
$$\sigma\sin\pi = +\ 17'' + \Delta\beta \qquad\qquad = -\ 15'' + \Delta\beta$$

und wendet man die oben berechneten Werthe von h an, so erhält man, aus der ersten Reihe, die Bedingungsgleichungen:

$$-1''10 = +0{,}849\,\Delta\alpha + 0{,}528\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}01 = +0{,}457\,\Delta\alpha + 0{,}889\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}04 = -0{,}033\,\Delta\alpha + 0{,}999\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$+0{,}23 = -0{,}483\,\Delta\alpha + 0{,}876\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}95 = -0{,}809\,\Delta\alpha + 0{,}588\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-1{,}10 = -0{,}978\,\Delta\alpha + 0{,}210\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}46 = -0{,}980\,\Delta\alpha - 0{,}201\,\Delta\beta - \Delta h$$

und aus der zweiten Reihe:

$$-0''95 = +0{,}850\,\Delta\alpha + 0{,}527\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}59 = +0{,}458\,\Delta\alpha + 0{,}889\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$+0{,}14 = -0{,}033\,\Delta\alpha + 0{,}999\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$+0{,}26 = -0{,}484\,\Delta\alpha + 0{,}875\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}55 = -0{,}810\,\Delta\alpha + 0{,}587\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-1{,}13 = -0{,}978\,\Delta\alpha + 0{,}202\,\Delta\beta - \Delta h$$
$$-0{,}33 = -0{,}979\,\Delta\alpha - 0{,}204\,\Delta\beta - \Delta h$$

Die Auflösung dieser Gleichungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate, ergiebt:

$\Delta\alpha$	−0″142	−0″287
$\Delta\beta$	+0,708	+0,682
Δh	+0,923	+0,910

und durch die Substitution dieser Werthe wird den Gleichungen Genüge geleistet, bis auf:

−0″44	−0″15
+0,35	−0,15
+0,17	+0,36
+0,46	+0,43
−0,56	−0,27
−0,46	−0,64
+0,47	+0,44

Man hat also:

$\sigma\cos\pi$	−136″142	−136″287
$\sigma\sin\pi$	+ 17,708	+ 15,682

und ferner, indem man die angenommenen Werthe des Mondhalbmessers um das Mittel beider gefundenen Werthe von $\Delta h (= +0''917)$ verbessert,

π	172°35′21″	173°26′10″
S	8 54 11,9	8 53 33,1
$S-\sigma$	8 51 54,6	8 51 15,9

Aus der Verbindung dieser Bestimmungen mit den oben angegebenen scheinbaren Oertern des Mondes erhält man endlich die selenocentrische Bestimmung des beobachteten Kraters:

Geradeaufsteigung	$a =$	26°12′42″2	26°32′40″9
Abweichung.....	$d =$	+6 30 10,7	+6 37 57,7
Länge..........	$l =$	26 39 56,3	27 1 18,6
Breite..........	$b =$	−4 3 43,8	−4 3 33,4

Dieses sind also die Resultate der beiden Beobachtungsreihen. So lange sie nur abgesondert von späteren vorhanden sind, hat es kein Interesse, die Bedingungsgleichungen aufzusuchen, welche die gefundenen Werthe von l und b mit den Constanten in Verbindung setzen, von welchen die Kenntniſs der Libration des Mondes abhängt. Will man aber, unter Vernachlässigung aller periodischen Glieder der Ausdrücke der Drehungselemente des Mondes, und unter der Annahme der Neigung seines Aequators = 1°28′45″, die selenographische Bestimmung des beobachteten Craters daraus ableiten, so wird man sie:

Länge......	−5° 4′31″4	−5° 3′ 9″6
Breite......	−3 16 2,1	−3 15 23,8

finden. Hierbei sind die mittlere Länge des Mondes und seines aufsteigenden Knotens, beide mit Inbegriff der Säcular-

gleichungen und von dem scheinbaren Nachtgleichenpunkte angezählt:

Länge.......	211°49′15″3	212° 9′14″1
Knoten......	354 12 1,2	354 11 56,4

angenommen.

Insofern man ein Urtheil über den Erfolg, welchen diese Beobachtungsmethode verspricht, auf nur zwei Beobachtungsreihen gründen will, kann es nur sehr günstig ausfallen. Die beiden Bestimmungen des selenographischen Ortes des Kraters, stimmen bis auf 1′22″8 in Länge und 38″3 in Breite überein, welcher Unterschied, von der Erde aus, noch nicht 0″4 grofs erscheint. Die beiden Bestimmungen des Halbmessers des Mondes stimmen so gut wie völlig überein. Endlich ist die Schärfe, womit man die Bissection des Kraters durch den Mondrand beurtheilen kann, wenn übrigens die Umstände nicht ungünstig sind und der Krater sich nicht an einem sehr rauhen Theile des Randes befindet, so grofs, dafs der Erfolg, so wie er sich durch die Vergleichung der 7 Momente jeder Beobachtungsreihe, oben gezeigt hat, keineswegs als die Wirkung eines günstigen Zufalles erscheint. Ich zweifle auch nicht, dafs diese Methode eine der erfolgreichsten sein würde, wenn es auf die mikrometrische Messung des Mondes abgesehen wäre.

Die angeführten Beobachtungen sind zwar mit einem Heliometer gemacht, welches gröfser ist, als anderen Beobachtern bis jetzt zu Gebote stehende ähnliche Instrumente; allein ich glaube, dafs sein Vorzug vor den, seit langer Zeit so *häufig* vorhandenen, kleineren Fraunhoferschen Instrumenten derselben Art, in Beziehung auf *diese* Beobachtungen, nicht sehr grofs ist; und ferner, dafs die ungünstige Beschaffenheit der Luft, welche bei den angeführten Beobachtungen stattfand, den Vortheil auf Seiten des gröfseren Instruments so sehr vermindert hat, dafs kleinere, unter günstigen Umständen, nicht weniger leisten werden. Ich bin also der Meinung, dafs die gewünschte Kenntnifs der Libration des Mondes, auch durch *kleinere* Fraunhofersche Heliometer, verhältnifsmäfsig leicht zu erlangen sein wird.

Bessel.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander* an den Herausgeber.

Bonn 1839. März 27.

Als einstweiliger Beobachtungsplatz ist mir ein kleiner Pavillon auf dem sogenannten alten Zoll eingeräumt (Astron. Nachr. Bd. X. p. 184). Die Polhöhe dieses Punctes habe ich aus einer Menge mit einem *Ertel*schen astronomischen Theodolithen gemessener Meridianhöhen mehrerer nördlich und südlich vom Zenith culminirenden Sterne zu 50° 44′ 8″6 bestimmt, also sehr nahe mit der Münchowschen 6″8 und der geodätischen 7″7 übereinstimmend (e. a. a. O.). Für die Länge nehme ich einstweilen die geodätische Bestimmung 19′ 5″5 östlich von Paris an; zur nähern Ermittelung derselben werden vielleicht die bisher hier beobachteten Sternbedeckungen dienen können; wir haben deren, seit ich im Stande bin, eine genaue Zeitbestimmung zu machen, die folgenden erhalten:

1838	Nov. 25.	Eintritt eines Sterns	7.8^m	50° vom Nordhorne	4^{h}50′	MZ.		
	——	—— —— ——	6^m	ganz nahe d. Nordhorne	8	——	L 0″0	K + 0″3
	Dec. 21.	—— —— ——	9^m	30° vom Südhorne	7 0 57″4	——	L + 3,6	K + 5,6
	——	—— —— ——	9^m	75° vom Nordhorne	7 10 56,4	——		
	——	—— —— ——	9^m	mitten in den Mond	7 32 29,3	——	K	

es ist der südliche von 2 Sternen, nahe auf demselben Declinationskreise, 4′ von einander.

1838	Dec. 22.	Eintritt	h^3 Aquarii	um 6^{h}21′ 19″35	MZ.	K − 0″4
		——	h^4 ——	7 13 12,8	——	K + 0,6

L ist Herr Magister *Lundahl* aus Finnland, K. Herr *Kysaeus*, zwei eifrige Zuhörer von mir, die auch die Zeitbestimmungen durch Sternhöhen am *Ertel*schen Theodolithen und *Baumann*schen Kreise gemacht haben.

Den Eintritt von h^3 Aquarii hat auch Herr Pfarrer *Hülsmann* in Elberfeld beobachtet um 6^h 21′ 54″5 MZ. Elberfeld, und berechnet hieraus Bonn westlich von Elberfeld um 9″95 − 0″022 $\Delta\alpha$ + 0,045 $\Delta\delta$. Zur Längenbestimmung von Elberfeld selbst hat derselbe seine in N. 362 der Astr. Nachr. mitgetheilten Sternbedeckungen umgerechnet, und noch die eben angeführte und die Bedeckung von ψ Arietis, Eintritt Decbr. 26. 5^h 31′ 35″9 MZ., hinzugefügt; mit den genauesten bis jetzt bekannten Sternörtern findet er Elberfeld von Berlin, aus

1838	Jan. 8.	ε Tauri	24′ 57″8 + 1,709 $\Delta\alpha$	− 0,407 $\Delta\delta$
	Febr. 4.	P. V. 136	43,7 + 1,660	+ 0,450
	—— 7.	λ Cancri	64,5 + 1,427	− 1,937
	Dec. 22.	h^3 Aquarii	56,4 + 0,977	+ 1,825
	—— 26.	ψ Arietis	52,2 + 0,950	+ 1,989

oder im Mittel mit Vernachlässigung von $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ Elberfeld von Berlin − 24′ 54″9. Die Bedeckung von ψ Arietis ist auch in Breslau beobachtet, und Herr *Hülsmann* berechnet daraus

den Meridianunterschied $-39'30''0+0{,}630\zeta$, oder $-24'56''0$ von Berlin, wenn man Breslau zu $58'48''$ von Paris annimmt, wie es im Mittel aus den verschiedenen Bestimmungen Astr. Jahrbuch 1809 pag. 95 und Mon. Corresp. Bd. XXVI. p. 179 folgt, wenn man für die Vergleichungsorte die neuen Bestimmungen zum Grunde legt. Hieraus würde sich also meine Länge zu $-25'6''0$ von Berlin oder $+19'8''0$ von Paris ergeben, nahe genug mit der geodätischen Angabe übereinstimmend.

Diesen Winter habe ich auch einige Beobachtungen über den Lichtwechsel von o Ceti gemacht, bin aber dabei vom Wetter nicht sehr begünstigt worden: es sind die folgenden:

1838 Dec. 13. 9^h Mira zwischen γ und δ Ceti, vielleicht etwas näher an δ; nur sehr wenig schwächer, als α Piscium.

—— 17. $8\frac{1}{2}^h$ Mira gewifs schwächer, als α Piscium, wenig aber bestimmt heller, als δ Ceti. Ich glaube, er ist weniger hell, als am 13ten.

—— 18. 8^h Mira sehr wenig, aber bestimmt heller, als δ Ceti, ich und K. übereinstimmend, L. hält ihn so hell, als α Piscium.

—— 21. Mira ist heute beinahe schwächer, als δ Ceti, wenigstens gewifs nicht heller, bedeutend schwächer, als α Piscium; K. L. und ich übereinstimmend.

—— 22. Mira bestimmt schwächer, als δ Ceti, wohl noch heller, als λ, aber beinahe schwächer, als μ Ceti.

1839 Jan. 7. Der Wallfisch war schon sehr tief, als es sich heute Abend etwas aufheiterte; Mira war gleich den hellen Sternen 5^m; ich würde ihn mit blofsem Auge nicht gerne 4.5^m schätzen.

— 12. $9^h30'$ Es hat sich aufgeklärt, der Wallfisch ist aber sehr in Dünsten, so dafs man Mira mit blofsem Auge nicht sehen kann; durch ein einfaches Opernglas von anderthalbmal. Vergröfserung erschien der Stern 5^m, heller als 75, viel heller, als 69 und 70 und fast eben so hell, als ν Ceti.

— 17. Mira ist noch immer heller, als 75, aber nur sehr wenig, viel schwächer, als ν Ceti; man kann ihn also etwa 5.6^m schätzen.

Obgleich nun die Beobachtungen eigentlich zu spät angefangen haben, so läfst sich aus denselben doch mit Sicherheit schliefsen, dafs die Mitte des gröfsten Lichtes vor dem 16ten Decbr. stattgefunden hat, auf welchen Tag sie nach Wurms Rechnung, (Zeitschrift für Astron. Bd. I.) fallen sollte. Den Dec. 21 war der Stern schon bestimmt und bedeutend im Abnehmen; ich möchte sogar den Anfang des Abnehmens auf Dec. 18 setzen. Setzt man die Mitte des gröfsten Lichtes auf Dec. 9, so wird man nur wenige Tage irren. Veranlafst wurde ich zu diesen Beobachtungen, die ich fortzusetzen gedenke, durch die anomalen Resultate, die Herr *Bianchi* in Nr. 345 der Astr. Nachr. bekannt gemacht hat, und die auf den ersten Anblick ganz sonderbare Lichtwechsel zu zeigen scheinen. Indessen lassen sich diese Anomalien wohl alle durch die Art der Beobachtung erklären. Ein grofses, lichtstarkes Fernrohr ist überhaupt nicht geeignet, um Gröfsen zu taxiren, sobald sie die 5te oder höchstens 4te übersteigen, worin alle Beobachter übereinkommen werden, die dies häufiger versucht haben; das Auge empfängt von solchen Sternen ein solches Uebermaafs von Licht, dafs es das mehr oder weniger nicht mehr gehörig unterscheiden kann; für solche Schätzungen mufs man nothwendig das unbewaffnete Auge zu Hülfe nehmen. Noch unsicherer wird aber die Schätzung, wenn man durch ein Fernrohr nicht zwei Sterne mit einander vergleicht, entweder indem man beide zusammen im Felde hat, oder indem man abwechselnd den einen und den andern ansieht; sondern wenn man jedesmal nur den einen Stern während seines Durchganges mit derjenigen Vorstellung vergleicht, die man von einer gewissen Sterngröfse sich gebildet hat. Nach meinen Erfahrungen irrt man da, besonders bei hellen Sternen, zuweilen um eine ganze Ordnung. Im Allgemeinen wird man, wenn nach mehreren schwächeren Sternen ein bedeutend hellerer ins Fernrohr kommt, diesen zu hell, im umgekehrten Falle zu schwach schätzen. Macht man aber nur isolirte Beobachtungen, so haben die Dämmerung, Dünste in der Luft und andere Umstände einen ganz aufserordentlichen Einflufs. Wenn ich diese Betrachtungen auf die *Bianchi*schen Beobachtungen anwende, und einen mir sehr wahrscheinlichen Druck- oder Schreibfehler voraussetze *), dafs nämlich die geschätzte Gröfse 1836 Febr. 1 die 5te statt der 3ten sein soll; so stimmen die Beobachtungen ganz gut in die bekannte Periode, indem nach *Wurms* Rechnungen die Mitte des gröfsten Lichtes 1836 März 25 und 1837 Februar 20 hätte einfallen müssen. Im letztern Jahre würde man allerdings geneigt sein, aus den Beobachtungen ein früheres Eintreffen des gröfsten Lichtes zu schliefsen; aber man mufs bedenken, dafs die letztern Beobachtungen mit kleineren Fernröhren und in geringen Höhen gemacht sind. Uebrigens läfst sich wohl nicht bezweifeln, dafs die Periode von Mira Ceti bedeutenden Schwankungen unterworfen ist. Dies beweist nicht nur die *Wurm*sche Tabelle (Zeitschr. f. Astr. I. p. 259 u. 260), selbst wenn man die vielen ziemlich zweifelhaften Bestimmungen fortläfst; sondern es zeigt sich auch bei den späteren Beobachtungen

*) Wenn hier ein Fehler ist, so ist es kein Druckfehler. *S.*

von *Bode*, *Luthmer* und *Westphal*. So sollte 1820 das gröfste Licht Oct. 11 einfallen, man kann es aber nach den recht vollständigen Beobachtungen von *Bode* (Jahrb. 1824 p. 202) und *Luthmer* (ib. p. 243) nicht gut über das Ende des Septembers vorschieben. Eben so scheint auch 1821 und 1822 das gröfste Licht um etwa 10 bis 15 Tage früher eingetreten zu sein, als die Rechnung es fordert. Ueberhaupt scheint in den Veränderungen der Periode wieder etwas Periodisches zu sein, und es wäre sehr interessant, darüber ins Klare zu kommen; dies kann aber nur durch ununterbrochen fortgesetzte Beobachtungen geschehen, und es wäre gewifs sehr belohnend, wenn sich ein oder der andere Liebhaber der Astronomie zu solchen entschliefsen wollte.

Noch bitte ich Sie, eine Berichtigung in meinem Aufsatze Nr. 363 p. 47 und 48 bekannt zu machen; in der Ueberschrift der letzten Columne mufs es daselbst statt „$\log \sin \chi$" heifsen „$\log \sin f$". Allerdings habe ich eigentlich den Abstand vom Puncte Q mit χ bezeichnet, da indefs der Setzer mein χ überall für f gelesen hat, so mufs es der Gleichförmigkeit wegen auch hier wohl f heifsen.

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber.

Cracau 1839. Febr. 26.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen hiebei die im Jahre 1838 an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne und Sternbedeckungen mit der Bitte zu übersenden, selbe in die Astr. Nachr. gefälligst aufnehmen zu wollen.

Zugleich bemerke ich Ihnen die Resultate der in diesem Jahre gemachten meteorologischen Beobachtungen. Der mittlere Barometerstand aus 1095 Beobachtungen war 27^z 4^{l}65 Paris. M.; der mittlere Thermometerstand + 4°69 R.; dies ist der niedrigste Stand seit meiner Anwesenheit hier, nemlich seit dem Jahre 1825; im Jahre 1829 war er + 5°47 R.; im Jahre 1837 + 5°33 R. Der höchste Barometerstand fiel auf den 21sten Decbr., wo das Barometer 28^z 0^{l}83 zeigte, der niedrigste auf den 11ten Februar, wo es 26^z 7^{l}65 zeigte. Die gröfste Wärme nach dem *Jürgensen*schen Extremen-Thermometer war den 26sten Juni mit + 26°4 R., die kleinste den 18ten Februar mit − 19°7 R. Nach dem *August*'schen Psychrometer war das mittlere $e = 2'''73$. Ganz heitere Tage zählten wir blofs 15, an 204 Tagen wechselte Sonnenschein mit Wolken, die übrigen waren ganz trübe. Regen hatten wir an 126 Tagen, Schnee an 56, Hagel an 21 Tagen. Die herrschenden Winde waren von West und ONO.; Stürme zählten wir 21.

Dr. *Max Weisse.*

Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1838 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinbare AR.	Anz. der Fäden.
1838 Januar 1.	95 χ^2 Aquarii	23^{h}10′ 30″94	4
	Mond I	23 24 7,53	5
	20 n Piscium	23 39 36,22	5
	29 q Piscium	23 53 30,60	5
2.	29 q Piscium	23 53 30,14	5
	Mond I	0 15 54,43	5
	71 ε Piscium	0 54 31,80	5
3.	(189) Piscium	0 39 52,26	5
	71 ε Piscium	0 54 31,56	5
	Mond I	1 6 42,41	5
	99 η Piscium	1 22 48,84	5
	110 o Piscium	1 36 50,12	5
4.	99 η Piscium	1 22 47,96	5
	110 o Piscium	1 36 49,28	5
	Mond I	1 56 54,02	5
	27 ψ Arietis	2 21 54,78	5
	42 π Arietis	2 40 14,58	5
Febr. 4.	102 ι Tauri	4 53 25,78	5
	112 β Tauri	5 16 4,10	4
1838 Febr. 4.	Mond I	5^{h}23′ 26″08	5
	136 C Tauri	5 43 9,88	5
	44 κ Aurigæ	6 5 4,37	4
7.	78 β Geminor.	7 35 25,09	5
	9 μ' Cancri	7 56 43,35	5
	Mond I	8 13 52,24	5
	43 γ Cancri	8 33 55,54	5
März 5.	27 ε Geminor.	6 33 58,77	5
	43 ζ Geminor.	6 54 30 95	5
	Mond I	7 1 21,34	5
	66 α Geminor.	7 24 16,25	5
	77 κ Geminor.	7 34 40,98	3
April 2.	61 ι Geminor.	7 15 40,26	4
	66 α Geminor.	7 24 15,94	5
	Mond I	7 37 52,77	5
	19 λ Cancri	8 10 54,65	5
	23 φ^2 Cancri	8 16 59,93	5
Mai 3.	41 γ Leonis	10 11 3,12	1
	47 ρ Leonis	10 24 17,70	5

Datum.			Gestirne.	Scheinbare AR.	Anz. der Fäden.
1838	Mai	3.	Mond I	$10^{h}37'40''54$	5
			53 χ Leonis	10 56 41,13	4
			77 σ Leonis	11 12 48,25	5
		4.	63 χ Leonis	10 56 40,74	5
			77 σ Leonis	11 12 48,33	5
			Mond I	11 21 33,27	5
			3 ν Virginis	11 37 33,47	5
			5 β Virginis	11 42 17,16	4
		6.	29 γ^1 Virginis	12 33 28,98	5
			Mond I	12 48 9,52	5
			51 θ Virginis	13 1 36,05	4
			67 α Virginis	13 16 42,18	5
		7.	51 ϑ Virginis	13 1 36,05	4
			67 α Virginis	13 16 41,90	5
			Mond I	13 33 9,03	5
			100 λ Virginis	14 10 23,30	5
	Juni	3.	40 ψ Virginis	12 45 57,66	2
			51 ϑ Virginis	13 1 35,20	5
			Mond I	13 14 24,18	2
			82 m Virginis	13 33 8,85	5
			89 x Virginis	13 41 6,87	5
		4.	89 x Virginis	13 41 6,81	5
			Mond	14 0 47,06	5
			9 α^2 Libræ	14 41 57,89	3
		5.	2 Libræ	14 14 45,83	5
			Mond I	14 50 37,79	4
	Juli	5.	36 A Ophiuchi	17 5 26,73	4
			Mond I	17 18 18,12	5
	Aug.	2.	45 d Ophiuchi	17 17 3,95	5
			3 p Sagittarii	17 37 25,33	5
			Mond I	17 51 44,13	5
			19 δ Sagittarii	18 10 40,88	4
		29.	42 θ Ophiuchi	17 12 5,56	5
			Mond I	17 22 45,42	5
			19 δ Sagittarii	18 10 40,52	5
	Sept.	27.	34 σ Sagittarii	18 45 15,63	4
			Mond I	19 2 29,18	3
			52 h Sagittarii	19 26 53,58	4
			62 c Sagittarii	19 52 44,76	5
		28.	52 h Sagittarii	19 26 53,45	3
			62 c Sagittarii	19 52 44,97	4
			Mond I	20 4 48,34	5
			16 ψ Capric.	20 36 33,12	5
		29.	16 ψ Capric.	20 36 32,98	5
			22 η Capric.	20 55 13,43	2
			Mond I	21 5 40,53	5
			40 γ Capric.	21 31 9,81	5
			49 δ Capric.	21 38 8,75	5
1839	Sept.	30.	40 γ Capric.	$21^{h}31'10''10$	5
			49 δ Capric.	21 38 9,11	5
		30.	Mond I	22 4 23,11	5
			57 σ Aquarii	22 22 7,67	5
			73 λ Aquarii	22 44 13,16	5
	Oct.	1.	57 σ Aquarii	22 22 8,00	5
			73 λ Aquarii	22 44 12,94	5
			Mond I	23 1 7,01	5
			8 ϰ′ Piscium	23 18 40,92	5
			20 n Piscium	23 39 40,54	5
		25.	Mond I	19 42 4,05	1
			(146) f Capric.	20 20 3,27	5
			16 ψ Capric.	20 36 32,59	5
		26.	(146) f Capric.	20 20 3,43	5
			16 ψ Capric.	20 36 32,78	5
			Mond I	20 41 45,48	5
			43 ζ Capric.	21 17 28,11	5
			40 γ Capric.	21 31 9,83	5
		27.	43 ζ Capric.	21 17 27,81	5
			40 γ Capric.	21 31 9,98	5
			Mond I	21 39 11,20	5
			33 ι Aquarii	21 57 44,28	5
			57 σ Aquarii	22 22 7,59	5
		28.	33 ι Aquarii	21 57 44,04	5
			57 σ Aquarii	22 22 7,39	5
			Mond I	22 34 36,65	5
			90 φ Aquarii	23 5 59,43	5
		29.	90 φ Aquarii	23 5 59,25	5
			Mond I	23 28 49,82	5
			29 q Piscium	23 53 34,78	5
			44 l Piscium	0 17 9,50	5
	Nov.	28.	99 η Piscium	1 22 53,17	5
			110 ο Piscium	1 36 54,80	5
			Mond I	1 47 55,68	5
			37 ψ Arietis	2 22 0,08	5
			32 ν Arietis	2 29 42,11	5
	Dec.	24.	44 l Piscium	0 17 9,20	5
			Mond I	0 34 35,78	5
			71 ε Piscium	0 54 35,68	5
			98 μ Piscium	1 21 45,59	5
		25.	71 ε Piscium	0 54 35,51	3
			98 μ Piscium	1 21 45,43	5
			Mond I	1 27 16,12	5
			5 γ Arietis	1 44 42,80	5
			22 θ Arietis	2 9 11,25	3

An den vier Januar-Tagen sind bloſs die Durchgänge durch den Meridian-Faden angegeben. Die Beobachtungen des 4ten Febr. sind nicht ganz sicher und vorzüglich die des Mondes.

Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1838 beobachtet

Datum.				Sternzeit.	
1838 Januar 3.	Eintritt von	88 Piscium	in den dunkeln Mondrand um	$23^{h}19'27''43$	Sehr gut.
Febr. 4.	———	(136) Aurigæ	——— ——— ———	5 24 21,23	Plötzlich.
——— 7.	———	19 λ Cancri	——— ——— ———	6 19 15,02	Ziemlich gut.

Datum.				Sternzeit.	
1838 März 1.	Eintritt von	61 τ' Arietis	in den dunkeln Mondrand	um 4h 29' 10"00	Sehr gut.
Mai 2.	———	eines Sterns 8.9	——— ——— ———	11 53 55,09	Gut.
— 3.	———	——— 7.8	——— ——— ———	11 29 53,83	Gut.
Juni 4.	———	317 Virginis	——— ——— ———	14 4 0,35	Durch Wolken.
Sept. 2.	———	43 κ Capricorni	——— ——— ———	18 59 51,89	Sehr gut.
Oct. 25.	———	60 a Sagittarii	——— ——— ———	22 39 35,06	Sehr gut.
Nov. 27.	———	(252) Piscium	——— ——— ———	22 33 55,00	Sehr gut.
Dec. 26.	———	27 ψ Arietis	——— ——— ———	0 46 50,11	Durch Wolken.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1839.

Bei Gelegenheit, dafs ich mich des Auftrages entledige, die Beobachtung des Austritts des Merkur von der Sonnenscheibe Ihnen zu übersenden, welche mein Freund, Herr Kaufmann *Samuel Scholtz*, gegenwärtig in Breslau wohnend, am 4/5ten Mai zu Lima gewonnen hat, erlaube ich mir auch, Ein- und Austritt dieses Vorübergangs, wie ich solche damals in Breslau mit einem *Fraunhofer*schen Fernrohre von 36 Linien Oeffnung beobachtet habe, Ihnen mitzutheilen.

Lima	1832 Mai 4.	22h 38' 56"	mittl. Zeit zu Lima	innere	Berührung der Ränder. Austritt.
		22 42 10	——— ———	äussere	
Breslau	1832 Mai 4.	22 8 6,37	——— zu Breslau	äussere Berührung der Ränder.	Eintritt.
		22 11 3,19	——— ———	innere ——— ———	
				Die Trennung der Ränder erfolgte mit Präcision.	
	5.	4 53 39,20	——— ———	innere	Berührung der Ränder. Austritt.
		4 56 58,42	——— ———	äussere	

Der Eintritt wurde mit 52maliger, der Austritt mit 144maliger Vergröfserung gewonnen. Die aus Sonnen-Culminationen am Passageinstrumente gewonnene Zeit stimmte sehr gut mit der, welche aus correspondirenden Sonnenhöhen hergeleitet wurde.

v. Boguslawski.

Schreiben des Herrn Hofraths *Schwabe* an den Herausgeber.

Dessau 1839. Febr. 24.

Der in Nr. 372 befindliche Aufsatz von Herrn *Galle* über die Lichtflecken etc. kann mich noch nicht überzeugen, dafs der sogenannte fliegende Sommer diese Erscheinung veranlassen könnte; ich habe diese Fäden ebenfalls gesehen, nachdem mich Herr *Galle* darauf aufmerksam gemacht hatte, allein ich kann sie nur ohne Sonnenglas und bei sehr verlängertem Fokus erblicken, auch erscheinen sie nahe bei der Sonne dunkel, und ich sahe an den Tagen, wo diese Fäden häufig herumflogen, mit dem Sonnenglase keine glänzende Lichtfunken. Ueberhaupt zeigen sich diese sehr selten im Herbst, wo dieses Gespinnst erst entsteht und oft habe ich die Lichtflocken schon im April und Mai bemerkt, in welchen Monaten keine mir bekannte Erd- oder Feldspinne ihr Netz macht. So darf ich nie das Okular, womit ich die Sonnenflecke deutlich und scharf sehe, zu den Lichtflecken verrücken, weil sonst ein undeutliches Bild derselben entsteht, nie sahe ich Fäden oder eine längliche Form, und ich bin überzeugt, dafs meine Lichtflocken zwar in keiner Verbindung mit der Sonne stehen, dennoch aber anderer Natur sind als der fliegende Sommer.

Schwabe.

Inhalt.

Altona 1839. Mai 2

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 378.

Osservazioni dei nuovi Pianeti Vesta, Cerere, Giunone, e Pallade intorno alla loro opposizione col Sole fatte nell' J. R. Osservatorio di Padova negli Anni 1834, 1836, 1837, 1838.

Le seguenti osservazioni dei nuovi piccoli Pianeti sono una continuazione di quelle già riferite al Nr. 335 delle Astron. Nachr., e furono ai pari di esse promiscuamente fatte dal mio Collega Sign. Dott. *Carlo Conti*, e da me, confrontate alcune con le Effemeridi di Berlino, altre con l'Almanacco Nautico di Londra, siccome in testa di ciascheduna in particolaro è dechiarato. Le correzioni delle Effemeridi scritte a lato di ciascheduna posizione osservata devono sempre interpretarsi in modo che sommate algebraicamente con le posizioni date dalle citate effemeridi porgano le posizioni osservate.

Osservazioni di Vesta

intorno all' opposizione accaduta nel Novembre 1834, fatte al quadrante murale, ed allo stromento dei passaggi, affette dall' aberrazione, o spogliato dalla paralasse, e rifrazione; confrontate con l'Effemeridi di Berlino del Sign. *Encke.*

	Tempo medio in Padova.	AR. di Vesta osservata.	Correzione delle Effem.	Decl. di Vesta osservata.	Corr. delle Effemeridi.
1834. Novbr. 14	12^h 19′ 43″5	3^h 54′ 3″05	+ 1″05	+ 11° 38′ 21″6	+ 15″5
15	12 14 46,1	3 53 1,02	+ 0,51	11 36 40,0	+ 18,1
16	12 9 47,6	3 51 58,21	+ 0,37	11 34 54,4	+ 14,3
17	12 4 48,2	3 50 54,58	+ 0,23	11 33 14,6	+ 12,1
20	11 49 50,4	3 47 44,03	+ 0,41	11 28 49,9	+ 15,5
21	11 44 51,1	3 46 40,43	+ 0,56	11 27 27,1	+ 13,4
27	11 14 59,3	3 40 23,02	+ 0,33	+ 11 21 7,1	+ 12,9
		Medio	+ 0″494		+ 14″54

Osservazioni di Vesta,

intorno all' opposizione del Marzo 1836 fatte al quadrante murale ed allo stromento dei passaggi, spogliate dalla aberrazione, paralasse o rifrazione, e confrontate alle Effemeridi di Berlino del Sign. *Encke.*

1836. Marzo 17	12^h 22′ 23″7	12^h 4′ 38″76	— 3″15	+ 12° 39′ 26″9	+ 17″4
18	12 17 33,0	12 3 43,76	— 3,27	12 46 42,0	+ 16,1
19	12 12 42,3	12 2 48,83	— 3,11	12 53 53,0	+ 18,5
20	12 7 51,2	12 1 53,53	— 3,13	13 0 49,6	+ 17,3
21	12 3 0,2	12 0 58,24	— 3,12	13 7 36,3	+ 16,7
22	11 58 9,2	12 0 2,99	— 3,10	+ 13 14 14,0	+ 18,4
		Medio	— 3″15		+ 17″40

Osservazioni di Vesta,

intorno all' opposizione del Settembre 1837 fatte al nuovo circolo meridiano costruito nell' instituto politecnico di Vienna. Le seguenti posizioni osservate sono affette dall' aberrazione, spogliato dallo paralasso, e rifrazione, o confrontate con l'Alm. Nautico.

	Tempo medio in Padova.	AR. osservata di Vesta.	Corr. dell' Alm. Naut.	Decl. osservata di Vesta.	Corr. dell' Alm. Naut.
1837. Agosto 30	12^h 36′ 28″0	23^h 12′ 27″11	— 1″81	— 16° 29′ 6″81	— 14″94
Settbre 1	12 26 58,8	23 10 39,42	— 1,90	16 44 37,20	— 16,25
2	12 22 8,3	23 9 44,73	— 2,23	16 52 11,34	— 16,66
5	12 7 37,1	23 7 0,73	— 1,84	17 14 1,81	— 16,55
6	12 2 46,2	23 6 6,62	— 2,02	17 21 1,33	— 17,62
7	11 57 55,5	23 5 10,66	— 2,08	17 27 47,24	— 15,13
8	11 53 4,9	23 4 15,84	— 2,12	17 34 24,89	— 14,89
9	11 48 14,7	23 3 21,39	— 1,98	17 40 52,10	— 15,12
10	11 43 24,7	23 2 27,18	— 1,90	— 17 47 8,11	— 15,66
		Medio	— 1,99		— 15″85

Osservazioni di Vesta.

intorno all' opposizione del Dicembre 1838, fatte al circolo meridiano e come le precedenti confrontate all' Almanacco Nautico di Londra.

	Tempo medio in Padova.	AR. osservata di Vesta.	Corr. dell' Alm. Nautico.	Decl. osserv. di Vesta.	Corr. dell' Alm. Nautico.
1838. Dicemb. 21	12^h 40' 18"2	6^h 40' 41"80	+ 0"10	+ 21° 35' 12"58	+ 20"79
23	12 30 16,5	6 38 31,56	+ 0,19	21 42 37,91	21,28
29	12 0 0,5	6 31 49,92	+ 0,07	22 4 49,84	19,95
1839. Gennajo 1	11 44 50,5	6 28 27,11	— 0,17	22 15 46,64	19,55
2	11 39 47,6	6 27 19,94	— 0,09	22 19 23,11	19,42
3	11 34 44,9	6 26 13,01	— 0,04	+ 22 22 57,63	+ 18,83
		Medio	+ 0,01		+ 19"97

Osservazioni di Cerere

fatte al circolo meridiano intorno all' opposizione del Dicembre 1837, confrontate con l'Almanacco Nautico di Londra, affette dall' aberrazione, e spogliate dalle rifrazione, e paralasse.

	Tempo medio in Padova.	AR. osservata di Cerere.	Corr. dell' Alm. Naut.	Decl. osserv. di Cerere.	Corr. dell' Alm. Naut.
1837. Dicembre 1	12^h 33' 2"7	5^h 15' 30"80	— 0"89	+ 21^h 40' 20"26	+ 24"39
2	12 28 7,2	5 14 31,28	— 0,81	21 43 2,00	23,37
4	12 18 14,9	5 12 30,31	— 0,85	21 48 23,25	20,35
14	11 28 37,4	5 2 10,20	— 0,59	22 14 48,75	25,94
15	11 23 39,6	5 1 8,11	— 0,95	+ 22 17 15,37	+ 19,38
		Medio	— 0"82		+ 22"67

Osservazioni di Giunone,

intorno alla sua opposizione col Sole nell' Aprile 1837. Essendo, il Pianeta debolissimo, fù necessario osservarlo senza illuminazione colle lamine metalliche alla machina paralattica. Le seguenti posizioni esservate sono state spogliate dall' effetto della paralasse, aberrazione, e rifrazione, e confrontate alle Effemeridi di Berlino.

	Tempo medio in Padova.	AR. osservata di Giunone.	Corr. delle Effemeridi.	Decl. osserv. di Giunone.	Corr. delle Effemeridi.	Stelle di confronto.
1837. Aprile 4	11^h 54' 14"4	13^h 52' 3"71	+ 3"73	— 0° 45' 35"1	+ 5"9	1614. 1619 *Baily.*
10	11 31 20,1	13 47 27,86	+ 3,53	— 0 0 1,2	— 6,5	1626. 1629
—	11 53 56,0	13 47 26,64	+ 3,05	+ 0 0 12,6	+ 0,3	
11	11 37 16,5	13 46 40,90	+ 3,90	+ 0 7 39,1	+ 4,9	
—	12 11 12,1	13 46 39,75	+ 3,81	+ 0 7 46,1	+ 1,5	
12	11 20 18,6	13 45 53,55	+ 3,22	+ 0 14 52,7	+ 0,9	
—	11 55 34,4	13 45 51,90	+ 2,72	+ 0 15 5,8	+ 8,3	
14	12 1 6,4	13 44 18,35	+ 4,20	+ 0 29 30,3	— 5,2	1584. 1593. 1598
—	12 15 41,8	13 44 17,89	+ 4,22	+ 0 29 24,2	— 15,7	del Catalogo di *Baily*
23	11 25 11,8	13 37 15,57	+ 3,37	+ 1 29 46,3	— 7,4	nella Società Astr. di
24	11 48 34,6	13 36 30,53	+ 4,22	+ 1 36 7,1	+ 4,3	Londra.
		Medio	+ 3"64		— 0"80	

Osservazioni di Giunone,

fatte al circolo meridiano nell' opposizione del Giugno 1838, affette dall' aberrazione, e liberate dalla paralasse, e rifrazione; confrontate all' Alm. Nautico.

1838. Giugno 13	12^h 22' 46"1	17^h 50' 4"54	+ 2"82	— 4° 32' 36"87	— 20"94	Il pianeta era debolissimo, nè potevasi osservare che con un piccolissimo grado di luce, che rendeva incerta la posizione dei fili del micrometro.
14	12 17 58,7	17 49 12,86	+ 2,80	— 4 31 35,40	— 18,17	
16	12 8 22,6	17 47 28,33	+ 2,29	— 4 30 39,57	— 25,90	
17	12 3 34,8	17 46 36,23	+ 2,46	— 4 30 16,70	— 27,80	
18	11 58 46,6	17 45 43,84	+ 2,43	....	....	
20	11 49 9,7	17 43 58,44	+ 1,86	— 4 29 37,78	— 14,51	
21	11 44 22,1	17 43 6,65	+ 2,45	— 4 29 53,31	— 22,23	
22	11 39 34,0	17 42 14,29	+ 2,38	— 4 30 8,31	— 21,18	
		Medio	+ 2"44		— 21"53	

Se ora si sommano le correzioni medie risultanti dal confronto delle osservazioni con le posizioni date nelle effemeridi, delle quali si è fatto uso in ogni particolare opposizione, corrispondenti ai due giorni comprendenti la opposizione stessa, si curanno le posizioni dei pianeti corrette rapporto al piano dell' Equatore, come se fossero state direttamente osservate. Da queste poi passando coi consueti precetti alle posizioni rapporto all' Ecclittica, e confrontandole colle longitudini del Sole date nelle relative effemeridi, si ottengono con facili interpolazioni tanto le posizioni dei Pianeti in opposizione, quanto i tempi ai quali hanno esse avuto luogo valutati sotto i meridiani, pei quali furono calcolate le effemeridi. Avendo fatto questi confronti tanto per le osservazioni già riferite al citato Nr. 335, quanto per le precedenti, ed avendo ridotto per maggiore uniformità i tempi ad un Meridiano comune, per il quale si è scelto quello di Parigi, o le longitudini tutte all' equinozio medio avendo avuto riguardo ad allontanare l'aberrazione dove era rimasta inclusa nelle osservazioni, si sono ottenuti i seguenti risultati.

Anno.	Mese, e giorno.	Tempo medio in Parigi dal mezzodi.	Long. del Pianeta in opposizione Eq. M.	Latitudine geocentrica osservata.	Latitudine eliocentrica dedotta.
			Vesta.		
1834	Novbr. 19.	17ʰ59′45″4	57°29′12″98	— 8°19′38″22	— 5° 7′47″0
1836	Marzo 16.	17 15 21,7	176 15 42,34	+12 1 47,90	+ 6 49 33,5
1837	Settbre 3.	18 51 27,6	341 30 5,81	—10 35 57,68	— 6 4 15,2
1838	Dicbro 29.	1 21 29,4	97 28 34,14	— 1 11 49,44	— 0 44 3,5
			Giunone.		
1834	Luglio 16.	12 10 17,2	293 62 69,90	+16 52 48,3	+10 59 23,4
1836	Gennajo 1.	1 14 41,0	100 14 5,42	—22 39 3,7	—12 12 19,9
1837	Aprile 13.	19 42 43,4	204 8 46,15	+10 30 43,2	+ 7 14 24,4
1838	Gingno 17.	15 59 59,5	266 25 16,61	+18 55 6,7	+12 58 67,1
			Pallude.		
1834	Febbr. 8.	0 21 22,0	139 19 52,47	—37 2 2,1	—20 44 57,5
1835	Giugno 8.	9 41 4,0	252 31 32,27	+48 15 27,5	+34 13 1,5
			Cerore.		
1834	Febbr. 15.	23 15 43,6	146 22 7,07	+15 49 43,5	+ 9 45 38,5
1835	Giugno 10.	12 3 45,6	249 18 44,01	+ 0 25 22,3	+ 0 16 14,9
1836	Settbre 7.	12 25 13,6	345 23 23,06	—15 52 40,4	—10 33 56,4
1837	Dicbre 9.	11 57 10,3	77 48 10,52	— 0 52 27,45	— 0 33 12,77

Santini.

Schreiben des Herrn Professors *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber.

Modena 1839. April 26.

Puisque vous avez eu la bonté de publier dans le Nr. 345 de votre journal ma lettre, où je vous ai entretenu sur la changeante de la baleine, vous ne dedaignerez pas, je l'espère, que je rappelle de nouveau votre attention sur le même sujet, soit pour ajouter quelques reflexions pas à fait inutiles, comme aussi pour rectifier quelque assertion pas tout-à-fait rigoureusement exacte de la lettre mentionée ci-dessus. Et en premier lieu je dois vous avouer que lorsque je vins de vous écrire un peu à la hâte cette lettre là, je ne pouvais consulter sur l'argument et je n'avais pas sous les yeux que les Traités d'Astronomie par *Lalande* et par Sir *John Herschel*, auxquels pourtant j'atteignis avec fidélité et précision les passages ou les jugemens que je vous en réportai. Mais depuis que j'ai pu recueillir des notices sur la variable et les puiser dans des autres ouvrages et par des anteurs differents, j'en ai eu de quoi modifier quelque opinion que je m'étais formée, et même que je vous avançais. De ces corrections peut-être la plus importante regarde la petite étoille qui suit de près la variable et qui est visible avec elle dans le champ obscur de la lunette; sur laquelle *Lalande* et *Herschel* n'ayant pas dit aucun môt, je croyais que les observateurs ne l'eussent jamais avertie ou signalée. Cependant en ouvrant le Catalogue de *Piazzi* (2me édition 1814) on y trouve cette étoile observée plusieurs fois et jugée de onzième grandeur; et dans la Note au Nr. 56 Hora II on y lit: „In eodem parallelo 6ˢ temporis sequitur alia vix

fere visibilis, conspicua tamen, eoque tempore quo precedens distingui non poterat." A l'égard néanmoins de ces dernières expressions, eoque tempore etc., qui seront peut-être aussi exactes fondées que les premières, je ne saurais pas dire quelles observations en viennent à l'appuy. et moi j'ai vu la petite étoile d'une lumière toujours égale, quelle que fût la phase ou l'éclat de la variable. Il est parlé de cette petite étoile aussi par le mémoire de Mr. *Edward Pigott* inseré dans les Transactions Philosophiques pour l'année 1786, où l'auteur en exposant ses plus précises observations sur les changemens de lumière de o Ceti commencées vers la fin du 1782 affirme que le 14 Décbr. 1783 il jugea la variable de 10me grandeur et égale à la petite suivante; que le 11 Janvier 1784 il vit par intervaux la variable moindre que la petite, et que le 9 Décembre 1784 la variable lui parut de 9me grandeur et tant soit-peu plus éclatante que sa compagne (Trans. Phil. 1786 p. 193). Et ici même on rappelle que Mr. *Goodricke* en observant la variable pendant la nuit du 9 Août 1782 jugea qu'elle était de 2me grandeur, qu'elle brillait un peu plus que α et un peu moins que β Ceti, et que le 5 Septembre tout de suite elle était de troisième et égale à γ Ceti. Maintenant je ne trouve pas en quel lieu du Volume cité des Transactions Philosophiques on puisse rencontrer ce que disait *Lalande* (Astron. T. I. §. 794 p. 291): „On voit, dans les Trans. Philos. de 1786 que le 7 Février 1780 elle (la variable) était invisible," quoique on y lit bien ce qu'il ajoute, „Elle était à son plus grand éclat le 9 Août 1782; le 14 (lisez 16) Février elle était de la dixième grandeur."

Sur la disparition totale observée de la variable je ne sais nulle part d'où on la tire, si ce n'est que des annonces qui en donne son premier observateur *Fabricius*, qui en assignait les limites de ses changemens de grandeur, de 0 à la quatrième, comme *Piazzi* aussi dans sa note les indiquait. Le Catalogue des 3222 étoiles observées de *Bradley*, calculé et réduit par *Bessel* au commencement de l'année 1755, à l'étoile o Ceti assigne les extrèmes de grandeur 2 et 0 (Astron. Fundamenta p. 152); et peut-être c'est d'ici qu'on a déduit et adopté communement les limites mêmes des variations de l'étoile. Mais il faudroit voir, pour s'en assurer, le Récueil des observations originales de *Bradley*, que je n'ai pas; puisque il y sera fait mention des tems et des observateurs auxquels l'étoile venait de se perdre tout-à-fait de vue par son extrême petitesse ou affaiblissement de la lumière.

Dans les éphémerides de Berlin pour 1803 on reporta quelques observations et remarques faites sur la Mira Ceti avec un grand reflecteur de 20 pieds par Mr. le Chev. *Hahn* qui écrit (pag. 106) d'avoir vu l'étoile d'une lumière et avec un disque presque planétaire, d'où il concluait que cette étoile doit être tout-à-fait différente des autres fixes. Les mêmes éphémerides pour le 1819 contiennent un court extrait, ou plutôt une annonce d'un long travail du Prof. *Wurm* de Stuttgard sur la périodique de la Baleine, qui venait de paraître dans le 2me Cahier du Journal „Astronomische Zeitschrift par MM. *Lindenau* et *Bohnenberger*" et où l'auteur aura certainement récueilli le mieux qu'on peut savoir des phénomènes de cette étoile singulière. Il m'est bien désagréable de n'avoir pas ce Journal et conséquemment de ce que je ne puis pas y lire l'interessant mémoire ci-dessus du Prof. *Wurm*. Et cependant je vois dans un petit livre publié peu ci-devant (Nachträge und Zusätze zur ersten Auflage der Wunder des Himmels von *J. J. v. Littrow*, Stuttgart 1837. p. 48) que d'après les calculs et les déterminations plus exactes Mr. *Wurm* a établi la période des changemens de la variable en 331,96 jours et que d'après la table des phases qu'il en a déduite, l'étoile a du atteindre son plus grand éclat le 30 Mars 1836, le (peut-être on a entendu le 24) Février 1837, et le 23 Janvier 1838. Or l'étoile a brillé réellement à son maximum le 1 Février 1836, au commencement et le 1 Décembre du 1837. Il y aurait donc dans la table de Mr. *Wurm* une erreur de deux mois pour les époques présentes, et il pourrait bien découler de la valeur adoptée de la période, si l'époque fondamentale de la table a été prise reculée de nos jours; et c'est par cette raison que je préfère volontiers la période plus longue, comme celle de *Cassini*; quoique moi même j'ai trouvé dans ma lettre précédente (Astr. Nachr. Nr. 345. p. 164) la valeur de 331,5 jours à peu-près par trois comparaisons des observations anciennes avec les modernes. Et voilà un argument de plus à nous persuader de la conclusion avec laquelle j'ai terminé autrefois que nos connaissances des phénomènes des étoiles changeantes ne sont pas jusqu'ici ni étendues ni assez précises et qu'elles mériteraient de l'être."

Pour observer la Mira Ceti dans ses dernières variations l'hiver passé n'a pas été beaucoup favorable, et l'état long tems nuageux de l'atmosphère ne m'a point permis de suivre continuellement, comme il faudrait, les apparences de l'étoile. Toutefois je vous en envois ici le petit nombre d'observations que j'en ai recueilli:

Jours.			Grandeur éstimée au mérid.	Etat de l'atmosphère.	Notes
1837	Oct.	11	10 — 11	leg. brouill.: vent.	La suiv. de 11me
		17	10 — 11	Ser.: clair de lune	
	Nov.	22	5 — 6	Serein beau.	La suiv. de 11me
	Déc.	1	4 — 5	Air très pur.	
		16	4	Serein beau.	La suiv. de 11me
		18	5	Air nébuleux.	La suiv. de 12me
		24	5 — 6	Air un peu couv.	On ne voit la suivante.
1838	Janv.	21	5	Serein beau.	

Au prochain renouvellement des phases lumineuses de l'étoile on aura l'avantage de pouvoir en choisir toute circonstance, du premier accroissement jusqu'à la dernière diminution successive, c'est-à-dire l'amplitude totale du phénomène, si pourtant le tems ne sera pas contraire.

Je n'ai plus rien à ajouter ou à changer à ma lettre précédente. Peut-être que je ne tarderai beaucoup à vous écrire de nouveau pour vous faire part de quelques autres considérations et recherches sur un objet intéressant d'astronomie pratique. Mes nouvelles de santé, Dieu merci, sont très-bonnes. Je m'occupe toujours de nos études célestes, comme je puis le faire; mais j'ai été jusqu'à présent bien malheureux dans mes adjoints qui m'ont quitté l'un après l'autre sans me donner presque aucun soulagement. Des deux derniers, *Wettingher* s'est dévoué uniquement à des speculations et expériences aerostatiques et *Bernardi* a pris une carrière hors de l'observatoire.

Giuseppe Bianchi.

Schreiben des Herrn Doctors *Steczkowski*, Adjuncten der Cracauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Cracau 1839. Febr. 22

Ich habe es unternommen, aus den in neuerer Zeit an der hiesigen Sternwarte beobachteten Sternbedeckungen unsere geographische Länge abzuleiten. Die von mir angewandte Methode ist die *Bessel*sche, und die Berechnungen wurden durchaus mit siebenstelligen Logarithmen geführt. Die Abplattung habe ich = 0,00324 angenommen. Die Mondsörter habe ich aus der Connaissance des tems, und seit dem Jahre 1830 aus dem *Encke*'schen Jahrbuche genommen, und die scheinbaren Positionen der bedeckten Sterne nach *Baily's* „New Tables for facilitating the computation of Precession, Aberration and Nutation etc." gerechnet. Bei jeder Bedeckung habe ich alle Orte aufgenommen, an denen ich nur Beobachtungen finden konnte, habe aber immer getrachtet, nur solche Bedeckungen zu berechnen, die wenigstens an einem sehr gut bestimmten Orte beobachtet wurden. Das erhaltene Resultat weicht etwas von dem von *Wurm* in den Astr. Nachr. Nr. 167 gegebenen ab. Die Verbindung meiner Bestimmungen mit denen von *Wurm* gab unsere Länge = $1^h 10' 29'' 536$ auch gröſser, als die Vergleichung der Mondstern-Beobachtungen mit Altona sie giebt.

Zugleich erlaube ich mir noch die Bemerkung, daſs ich die Erhöhung des mittleren Spiegels der Weichsel bei Cracau, gegenüber dem botanischen Garten, übers Meer aus eilfjährigen Beobachtungen mit unserm *Pistor*schen Barometer unmittelbar und durch Vergleichung mit Beobachtungen an zehn verschiedenen Orten berechnet, und selbe = 574 Pariser Fuſs gefunden habe. Zu dieser Berechnung habe ich den Barometer- und Thermometerstand am Niveau des Meers, den *Schuckburg* aus seinen mehrjährigen Beobachtungen gefunden hat, nemlich $28'\ 2{,}2$ und $+12°8$ C. angenommen. Die Beobachtungen an den erwähnten zehn Orten, gaben mir:

Die Erhöhung des Beobachtungs-Ortes in:

Warschau über's Meer	aus 11jähr. Beobb.	62,79	Par. Toisen.
Lemberg — —	3jähr. Beobb.	140,35	—
Breslau — —	(1812—1824)	61,97	—
Wien — —	(1823—1829)	88,75	Par. Toisen.
Kremsmünster — —	(1815—1824)	187,75	—
Königsberg — —	aus Kämtz	2,52	—
Mailand — —	(1809—1829)	55,60	—
Paris — —	aus Kämtz	30,65	—
Strasburg — —	—	55,61	—
Padua — —	—	0,27	—

Der Beobachtungsort in Cracau:

über dem gleichen Orte in	Warschau	38,08	—
unter — —	Lemberg	38,44	—
über — —	Breslau	40,77	—
über — —	Wien	14,50	—
unter — —	Kremsmünster	84,09	—
über — —	Königsberg	99,58	—
über — —	Mailand	48,05	—
über — —	Paris	72,38	—
über — —	Strasburg	47,08	—
über — —	Padua	102,67	—

also der Beobachtungsort in Cracau durch:

Warschau	übers Meer	100,87	Par. Toisen.
Lemberg	—	101,91	—
Breslau	—	102,74	—
Wien	—	103,25	—
Kremsmünster	—	103,66	—
Königsberg	—	102,10	—
Mailand	—	103,65	—
Paris	—	103,03	—
Strasburg	—	102,89	—
Padua	—	102,94	—
	Mittel	102,70	Par. Toisen.
Die unmittelbare Berechnung der Cracauer Beobachtungen gab		103,28	—
	also im Mittel	102,99	Par. Toisen,

oder 618 Par. Fuſs. Da aber, nach einem vor Jahren angestellten Nivellement der Beobachtungsort in Cracau 44 Par. Fuſs über dem mittleren Spiegel der Weichsel gegenüber dem botanischen Garten liegt, so folgt die vorher angeführte Erhöhung dieses mittleren Spiegels der Weichsel = 574 Par. Fuſs.

Dr. *J. K. Steczkowski.*
Adjunct. der Cracauer Sternwarte.

Länge von Cracau.

1. **Bedeckung von 76 κ Cancri den 16ten Juni 1828.**

Die Bedingungsgleichungen für die Längen habe ich folgendermaaſsen erhalten:

für Cracau	$+70'1809$	$+0{,}0315\ d\alpha$	$-0{,}0106\ d\delta$
Kremsmünster	$+46{,}8804$	$+0{,}0308\ d\alpha$	$-0{,}0136\ d\delta$
Prag Sternw.	$+47{,}9847$	$+0{,}0312\ d\alpha$	$-0{,}0119\ d\delta$
Modena	$+33{,}9920$	$+0{,}0297\ d\alpha$	$-0{,}0177\ d\delta$
Wien	$+55{,}8801$	$+0{,}0309\ d\alpha$	$-0{,}0129\ d\delta$

Die beiden Gröſsen $d\alpha$ und $d\delta$ habe ich durch Modena und Wien bestimmt, indem ich die Länge des ersten Ortes $+34'\,19''1$ und die des zweiten $+56'\,10''4$ angenommen habe. Mit diesen Gröſsen erhielt ich

die Länge von Cracau	$+1^h\,10'$	$27''50$
Kremsmünster	$+\ \ 47$	$10{,}71$
Prag Sternw.	$+\ \ 48$	$16{,}26$

2. **Bedeckung von μ Libræ den 13ten Juni 1829.**

Die Gleichungen für die Längen sind folgende:

für Cracau	$+69'6078$	$+0{,}0247\ d\alpha$	$-0{,}0289\ d\delta$
Coburg	$+33{,}6357$	$+0{,}0245\ d\alpha$	$-0{,}0297\ d\delta$
Altona	$+29{,}5472$	$+0{,}0253\ d\alpha$	$-0{,}0264\ d\delta$
Hamburg	$+29{,}6566$	$+0{,}0253\ d\alpha$	$-0{,}0264\ d\delta$
Modena	$+33{,}3962$	$+0{,}0221\ d\alpha$	$-0{,}0396\ d\delta$

Hier habe ich die Gröſsen $d\alpha$ und $d\delta$ durch Altona und Modena bestimmt, indem ich die Länge von Altona $+30'\,25''0$ gesetzt habe, mit welchen ich gefunden habe

die Länge von Cracau	$+1^h\,10'$	$29''13$
Coburg	$+\ \ 34$	$30{,}96$
Hamburg	$+\ \ 30$	$31{,}56$

3. **Bedeckung von N Tauri den 2ten März 1830.**

Ich erhielt

für Cracau	$+70'5820$	$+0{,}0444\ d\alpha$	$+0{,}0332\ d\delta$
Prag Sternw.	$+48{,}4482$	$+0{,}0446\ d\alpha$	$+0{,}0286\ d\delta$
Wien	$+56{,}2837$	$+0{,}0449\ d\alpha$	$+0{,}0237\ d\delta$

Durch Wien und Prag ($+48'\,20''4$) wurden hier die Gröſsen bestimmt und die Länge von Berlin $+44'\,13''85$ angebracht, was auch in der Zukunft geschieht. Aus dieser Bedeckung folgt die Länge von Cracau $+1^h\,10'\,30''89$.

4. **Bedeckung von u Geminor. den 3ten März 1830**

Die Längen-Gleichungen sind folgende:

für Cracau	$+70'6425$	$+0{,}0297\ d\alpha$	$+0{,}0182\ d\delta$
Prag Sternw.	$+48{,}4904$	$+0{,}0297\ d\alpha$	$+0{,}0154\ d\delta$
Göttingen	$+30{,}5580$	$+0{,}0297\ d\alpha$	$+0{,}0169\ d\delta$
Wien	$+56{,}3405$	$+0{,}0296\ d\alpha$	$+0{,}0122\ d\delta$

Die Gröſsen $d\alpha$ und $d\delta$ wurden durch Wien und Göttingen ($+30'\,25''0$) bestimmt, mit denen fand ich dann

die Länge von Cracau	$+1^h\,10'$	$30''51$
Prag Sternw.	$+\ \ 48$	$20{,}46.$

5. **Bedeckung von 1 Cancri den 28sten April 1830.**

Ich fand folgende Gleichungen:

für Cracau	$+70'4570$	$+0{,}0270\ d\alpha$	$-0{,}0218\ d\delta$
Prag Sternw.	$+48{,}2880$	$+0{,}0265\ d\alpha$	$-0{,}0258\ d\delta$
Prag Neustadt	$+48{,}2855$	$+0{,}0265\ d\alpha$	$-0{,}0258\ d\delta$
Wien	$+56{,}1240$	$+0{,}0261\ d\alpha$	$-0{,}0286\ d\delta$
Kremsmünster	$+47{,}1902$	$+0{,}0259\ d\alpha$	$-0{,}0309\ d\delta$

Die unbekannten Gröſsen $d\alpha$ und $d\delta$ habe ich durch Wien und Prag Sternwarte bestimmt und mit diesen bekam ich

die Länge von Cracau	$+1^h\,10'$	$30''77$
Prag. Neustadt	$+\ \ 48$	$20{,}25$
Kremsmünster	$+\ \ 47$	$14{,}24$

Ich muſs hier bemerken, daſs es scheint, daſs die Beobachtung in Wien statt $58''86$, $48''86$ gelesen werden müsse, und sie wurde hier so angenommen.

6. **Bedeckung von 48 Leonis den 1sten Mai 1830.**

Die Bedingungsgleichungen sind folgende:

für Cracau	$+70'9056$	$+0{,}0345\ d\alpha$	$+0{,}0012\ d\delta$
Wien	$+56{,}5375$	$+0{,}0337\ d\alpha$	$+0{,}0017\ d\delta$
Altona	$+30{,}7848$	$+0{,}0343\ d\alpha$	$+0{,}0004\ d\delta$

Mit den Längen von Wien und Altona habe ich die beiden Gröſsen $d\alpha$ und $d\delta$ bestimmt und fand dann die Länge von Cracau

$$1^h\,10'\,32''02.$$

7. **Bedeckung von η Libræ den 4ten Juni 1830.**

Cracau	$+70'4594$	$+0{,}0361\ d\alpha$	$+0{,}0166\ d\delta$
Modena E.	$+34{,}3396$	$+0{,}0335\ d\alpha$	$+0{,}0041\ d\delta$
A.	$+34{,}6141$	$+0{,}0276\ d\alpha$	$+0{,}0244\ d\delta$

Man sieht, daſs der Austritt in Modena miſslungen ist; drückt man also $d\alpha$ in $d\delta$ aus und setzt dann $d\delta = 0$, so folgt die Länge von Cracau

$$+1^h\,10'\,26''19.$$

8. **Bedeckung von ο' Sextantis den 25ten Juni 1830**

Cracau	$+70'8052$	$+0{,}0257\ d\alpha$	$-0{,}0244\ d\delta$
Wien	$+56{,}5469$	$+0{,}0247\ d\alpha$	$-0{,}0274\ d\delta$
Prag. Sternw.	$+48{,}6700$	$+0{,}0251\ d\alpha$	$-0{,}0263\ d\delta$
Prag. Neustadt	$+48{,}6662$	$+0{,}0251\ d\alpha$	$-0{,}0263\ d\delta$

Durch Wien und Prag Sternwarte erhielt ich die

Länge von Cracau	$+1^h\,10'$	$29''66$
Prag Neustadt	$+\ \ 48$	$20{,}17$

9. **Bedeckung von (112) Sagitt.** den 1sten Aug. 1830.

Cracau	+ 70′5290	+ 0,0293 $d\alpha$	+ 0,0147 $d\delta$
Kremsmünster	+ 47,2212	+ 0,0293 $d\alpha$	+ 0,0134 $d\delta$
Altona	+ 30,4456	+ 0,0292 $d\alpha$	+ 0,0187 $d\delta$

Mit Altona und Kremsmünster (+ 47′ 11″0) fand ich die Länge von Cracau

+ 1h 10′ 29″60.

10. **Bedeckung von d Sagitt.** den 23sten Octbr. 1830.

Cracau		+ 70′7000	+ 0,0304 $d\alpha$	+ 0,0028 $d\delta$
Wien		+ 56,3920	+ 0,0304 $d\alpha$	+ 0,0025 $d\delta$
Abo		+ 79,9575	+ 0,0299 $d\alpha$	+ 0,0101 $d\delta$
Kremsmünster		+ 47,4281	+ 0,0304 $d\alpha$	+ 0,0033 $d\delta$
Ober-Castel	E.	+ 27,2555	+ 0,0303 $d\alpha$	+ 0,0046 $d\delta$
	A.	+ 27,5652	+ 0,0303 $d\alpha$	+ 0,0052 $d\delta$

Die Gröfsen $d\alpha$ und $d\delta$ wurden durch Wien und Abo (+ 1h 19′ 49″2) bestimmt, und mit denen folgt

die Länge von Cracau	+ 1h	10′	28″72
Kremsmünster	+	47	12,61
Ober-Castel (Mittel)	+	27	9,92

11. **Bedeckung von q Piscium** den 22sten Decbr. 1830.

Cracau	+ 70′7980	+ 0,0329 $d\alpha$	− 0,0063 $d\delta$
Wien	+ 56,4764	+ 0,0328 $d\alpha$	− 0,0061 $d\delta$

Ich habe, wegen der zu geringen Coëfficienten von $d\delta$, diese Gröfse = 0 gesetzt und $d\alpha$ durch Wien bestimmt, mit der ich dann die Länge von Cracau

+ 1h 10′ 29″65

erhalten habe.

12. **Bedeckung von ν Piscium** den 20sten Jänner 1831.

Cracau	+ 70′6832	+ 0,0028 $d\alpha$	+ 0,0008 $d\delta$
Altona	+ 30,5242	+ 0,0025 $d\alpha$	+ 0,0083 $d\delta$

Auf die nemliche Art, wie bei der vorigen Bedeckung fand ich die Länge von Cracau + 1h 10′ 33″95.

13. **Bedeckung von 48 Tauri** den 19ten Febr. 1831.

Cracau	+ 70′7040	+ 0,0270 $d\alpha$	+ 0,0046 $d\delta$
Altona	+ 30,5771	+ 0,0258 $d\alpha$	+ 0,0105 $d\delta$
Prag Sternw.	+ 48,5802	+ 0,0269 $d\alpha$	+ 0,0049 $d\delta$
Prag Neustadt	+ 48,5279	+ 0,0269 $d\alpha$	+ 0,0049 $d\delta$
Kremsmünster	+ 47,4239	+ 0,0275 $d\alpha$	+ 0,0017 $d\delta$

Durch Altona und Prag Sternwarte, erhielt ich folgende Längen:

von Cracau	+ 1h	10′	27″59
Prag Neustadt	+	48	17,26
Kremsmünster	+	47	8,36

14. **Bedeckung des Aldebaran** den 23sten Octbr. 1831.

Cracau	E.	+ 70′7096	+ 0,0292 $d\alpha$	− 0,0159 $d\delta$
	A.	+ 70,6326	+ 0,0210 $d\alpha$	+ 0,0297 $d\delta$
Prag	E.	+ 48,6688	+ 0,0287 $d\alpha$	− 0,0131 $d\delta$
Bogenhausen	E.	+ 37,3016	+ 0,0294 $d\alpha$	− 0,0169 $d\delta$
	A.	+ 37,3766	+ 0,0202 $d\alpha$	+ 0,0338 $d\delta$
Modena	E.	+ 34,6162	+ 0,0326 $d\alpha$	− 0,0347 $d\delta$
	A.	+ 34,5609	+ 0,0151 $d\alpha$	+ 0.0620 $d\delta$
Cambridge	E.	− 8,7222	+ 0,0268 $d\alpha$	− 0,0025 $d\delta$
	A.	− 8,7470	+ 0,0231 $d\alpha$	+ 0,0176 $d\delta$
Aberdeen	E.	− 17,5020	+ 0,0256 $d\alpha$	+ 0,0042 $d\delta$
	A.	− 17,4957	+ 0,0246 $d\alpha$	+ 0,0098 $d\delta$

Die beiden Gröfsen $d\alpha$ und $d\delta$ wurden hier durch den Ein- und Austritt in Aberdeen bestimmt, mit welchen dann die Längen folgten, im Mittel aus den Ein- und Austritten, aufser Cracau, wo ich blofs den Eintritt genommen habe:

Länge von Cracau	+ 1h	10′	29″86
Prag	+	48	28,19
Bogenhausen	+	37	6,01
Modena	+	34	21,81
Cambridge	−	8	58,34

15. **Bedeckung des Aldebaran** den 10ten Febr. 1832.

Cracau	E.	+ 70′6108	+ 0,0290 $d\alpha$	− 0,0078 $d\delta$
	A.	+ 70,6286	+ 0,0227 $d\alpha$	+ 0,0248 $d\delta$
*) Wilna	E.	+ 92,0841	+ 0,0959 $d\alpha$	− 0,0086 $d\delta$
Mannheim	E.	+ 24,5786	+ 0,0280 $d\alpha$	− 0,0025 $d\delta$
	A.	+ 24,6065	+ 0,0243 $d\alpha$	+ 0,0194 $d\delta$
Aberdeen	E.	− 17,6902	+ 0,0268 $d\alpha$	+ 0,0058 $d\delta$
	A.	− 17,6565	+ 0,0264 $d\alpha$	+ 0,0056 $d\delta$
Greenwich	E.	− 9,3317	+ 0,0267 $d\alpha$	+ 0,0040 $d\delta$
	A.	− 9,2417	+ 0,0250 $d\alpha$	+ 0,0132 $d\delta$
Makerstown	A.	− 19,3575	+ 0,0261 $d\alpha$	+ 0,0072 $d\delta$

In Mannheim stimmt der Eintritt mit dem Austritte aufser Cracau am besten, darum wurden die Gröfsen $d\alpha$ und $d\delta$ durch diesen Ort bestimmt, und damit erhielt ich die geographischen Längen im Mittel aus dem Ein- und Austritte so:

Länge von Cracau	+ 1h	10′	31″55
Wilna	+ 1	31	48,30
Aberdeen	− 0	17	45,87
Greenwich	−	9	22,84
Makerstown	−	19	26,99

16. **Bedeckung des Regulus** den 15ten Febr. 1832.

Cracau	E.	+ 70′7284	+ 0,0255 $d\alpha$	− 0,0085 $d\delta$
Altona	E.	+ 30,6514	+ 0,0254 $d\alpha$	− 0,0088 $d\delta$
	A.	+ 30,8230	+ 0,0255 $d\alpha$	− 0,0084 $d\delta$
Hamburg	E.	+ 30,8009	+ 0,0254 $d\alpha$	− 0,0088 $d\delta$
	A.	+ 30,8902	+ 0,0255 $d\alpha$	− 0,0084 $d\delta$
Göttingen	E.	+ 30,7652	+ 0,0251 $d\alpha$	− 0,0099 $d\delta$
Kremsmünster	E.	+ 47,1760	+ 0,0248 $d\alpha$	− 0,0111 $d\delta$
Mannheim	A.	+ 25,0971	+ 0,0262 $d\alpha$	− 0,0059 $d\delta$
Prag Sternw.	E.	+ 48,5544	+ 0,0252 $d\alpha$	− 0,0095 $d\delta$
Prag Neustadt	E.	+ 48,4644	+ 0,0252 $d\alpha$	− 0,0095 $d\delta$

Werden hier die beiden Gröfsen $d\alpha$ und $d\delta$ durch Altona Eintritt und Göttingen bestimmt, so findet sich

die Länge von Cracau	+ 1h	10′	28″91
Hamburg	+	30	36,04
Kremsmünster	+	47	11,60
Mannheim	+	24	33,91
Prag Sternw.	+	48	24,64
Prag Neustadt	+	48	19,24

*) Die Beobachtung in Wilna mufs statt 59′, 56′ gelesen werden.

17. Bedeckung von 75 Tauri den 8ten März 1832.

Cracau	$+ 70'4980 + 0{,}0285\,dx - 0{,}0023\,d\delta$
Greenwich	$- 9{,}2993 + 0{,}0289\,dx - 0{,}0045\,d\delta$
Altona	$+ 30{,}4249 + 0{,}0279\,dx + 0{,}0005\,d\delta$

Als ich hier die Gröfsen dx und $d\delta$ bestimmt hatte, fand ich die Länge von Cracau

$+ 1^h 10' 27''94.$

18. Bedeckung von 39 o Sagitt. den 4ten Sept. 1832.

Cracau	$+ 70'5356 + 0{,}0316\,dx - 0{,}0114\,d\delta$
Prag Sternw.	$+ 48{,}3924 + 0{,}0316\,dx - 0{,}0097\,d\delta$
Kremsmünster	$+ 47{,}2400 + 0{,}0317\,dx - 0{,}0113\,d\delta$

Durch Prag und Kremsmünster ergiebt sich die Länge von Cracau $+ 1^h 10' 28''68.$

(Der Beschlufs folgt.)

Vermischte Nachrichten.

In Rostock (Breite 54° 4' 45", östl. Länge in Zeit von Paris = 39' 20") hat Herr Professor *Karsten* die Sonnenfinsternifs am 15ten März 1838 beobachtet,

Anfang $4^h 16' 19''2$ m. Zt.
Ende 4 54 8,7 ——

Herr Professor *Karsten* hält diese Beobachtungen für scharf. Herr Doctor *Walter* beobachtete das

Ende $4^h 54' 8''3$ m. Zt.

Von Herrn *Rümker* mitgetheilt.

Herr Hofrath *Gauss* hat in Göttingen nur den Anfang dieser Sonnenfinsternifs um

$3^h 59' 9''6$ m. Zt.

beobachten können. Von der Mitte der Finsternifs an wurde die Sonne durch Wolken unsichtbar gemacht. Hier in Altona war kein Moment zu beobachten.

Es ist mir ein gedrucktes Circular übersandt, in dem eine Versammlung der italienischen Naturforscher, die künftig wie in Deutschland jährlich gehalten werden soll, für dies Jahr in Pisa vom 1sten bis 15ten October angekündigt wird. Die Leser dieser Blätter werden das Nähere aus dem beigefügten Schlusse ersehen.

Seguendo pertanto il consiglio di molti, e l'approvazione di altri, nè discostandosi punto dalle pratiche tante felici in Germania, veniamo ad annunciare che nel bel mezzo delle ferie autunnali del corrente anno 1839, dal dì primo al quindicesimo di Ottobre inclusive, sarà aperto in Pisa il Consesso dei Professori, e dei Cultori delle scienze fisiche in Italia, comprese la Medicina e l'Agricoltura sì utili alla umanità. E ciò conseguentemente ci affrettiamo di partecipare ai Professori delle scienze suddette nelle varie Università degli stati italiani, ai Direttori degli studi delle medesime, ai Capi e Direttori dei Corpi del Genio, degli Orti botanici, dei Musei di storia naturale, ai Lincei di Roma, ai Membri dell' I. e R. Istituto di Milano, della R. Accademia delle scienze di Torino, della Società Italiana di Modena, dell' Istituto di Bologna, della R. Accademia delle scienze di Napoli, della Gioenia di Catania, e dell' I. e R. de' Georgofili di Firenze; non senza darne anche contezza altrimenti ai Capi delle più famose Accademie, affinchè possano comunicarne la notizia ai rispettabili Soci, che tra noi saranno meritamente accolti, esibendo i loro respettivi diplomi.

È superfluo il trattenersi qui sul vantaggio che può derivare dal commercio delle peculiarie idee dirette in specie al perfezionamento delle arti, poichè Voi, Chiarissimo Signore, siete persuaso che questo mezzo è uno de' più efficaci a diffondere utili cognizioni, ed a conseguire sì nobile scopo.

Al Cattedratico italiano, seniore tra' presenti in Pisa nel primo giorno di Ottobre, toccherà aprire l'Adunanza della quale siederà Reggitore in tutta la sua durata; ed il Segretario sarà scelto di suo genio tra' Professori della Università di Pisa. L'Assemblea generale si dividerà il secondo giorno in quante sezioni verranno suggerite dal riscontro delle diverse branche scientifiche, coltivate dagli intervenuti; ed i Membri di ciascuna sezione sceglieranne a loro stessi un Presidente ed un Segretario italiano. L'Assemblea generale medesima deciderà nel settimo giorno come e dove sarà per adunarsi nell' anno futuro.

Al cominciare del mese di Agosto si spediranno nuove lettere circolari, dalle quali verranno indicate i provvedimenti locali, non meno per gli alloggi che per tutta ciò che riguardar possa la commoda, lieta e pacifica dimora di tutti coloro che si compiaceranno d'intervenire.

Firenze, 28 Marzo 1839.

Principe *Carlo L. Bonaparte.*

Cav. *Vincenzio Antinori*,
Direttore dell' I. e R. Museo di Fisica e Storia Naturale di Firenze

Cav. *Gio. Battista Amici*,
Astronomo di S. A. I. e R. il Granduca di Toscana.

Cav. *Gaetano Giorgini*,
Provveditor Generale dell' I. e R. Università di Pisa.

Dott. *Paolo Savi*,
Prof. di Storia Naturale nell' I. e R. Università di Pisa.

Dott. *Maurizio Bufalini*,
Prof. di Clinica e Medicina nell' I. e R. Arcispedale di Firenze.

Von Herrn *Rümker*, Director der Hamburger Sternwarte, sind mir folgende Beobachtungen der Sonnenfinsternisse vom 15ten Mai 1836 mitgetheilt:

	Ende.
Leipzig (Professor *Moebius*)	$5^h 34' 46''0$ m. Zt.
Mannheim (Hofrath *Nicolai*)	5 19 21,6 ——
Warschau (Professor *Barowski*)	6 19 24,6 ——

S.

Altona 1839. Mai 30.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 379.

Observations astronomiques faites à l'observatoire académique de Vilna en 1834 n. s.

(Eingesandt von Herrn Staatsrath *v. Slavinski*, Director der Wilnaer Sternwarte.)

Uranus.

Position des étoiles de comparaison *).

Pour 1834.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Déclin. appar.
Juillet 30	2592	Aquarii	7	21ʰ40′44″3	−13°29′23″0
Août 9	——	——		44,4	22,5
—— 29	——	——		44,6	22,0
Juillet 30	2622	33 Aquar. ι	4.6	57 30,1	−14 39 56,3
Août 9	——	——		30,3	55,7
—— 29	——	——		30,4	55,3
Sept. 18	——	——		30,4	55,8
Octbr. 8	2622	33 Aquar. ι	4.5	21ʰ57′30″3	−14°39′56″8
—— 28	——	——		30,0	58,2
Novbr. 17	——	——		29,7	59,6
Août 29	2568	42 Capr. d′	6	32 33,2	46 45,1
Sept. 18	——	——		33,1	45,6
Octbr. 8	——	——		32,9	46,5
—— 28	——	——		32,7	47,8
Novbr. 17	——	——		32,4	49,1

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834 **)	Differ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834 **)	Differ.
Août 2	13ʰ 6′36″3	21ʰ50′52″77	21ʰ50′55″93	+ 3″16	−13°51′47″0	−13°51′54″8	+ 7″8
—— 3	2 31,9	44,19	47,10	2,91	52 36,3	52 41,7	6,4
—— 4	12 58 26,9	35,10	38,20	3,10	53 19,2	53 28,7	9,5
—— 9	38 2,6	49 50,21	49 53,03	2,82	57 17,0	57 26,6	9,6
—— 10	33 57,3	40,78	43,89	3,11	58 7,9	58 14,6	6,7
—— 11	29 52,3	31,71	34,72	3,01	58 55,1	59 2,7	7,6
—— 12	25 47,3	22,60	25,59	2,99	59 44,6	59 50,4	5,8
—— 21	11 49 1,1	47 59,33	48 2,37	3,04	−14 6 57,1	−14 7 2,8	5,7
—— 22	44 55,9	49,99	47 53,03	3,04	7 44,9	7 50,3	5,4
—— 25	32 40,6	22,37	25,36	2,99	10 2,0	10 12,4	10,4
—— 26	28 35,8	13,41	16,24	2,83	10 51,3	10 59,0	8,7
—— 30	12 15,7	46 36,94	46 39,99	3,05	13 56,9	14 3,9	7,0
—— 31	8 11,4	28,48	31,03	2,55	14 46,0	14 49,4	3,4
Septbr. 1	4 6,2	19,20	22,12	2,92	15 31,2	15 34,5	3,3
—— 2	0 1,4	10,27	13,26	2,99	16 10,6	16 19,4	8,8
—— 8	10 35 34,5	45 18,65	45 21,47	2,82	20 34,3	20 40,1	5,8
—— 9	31 30,1	10,18	13,10	2,92	21 16,1	21 22,0	5,9
—— 11	23 22,1	44 53,91	44 56,61	2,70	22 39,7	22 44,3	4,6
—— 12	19 18,1	45,74	48,50	2,76	23 18,4	23 24,6	6,2
—— 15	7 6,6	21,97	25,00	3,03	25 17,7	25 21,2	3,5
—— 17	9 58 59,4	6,48	9,43	2,95	26 34,1	26 38,0	3,9
—— 19	50 52,8	43 51,71	43 54,52	2,81	27 45,3	27 51,2	5,9
—— 22	38 43,7	30,28	33,23	2,95	29 29,2	29 35,5	6,3
—— 24	30 38,4	16,70	19,44	2,74	30 40,1	30 42,6	2,5
—— 26	22 33,2	3,33	6,29	2,96	31 38,2	31 46,2	8,0
—— 28	14 29,2	42 51,04	42 53,66	2,62	32 38,1	32 47,0	8,9
—— 30	6 25,3	38,93	41,66	2,73	33 35,1	33 44,5	9,4

*) Positions apparentes des étoiles de comparaison ont été calculées par les tables: New Tables for facilitating the computation of Precession, Aberration and Nutation of two thousand eight hundred and eighty-one principal fixed Stars. London 1827.

**) Les ascensions droites et les déclinaisons des planètes pour le tems des observations ont été calculées par interpolation.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.	Déclinaison appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.
Octbr. 2	8h 58' 22"0	21h 42' 27"45	21h 42' 30"20	+ 2"75	−14° 34' 33"7	−14° 34' 39"1	+ 5"4
—— 4	50 19,3	16,58	19,39	2,81	35 24,3	35 30,3	6,0
—— 10	26 15,5	41 48,07	41 50,79	2,72	37 38,5	37 43,5	5,0
—— 14	10 16,3	32,37	35,15	2,78	38 47,6	38 54,5	6,9
—— 15	6 16,9	28,99	31,64	2,65	39 8,9	39 10,0	1,1
—— 17	7 58 18,5	22,40	25,26	2,86	39 35,6	39 38,2	2,6
—— 20	46 22,9	14,45	17,01	2,56	40 8,0	40 13,4	5,4
—— 21	42 24,5	11,96	14,64	2,68	40 14,1	40 23,3	9,2
—— 23	34 28,2	7,45	10,45	3,00	40 35,0	40 40,1	5,1
Novbr. 8	6 31 28,6	2,38	4,93	2,55	40 26,2	40 32,2	6,0
—— 9	27 33,8	3,54	6,28	2,74	40 18,0	40 23,1	5,1
—— 12	15 51,5	8,94	11,50	2,56	39 44,5	39 50,1	5,6

Mars.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1834.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Déclin. appar.
Sept. 18	775	7 Gemin. η	4.5	6h 4' 52"3	+22° 32' 53"4
Octbr. 8	——	——		52,9	53,4
Sept. 18	804	18 Gem. ν	5	19 7,0	20 18 40,5
Octbr. 8	——	——		7,6	40,3
Sept. 18	831	27 Gem. ε	3	33 43,7	25 17 17,9
Octbr. 8				44,4	17,5
	850	37 Gemin.	6	45 7,1	34 33,8
—— 28	——	——		7,7	33,1
—— 8	870	42 Gem. ω'	6	52 19,0	24 26 43,1
—— 28	——	——		19,6	42,2
Octbr. 8	885	48 Gem. m.	6	7h 2' 22"1	+24° 23' 56"1
—— 28	——	——		22,8	55,1
—— 8	908	58 Gemin.	7	13 30,0	23 15 25,7
—— 28	——	——		30,6	24,5
	916	63 Gem. p	6	17 54,8	21 46 40,2
Novbr. 17	——	——		55,5	38,6
Décbr. 7	——	——		56,1	37,3
Octbr. 28	956	82 Gem. B.	7	38 38,9	23 32 39,3
Novbr. 17	——	——		39,6	37,7
	976	2 Cancri ω'	6	50 54,7	+25 50 20,1
Décbr. 7	——	——		55,4	18,8

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.	Déclinaison appar. Observée.	Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.
Sept. 26	17h 58' 2"5	6h 19' 57"26	6h 19' 57"44	+ 0"18	+23° 32' 56"1	+23° 33' 2"2	+ 6"1
—— 28	54 28,3	24 15,53	24 15,47	− 0,06	33 41,1	33 46,8	5,7
Octbr. 4	43 13,9	36 28,70	36 29,53	+ 0,83	34 5,3	34 14,2	8,9
—— 14	22 34,3	55 21,16	55 21,87	+ 0,71	30 59,5	31 5,0	5,5
—— 20	8 50,6	7 5 14,55	7 5 15,14	+ 0,59	28 13,9	28 23,9	10,0
Nov. 8	16 17 0,7	28 10,73	28 10,95	+ 0,22	29 10,8	29 17,2	6,4
—— 9	13 51,8	28 57,80	28 58,15	+ 0,35	29 58,5	30 9,5	11,0
—— 24	15 20 31,3	34 36,90	34 37,62	+ 0,72	58 34,4	58 42,7	8,3

Cérès.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1834.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Déclin. appar.
Janv. 21	1293	54 Leon.	4.5	10h 46' 36"9	+25° 37' 59"2
Févr. 10	——	——		37,3	59,0
Mars 2	——	——		37,6	38 0,1
Févr. 10	1217	Leonis	7	5 21,5	21 59 20,1
Mars 2	——	——		21,7	20,9
Févr. 10	1221	36 Leon. ζ	4.5	7 27,0	24 14 30,8
Mars 2	——	——		27,2	31,9
—— 22	——	——		27,1	33,7
Avril 11	——	——		26,9	35,7
Mai 1	1221	36 Leon. ζ	4.5	10h 7' 26"7	+24° 14' 37"6
Févr. 10	1269	40 —— min.	5.6	33 54,3	27 11 37,8
Mars 2	——	——		54,5	39,2
—— 22	——	——		54,5	41,3
Avril 11	——	——		54,4	43,8
Mai 1	——	——		54,1	45,8
Mars 2	1187	24 Leon. μ	3	9 43 18,7	26 47 5,7
—— 22	——	——		18,6	7,7
Avril 11	——	——		18,4	9,8

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Differ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Differ.
Février 6	13^{h}23′53″8	10^{h}30′22″79	10^{h}30′23″98	+ 1″19	+25°59′ 9″9	+25°58′49″9	− 20″0
—— 13	12 50 38,9	24 38,28	24 39,43	1,15	26 53 14,0	26 52 51,2	22,8
—— 14	45 50,9	23 46,11	23 47,35	1,24	27 0 20,0	27 0 1,4	18,6
—— 23	2 26,4	15 43,42	15 44,99	1,57	56 29,9	56 17,5	12,4
—— 27	11 43 10,7	12 10,74	12 11,75	1,01	28 15 55,6	28 15 45,3	10,3
Mars 3	24 1,0	8 44,14			31 34,1		
—— 6	9 36,8	6 7,19			40 42,4		
—— 8	0 21,7	4 43,84			45 31,4		
—— 12	10 41 44,5	1 49,69			51 57,4		
—— 13	37 9,1	1 10,09			53 1,2		
—— 26	9 39 33,2	9 54 39,91			44 10,6		
Avril 7	8 50 27,7	52 44,92			4 34,8		
—— 11	34 59,4	53 0,31			27 45 48,5		
—— 13	27 25,3	18,12			35 26,0		

Vesta.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1834.	Noms des étoiles.	Asc. droite app.	Déclin. appar.
Octbr. 28	443 35 Tauri λ 4	3^{h}51′31″7	+12° 1′13″2
Novbr 17	—— ——	32,0	13,0
Décbr. 7	—— ——	32,2	12,4
— 27	481 Tauri 6.7	4 11 35,6	13 27 54,3
Novbr. 17	481 — Tauri 6.7	4^{h}11′35″9	+13°27′54″2
Décbr. 7	417 — 30 Taurie 6	3 39 12,8	10 37 49,7
—— 27	—— ——	12,8	48,9
—— 7	350 — Ceti 6.7	2 18,3	12 25 1,7
—— 27	—— ——	18,4	1,1

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Differ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Differ.
Novbr. 9	12^{h}44′38″7	3^{h}59′10″26	3^{h}59′11″22	+ 0″96	+11°47′58″0	+11°47′41″8	− 16″2
—— 24	11 30 4,4	43 32,15	43 33,18	1,03	24 2,4	23 43,0	19,4
Décbr. 23	9 12 8,5	19 33,84			37 56,2		
—— 28	8 50 24,1	17 28,62			50 13,3		

Observations de la Lune faites à la lunette méridienne de *Ramsden* de 6 pieds anglais de longueur.

Jour de l'observ.	Noms des Astres.	Passage.	Fils	Mouv. diurne de la pendule.	La lunette exactement sur la mire.
Fév. 16	Lune 1 Bord	3^{h}23′58″65	5	−0″80 H.*)	à 3^{h}20′
	35 δ Tauri	42 59,64	5		
	54 γ Tauri	4 1 51,64	5		
Avril 17	31 θ Cancri	6 34 54,45	5	−0,10 S.**)	à 6 30 (mire trembl.)
	Lune 1 Bord	48 53,93	5		
	77 ξ Cancri	7 12 29,13	5		
	4 λ Leonis	34 51,47	5		
—18	77 ξ Cancri	8 32,99	5	−0,17 —	à 7 0
	4 λ Leonis	30 55,51	5		à 7 15
	Lune 1 Bord	45 8,03	5		
	32 α Leonis	8 8 6,94	5		
	41 γ Leonis	19 22,39	5		

*) La pendule de *Hardy* est réglée sur le tems sidéral.
**) La pendule de *Shelton* est réglée sur le tems moyen.

Jour de l'observ.	Noms des Astres.	Passage.	Fils.	Mouv. diurne de la pendule.	La lunette exactement sur la mire.
Avril 19	32 α Leonis	8^h 4′12″00	4	−0″13 S.	à 7^{h}15′ *)
	41 γ Leonis	15 27,39	5		
	Lune 1 Bord	40 16,38	5		
	63 χ Leonis	9. 0 57,30	5		
	77 σ Leonis	17 2,32	5		
——20	63 χ Leonis	8 57 1,42	5	−0,30 —	à 7 15
	77 σ Leonis	9 13 6,28	5		
	Lune 1 Bord	34 14,54	5		
	5 β Virginis	42 30,12	5		
	9 ο Virginis	57 9,84	5		
	15 η Virgin.	10 11 47,16	4		

*) La position de la lunette, lors du passage des étoiles de α Leonis et de γ Leonis est un peu douteuse.

Jour de l'observ.	Noms des Astres.	Passage.	Fils.	Mouv. diurne de la pendule.	La lunette exactement sur la mire.
Avril 21	5 β Virgin.	$9^{h}\,38'\,33''86$	5	$-0''24$ S.	à $7^{h}20'$
	9 o Virgin.	53 13,56	5		
	15 η Virg.	10 7 51,16	5		
	Lune 1 Bord	27 27,34	5		
	43 δ Virgin.	43 34,90	5		
Mai 18	5 β Virgin.	7 52 16,72	5	−0,40 —	à 7 10
	8 π Virgin.	8 2 34,02	5		à 7 45
	Lune 1 Bord	17 6,58	5		(mire trembl.)
	29 γ' Virgin.	43 20,74	5		
	43 δ Virgin.	57 17,92	5		
— 19	43 δ Virgin.	53 21,70	5	−0,39 —	à 8 10
	Lune 1 Bord	9 8 20,26	5		
	67 α Virgin.	22 30,02	5		
	79 ζ Virgin.	32 15 30	5		
— 20	79 ζ Virgin.	28 18,82	5	−0,46 —	à 8 0
	Lune 1 Bord	10 0 16,28	5		(mire trembl.)
	100 λ Virgin.	12 5,62	5		
	107 μ Virgin.	36 12,68	5		
	9 α^{2} Libræ	43 34,57	5		
— 21	100 λ Virgin.	8 9,52	3	−0,37 —	à 8 30
	107 μ Virgin.	32 16,54	5		
	9 α^{2} Libræ	39 38,39	5		
	Lune 1 Bord	53 46,92	5		
	38 γ Libræ	11 24 3,59	5		
	44 η Libræ	32 32,03	5		
— 22	38 γ Libræ	20 7,25	5	−0,48 —	à 8 20
	44 η Libræ	28 35,27	5		
	Lune 1 Bord	49 16,99	5		
— 23	21 α Scorpii	12 9 1,78	5	−0,49 —	à 8 30
	Lune 2 Bord	49 3,91	5		
	58 D Oph.	13 23 4,23	5		
	46 Sagitt.	39 11,86	5		
Juin 19	10 ω^{2} Scorp.	10 1 15,37	5	−0,43 —	à 7 50
	21 α Scorp.	22 45,12	5		(mire un peu tr.)
	Lune 1 Bord	32 23,11	5		
	36 A Oph.	11 38 32,52	5		
	40 ρ Oph.	14 26,13	5		
— 21	22 λ Sagitt.	12 13 2,10	5	−0,60 —	à 9 0
	Lune 2 Bord	29 54,16	5		
	41 π Sagitt	55 4,62	5		
	52 h^{2} Sagitt.	13 21 43,03	5		
Juill. 31	87 α Tauri	4 23 54,95	5	−1,30 H.	à 4 20
					(mire un peu tr.)
	Lune 2 Bord	5 6 56,38	5		à 5 0
	112 β Tauri	13 18,71	4		(mire trembl.)
Sept. 11	13 μ' Sagitt.	18 0 21,57	5	−1,41 —	à 17 50
	Lune 1 Bord	25 54,00	5		(mire un peu tr.)
	41 π Sagitt.	56 24,85	5		
— 13	63 c Sagitt.	19 48 55,17	5	−1,52 —	à 17 55
	6 α^{2} Capr.	20 5 18,74	5		
	Lune 1 Bord	21 51,35	5		
	22 η Capr.	51 25,57	5		
	25 χ' Capr.	55 31,19	5		
Sept. 15	49 δ Capr.	$21^{h}\,34'\,17''67$	5	$-1''52$ H.	à $18^{h}10'$
	33 ι Aquar.	53 51,19	5		
	Lune 1 Bord	22 6 55,45	5		
	76 δ Aquar.	42 15,39	5		
— 17	20 υ Pisc.	23 35 47,08	5	−1,20 —	à 18 10
	Lune 2 Bord	43 29,08	5		
	12 υ Ceti	0 17 56,66	5		
— 26	Lune 2 Bord	7 10 5,80	5	−1,01 —	à 7 5
	78 β Gemin.	31 18,49	5		
Oct. 10	62 c Sagitt.	19 48 24,87 d	3	−0,70 —	à 18 50
	Lune 1 Bord	20 3 58,82	5		
	16 ψ Capr.	32 14,20	5		
	m Capric.	39 15,22	5		
— 11	16 ψ Capr.	32 12,90 d	5	−0,70 —	à 18 55
	m Capric.	39 14,26	3		
	Lune 1 Bord	59 12,30	5		
	43 κ Capr.	21 29 20,69	5		
	49 δ Capr.	33 50,13	5		
— 12	Lune 1 Bord	51 3,49	5	−0,70 —	à 18 50
	57 σ Aquar.	22 17 48,30	5		
— 14	91 ψ Aquar.	23 3 6,84	5	−0,90 —	à 18 50
	95 ψ^{3} Aquar.	6 14,64	5		
	Lune 1 Bord	26 21,30	5		
	30 r Piscium	49 22,06	5		
	33 s Piscium	52 45,68	5		
— 15	30 r Piscium	49 20,72	5	−0,90 —	à 18 55
	33 s Piscium	52 44,44	5		
	Lune 1 Bord	0 11 16,22	5		
Nov. 8	34 ζ Capr.	21 12 44,50	5	−0,80 —	à 19 45
	39 ε Capric.	23 20,39	5		
	Lune 1 Bord	33 23,97	5		
	45 D Aquar.	22 5 39,75	5		
	57 σ Aquar.	17 25,26	5		
— 9	45 D Aquar.	5 38,97	5	−0,80 —	à 19 45
	57 σ Aquar.	17 24,50	5		
	Lune 1 Bord	23 40,89	5		
	92 χ Aquar.	23 3 47,64	5		
— 11	20 n Pisc.	34 56,58	3	−0,67 —	à 19 40
	Lune 1 Bord	56 15,50	5		
— 12	13 Ceti	0 22 13,56	5	−0,67 —	à 19 50
	Lune 1 Bord	40 27,76	5		
	89 f Pisc.	1 4 46,12	5		
	98 μ Pisc.	17 1,26	5		
— 24	63 χ Leon.	10 51 48,68	5	−0,67 —	à 20 10
	Lune 2 Bord	14 38,40	5		
	5 β Virgin.	11 37 24,60	5		
	8 π Virgin.	47 43,60	4		
Déc. 12	Lune 1 Bord	2 38 28,00	5	−0,69 —	à 21 0
	57 δ Arietis	57 28,17	5		
	2 ξ Tauri	3 13 30,18	5		

Remarque. Comme la lunette n'a pu être toujours vérifiée sur la mire méridienne invisible pendant la nuit, immédiatement avant les passages de la Lune, et que le ciel brumeux a souvent empêché de la vérifier même pendant le jour; nous marquons le moment de la vérification la plus proche qu'il ait été possible de faire.

Occultations d'étoiles par la Lune et éclipses des satellites de Jupiter observées à la lunette de *Dollond* (grossissement de 80 fois.)

				Tems sidéral.	
1834 n. s.	Févr. 15	Emersion du deuxième satellite de Jupiter		à 5h30′ 6″1	médiocre.
	Juin 16	Immersion de 238 Virginis 7 sous le bord obscur de la Lune		à 17 51 46,6	bonne.
	Août 12	—— de 8 β Scorpii sous le bord obscur de la Lune	préc. 2 gr.	à 18 17 43,4	bonne.
			suiv. (5.6) gr.	à 18 17 30,4	bonne.
	Sept. 24	—— de 109 n Tauri (5.6) sous le bord éclairé de la Lune		à 0 9 17,2	médiocre.
	—— 30	—— du deuxième satellite de Jupiter		à 5 37 19,5	dout.
	Nov. 8	—— du premier satellite de Jupiter		à 4 2 13,5	bonne.
	—— 12	—— du deuxième satellite de Jupiter		à 0 6 45,6	très-dout.

Extrait des observations météorologiques faites pendant l'année 1834 à l'observatoire de Vilna, à 375,6 pieds de Paris au dessus du niveau de la mer.

Année 1834 nouv. style.	Baromètre *) Maximum.	Baromètre *) Minimum.	Baromètre *) Moyenne.	Thermomètre **). Maximum.	Thermomètre **). Minimum.	Thermomètre **). Moyenne.	Vent dominant.
	p l	p l	p l	d	d	d	
Janvier	28 1,1 le 11.12	26 7,9 le 25	27 7,10	+ 4,5 le 24	—12,5 le 12	— 2,48	Sud.
Février	28 5,4 le 15	27 2,9 le 22	27 11,25	+ 5,4 le 28	—13,4 le 16	— 2,83	Nord-Ouest et Sud.
Mars	28 4,2 le 1	26 7,4 le 24	27 8,68	+ 8,7 le 6	— 6,6 le 14	+ 0,35	Nord-Ouest.
Avril	28 1,8 le 15	27 3,1 le 25	27 9,21	+16,7 le 30	— 1,5 le 4	+ 5,32	Nord-Ouest.
Mai	28 1,6 le 21	27 5,4 le 10	27 9,80	+22,6 le 20	+ 1,7 le 30	+12,07	Nord-Ouest.
Juin	28 1,1 le 24	27 6,2 le 5	27 9,72	+20,6 le 12	+ 1,0 le 2	+13,56	Nord-Ouest.
Juillet	28 1,8 le 28	27 8,9 le 15	27 10,98	+25,5 le 14	+ 7,0 le 1	+17,35	Nord-Ouest.
Août	28 1,4 le 29	27 4,7 le 4	27 10,39	+25,1 le 3	+ 8,5 le 5	+17,37	Sud.
Septembre	28 1,7 le 17.18	27 3,6 le 23	27 10,29	+23,6 le 1	— 0,4 le 27	+11,82	Nord-Ouest.
Octobre	28 3,7 le 4	26 9,3 le 19	27 8,25	+15,0 le 10	— 0,8 le 29	+ 6,09	Sud et Ouest.
Novembre	28 4,1 le 20	27 0,5 le 1	27 8,08	+11,3 le 8	— 7,0 le 21	+ 1,55	Nord-Ouest et Sud.
Décembre	28 3,0 le 13	27 3,0 le 22	27 8,80	+ 5,3 le 7	— 9,8 le 24	— 0,17	Nord-Ouest.

	Baromètre (p l)	Thermomètre (d)	
Maximum de l'année	28 5,4 le 15 Février à 10h du soir	+25,5 le 14 Juillet à 3h du soir.	
Minimum de l'année	26 7,4 le 24 Mars à 10h du soir	—13,4 le 16 Février à 7h du matin.	Vent dominant Nord-Ouest.
Moyenne de l'année	27 9,38	+ 6,67	

*) Sa division est en pouces et lignes du pied de Paris. **) Divisé selon l'échelle de Réaumur.

Observations astronomiques faites à l'observatoire Impérial de Vilna, pendant l'année 1835 n. s.

Jupiter.

Position des étoiles de comparaison *).

Pour 1835.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Decl. appar.
Janvier 1	435	32 Tauri	6	3h 47′ 7″2	+21° 59′ 52″7
—— 21	——	——		7,0	52,7
Févr. 10	——	——		6,8	52,4
Janvier 1	486	Tauri	7	4 12 40,6	20 25 27,2
21	——	——		40,5	26,4
Févr. 10	——	——		40,2	25,3
	448	37 Tauri A′	5	3 54 56,2	21 37 28,6
Mars 2	——	——		55,8	28,2
Févr. 10	502	69 Tauri υ′	5	4 16 25,6	22 25 58,5
Mars 2	——	——		25,2	59,6
—— 22	——	——		24,9	59,0
Févr. 10	528	87 Tauri α	1	26 26,9	16 10 20,2
Mars 2	——	——		26,6	19,8
Mars 22	528	87 Tauri α	1	4h 26′ 26″2	+16° 10′ 19″4
Octbr. 8	872	43 Gemin. ζ	4	6 54 20,7	20 48 20,7
—— 28	——	——		21,4	19,6
	885	48 Gemin. m	6	7 2 26,6	24 23 52,2
Novbr. 17	——	——		27,2	51,2
Décbr. 7	——	——		27,7	50,5
Novbr. 17	870	42 Gemin ω′	6	6 52 24,1	26 39,4
Décbr. 7	——	——		24,7	38,7
—— 27	——	——		25,1	38,5
Novbr. 17	916	63 Gemin. p	6	7 17 59,2	21 46 34,4
Décbr. 7	——	——		59,8	33,1
	900	55 Gemin. δ	3.4	10 19,1	22 16 44,0
—— 27	——	——		19,6	43,3

*) Positions apparentes des étoiles de comparaison ont été calculées par les tables: New Tables for facilitating the computation of Precession, Aberration and Nutation of 2881 principal fixed Stars. London 1827.

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1835.	Differ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1835.	Differ.
Janvier 8	8h 50' 35"7	4h 1' 2"34	4h 1' 3"29	+ 0"95	+19° 53' 59"4	+19° 54' 0"6	+ 1"2
—— 11	38 6,2	0 20,45	0 21,40	0,95	——	——	——
—— 12	33 57,7	7,86	9,05	1,19	52 22,3	52 25,1	+ 2,8
—— 13	29 50,2	3 59 56,22	3 59 57,52	1,30	5,2	7,0	+ 1,8
—— 15	21 38,0	35,86	36,98	1,12	51 37,0	51 37,9	+ 0,9
—— 21	7 57 21,2	58 54,37	58 55,39	1,02	6,8	7,9	+ 1,1
—— 22	53 21,3	50,35	51,42	1,07	10,2	11,4	+ 1,2
—— 26	37 30,4	43,11	43,95	0,84	51,3	49,7	— 1,6
—— 30	21 53,0	49,36	50,40	1,04	53 0,9	53 7,8	+ 6,9
—— 31	18 0,9	53,15	54,11	0,96	34,5	33,3	— 1,2
Février 6	6 55 5,1	59 32,95	59 34,02	1,07	57 0,0	56 55,9	— 4,1
—— 7	51 18,7	42,48	43,61	1,13	35,5	57 37,8	+ 2,3
—— 9	43 48,7	4 0 4,38	4 0 5,13	0,75	59 9,9	59 8,3	— 1,6
—— 10	40 4,4	15,99	17,11	1,12	55,6	56,8	+ 1,2
—— 11	36 21,5	29,03	29,88	0,85	20 0 44,9	20 0 47,4	+ 2,5
—— 27	5 38 33,8	5 36,77	5 38,01	1,24	18 39,4	18 43,4	+ 4,0
—— 28	35 3,7	6 2,59	6 3,43	0,84	20 5,0	20 5,5	+ 0,5
Mars 4	21 8,0	7 50,81	7 51,80	0,99	25 48,7	25 48,8	+ 0,1
—— 5	17 41,2	8 20,05	8 20,66	0,61	27 17,5	27 18,5	+ 1,0
—— 7	10 48,6	9 19,32	9 20,68	1,36	30 25,3	30 21,8	— 3,5
—— 11	4 57 11,1	11 25,87	11 26,78	0,91	36 43,9	36 39,5	— 4,4
—— 21	23 49,9	17 22,74	17 23,68	0,94	53 34,5	53 33,2	— 1,3
Octbr. 8	17 56 19,5	7 4 35,48	7 4 35,92	0,44	22 30 46,2	22 30 47,5	+ 1,3
—— 26	16 49 36,9	8 39,81	8 40,81	1,00	26 4,0	26 8,0	+ 4,0
Novbr. 20	15 9 33,5	5 53,35	6 54,01	0,66	32 0,5	31 59,2	— 1,3
—— 24	14 52 44,2	5 48,10	5 49,23	1,13	34 16,9	34 13,1	— 3,8
—— 27	39 59,2	4 50,62	4 51,02	0,40	36 9,8	36 7,6	— 2,2
Décbr. 10	13 43 32,2	6 59 29,70	6 59 30,24	0,54	45 53,1	45 51,4	— 1,7
—— 11	39 7,2	0,47	1,30	0,83	46 40 9	46 40,8	— 0,1
—— 23	12 45 35,7	52 38,85	52 39,09	0,24	56 47,0	56 52,8	— 5,8

Saturne.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1835.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Déclin. appar.
Janvier 1	1532	66 Virgin.	6	13h 15' 56"8	—4° 17' 48"0
—— 21	——	——		57,4	52,2
Févr. 10	——	——		58,0	55,8
Mars 2	——	——		58,5	58,6
—— 22	——	——		58,9	18 0,3
Avril 11	——	——		59,1	1,0
Janvier 1	1561	Virgin.	7	36 16,9	—6 48 1,2
—— 21	——	——		17,6	5,3
Févr. 10	——	——		18,2	9,0
Mars 2	——	——		18,7	11,9
—— 22	——	——		19,1	13,8
Avril 11	——	——		19,3	15,0
Mars 22	1511	51 Virgin. θ	4.5	1 25,7	—4 39 27,3
Avril 11	——	——		25,9	27,6
Mai 1	1511	51 Virgin. θ	4.5	13h 1' 25"9	— 4° 39' 28"2
—— 21	——	——		25,9	27,6
Juin 10	——	——		25,7	26,7
Mars 22	1551	80 Virgin. l³	6	26 57,3	33 14,0
Avril 11	——	——		57,9	17,2
Mai 1	——	——		57,6	14,7
—— 21	——	——		57,6	14,2
Juin 10	——	——		57,4	13,3
Mai 21	1533	67 Virgin. α	1	16 31,2	10 17 56,1
Juin 10	——	——		31,4	55,6
Mai 21	1531	65 Virgin.	6	14 47,6	— 4 3 36,4
Juin 10	——	——		47,5	35,8
Mai 21	1550	79 Virgin. ζ	4	26 18,7	+ 0 15 1,1
Juin 10	——	——		18,6	2,2

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1835.	Différ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1835.	Différ.
Janvier 12	18ʰ 0′ 28″4	13°28′ 11″61	13ʰ28′ 12″15	+ 0″54	−6°34′ 9″7	−6°34′ 30″9	+ 21″2
—— 13	17 56 40,3	19,44	19,93	0,49	34 43,8	59,4	15,6
—— 21	26 1,2	29 7,77	29 8,31	0,54	37 4,2	37 24,7	20,5
—— 30	16 51 2,1	31,92	32,61	0,69	36 45,5	8,7	23,2
Février 4	31 22,1	31,50	32,16	0,66	35 16,5	35 38,3	21,8
—— 28	14 54 45,7	27 16,56	27 17,02	0,46	15 32,5	15 55,1	22,6
Mars 21	13 27 42,7	22 46,88	22 47,52	0,64	−5 44 51,9	−5 45 15,3	23,4
—— 25	10 56,8	21 44,44	21 45,01	0,57	38 9,3	38 31,8	22,5
—— 28	12 58 20,9	20 56,08	20 56,57	0,49	32 55,4	33 21,5	26,1
—— 29	54 8,3	39,37	40,17	0,80	31 14,0	31 39,0	25,0
—— 30	49 56,3	23,26	23,65	0,39	29 35,4	29 54,7	19,3
Avril 1	41 31,3	19 49,99	19 50,29	0,30	26 2,8	26 25,3	22,5
—— 4	28 53,0	18 59,22	18 59,73	0,51	20 47,0	21 10,1	23,1
—— 8	12 1,6	17 51,26	17 51,55	0,29	13 49,4	14 9,7	20,3
—— 10	3 35,7	17,07	17,53	0,46	10 18,5	10 42,0	23,5
—— 14	11 46 43,7	16 8,56	16 8,86	0,30	3 26,3	3 46,6	20,3
—— 19	25 39,8	14 43,98	14 44,11	+ 0,13	−4 55 1,4	−4 55 27,1	25,7
—— 20	21 27,3	27,37	27,35	— 0,02	53 21,9	53 42,2	20,3
—— 21	17 14,5	10,38	10,76	+ 0,38	51 38,7	52 4,5	25,8
—— 22	13 2,1	13 53,86	13 54,09	0,23	50 6,5	50 26,7	20,2
—— 26	10 56 13,5	12 48,74	12 48,93	0,19	43 45,7	44 7,8	22,1
—— 30	39 27,1	11 45,80	11 45,88	0,08	37 44,2	38 7,0	22,8
Mai 1	35 15,8	30,04	30,53	0,49	36 15,6	36 39,9	24,3
—— 2	31 4,6	14,96	15,37	0,41	34 52,2	35 14,3	22,1
—— 4	22 43,1	10 45,24	10 45,63	0,39	31 59,6	32 27,7	28,1
—— 5	18 32,6	30,62	31,00	0,38	30 41,7	31 6,3	24,6
—— 8	6 2,4	9 48,03	9 48,53	0,50	26 45,8	27 12,4	26,6
—— 9	1 52,6	34,06	34,65	0,59	25 31,1	25 56,8	25,7
—— 10	9 57 43,5	20,92	21,31	0,39	24 18,0	24 44,5	26,5
—— 13	45 17,0	8 41,96	8 42,32	0,36	20 53,0	21 15,9	22,9
—— 16	32 52,4	4,95	5,62	0,67	17 37,3	18 3,6	26,3
—— 17	28 45,0	7 53,49	7 53,91	0,42	16 39,1	17 3,0	23,9
—— 22	8 11,4	6 59,30	6 59,68	0,38	12 7,1	12 31,0	23,9
—— 26	8 51 50,0	21,43	21,73	0,30	9 8,3	9 30,4	22,1
—— 28	43 41,3	4,55	4,63	0,08	7 50,1	8 12,9	22,8
—— 29	39 37,2	5 56,30	5 55,56	0,26	17,2	7 37,5	20,3
Juin 2	23 24,9	27,56	27,75	0,19	5 15,2	5 38,1	22,9
—— 3	19 22,4	20,99	2,40	0,41	4 49,5	13,9	24,4
—— 4	15 20,4	14,88	15,38	0,50	28,7	4 52,0	23,3
—— 5	11 19,2	9,57	9,71	0,14	6,1	32,3	26,2
—— 7	3 16,9	4 59,12	4 59,47	0,35	3 33,6	3 59,9	26,3
—— 8	7 59 16,4	54,43	54,86	0,43	22,6	47,2	24,6
—— 9	55 16,4	50,36	50,60	0,24	14,2	36,7	22,5

Mars.

Position des étoiles de comparaison.

Pour 1835.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
Janvier 1	792	Geminor.	7	6ʰ14′ 34″0	+25 7 41,8
—— 21	——	——		34,1	42,4
Mars 2	——	——		33,7	43,8
—— 22	——	——		33,3	44,2
Janvier 1	817	49 Aurigæ c	6	24 49,8	28 8 35,2
—— 21	——	——		49,2	36,1
Mars 2	817	49 Aurigæ c	6	6ʰ24′ 48″9	+28° 8′ 38″2
—— 22	——	——		48,5	38,8
Janvier 1	850	Gemin. 37	6	44 9,4	25 34 32,0
—— 21	——	——		9,6	32,6
Mars 2	——	——		9,4	34,4
—— 22	——	——		8,9	35,1

Pour 1835.	Noms des étoiles.			Asc. droite app.	Décl. appar.
Janv. 21	774	44 Aurigæ x	4	6ʰ 4′ 51″5	+29° 33′ 4″4
Févr. 10	—	—		51,4	5,5
Mars 2	—	—		51,3	6,4
Janv. 21	784	Aurigæ	7	8 0,5	27 16 4,6
Févr. 10	—	—		0,4	5,5
Janv. 1	870	42 Gemin. ω′	6	52 21,3	24 26 40,5
— 21	—	—		21,5	40,9
— 1	864	40 Gem. y²	6.7	49 16,4	26 7 54,5
— 21	—	—		16,6	55,1
— 1	919	64 Gem. b¹	5.6	7 19 3,0	28 27 5,0
— 21	—	—		3,2	5,8
— —	822	54 Aurigæ	6	6 29 8,8	24 4,4
Févr. 10	—	—		8,7	5,5
Mars 2	—	—		8,5	6,5
— 22	831	27 Gem. ε	3	33 46,1	25 17 19,0
Avril 11	—	—		45,8	19,3
Mars 22	889	52 Gemin. n	7	7ʰ 4′ 35″8	+25° 9′ 56″4
Avril 11	—	—		35,5	57,0
Mars 22	900	55 Gemin. δ	3.4	10 15,6	22 16 48,9
Avril 11	—	—		15,2	49,5
Mars 22	933	69 Gemin. υ	5	25 45,0	27 15 29,6
Avril 11	—	—		45,0	30,4
Mars 22	947	77 Gemin. x	4	34 28,1	24 47 17,3
Avril 11	—	—		28,1	18,1
	948	78 Gemin. β	2	35 12,0	28 25 11,0
Mai 1	—	—		11,7	11,4
Avril 11	1037	33 Cancri η	6	8 23 9,3	20 59 49,5
Mai 1	—	—		9,1	50,1
Avril 11	1100	69 Cancri ν	6	53 4,7	25 7 56,2
Mai 1	—	—		4,5	56,9
Avril 11	1153	4 Leonis λ	4.5	9 22 18,1	23 41 36,1
Mai 1	—	—		17,8	37,5

Position de la Planète.

Jour de l'observation.	Tems moyen du passage au méridien.	Ascension droite appar. Observée.	Ascension droite appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.	Déclinaison appar. Observée.	Déclinaison appar. Berl. Astr. Jahrb. für 1834.	Différ.
Janvier 2	12ʰ 4′ 4″1	6ʰ 51′ 23″16	6ʰ 51′ 23″51	+ 0″35	+26° 47′ 26″3	+26° 47′ 38″9	+12″6
— 12	11 8 2,6	34 38,13	34 38,02	— 0,11	27 10 30,1	27 10 44,4	14,3
— 14	10 57 11,8	31 38,59	31 38,34	— 0,25	12 52,2	13 8,8	16,6
— 17	41 14,9	27 28,75	27 28,81	+ 0,06	15 17,7	15 30,6	12,9
— 21	20 39,3	22 36,04	22 35,95	— 0,09	16 16,3	16 32,1	15,8
— 22	15 38,2	21 30,68	21 30,79	+ 0,11	16 10,0	16 27,6	17,6
— 26	9 56 9,0	17 44,45	17 44,38	— 0,07	14 48,3	15 1,4	13,1
— 30	37 36,5	14 55,15	14 55,25	+ 0,10	15 55,3	12 6,1	10,8
Février 7	3 23,9	12 9,35	12 9,73	+ 0,38	2 59,5	3 12,7	13,2
— 10	8 51 31,6	4,82	5,34	+ 0,52	26 58 59,7	26 59 10,6	10,9
— 11	47 41,2	10,36	10,53	+ 0,17	57 35,1	57 46,1	11,0
— 27	7 52 52,9	20 17,92	20 18,44	+ 0,52	31 30,4	31 40,6	10,2
Mars 7	29 32,7	28 26,29	28 26,68	+ 0,39	15 38,1	15 44,1	6,1
— 11	18 41,7	33 19,67	33 19,99	+ 0,32	6 36,7	6 43,5	6,8
— 12	16 3,9	34 38,03	34 37,93	— 0,10	4 15,8	4 20,6	4,8
— 21	6 53 32,1	47 31,51	47 31,50	— 0,01	25 40 4,1	25 40 11,0	6,9
— 28	37 18,8	58 51,38	58 51,58	+ 0,20	17 23,2	17 24,8	1,6
— 29	35 4,5	7 0 33,30	7 0 33,76	+ 0,46	13 46,9	13 49,1	+ 2,2
Avril 4	22 2,4	11 8,39	11 8,15	— 0,24	24 50 30,8	24 50 28,9	— 1,9
— 5	19 55,2	12 57,41	12 57,31	— 0,10	46 11,0	46 16,1	+ 5,1
— 6	17 49,2	14 47,61	14 47,58	— 0,03	41 54,5	41 57,0	2,5
— 12	5 29,6	26 5,33	26 5,51	+ 0,18	13 54,4	13 59,9	5,5
— 16	5 57 31,3	33 51,84	33 52,06	+ 0,22	23 53 14,2	23 53 17,8	+ 3,6
— 22	45 52,7	45 50,43	45 50,55	+ 0,12	19 2,7	19 1,8	— 1,4
— 25	40 10,3	51 57,00	51 57,28	+ 0,28	0 22,2	0 23,3	+ 1,1

Slavinski.

Inhalt.

Altona 1839. Mai 30

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 380. 381.

Ueber Sternschnuppen.

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Seit dem Ende des vorigen Jahrhunderts haben die Sternschnuppen das wissenschaftliche Interesse von zwei verschiedenen Seiten erregt: im Jahre 1798 geriethen *Brandes* und *Benzenberg* auf die glückliche Idee, sie von zwei Standpunkten aus zu beobachten und dadurch ihre Höhen über der Erde zu bestimmen, und am 11ten Novbr. 1799 bemerkte *Alexander von Humboldt*, der sich damals in Cumana befand, eine sehr ungewöhnliche Menge dieser Erscheinungen, welche sich in beinahe gleichen Richtungen bewegte und deren Sichtbarkeit, nicht allein an seinem Beobachtungsorte, sondern auf einem großen Theile der Erde, er durch die Aufsuchung fremder, gleichzeitiger Nachrichten, in das hellste Licht setzte. Dasselbe Ereigniß ist später, wiederholt und in nahe jährlicher Periode, beobachtet worden und hat, mit Recht, die größte Aufmerksamkeit auf sich gezogen. So wie unsere Ansichten von den Sternschnuppen, durch *Brandes* und *Benzenberg* geworden sind, muß man geneigt sein, eine periodische Erscheinung derselben in ungewöhnlich großer Zahl, als zum Weltsysteme selbst gehörig zu betrachten. Die Aussicht auf eine Entdeckung dieser Art, welche die Sternschnuppen zu eröffnen scheinen, macht sie zu Gegenständen der Aufmerksamkeit des *Astronomen* und fordert *diesen* auf, auch ihre nähere Untersuchung als nicht ausser seinem Kreise liegend zu betrachten. Daher haben sie auch das Interesse, nicht nur von *Humboldt*, *Brandes* und *Benzenberg*, sondern auch von *Olbers* und *Arago* erregt, wie man aus der anhaltenden Sammlung des letztern, von Nachrichten über ihr Erscheinen, und aus den Aufsätzen ersieht, wodurch der erstere neuerlich die Leser des *Schumacher*schen Jahrbuches erfreuet und belehrt hat.

Brandes, von mehreren seiner wissenschaftlichen Freunde unterstützt, hat die schon erwähnten, früheren Beobachtungen der Sternschnuppen von verschiedenen Standpunkten aus, im J. 1823, nach einem ausgedehnteren Plane fortgesetzt, und ist dadurch nicht allein zu einer Bestätigung des früheren Resultats gelangt, daß sie oft in Höhen über der Erde gesehen werden, bis zu welchen man die Atmosphäre sich nicht erstreckend anzunehmen pflegt; sondern er hat auch aus den Beobachtungen gefolgert, daß ihre Bewegung sie nicht immer der Erde nähert, daß vielmehr die Fälle, in welchen sie sich von derselben entfernen, nicht selten sind. Beide Resultate erscheinen *auffallend:* das erste, weil man nicht erwarten konnte, einen, sich im Schatten der Erde, also im dunkeln Raume und zugleich außerhalb der Atmosphäre, befindlichen Körper, hellleuchtend werden zu sehen; das andere, weil das *Aufsteigen* von Sternschnuppen, Vorstellungen von der Natur dieser Erscheinungen, welche man, aus anderen Gründen, zu verfolgen geneigt sein muß, zu widersprechen scheint. Wenn sie nämlich als körperlich, und daher der Anziehung der Erde unterworfen betrachtet werden, so folgt daraus, daß die krummen Linien, welche sie beschreiben, ihre Höhlungen der Erde zuwenden, woraus klar wird, daß ein beobachteter Theil derselben, dessen Richtung durch den Erdkörper führend erkannt wird, zu einer Bahn gehört, welche nicht bei ihm vorbeigeführt haben, oder vorbeiführen kann. Dann erscheint also das Aufsteigen der Sternschnuppen als die Folge einer, sie von der Erde entfernenden Wurfgeschwindigkeit, deren Ursache man nicht anzugeben weiß. Zwar hat *Chladny* diese in einer *Reflexion* sehr großer Geschwindigkeiten, von ursprünglich entgegengesetzter Richtung, von der Atmosphäre der Erde, gesucht; aber die Möglichkeit einer solchen Wirkung der Atmosphäre, ist eben so wenig durch einen Versuch veranschaulicht, als durch eine Theorie gerechtfertigt worden, weshalb ich keinen Grund sehe, sie für wahrscheinlich zu halten. Dieses Urtheil über *Chladnys* Meinung haben schon *Brandes* und *Olbers* ausgesprochen; der letztere bemerkt, daß das Aufsteigen die Folge einer Zersprengung der Sternschnuppen sein kann, wovon einige Feuerkugeln wirklich unzweideutige Beispiele darbieten.

Indessen darf auch dem unerwartetsten, aus Beobachtungen gefolgerten Resultate, die Annahme nicht verweigert werden, wenn seine Sicherheit nicht bestritten werden kann. Kann man zu der Ueberzeugung gelangen, daß die angeführten Resultate unzweifelhafte Folgen der Beobachtungen sind, so werden sie Grundlagen der ferneren Versuche, die Natur der Sternschnuppen näher kennen zu lernen. Man bemerkt sehr leicht, daß diese Versuche von wesentlich verschiedenen Anfängen ausgehen müssen, jenachdem die Wahrheit der von

Brandes erkannten Eigenschaften der Bewegungen der Sternschnuppen anerkannt, oder geläugnet wird. Indem ich die Untersuchung von *Brandes* aufmerksam verfolgt habe, habe ich die Ueberzeugung von der Richtigkeit ihrer *beiden* Resultate *nicht* erlangen können; denn ich habe die Erörterung zweier ihrer Grundlagen vermifst, welche, meines Erachtens, nicht als unzweifelhaft sicher hätten betrachtet werden sollen.

Die eine dieser Grundlagen der Untersuchung ist die *Voraussetzung*, dafs eine Sternschnuppe, von zwei Beobachtern an verschiedenen Standpunkten, *gleichzeitig erscheinend* und *gleichzeitig verschwindend* gesehen wird. Zu ihrer Begründung finde ich nur angeführt, dafs diese Erscheinungen ihr Licht gewöhnlich plötzlich, ohne vorangegangene allmählige Abnahme, *verlieren*; von der Art, wie sie ihr Licht *erlangen*, finde ich nichts gesagt. Man kann jedoch bezweifeln, dafs der Eindruck, welchen das Verschwinden einer Sternschnuppe auf das Auge macht, eine hinreichend sichere Stütze einer Annahme ist, deren sehr beträchtlichen Einflufs auf die Resultate der Untersuchung die geringste Aufmerksamkeit entdecken läfst. Ich habe versucht, ihn durch die 1ste Figur, in dem Falle, in welchem er am gefährlichsten ist, anschaulich zu machen: sie stellt einen Fall dar, in welchem die Bewegungslinie einer Sternschnuppe MM' und die beiden Standpunkte O, O' der Beobachter, in einer Ebene liegen; das Erscheinen und das Verschwinden sollen am ersten Standpunkte gesehen werden, wenn sie sich wirklich in a und a' befindet, am zweiten wenn sie in b und b' ist. Die Voraussetzung der Gleichzeitigkeit des Erscheinens sowohl, als des Verschwindens, versetzt den Punkt, wo das erstere erfolgt ist, in den Durchschnittspunkt der Gesichtslinien Oa und $O'b$, also nach c; der Punkt, wo das andere erfolgt ist nach c'; sie verwandelt also die Bewegungslinie MM' der Sternschnuppe in die gänzlich verschiedene NN'. Selbst wenn man zugehen wollte, dafs der Eindruck, welchen die Art des *Verschwindens* einer Sternschnuppe auf das Auge macht, eine hinreichende Bürgschaft für die Gleichzeitigkeit gewähre, so würde die Unsicherheit, welche in dieser Beziehung bei dem *Erscheinen* stattfindet, das Zutrauen zu den Resultaten vernichten müssen, welche man nur unter der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit *beider* Momente erhalten hat. Allein ich mufs gestehen, dafs ich auch gegen die allgemeine Richtigkeit der angeführten, das *Verschwinden* betreffenden Angabe, einiges Mifstrauen hege; denn ich erinnere mich, Sternschnuppen gesehen zu haben, welche ihr Licht allmählig verloren, so dafs ich über den wahren Endpunkt ihrer sichtbaren Bahn ungewifs blieb; Herr P– –berg, der einer der eifrigsten Theiln[…] angeordneten Beobachtungen, gew[…] der gegenwärtigen Beziehung beme[…] in welchem eine fast oder ganz verschwundene Sternschnuppe aufs Neue leuchtend wurde und ihren sichtbaren Weg am Himmel noch beträchtlich weit fortsetzte, bis sie allmälig wieder verschwand. Wenn aber das plötzliche Verlöschen des vollen Lichtes der Sternschnuppen nicht als entschieden angenommen werden kann, so kann auch nicht behauptet werden, dafs Verschiedenheiten ihrer Entfernungen von zwei Standpunkten, der Durchsichtigkeit der Luft daselbst und der Gesichtsschärfe der Beobachter, nicht die Folge haben können, dafs beide Beobachter sie *nicht* gleichzeitig erscheinen und verschwinden sehen.

Die zweite der Grundlagen der Untersuchung von *Brandes*, welche vorher hätte erörtert werden sollen, ist die Annahme, dafs die Beobachtungen genau genug seien, um durch ihre eigenen Fehler keinen Zweifel auf die beiden Hauptresultate zu werfen. Es hätte untersucht werden sollen, welchen Grad von Sicherheit die von den Beobachtern gemachten Ortsangaben, sowohl der Erscheinungspunkte, als auch der Verschwindungspunkte der Sternschnuppen besitzen. Das sicherste, so wie auch in anderen Beziehungen wünschenswertheste Verfahren wäre ohne Zweifel gewesen, dafs die verschiedenen Beobachter, ehe sie sich an ihre Standpunkte begaben, *nebeneinander* eine Anzahl Sternschnuppen beobachtet hätten. Obgleich man, durch die Unterlassung dieser Vorbereitung, die nähere Kenntnifs des Grades der Unsicherheit der einzelnen Angaben entbehrt, so mufs man doch glauben, dafs sie, in mehreren Fällen, beziehungsweise zu der Absicht der Beobachtungen, nicht unerheblich ist. Die Beobachtungen können nur rohe Annäherungen an die Wahrheit sein, denn sie bestehen in der, auf benachbarte, dem blofsen Auge sichtbare Sterne gegründeten Schätzung der Oerter, wo eine Sternschnuppe zuerst und zuletzt bemerkt worden ist; in Schätzungen, deren an sich grofse Unvollkommenheit, durch die Uebereilung, welche der schnelle Verlauf der Erscheinung mit sich bringt, noch beträchtlich vermehrt werden mufs, und welche in der Armuth vieler Stellen des Himmels an hellen Sternen, so wie auch in dem Mangel zweckmäfsig eingerichteter, allgemeiner Sternkarten, neue Vermehrungen findet. Um zu irgend einer Meinung über die Sicherheit dieser Beobachtungen zu gelangen, habe ich, in Ermangelung eigener Erfahrungen darin, Herrn Professor *Feldt* zu Rathe gezogen, und er hat mir gesagt, dafs man, in den günstigsten Gegenden des Himmels, so wie unter den günstigsten sonstigen Verhältnissen, den Endpunkt der sichtbaren Bahn einer Sternschnuppe, oft bis auf einen halben Grad sicher anzugeben glaube. Nimmt man zu dieser Angabe, welche das Aeufserste, was ein sehr geübter Beobachter zu erreichen hofft, bezeichnet, das häufige Fehlen der günstigsten Umstände hinzu, so wird man wohl nicht geneigt sein, den mittleren Fehler jedes der beiden Momente einer Beobachtung unter *einem Grade* zu

schätzen; man wird vielmehr erwarten, den Punkt, wo eine Sternschnuppe *zuerst* bemerkt wird, noch weniger sicher bestimmt zu sehen. Häufig zeigen zwar die Sternschnuppen *so grofse* Parallaxen, dafs Beobachtungsfehler von einer ähnlichen Gröfse wenig in Betracht kommen, wenn es sich nicht um genaue specielle Bestimmungen, sondern um die Erkenntnifs der Art der Bewegung im Allgemeinen handelt; allein unter den von *Brandes* berechneten Fällen sind auch mehrere, in welchen eine gründliche Untersuchung erforderlich gewesen wäre, um beurtheilen zu können, in wiefern das durch sie abgelegte Zeugnifs, trotz der Gröfse der Beobachtungsfehler, als unverdächtig angesehen werden darf.

Für oder wider die *Gleichzeitigkeit* der Erscheinung und der Verschwindung einer Sternschnuppe, an zwei Beobachtungsorten, welche, meiner oben ausgesprochenen Ansicht nach, nicht ohne Prüfung angenommen werden darf, können die Beobachtungen selbst ein Urtheil begründen. Man bemerkt zwar leicht, dafs in Fällen, in welchen die Bewegungslinie der Sternschnuppe und die Standpunkte der Beobachter in Einer Ebene liegen, die Beobachtungen nichts für oder wider ihre Gleichzeitigkeit lehren können; aber in allen anderen Fällen mufs eine Ungleichzeitigkeit sich dadurch in den Beobachtungen verrathen, dafs sie den Durchschnitt der nach den Erscheinungs- oder Verschwindungspunkten gelegten Gesichtslinien unmöglich macht. Sucht man, wenn dieses eintritt, die *kleinsten* Aenderungen auf, durch deren Anbringung an die, an zwei Standpunkten beobachteten Oerter des Erscheinens oder Verschwindens, die Gesichtslinien zum Durchschneiden gelangen, und findet man diese Aenderungen gröfser, als dafs man sie aus den Beobachtungsfehlern entstehend ansehen könnte, so wird dadurch der Annahme der Gleichzeitigkeit *entscheidend* widersprochen; findet man sie immer in dem Umfange der Beobachtungsfehler, so erhält hierdurch diese Annahme die Wahrscheinlichkeit, auf welche allein sich ihre weitere Verfolgung stützen darf. Ich werde im Folgenden die zu dieser Untersuchung über die Gleichzeitigkeit erforderlichen Rechnungsvorschriften mittheilen. Ich verdanke dem Eifer des Herrn Professors *Feldt* für alles, was diesen Gegenstand betrifft, ihre Anwendung auf die Beobachtungen, welche *Brandes* zusammengebracht hat *): aus den mitzutheilenden Resultaten seiner Rechnung wird man sehen, dafs unter 48 Paaren correspondirender Beobachtungen der Verschwindungspunkte von Sternschnuppen sich 23 befinden, welche mit der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit nur durch Aenderungen, an *jede* ihrer Angaben angebracht, vereinbar werden, welche *über zwei Grade* und *bis zu 7° 18'* steigen. Wenn man die Kenntnifs der mittleren Unvollkommenheit der Beobachtungen nicht entbehrte, so würde dieses Resultat der Rechnung wahrscheinlich für oder wider die Voraussetzung *entscheiden*; da man sie aber entbehrt, so kann es nur mit einer *individuellen* Ansicht von der Sicherheit der Beobachtungen verglichen werden. Obgleich die meinige ist, dafs Fehler von *solcher* Gröfse wenigstens nicht zu den *unvermeidlichen* gehören, so glaube ich doch, dafs nur neue, gut angeordnete und genügend untersuchte Beobachtungen zu einem unbedingten Urtheile über die Rechtmäfsigkeit der Voraussetzung berechtigen werden. Indessen hat sie in dieser Untersuchung, wenn keinen entscheidenden Widerspruch, doch auch *keine Rechtfertigung* gefunden; und noch weniger darf man sie, in Beziehung auf die Punkte des ersten *Erscheinens* der Sternschnuppen, als gerechtfertigt betrachten, indem weder die Plötzlichkeit dieses Erscheinens behauptet worden, noch wahrscheinlich ist, dafs es von verschiedenen Beobachtern in einem und demselben Momente wahrgenommen wird. Obgleich die Abweichungen der Beobachtungen von der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit des Verschwindens als sehr grofs erkannt worden sind, so ist dennoch ein Grund vorhanden, welcher gerade die *gröfsten* der Bemerkung entzogen haben kann, und wenn noch gröfsere, als die aus der Untersuchung hervorgegangenen, vorgekommen sind, sie ihr wirklich entzogen haben mufs: indem *Brandes* nämlich kein anderes Kennzeichen der Identität einer correspondirend beobachteten Sternschnuppe anwenden konnte, als das näherungsweise eintretende Durchschneiden der Gesichtslinien, mufs er alle die Sternschnuppen, als nicht-identisch, aus seinem Verzeichnisse ausgeschlossen haben, bei welchen die Wirkung einer Ungleichzeitigkeit sehr bemerkbar hervortrat. Um eine vollständige Einsicht in diese Materie zu erlangen, mufs man also *neue* Beobachtungen machen, über deren Anordnung ich, später unten, meine Meinung sagen werde.

Nach dem dargestellten Ausfalle der Untersuchung über die Gleichzeitigkeit des Verschwindens der Sternschnuppen, darf ihre weitere Untersuchung nicht auf diese Voraussetzung gegründet werden. Es ist klar, dafs zwei Gesichtslinien den Ort der Sternschnuppe nicht bestimmen können, wenn sie nicht zum Durchschneiden gelangen; diese Schwierigkeit hat sich auch *Brandes* nicht verborgen, und er hat sie nur dadurch beseitigen können, dafs er die Erscheinung an den Punkt des Raumes versetzt hat, welcher der, beiden Gesichtslinien *am nächsten kommende* ist. Hätte er auch die Aenderungen aufgesucht, welche den beobachteten Oertern hinzugesetzt werden müssen, damit dieser Punkt der der Sternschnuppe wird, so würde man sehen, wie weit man sich, in jedem einzelnen Falle, von den Beobachtungen entfernen mufs, um die Sternschnuppe wirklich daselbst anzunehmen; dieses hat er aber unterlassen, und damit seinen Resultaten

*) Beobachtungen über Sternschnuppen, Leipzig 1825.

die Stütze des ihnen zu schenkenden Zutrauens entzogen. Ich habe dagegen versucht, aus den vorhandenen Beobachtungen Resultate zu ziehen, welche *nicht* auf der Voraussetzung ihrer Gleichzeitigkeit beruhen. Indem die zu *verschiedenen* Zeiten nach einer Sternschnuppe gelegten Gesichtslinien nur durch eine Annahme über die Natur der Linie, welche sie beschreibt, in Verbindung miteinander gebracht werden können, so mufs eine solche Annahme, statt der zu verlassenden Voraussetzung der Gleichzeitigkeit, in die Betrachtung gezogen werden. Da der Verlauf der Erscheinung einer Sternschnuppe immer von sehr kurzer Dauer ist, so kann im Allgemeinen nicht bezweifelt werden, dafs die von ihr, während dieser kurzen Zeit beschriebene Linie nicht erheblich gekrümmt ist; dasselbe gilt von den Bewegungen jedes der Punkte, von welchen man sie sieht, sowohl von der gemeinschaftlich mit der Erde selbst fortschreitenden, als von der drehenden um die Erdaxe. Die Folge hiervon ist, dafs die Sternschnuppen gröfste Kreise an der Himmelskugel beschreiben, womit in der That die Beobachter im Allgemeinen übereinstimmen, wenn sie auch in einzelnen Fällen Abweichungen vom gröfsten Kreise, oft mit plötzlichen Lichtveränderungen, vielleicht Explosionen, verbunden, bemerkt haben. Ich habe daher die scheinbaren Bahnen der Sternschnuppen als gröfste Kreise angenommen und auf diese Annahme die ferneren Resultate gegründet. Die einzelnen Fälle, welche ich eben erwähnt habe, müssen von der, sich auf diese Annahme gründenden Behandlungsart der Beobachtungen ausgeschlossen werden.

Indem, dieser Annahme gemäfs, durch den Standpunkt jedes Beobachters und durch die Bewegungslinie der Sternschnuppe, eine Ebene gelegt werden kann, bestimmt die Durchschnittslinie zweier, sich auf zwei Standpunkte beziehenden Ebenen, im Allgemeinen (d. h. mit Ausnahme des Falles, in welchem sie parallel sind, in welchem also keine Durchschnittslinie vorhanden ist) die Linie, in welcher die Sternschnuppe sich bewegt hat. Die Gesichtslinien, bis zu dieser geraden Linie fortgesetzt, bestimmen ihre Oerter im Raume, also auch ihre Entfernungen von der Erde, und damit ihr Fallen oder Steigen. Die Aenderungen dieser Resultate, welche aus Aenderungen der beobachteten Oerter am Himmel, von angenommener Gröfse, entstehen, können gleichfalls bestimmt werden. Dieser Idee folgend, habe ich Vorschriften für die Berechnung der beobachteten Sternschnuppen entworfen, deren nicht ohne erhebliche Arbeit auszuführende Anwendung auf alle vorhandenen Beobachtungen derselben, ich Herrn Professor *Feldt* gleichfalls verdanke. Es ist daraus hervorgegangen, dafs zwar das eine der von *Brandes* geltend gemachten Resultate, nämlich die sehr oft stattfindende Gröfse ihrer Höhen über der Erdoberfläche, nicht bezweifelt werden kann; dafs aber das andere, nämlich ihr Aufsteigen von der Erde, aus den vorhandenen Beobachtungen *nicht* erwiesen werden kann.

Nachdem ich nun den Gang des Folgenden im Allgemeinen dargestellt habe, wende ich mich zu dem Einzelnen der Untersuchung

1.

Ich bezeichne die Geradeaufsteigung und Abweichung eines Punktes der scheinbaren Bahn der Sternschnuppe am Standpunkte O durch a und d, am Standpunkte O' durch α und δ, und werde aufsuchen, inwiefern diese Punkte mit der Voraussetzung ihrer Gleichzeitigkeit vereinbar sind, so wie auch die kleinsten Aenderungen, durch deren Anbringung sie damit vereinbar werden.

Indem im Falle der Gleichzeitigkeit die beiden Gesichtslinien von O und von O' aus, sich in einem Punkte durchschneiden, da wo die Sternschnuppe sich befindet, so liegen die diese Gesichtslinien bestimmenden Punkte der Himmelskugel, und der Punkt, welcher der Richtung von O nach O' entspricht, in einem gröfsten Kreise. Wenn daher die Geradeaufsteigung und Abweichung des letzteren Punktes durch A und D bezeichnet werden, so erlangt man die, die Bedingung der Gleichzeitigkeit ausdrückende Gleichung:

$$0 = \tang d \sin(\alpha - A) - \operatorname{tg} \delta \sin(a - A) + \tang D \sin(a - \alpha) \quad (1)$$

welche Gleichung also durch die beobachteten $a, d; \alpha, \delta$ erfüllt werden mufs, wenn die Beobachtungen gleichzeitig und fehlerfrei sind. Allein selbst im Falle der Gleichzeitigkeit wird sie nicht wirklich erfüllt werden, da die Fehler der Beobachtungen ihre Erfüllung verhindern; ihre Anwendung hat also kein Interesse, sondern dieses mufs in der Bestimmung der Aenderungen gesucht werden, welche an die beobachteten Oerter der Sternschnuppe angebracht werden müssen, damit sie der Bedingung der Gleichzeitigkeit entsprechen.

Wenn in der 2ten Figur a den am Standpunkte O, b den am Standpunkte O' beobachteten Ort der Sternschnuppe bedeuten, c den vom ersten Standpunkte gesehenen Ort des zweiten, so fordert die Annahme der Gleichzeitigkeit, dafs cab in einem gröfsten Kreise liegen. Ist dieses nicht der Fall, und legt man durch die Mitte m des a und b verbindenden gröfsten Kreises, den gröfsten Kreis cd, so sind die offenbar einander gleichen Entfernungen der Punkte a und b von ihm, die *kleinsten* Aenderungen, wodurch diese Punkte mit der Annahme der Gleichzeitigkeit vereinbar werden. Unter verschiedenen, sich leicht darbietenden Arten, diese kleinsten Aenderungen durch Rechnung zu finden, kann man die folgende wählen.

Zuerst berechnet man die Entfernungen ca und cb, welche ich durch s und σ bezeichnen werde, und die Positions-

winkel von a und b am Punkte c, für welche ich die Zeichen p und π annehme, was durch die Formeln:

$$[2] \ldots \begin{cases} \cos s = \sin D \sin d + \cos D \cos d \cos(a-A) \\ \sin s \cos p = \cos D \sin d - \sin D \cos d \cos(a-A) \\ \sin s \sin p = \cos d \sin(a-A) \end{cases}$$

$$[3] \ldots \begin{cases} \cos \sigma = \sin D \sin \delta + \cos D \cos \delta \cos(\alpha-A) \\ \sin \sigma \cos \pi = \cos D \sin \delta - \sin D \cos \delta \cos(\alpha-A) \\ \sin \sigma \sin \pi = \cos \delta \sin(\alpha-A) \end{cases}$$

oder vielmehr durch eine zweckmäfsige Einführung von Hülfswinkeln in dieselben (bei welcher ich mich weder hier, noch in der Folge aufhalten werde) geschieht. Bezeichnet man den Positionswinkel von m im Punkte c, durch M, und die beiden gleichen Entfernungen der Punkte a und b von cm durch f, so hat man:

$$[4] \ldots \sin f = \sin s \sin(p-M) = \sin \sigma \sin(M-\pi)$$

woraus

$$[5] \ldots \tang\left\{M-\tfrac{1}{2}(\pi-p)\right\} = \frac{\tang \frac{1}{2}(\sigma-s)}{\tang \frac{1}{2}(\sigma+s)} \tang \tfrac{1}{2}(\pi-p)$$

folgt. Nachdem s, p, σ, π durch die Formeln [2] und [3] gefunden sind, berechnet man M aus [5] und endlich das gesuchte f aus [4]; wendet man beide Ausdrücke des letzteren an, so controllirt man dadurch die Richtigkeit der Berechnung von M.

Es ist noch nöthig, dafs ich die Formeln anführe, durch welche A und D gefunden werden. Bezeichnet man die sogenannte verbesserte Breite des Punktes O durch φ, seine Sternenzeit, in Kreistheile verwandelt, durch μ, seine Entfernung vom Mittelpunkte der Erde durch h; die ähnlichen Grössen für den Punkt O' durch φ', μ', h'; die Entfernung der beiden Punkte voneinander, durch R, so hat man:

$$R \cos D \cos A = h' \cos\varphi' \cos\mu' - h \cos\varphi \cos\mu$$
$$R \cos D \sin A = h' \cos\varphi' \sin\mu' - h \cos\varphi \sin\mu$$
$$R \sin D = h' \sin\varphi' - h \sin\varphi$$

oder,

$$R \cos D \cos\left\{A-\frac{\mu'+\mu}{2}\right\} = (h' \cos\varphi' - h \cos\varphi) \cos\frac{\mu'-\mu}{2}$$
$$R \cos D \sin\left\{A-\frac{\mu'+\mu}{2}\right\} = (h' \cos\varphi' + h \cos\varphi) \sin\frac{\mu'-\mu}{2}$$
$$R \sin D = h' \sin\varphi' - h \sin\varphi$$

und, da $\mu'-\mu$ der, östlich positiv genommene Mittagsunterschied $(=m)$ des Punktes O', von O gezählt, ist:

$$[6] \ldots \begin{cases} R \cos D \cos\left\{A-\frac{1}{2}m-\mu\right\} = (h' \cos\varphi' - h \cos\varphi) \cos\frac{1}{2}m \\ R \cos D \sin\left\{A-\frac{1}{2}m-\mu\right\} = (h' \cos\varphi' + h \cos\varphi) \sin\frac{1}{2}m \\ R \sin D = h' \sin\varphi' - h \sin\varphi \end{cases}$$

Diese Formeln dürfen, für jedes Paar der Beobachtungsörter, nur *einmal* berechnet werden. Bezeichnet man den dadurch gefundenen Werth von $A-\frac{1}{2}m-\mu$ durch B, so erhält man, für jeden besonderen Fall, $A = B+\frac{1}{2}m+\mu$. Selten wird man die Beobachtungen für so genau halten, dafs die Berücksichtigung der Abplattung der Erde wesentlich erschiene: will man sie vernachlässigen, so werden h und $h' = 1$, und φ und φ' den Polhöhen gleich gesetzt, wodurch eine kleine Abkürzung der Rechnung erlangt werden kann; sie ist aber desto unbedeutender, da sie eine nur *einmal* zu machende Rechnung betrifft.

2.

Unter den Beobachtungen, welche *Brandes* in der schon angeführten Schrift mittheilt, hat Herr Professor *Feldt* 48 correspondirende Paare, für die *Verschwindungspunkte* von Sternschnuppen gefunden; einige Beobachtungen hat er ausgeschlossen, weil sie entweder unvollständig, oder als unsicher angegeben sind. Die Beobachtungsörter waren *Breslau*, *Gleiwitz*, *Leipe*, *Trebnitz*, *Mirkau*, *Neisse* und *Dresden*; die von *Brandes* mitgetheilten Angaben ihrer geographischen Längen und Breiten, haben folgende Werthe von $B+\frac{1}{2}m$, D und $\log R$, für alle Paare der Beobachtuogsörter, für welche Beobachtuugen zu berechnen waren, ergebeu:

O	O'	$(B+\frac{1}{2}m)$	D	$\log R$
Breslau	Gleiwitz	59° 55′2	− 22° 48′ 17	8,36717
———	Leipe	277 27,8	− 6 27,37	8,11428
———	Trebnitz	174 18,75	+ 38 38,57	7,54424
———	Mirkau	126 43,0	+ 25 41,88	7,10127
———	Neisse	20 47,0	− 37 21,74	8,07252
———	Dresden	269 46,1	− 1 9,08	8,56083
Leipe	Neisse	67 25,8	− 17 55,72	8,26822
Neisse	Gleiwitz	82 18,2	− 6 52,77	8,18992
Mirkau	Neisse	14 16,1	− 38 19,27	8,09511
———	Gleiwitz	56 59,2	− 24 27,61	8,36403

Die Beobachtungen selbst und das auf dieser Grundlage beruhende Hauptresultat f ihrer Berechnung, so wie Herr Professor *Feldt* es gefunden hat, werde ich in tabellarischer Form mittheilen. Die in Kreistheilen ausgedrückte Sternenzeit μ bezieht sich auf den Meridian des durch O bezeichneten Ortes. Wenn dem Werthe von f das Zeichen + vorgeschrieben ist, so hat der in O beobachtete Verschwindungspunkt einen kleineren Positionswinkel als M, der in O' beobachtete einen gröfseren; das Zeichen − bedeutet das Entgegengesetzte. Die beigeschriebenen Nummern sind die Bezeichnungen der Sternschnuppen im Buche von *Brandes*.

Nr.	1823	Ort O	μ	a	d	Ort O'	α	δ	f
6	Aug. 4	Breslau	294°23′6	298° 0′	— 1° 0′	Gleiwitz	211°45′	+20°10′	+3°36′
10	11	———	285 45,0	259 0	+58 30	———	213 0	+53 0	+1 45
11		———	292 16,1	21 0	+13 30	———	120 0	+58 0	+3 2
12		———	297 1,9	288 0	—20 0	———	241 30	— 3 40	+0 59
13		———	298 32,1	246 30	+20 0	———	209 0	+21 0	+2 54
14		———	302 2,7	272 0	+ 4 0	———	212 0	+20 0	+1 11
17		———	304 48,2	280 0	+ 3 30	———	242 0	+20 0	—1 26
18		———	306 18,4	303 0	— 1 0	———	233 0	+16 0	+4 1
20	30	———	299 42,9	257 0	+16 0	Leipe	293 0	+25 30	—1 8
21		———	316 45,7	282 0	+50 0	———	340 0	+58 0	—0 35
22	Sept. 1	———	297 55,6	317 30	+19 0	Trebnitz	315 0	+10 0	+0 34
23		———	304 11,6	285 0	+32 30	Leipe	333 30	+31 0	—3 3
25	2	———	301 10,1	243 0	+20 0	———	11 0	+31 30	—0 12
26		———	302 40,3	354 0	+13 0	Trebnitz	344 0	+ 8 0	—2 2
27		———	307 11,1	295 30	—20 0	———	296 0	—27 30	—0 52
28		Leipe	309 41,7	43 0	+38 0	Neisse	195 0	+42 0	+5 21
29		———	310 26,8	25 0	+77 30	———	205 0	+50 30	+3 28
30		Breslau	306 10,9	207 0	+53 0	Dresden	33 0	+72 0	—3 18
32	11	Neisse	313 2,8	37 40	+28 30	Gleiwitz	221 15	+26 30	+4 5
33		———	327 20,1	87 0	+54 45	———	143 20	+63 0	—2 30
34	12	———	321 18,6	168 0	+71 40	———	201 0	+56 0	—0 1
35	27	Mirkau	299 44,3	75 0	+51 30	———	121 0	+52 0	—1 18
36		Breslau	302 14,7	302 0	+ 9 30	Mirkau	301 0	+ 8 40	+0 3
38		———	306 15,0	325 0	+10 30	Gleiwitz	243 0	+48 0	—3 33
39		———	310 16,0	308 0	+14 0	———	230 0	+30 0	+1 44
40		Mirkau	315 31,8	326 0	— 3 0	———	265 0	+27 50	—0 59
41		Breslau	327 33,8	340 30	+13 30	———	212 0	+36 0	—7 18
42	Oct. 7	Neisse	318 22,0	20 0	+69 0	———	229 0	+59 10	—0 55
43		Breslau	321 22,6	21 0	+35 0	Neisse	73 0	+75 0	+5 38
45		———	321 22,6	21 0	+35 0	Gleiwitz	195 0	+66 0	—1 31
44		———	326 38,4	332 0	+24 30	———	236 40	+43 0	—2 41
45		———	327 8,5	236 0	+68 0	Neisse	185 0	+58 0	—1 19
46		———	327 38,6	20 30	+12 30	Gleiwitz	193 0	+83 0	—4 50
47		———	328 38,8	335 0	— 2 30	———	256 0	+24 0	+0 43
48		———	330 39,1	310 0	— 7 0	Neisse	290 0	+ 3 0	+3 11
49		———	333 54,6	86 0	+78 0	———	135 0	+80 0	—0 1
50	8	Mirkau	310 19,7	348 0	+23 0	———	9 0	+58 30	+0 47
50		Neisse	310 32,7	9 0	+58 30	Gleiwitz	223 0	+75 0	—4 23
50		Mirkau	310 19,7	348 0	+23 0	———	223 0	+75 0	—4 51
51		Breslau	321 51,6	30 0	+32 0	———	100 0	+76 0	—2 40
63		———	323 52,0	19 0	+ 8 0	———	210 0	+65 0	—1 29
54		———	325 22,2	299 0	+37 0	Neisse	257 0	+58 0	+0 57
55		Mirkau	325 37,2	253 30	+59 0	———	250 0	+57 0	+1 17
57		Breslau	329 7,8	102 0	+60 30	Mirkau	125 0	+63 40	—4 9
58		———	330 53,1	323 0	+ 7 0	Gleiwitz	268 0	+30 0	—1 52
61		———	336 1,5	344 0	+30 30	———	245 0	+54 0	—6 36
62	9	———	323 35,9	297 0	+ 7 30	———	246 0	+22 0	+0 22
63		———	325 51,3	369 0	+26 0	———	248 0	+70 0	—5 13

Aus dieser Tafel ergiebt sich, daſs der Werth von f, oder die *jedem* beobachteten Orte eines Verschwindungspunktes anzubringende Veränderung, welche die kleinste ist, wodurch die Beobachtungen mit der *Voraussetzung ihrer Gleichzeitigkeit* vereinbar werden,

bei 14 Paaren von Beobb. zwischen 0° und 1°
11 —— ——— ——— 1 — 2
5 —— ——— ——— 2 — 3
7 —— ——— ——— 3 — 4
bei 5 Paaren von Beobb. zwischen 4° und 5°
3 —— ——— ——— 5 — 6
2 —— ——— ——— 6 — 7
1 —— ——— ——— 7 — 8

beträgt. Diese Rechnung erscheint der *Voraussetzung* nicht günstig; vielmehr glaube ich, daſs Beobachtungsfehler von der Gröſse der gefundenen Werthe von f, nur durch eine Sorglosigkeit der Beobachter erklärt werden könnten, zu deren Annahme man in der Schrift von *Brandes* keinen Grund findet.

3.

Ich werde nun die Vorschriften entwickeln, welchen man folgen mufs, wenn man unabhängig von der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit der Beobachtungen, zu Resultaten über die Sternschnuppen gelangen will. In der 3ten Figur bedeuten a und a' die Punkte an der Himmelskugel, wo, vom Standpunkte O aus, das Erscheinen und Verschwinden einer Sternschnuppe beobachtet worden ist, welche Punkte durch die Geradenaufsteigungen und Abweichungen a, d; a', d' gegeben sein sollen; b und b' bedeuten dasselbe in Beziehung auf den Standpunkt O', und diese Punkte werden durch die Geradenaufsteigungen und Abweichungen α, δ; α', δ' gegeben; c ist, wie in der 2ten Figur, der Punkt der Himmelskugel, welcher der Richtung $O\,O'$ entspricht, seine Geradeaufsteigung und Abweichung werden durch A, D bezeichnet, und durch die auf die Formeln [6] gegründete Vorschrift ohne Mühe gefunden. Zieht man die gröfsten Kreisbögen ca, ca', cb, cb' und bezeichnet man sie durch s, s', σ, σ', so wie auch ihre Positionswinkel am Punkte c durch p, p', π, π', so kann man diese (nach den Formeln [2] oder [3] berechnet), statt der Geradenaufsteigungen und Abweichungen der Punkte a, a', b, b', als die durch die Beobachtungen gegebenen Gröfsen ansehen. In dieser Form dargestellt, zeigen die Beobachtungen unmittelbar, inwiefern sie der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit entsprechen; sie entsprechen ihr, wenn $p = \pi$ und $p' = \pi'$ sind. Allein im Allgemeinen wird man dieses nicht finden, und dann die Beobachtungen so ändern müssen, dafs sie den zu ihrer weiteren Berechnung wesentlichen Bedingungen $\pi = p$ und $\pi' = p'$ Genüge leisten. Dieses geschieht, indem man, statt der unmittelbar am Punkte O' beobachteten Oerter b, b' der Sternschnuppen, andere β, β' anwendet, welche in ihrer scheinbaren Bahn am Punkte O' und zugleich in den gröfsten Kreisen ca und ca' liegen. Um diese Oerter aus den beobachteten abzuleiten, wird die Kenntnifs der scheinbaren Bahn am Punkte O' erfordert, und ihre Voraussetzung als *gröfster Kreis*, ist die einzige, welche gemacht werden mufs; auch diese Voraussetzung würde man zu machen nicht gezwungen sein, wenn man die scheinbare Bahn der Sternschnuppen am Punkte O' vollständiger kennte, als durch die Beobachtungen ihres Anfangs- und Endpunktes. Bezeichnet man $c\beta$ durch $\sigma_,$, $c\beta'$ durch $\sigma_,'$, und betrachtet man das Dreieck $OO'a$ Fig. 4, in welchem O, O' die beiden Standpunkte und a der Ort der Sternschnuppe zur Zeit ihrer *ersten* Beobachtung am Standpunkte O sind, so ist offenbar der Winkel $c\,O\,a = s$ und der Winkel $c\,O'a = \sigma_,$, und eben so ist es für die Zeit der *letzten* Beobachtung an demselben Standpunkte. Durch die Berechnung der beiden hierdurch gegebenen Dreiecke erhält man die Entfernungen der Sternschnuppe, zu den Zeiten ihrer Beobachtungen am Standpunkte O, sowohl von diesem Punkte, als auch von O', woraus alles, was man sonst noch zu wissen verlangt, berechnet werden kann.

Fället man, von c aus, ein Perpendikel cA auf den gröfsten Kreis aa', und bezeichnet man es durch S, so wie auch den Positionswinkel am Punkte c, welcher seine Lage bestimmt, durch P, so hat man

$$\tang S \operatorname{cotg} s = \cos(p-P)$$
$$\tang S \operatorname{cotg} s' = \cos(p'-P)$$

woraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{cotg} S \cos\left(\frac{p'+p}{2}-P\right) &= \frac{\sin(s'+s)}{2\sin s \sin s' \cos\frac{p'-p}{2}}\\ \operatorname{cotg} S \sin\left(\frac{p'+p}{2}-P\right) &= \frac{\sin(s'-s)}{2\sin s \sin s' \sin\frac{p'-p}{2}}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots[7]$$

Durch ähnliche Formeln, in welchen σ, σ', π, π' statt s, s', p, p' geschrieben werden, findet man auch das Perpendikel $cB = \Sigma$, von c auf den gröfsten Kreis bb' gefällt und seinen Positionswinkel Π am Punkte c. Durch diese Gröfsen erhält man $\sigma_,$ und $\sigma_,'$, nach den Formeln:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{cotg}\sigma_, &= \operatorname{cotg}\Sigma\cos(p-\Pi)\\ \operatorname{cotg}\sigma_,' &= \operatorname{cotg}\Sigma\cos(p'-\Pi)\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots[8]$$

Wenn man die Entfernungen der Sternschnuppe, zu den Zeiten ihrer beiden Beobachtungen am Punkte O, von diesem Punkte durch r, r', und von O' durch ρ, ρ' bezeichnet, so hat man aus dem Dreiecke Fig. 4:

$$\left.\begin{aligned} r &= R\frac{\sin\sigma_,}{\sin(\sigma_,-s)} \qquad \rho = R\frac{\sin s}{\sin(\sigma_,-s)}\\ r' &= R\frac{\sin\sigma_,'}{\sin(\sigma_,'-s')} \qquad \rho' = R\frac{\sin s'}{\sin(\sigma_,'-s')}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots[9]$$

Da das Perpendikel S und sein Positionswinkel P hier keine Anwendung finden, so ist ihre Berechnung, falls man nur die gegenwärtigen Resultate sucht, unnöthig; dagegen wird die Berechnung von Σ und Π unnöthig und nur die von S und P gefordert, wenn man die Bestimmung der Oerter der Sternschnuppe für ihre beiden Beobachtungszeiten am Standpunkte O' verlangt*); allein bei der Untersuchung der Fehler der Resultate, welche aus angenommenen Beobachtungsfehlern entstehen, finden sowohl Σ als S ihre Anwendung. Die Formeln [7] lassen übrigens eine Zweideutigkeit übrig: sie ergeben eben sowohl S und P, als auch $180^\circ - S$ und $180^\circ + P$; man bemerkt aber leicht, dafs diese Zweideutigkeit nur die *beiden*

---

*) Es ist der Beobachtungsfehler wegen am vortheilhaftesten, die Oerter der Sternschnuppe für ihre Beobachtungszeiten am Standpunkte O zu bestimmen, wenn $\pi' - \pi > p' - p$; im entgegengesetzten Falle aber für ihre Beobachtungszeiten am Standpunkte O'.

Perpendikel andeutet, welche man von jedem Punkte der Kugel auf einen ihrer gröfsten Kreise fällen kann, und dafs die Wahl zwischen beiden willkührlich bleibt. Man kann daher S und Σ immer in den ersten Quadranten verlegen, wodurch die Zweideutigkeit in der Bestimmung von P und Π gehoben wird. Da der äufsere Winkel eines Dreiecks immer gröfser ist, als jeder der anderen innern, so dürfen $\sigma_{,} - s$ und $\sigma_{,}' - s'$ nie negativ werden: werden sie es dennoch, so kann dieses nur von Fehlern der Angaben der Oerter der Sternschnuppe, oder von der irrig angenommenen Identität der an beiden Standpunkten beobachteten herrühren; jedenfalls können die Beobachtungen, indem sie dann einen inneren Widerspruch enthalten, kein Resultat geben.

Will man auch die Entfernungen $h + H$ und $h + H'$ der Sternschnuppe von dem Mittelpunkte der Erde, so wie auch die Punkte der Erdoberfläche erfahren, über welchen sie zu den Zeiten, auf welche die vorige Rechnung sich bezieht, senkrecht gewesen ist, so mufs man der letzteren noch einiges hinzusetzen. Bezeichnet man den Winkel der, von dem Mittelpunkte der Erde nach ihr gelegten Linie mit dem Erdradius h durch g, das sich auf den letzteren beziehende Azimuth der ersteren durch s, die Zenithdistanz, in welcher sie am Punkte O erscheint, durch z, so findet man leicht:

$$h + H = h \frac{\sin z}{\sin(z-g)}$$
$$h \sin g = r \sin(z-g)$$

woraus

$$[10] \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} \tang g &= \frac{r \sin z}{h + r \cos z} \\ H &= r . \frac{\cos(z - \frac{1}{2} g)}{\cos \frac{1}{2} g} \end{aligned} \right.$$

hervorgehen. Man hat dann die Sinusse der Entfernungen des ihre Lage bestimmenden Radius von dem Meridiane von O und dem darauf errichteten Perpendikel $= \sin g . \sin s$ und $= \sin g . \cos s$. Aller Schärfe nach beziehen sich z und s auf das sogenannte verbesserte Zenith von O; allein es wird wohl kein Interesse haben, dieses von dem wahren Scheitelpunkte zu unterscheiden.

Die erforderlichen Werthe von z und s kann man aus den beobachteten a, d; a', d', der Sternenzeit μ und der (verbesserten) Polhöhe φ auf gewöhnliche Art berechnen; allein es ist, zumal wenn man auf die völlige Schärfe des Resultats Verzicht leisten will, bequemer, sie aus den schon berechneten s, p; s', p' abzuleiten. Bezeichnet man die Zenithdistanz und das Azimuth des Punktes c (§. 1), nämlich der Richtungslinie OO', durch Z und E, den Positionswinkel des Scheitelpunkts von O am Punkte c durch N, und behält man die übrigen Bezeichnungen des 1sten §'s bei, so hat man, den *Gauss*ischen trigonometrischen Formeln zufolge:

$$\left. \begin{aligned} \sin \tfrac{1}{2} Z \sin \tfrac{1}{2} \{E + N\} &= -\cos(\tfrac{1}{2} B + \tfrac{1}{4} m) \sin \tfrac{1}{2} \{\varphi - D\} \\ \sin \tfrac{1}{2} Z \cos \tfrac{1}{2} \{E + N\} &= -\sin(\tfrac{1}{2} B + \tfrac{1}{4} m) \cos \tfrac{1}{2} \{\varphi + D\} \\ \cos \tfrac{1}{2} Z \sin \tfrac{1}{2} \{E - N\} &= -\cos(\tfrac{1}{2} B + \tfrac{1}{4} m) \cos \tfrac{1}{2} \{\varphi - D\} \\ \cos \tfrac{1}{2} Z \cos \tfrac{1}{2} \{E - N\} &= -\sin(\tfrac{1}{2} B + \tfrac{1}{4} m) \sin \tfrac{1}{2} \{\varphi + D\} \end{aligned} \right\} \ldots [t1]$$

welche Formeln, da sie nichts Veränderliches enthalten, für jedes Paar der Standpunkte der Beobachter, nur *einmal* zu berechnen sind. Die daraus hervorgehenden Z, E, N ergeben, verbunden mit p und s:

$$\left. \begin{aligned} \cos z &= \cos Z \cos s + \sin Z \sin s \cos(p - N) \\ \sin z \cos(s - E) &= \sin Z \cos s - \cos Z \sin s \cos(p - N) \\ \sin z \sin(s - E) &= \sin s \sin(p - N) \end{aligned} \right\} \ldots [t2]$$

wodurch das Gesuchte richtig ausgedrückt ist. Will man sich aber mit einer Annäherung begnügen, so kann man, wenigstens für mäfsig von einander entfernte Standpunkte der Beobachter, $Z = 90^\circ$ setzen und erhält dann:

$$\left. \begin{aligned} \cos z &= \sin s \cos(p - N) \\ \sin z \cos(s - E) &= \cos s \\ \sin z \sin(s - E) &= \sin s \sin(p - N) \end{aligned} \right\} \ldots\ldots [t2^*]$$

Wenn man sich hier mit einer Annäherung begnügt, kann man auch die Höhe der Sternschnuppe über der Erdoberfläche durch die Näherungsformel:

$$H \doteq r \cos z$$

und die Entfernungen des Punktes, dem sie im Scheitel erscheint, von dem Meridiane von O und dem darauf errichteten Perpendikel, durch die Formeln:

$$r \sin z \sin s \quad \text{und} \quad r \sin z \cos s$$

berechnen.

4.

Die Resultate, zu deren Aufsuchung der vorige § die Anleitung giebt, können kaum ein Interesse haben, wenn der Grad des Zutrauens, welches sie in jedem besonderen Falle verdienen, ohne Erörterung bleibt. Was hierzu erforderlich ist, werde ich gegenwärtig mittheilen.

Da ich die Gleichzeitigkeit der Beobachtungen nicht vorausgesetzt habe, so können die Winkel p, p', π, π', trotz der Beobachtungsfehler, als richtig angesehen werden, und man darf nur s, s', σ, σ' als davon entstellt betrachten. Wenn der gröfste Kreis aa' Fig. 3, von ca, ca' in den Winkeln l und l' geschnitten wird, und eben so der gröfste Kreis bb', von cb, cb', in den Winkeln λ und λ', so ist der gröfste Einflufs, welchen ein Beobachtungsfehler von der Gröfse ε auf s, s', σ, σ' haben kann, resp.

$$\pm \frac{\varepsilon}{\sin l}; \quad \pm \frac{\varepsilon}{\sin l'}; \quad \pm \frac{\varepsilon}{\sin \lambda}; \quad \pm \frac{\varepsilon}{\sin \lambda'}$$

oder, da man

$$\sin S = \sin s \sin l = \sin s' \sin l'$$
$$\sin \Sigma = \sin \sigma \sin \lambda = \sin \sigma' \sin \lambda'$$

ist, resp.

$$\pm\, \varepsilon \frac{\sin s}{\sin S}; \quad \pm\, \varepsilon \frac{\sin s'}{\sin S}; \quad \pm\, \varepsilon \frac{\sin \sigma}{\sin \Sigma}; \quad \pm\, \varepsilon \frac{\sin \sigma'}{\sin \Sigma}.$$

Aus den Einflüssen des angenommenen Beobachtungsfehlers ε auf σ und σ', mufs nun sein Einflufs auf $\sigma_{,}$ und $\sigma_{,}'$ abgeleitet werden. Man findet ihn durch die Differentiirung der Gleichungen:

$$0 = \operatorname{cotg} \sigma \sin(\pi' - p) - \operatorname{cotg} \sigma' \sin(\pi - p) - \operatorname{cotg} \sigma_{,} \sin(\pi' - \pi)$$
$$0 = \operatorname{cotg} \sigma \sin(\pi' - p') - \operatorname{cotg} \sigma' \sin(\pi - p') - \operatorname{cotg} \sigma_{,}' \sin(\pi' - \pi)$$

welche die Bedingung aussprechen, dafs b, b', β, β' in einem gröfsten Kreise liegen; nämlich:

$$d\sigma_{,} = \frac{\varepsilon \sin \sigma_{,}^{2}}{\sin \Sigma \sin(\pi' - \pi)} \left\{ \pm \frac{\sin(\pi' - p)}{\sin \sigma} \pm \frac{\sin(\pi - p)}{\sin \sigma'} \right\}$$
$$d\sigma_{,}' = \frac{\varepsilon \sin \sigma_{,}'^{2}}{\sin \Sigma \sin(\pi' - \pi)} \left\{ \pm \frac{\sin(\pi' - p')}{\sin \sigma} \pm \frac{\sin(\pi - p')}{\sin \sigma'} \right\}$$

Die Einflüsse von ε auf r findet man, indem man die erste der Formeln [9] in Beziehung auf s und $\sigma_{,}$ differentiirt und für ds und $d\sigma_{,}$ ihre Ausdrücke durch ε setzt. Man erhält dadurch

$$\frac{dr}{r} = \varepsilon \frac{\sin s}{\sin(\sigma_{,} - s)} \left\{ \pm \frac{\cos(\sigma_{,} - s)}{\sin S} + \frac{\sin \sigma_{,}}{\sin \Sigma \sin(\pi' - \pi)} \left(\pm \frac{\sin(\pi' - p)}{\sin \sigma} \pm \frac{\sin(\pi - p)}{\sin \sigma'} \right) \right\}$$

und da

$$\frac{\sin s}{\sin(\sigma_{,} - s)} = \frac{\rho}{R}$$

ist:

$$dr = \varepsilon \frac{r\rho}{R} \left\{ \pm \frac{\cos(\sigma_{,} - s)}{\sin S} + \frac{\sin \sigma_{,}}{\sin \Sigma \sin(\pi' - \pi)} \left(\pm \frac{\sin(\pi' - p)}{\sin \sigma} \pm \frac{\sin(\pi - p)}{\sin \sigma'} \right) \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots [13^{a}]$$

Diese Formel giebt den *gröfsten* Einflufs, welchen die Annahme eines Fehlers jedes der beobachteten Oerter der Sternschnuppe, auf r erlangen kann, wenn man die willkührlichen Zeichen derselben so annimmt, dafs alle ihre Glieder zu einer *Summe* vereinigt werden. Unter derselben Bedingung hat man den gröfstmöglichen Einflufs des angenommenen Beobachtungsfehlers auf r':

$$dr' = \varepsilon \frac{r'\rho'}{R} \left\{ \pm \frac{\cos(\sigma_{,}' - s')}{\sin S} + \frac{\sin \sigma_{,}'}{\sin \Sigma \sin(\pi' - \pi)} \left(\pm \frac{\sin(\pi' - p')}{\sin \sigma} \pm \frac{\sin(\pi - p')}{\sin \sigma'} \right) \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots [13^{b}]$$

Will man den Einflufs von ε auf die Oerter der Sternschnuppe vollständig kennen lernen, so mufs man ihn auch in z und e berücksichtigen, was zwar durch die Formeln [12] leicht geschehen kann, jedoch kaum der Mühe werth sein wird. Man kann sich begnügen:

$$dH = \frac{H}{r} dr, \quad dH' = \frac{H'}{r'} dr'$$

anzunehmen. Der gröfstmögliche Einflufs eines Beobachtungsfehlers von gegebener Gröfse ε, auf $H - H'$, oder auf das Fallen oder Steigen der Sternschnuppe, wird durch die Formel

$$\left.\begin{array}{l} \pm \frac{\varepsilon \rho H}{R} \frac{\cos(\sigma_{,} - s)}{\sin S} \pm \frac{\varepsilon \rho' H'}{R} \frac{\cos(\sigma_{,}' - s')}{\sin S} \\ \quad \pm \frac{\varepsilon}{R \sin \Sigma \sin \sigma \sin(\pi' - \pi)} \left\{ \rho H \sin \sigma_{,} \sin(\pi' - p) - \rho' H' \sin \sigma_{,}' \sin(\pi' - p') \right\} \\ \quad \pm \frac{\varepsilon}{R \sin \Sigma \sin \sigma' \sin(\pi' - \pi)} \left\{ \rho H \sin \sigma_{,} \sin(\pi - p) - \rho' H' \sin \sigma_{,}' \sin(\pi - p') \right\} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots [14]$$

ausgedrückt, über deren Zeichen so zu verfügen ist, dafs sie eine *Summe* ihrer vier Theile wird. Man findet sie leicht aus dem Vorhergehenden.

Ich verlasse diese Aufsuchung des Einflusses der Beobachtungsfehler auf die Resultate der Beobachtungen der Sternschnuppen nicht ohne die Bemerkung, dafs sich *vorzüglich darin* der Unterschied zwischen der Annahme und der Ausschliefsung der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit der Beobachtungen äufsert. Folgt man dieser Voraussetzung, so kann die Richtung, welche die Bewegung der Sternschnuppe beziehungsweise auf die Standpunkte der Beobachter hat, nie als ein wesentliches Hindernifs der Bestimmung dieser Bewegung erscheinen; verläfst man sie, so verlieren die Resultate, welche man aus Sternschnuppen zieht, die sich in einer durch beide Standpunkte gehenden Ebene bewegen, ihr Gewicht gänzlich, und in Fällen, welche diesem Falle nahe kommen, wird es sehr klein. Könnte man daher, durch eine Untersuchung von der Art der §. 1 und 2 geführten, allein auf Beobachtungen gegründet, denen die Mittel zur Erkennung des Grades ihrer Sicherheit nicht fehlen, zeigen, dafs die Fehler, welche bei der Annahme der Voraussetzung übrig bleiben, *allein* den Beobachtungen zugeschrieben werden dürfen, so würde man dadurch den wesentlichen Vortheil erlangen, viele Sternschnuppen, aus deren Beobachtungen man *ohne* die Voraussetzung kein Resultat ziehen kann, auch benutzen zu können. Dieses hauptsächlich ist der Grund, der mir eine gänzlich genügende Prüfung der Voraussetzung wünschenswerth erscheinen läfst. Auf die Resultate selbst hat ihre Annahme oder ihre Ausschliefsung

den Einfluſs, dafs beide über die Abweichungen zweier correspondirenden Beobachtungen von Einem, durch e gelegten gröfsten Kreise, auf *verschiedene* Art verfügen. Diese Verschiedenheit tritt, im Allgemeinen, desto stärker hervor, je mehr die Bewegung sich einer durch beide Standpunkte gehenden Ebene nähert.

5.

Ich habe nun die Resultate mitzutheilen, welche Herr Professor *Feldt* durch die Anwendung der, in den beiden letzten §§ entwickelten Vorschriften, auf die Sternschnuppenbeobachtungen, welche in der schon angeführten Schrift von *Brandes* vorkommen, erlangt hat. Einige Beobachtungen hat er ausschliefsen müssen, weil das eine oder das andere Moment derselben als unsicher angegeben war. Zu den im 2ten § mitgetheilten Werthen von $log\ R$ ist 2,93421 addirt worden, um die geographische Meile (deren der Grad des Aequators 15 hat), zur Einheit des Maafses zu machen. Zur Einheit von s ist $1° = 0,017453$ gewählt worden.

Damit man die Grundlagen der Rechnung und ihre Resultate zusammen habe, führe ich zuerst die Beobachtungen an und setze ihnen auch die Werthe von A und D hinzu, so wie sie aus den Angaben des 2ten §. hervorgehen.

Beobachtungen der Sternschnuppen.

Nr.	1823	Ort O	Anfang α	Anfang δ	Ende α'	Ende δ'	Ort O'	Anfang α	Anfang δ	Ende α'	Ende δ'	A	D
6	Aug. 4	Breslau	284° 0'	+13° 30'	298° 0'	— 1° 0'	Gleiwitz	217° 0'	+27° 0'	211° 45'	+20° 10'	354° 18'8	− 22° 48'17
10	11	———	278 0	+62 0	259 0	+58 30	———	210 0	+65 15	213 0	+53 0	345 40,2	—22 48,17
11		———	26 0	+20 0	21 0	+13 30	———	68 0	+53 0	120 0	+58 0	352 11,3	—22 48,17
12		———	300 30	— 1 20	288 0	—20 0	———	252 18	+ 9 40	241 30	— 3 40	356 57,1	—22 48,17
13		———	241 0	+30 0	246 30	+20 0	———	207 30	+36 0	209 0	+21 0	358 27,3	—22 48,17
14		———	284 0	+14 0	272 0	+ 4 0	———	220 0	+28 0	212 0	+20 0	1 57,9	—22 48,17
17		———	283 0	+16 30	280 0	+ 3 30	———	245 0	+22 0	242 0	+20 0	4 43,4	—22 48,17
18		———	300 30	+ 4 0	303 0	— 1 0	———	231 0	+27 0	233 0	+16 0	6 13,6	—22 48,17
20	30	———	252 0	+13 30	257 0	+16 0	Leipe	290 0	+27 9	293 0	+25 30	217 10,7	— 6 27,37
21		———	247 0	+68 0	282 0	+50 0	———	312 13	+83 14	340 0	+58 0	234 13,5	— 6 27,37
22	Sept. 1	———	314 0	+23 0	317 30	+19 0	Trebnitz	309 0	+15 0	315 0	+10 0	112 14,3	+38 38,57
23		———	290 0	+37 30	285 0	+32 30	Leipe	343 0	+38 40	333 30	+31 0	221 39,4	— 6 27,37
26	2	———	287 0	+48 0	207 0	+53 0	Dresden	358 0	+73 0	33 0	+72 0	215 57,0	— 1 9,08
27		———	342 0	+11 0	354 0	+13 0	Trebnitz	330 0	+ 5 0	344 0	+ 8 0	116 59,0	+38 38,57
30		———	303 0	—16 0	295 30	—20 0	———	302 30	—15 30	296 0	—27 30	121 29,8	+38 38,57
32	11	Neisse	29 0	+40 0	37 40	+28 30	Gleiwitz	215 0	+30 40	221 15	+26 30	35 21,0	— 6 52,77
33		———	75 0	+69 45	87 0	+54 45	———	178 30	+76 0	143 20	+63 0	49 38,3	— 6 52,77
34	12	———	78 35	+80 0	168 0	+71 40	———	209 54	+65 13	201 0	+56 0	43 36,8	— 6 52,77
35	27	Mirkau	65 0	+56 30	75 0	+51 30	———	121 0	+60 0	121 0	+52 0	356 43,5	—24 27,61
36		Breslau	302 0	+16 0	302 0	+ 9 30	Mirkau	300 0	+21 30	301 0	+ 8 40	68 57,7	+25 41,88
38		———	337 30	+21 30	325 0	+10 30	Gleiwitz	250 0	+64 0	243 0	+48 0	6 10,2	—22 48,17
40		Mirkau	328 30	+ 8 0	326 0	— 3 0	———	259 30	+37 20	265 0	+27 50	12 31,0	—24 27,61
43a	Oct. 7	Breslau	9 0	+28 0	21 0	+35 0	Neisse	30 0	+55 0	73 0	+75 0	342 9,6	—37 21,74
43b		———	9 0	+28 0	21 0	+35 0	Gleiwitz	214 43	+77 27	195 0	+66 0	21 17,8	—22 48,17
44		———	328 0	+39. 0	332 0	+24 30	———	239 20	+46 30	236 40	+43 0	26 33,6	—22 48,17
45		———	244 0	+77 30	236 0	+68 0	Neisse	178 0	+71 0	185 0	+58 0	347 55,5	—37 21,74
46		———	10 0	+ 9 30	20 30	+12 30	Gleiwitz	297 0	+69 0	193 0	+83 0	27 33,8	—22 48,17
48		———	351 0	— 3 0	310 0	— 7 0	Neisse	5 0	+15 0	290 0	+ 3 0	351 26,1	—37 21,74
50a	8	Mirkau	317 0	+57 0	348 0	+23 0	———	210 0	+53 0	9 0	+58 30	324 35,8	—38 19,27
50b		Neisse	210 0	+53 0	9 0	+58 30	Gleiwitz	215 0	+52 30	223 0	+75 0	32 50,9	— 6 52,77
50c		Mirkau	317 0	+57 0	348 0	+23 0	———	215 0	+52 30	223 0	+75 0	7 18,9	—24 27,61
54		Breslau	313 0	+40 0	299 0	+37 0	Neisse	258 0	+64 0	257 0	+58 0	346 9,2	—37 21,74
55		Mirkau	285 0	+67 30	253 30	+59 0	———	285 0	+65 0	250 0	+57 0	339 53,3	—38 19,27
57		Breslau	90 30	+60 0	102 0	+60 30	Mirkau	106 0	+65 20	125 0	+63 40	95 50,8	+25 41,88
58		———	342 30	+15 0	325 0	+ 7 0	Gleiwitz	267 30	+37 0	268 0	+30 0	30 48,3	—22 48,17
61		———	7 30	+41 0	344 0	+30 30	———	248 0	+70 0	245 0	+54 0	35 56,7	—22 48,17
62	9	———	307 0	+11 30	297 0	+ 7 30	———	256 30	+25 0	246 0	+22 0	23 31,1	—22 48,17

Die Resultate, welche Herr Professor *Feldt* aus diesen Beobachtungen gezogen hat, sind die folgenden:

Nr.						
Nr. 6	s, s'	77°47'4	58°48'2	σ, σ'	141°14'0	145° 9'2
	p, p'	290 29,5	283 26,5	π, π'	285 14,9	272 54,3
	r, r'	15,03	12,43	ρ, ρ'	22,35	17,24
		$H = 11{,}79 \pm 1{,}23 . s$				
		$H' = 7{,}69 \pm 0{,}27 . s$				
10	s, s'	100 14,4	107 36,4	σ, σ'	128 54,3	133 16,7
	p, p'	333 48,8	326 49,3	π, π'	337 55,1	322 34,2
	r, r'	30,42	35,39	ρ, ρ'	39,28	45,62
		$H = 29{,}73 \pm 2{,}80 . s$				
		$H' = 33{,}73 \pm 3{,}78 . s$				
11	s, s'	54 2,6	45 58,6	σ, σ'	99 59,6	128 54,9
	p, p'	40 14,5	40 40,1	π, π'	36 19,9	32 33,1
		Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.				
12	s, p'	58 46,8	63 39,6	σ, σ'	107 9,2	111 45,1
	p, p'	283 1,2	258 7,2	π, π'	273 29,4	255 58,2
	r, r'	27,44	25,24	ρ, ρ'	24,17	24,28
		$H = 16{,}86 \pm 1{,}12 . s$				
		$H' = 8{,}12 \pm 0{,}33 . s$				
13	s, s'	124 11,0	117 9,4	σ, σ'	151 37,1	151 39,2
	p, p'	291 43 4	281 36,5	π, π'	304 16,8	272 15,8
	r, r'	19,45	16,05	ρ, ρ'	34,88	30,85
		$H = 13{,}12 \pm 1{,}40 . s$				
		$H' = 10{,}01 \pm 0{,}92 . s$				
14	s, s'	84 39,8	91 31,0	σ, σ'	145 23,4	151 56,4
	p, p'	287 37,7	273 42,1	π, π'	286 42,3	270 0,0
	r, r'	13,27	11,33	ρ, ρ'	22,96	23,26
		$H = 10{,}20 \pm 0{,}68 . s$				
		$H' = 6{,}75 \pm 041 . s$				
17	s, s'	89 1,0	86 30,3	σ, σ'	124 40,8	126 55,8
	p, p'	288 23,0	275 16,8	π, π'	281 43,7	278 31,1
	r, r'	34,60	23,03	ρ, ρ'	39,68	29,58
		$H = 27{,}00 \pm 9{,}20 . s$				
		$H' = 14{,}21 \pm 1{,}75 . s$				
18	s, s'	69 27,1	65 2,5	σ, σ'	139 22,8	135 32,3
	p, p'	283 47,6	280 4,0	π, π'	285 26,6	269 54,8
	r, r'	13,98	13,89	ρ, ρ'	19,99	18,94
		$H = 9{,}53 \pm 0{,}37 . s$				
		$H' = 8{,}58 \pm 0{,}30 . s$				
20	s, s'	39 55,3	45 21,7	σ, σ'	77 53,3	80 8,3
	p, p'	59 54,6	59 53,7	π, π'	60 23,9	62 39,1
	r, r'	17,93	20,57	ρ, ρ'	11,31	15,00
		$H = 10{,}71 \pm \infty$				
		$H' = 13{,}63 \pm \infty$				
21	s, s'	75 0,2	69 56,0	σ, σ'	95 0,5	103 47,9
	p, p'	4 55,2	30 26,8	π, π'	6 38,6	81 40,6
	r, r'	33,68	19,71	ρ, ρ'	32,63	19,03
		$H = 27{,}11 \pm 3{,}09 . s$				
		$H' = 18{,}33 \pm 1{,}08 . s$				
22	s, s'	115 4,3	117 41,0	σ, σ'	124 6,5	126 55,9
	p, p'	337 52,0	332 53,6	π, π'	340 20,4	331 32,0
	r, r'	14,52	15,68	ρ, ρ'	15,83	17,29
		$H = 12{,}29 \pm 3{,}37 . s$				
		$H' = 12{,}73 \pm 8{,}32 . s$				
Nr. 23	s, s'	77° 8'7	71°36'8	σ, σ'	118°17'0	112° 0'8
	p, p'	49 8,4	52 35,6	π, π'	49 13,3	59 6,9
	r, r'	14,94	14,25	ρ, ρ'	16,55	15,09
		$H = 14{,}32 \pm 1{,}07 . s$				
		$H' = 13{,}12 \pm 0{,}86 . s$				
26	s, s'	115 0,9	105 53,5	σ, σ'	126 43,6	115 7,9
	p, p'	309 59,4	301 48,6	π, π'	317 22,3	306 12,4
	r, r'	29,36	31,42	ρ, ρ'	30,75	32,37
		$H = 18{,}33 \pm 11{,}22 . s$				
		$H' = 17{,}49 \pm 16{,}45 . s$				
27	s, s'	157 19,1	160 39,0	σ, σ'	156 50,3	167 57,2
	p, p'	356 15,1	17 14,2	π, π'	357 32,6	24 1,0
		Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.				
30	s, s'	52 28,1	54 40,1	σ, σ'	104 27,7	109 7,6
	p, p'	17 38,5	353 24,6	π, π'	10 42,1	0 57,9
	r, r'	41,15	34,28	ρ, ρ'	33,22	30,22
		$H = 30{,}41 \pm 2{,}10 . s$				
		$H' = 19{,}61 \pm 0{,}80 . s$				
32	s, s'	47 14,6	35 27,0	σ, σ'	156 42,7	159 35,5
	p, p'	353 22,5	3 30,7	π, π'	0 44,8	344 42,2
		Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.				
33	s, s'	78 34,4	69 2,8	σ, σ'	105 28,9	97 48,2
	p, p'	8 42,0	22 1,6	π, π'	11 16,4	27 12,7
	r, r'	27,16	25,12	ρ, ρ'	27,77	23,86
		$H = 20{,}65 \pm 1{,}99 . s$				
		$H' = 11{,}33 \pm 0{,}80 . s$				
34	s, s'	88 39,9	106 51,7	σ, σ'	120 52,0	127 42,7
	p, p'	5 42,8	15 44,3	π, π'	6 38,9	15 46,4
	r, r'	22,11	29,50	ρ, ρ'	25,54	35,71
		$H = 15{,}67 \pm 2{,}00 . s$				
		$H' = 16{,}26 \pm 2{,}76 . s$				
35	s, s'	99 1,5	102 3,4	σ, σ'	127 56,7	129 56,0
	p, p'	31 16,5	38 33,4	π, π'	31 35,7	41 33,9
	r, r'	32,52	33,38	ρ, ρ'	40,69	42,26
		$H = 14{,}58 \pm 1{,}24 . s$				
		$H' = 11{,}01 \pm 0{,}95 . s$				
36	s, s'	112 8,2	115 57,5	σ, σ'	110 11,6	117 14,6
	p, p'	301 44,2	295 58,5	π, π'	307 36,9	295 50,5
	r, r'	31,87	42,85	ρ, ρ'	32,29	43,33
		$H = 26{,}05 \pm 36{,}25 . s$				
		$H' = 32{,}01 \pm 59{,}58 . s$				
38	s, s'	52 22,4	52 17,3	σ, σ'	121 46,4	128 43,6
	p, p'	325 41,7	305 5,8	π, π'	332 26,0	314 7,3
	r, r'	17,24	15,47	ρ, ρ'	16,63	16,16
		$H = 13{,}65 \pm 0{,}35 . s$				
		$H' = 11{,}35 \pm 0{,}45 . s$				
40	s, s'	57 45,3	49 40,2	σ, σ'	122 17,0	115 49,4
	p, p'	297 53,2	288 6,3	π, π'	300 2,8	290 28,2
	r, r'	19,09	20,14	ρ, ρ'	18,83	16,81
		$H = 13{,}93 \pm 0{,}52 . s$				
		$H' = 11{,}73 \pm 0{,}50 . s$				

Nr. 43ª	s, s'	70° 2'7	80°50'9	σ, σ'	101° 1'0	126° 5,9
	p, p'	25 5,7	31 21,3	π, π'	25 40,1	18 40,9

Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.

43ᵇ	s, s'	52 10,3	57 48,3	σ, σ''	124 58,2	136 36,8
	p, p'	346 13,6	359 42,8	π, π'	356 28,3	3 43,4
	r, r'	26,63	15,86	ρ, ρ'	21,35	17,72

$$H = 19{,}87 \pm 6{,}00 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 14{,}24 \pm 0{,}62 \cdot \varepsilon$$

44	s, s'	82 32,6	70 59,6	σ, σ'	144 33,3	147 56,9
	p, p'	318 2,9	308 21,7	π, π'	320 1,2	316 16,2
	r, r'	12,33	9,11	ρ, ρ'	22,10	19,10

$$H = 12{,}07 \pm 0{,}98 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 8{,}16 \pm 2{,}04 \cdot \varepsilon$$

45	s, s'	129 20,2	132 21,9	σ, σ'	145 57,1	156 31,8
	p, p'	344 14,4	331 56,7	π, π'	354 9,7	337 0,2
	r, r'	11,27	8,60	ρ, ρ'	19,37	17,81

$$H = 8{,}70 \pm 1{,}39 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 6{,}13 \pm 1{,}10 \cdot \varepsilon$$

46	s, s'	36 35,8	35 58,4	σ, σ'	133 21,6	119 33,9
	p, p'	330 3,1	348 12,5	π, π'	354 48,9	2 1,1
	r, r'	9,76	12,83	ρ, ρ'	13,50	12 23

$$H = 5{,}81 \pm 0{,}98 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 7{,}03 \pm 0{,}59 \cdot \varepsilon$$

48	s, s'	34 21,9	48 17,2	σ, σ'	53 53,8	69 39,0
	p, p'	359 13,8	298 22,2	π, π'	16 17,1	290 41,8
	r, r'	26,75	31,65	ρ, ρ'	20,66	26,02

$$H = 14{,}77 \pm 1{,}55 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 15{,}58 \pm 2{,}17 \cdot \varepsilon$$

50ª	s, s'	95 32,2	65 8,0	σ, σ'	133 46,2	103 38,4
	p, p'	355 51,1	23 45,9	π, π'	310 43,8	22 6,0
	r, r'	20,22	17,36	ρ, ρ'	23,77	17,21

$$H = 20{,}06 \pm 2{,}37 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 13{,}26 \pm 0{,}94 \cdot \varepsilon$$

50ᵇ	s, s'	133 49,2	68 8,5	σ, σ'	134 20,8	111 37,9
	p, p'	2 22,5	346 50,6	π, π'	358 10,1	357 11,2

Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.

50ᶜ	s, s'	91 45,5	51 1,7	σ, σ'	145 0,3	126 15,0
	p, p'	335 12,4	336 56,6	π, π'	330 27,2	349 12,6
	r, r'	16,21	12,71	ρ, ρ'	25,97	15,45

$$H = 16{,}00 \pm 8{,}55 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 9{,}77 \pm 0{,}79 \cdot \varepsilon$$

54	s, s'	83 7,7	86 11,4	σ, σ'	124 22,5	120 33,5
	p, p'	335 2,5	324 4,1	π, π'	327 58,4	322 1,5
	r, r'	11,29	14,75	ρ, ρ'	15,98	17,35

$$H = 10{,}96 \pm 1{,}46 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 13{,}55 \pm 0{,}94 \cdot \varepsilon$$

55	s, s'	113 35,3	120 24,0	σ, σ'	111 47,6	121 16,7
	p, p'	340 1,6	323 25,2	π, π'	338 8,5	320 24,7

Man sehe die unten folgenden Anmerkungen.

Nr. 57	s, s'	34°29'8	35° 3'4	σ, σ'	40° 9'6	42°27'6
	p, p'	355 16,9	5 16,3	π, π'	6 33,0	18 40,0
	r, r'	3,89	5,47	ρ, ρ'	7,22	7,16

$$H = 1{,}99 \pm 0{,}63 \cdot \varepsilon$$
$$H = 2{,}56 \pm 0{,}71 \cdot \varepsilon$$

58	s, s'	60 31,8	70 52,0	σ, σ'	129 36,3	128 46,7
	p, p'	304 3,6	286 36,4	π, π'	299 57,9	290 58,6
	r, r'	16,46	18,72	ρ, ρ'	19,31	21,24

$$H = 13{,}19 \pm 0{,}63 \cdot \varepsilon$$
$$H = 13{,}45 \pm 0{,}84 \cdot \varepsilon$$

61	s, s'	69 3,2	72 58,1	σ, σ'	129 9,3	141 55,6
	p, p'	337 21,7	314 47,9	π, π'	346 27,8	332 25,7
	r, r'	14,25	10,20	ρ, ρ'	19,99	19,62

$$H = 13{,}09 \pm 0{,}64 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 9{,}53 \pm 1{,}03 \cdot \varepsilon$$

62	s, s'	82 20,3	89 43,1	σ, σ'	131 50,9	140 51,3
	p, p'	285 57,0	278 15,6	π, π'	283 49,6	277 18,5
	r, r'	21,99	16,88	ρ, ρ'	27,69	26,12

$$H = 16{,}41 \pm 2{,}73 \cdot \varepsilon$$
$$H' = 11{,}11 \pm 1{,}04 \cdot \varepsilon$$

Einige dieser Rechnungen haben nicht bis zum letzten Resultate fortgesetzt werden können, indem sie bewiesen haben, entweder dafs zwei verschiedene Sternschnuppen als eine und dieselbe angesehen worden, oder dafs die Beobachtungen durch grofse Fehler entstellt sind. Nr. 11 zeigt an dem einen Beobachtungsorte eine Zunahme, an dem anderen eine Abnahme des Positionswinkels, einen Widerspruch, der nur durch die Annahme von Beobachtungsfehlern von mehreren Graden beseitigt werden kann, deren Wahrscheinlichkeit bei dieser Sternschnuppe auch *Brandes* angiebt. In noch gröfserem Maafse ist dieses bei Nr. 32 der Fall, bei welcher die entgegengesetzte Richtung der Bewegung an beiden Orten, die annehmbare Grenze der Fehler, ohne Zweifel überschreitet, so dafs entweder ein Versehen in der Aufzeichnung der Beobachtungen vorgefallen sein mufs, oder diese zwei verschiedenen Erscheinungen angehören. Nr. 43 ist an 3 Orten beobachtet und an der Identität der Erscheinung ist, wegen ihrer *ausgezeichneten* Helligkeit, nicht zu zweifeln; die Fehler der Beobachtung ihres Endpunktes in *Neisse*, welche *Brandes* schon bemerkte, zeigen sich in der ersten der beiden berechneten Combinationen, welche übrigens einen von den Fällen darbietet, in welchen die Bewegung fast unbestimmt bleibt. Nr. 50, gleichfalls an 3 Orten beobachtet, ist in allen Beziehungen der vorigen sehr ähnlich; allein von ihr wird besonders bemerkt, dafs ihre scheinbaren Bahnen merklich von dem gröfsten Kreise abgewichen sind. Wäre dieses nicht der Fall, so würde aus beiden Bestimmungen der Höhe, zur Zeit des Verschwindens in Mirkau (50ª und 50ᶜ), hervorgehen, dafs die Beobachtungsfehler gröfser seien, als 1 Grad. Nr. 27 und 55 zeigen so geringe Einwirkungen der Parallaxe, dafs sie sich mit den

Beobachtungsfehlern vermischen; man kann daraus nur auf *große* Entfernungen schliefsen, ohne sie näher bestimmen zu können.

6.

Wenn man die herangebrachten Höhen der berechneten Sternschnuppen und die Einflüsse des Beobachtungsfehlers betrachtet, so kann man nicht zweifelhaft bleiben, dafs das eine der Resultate, deren Kenntnifs wir *Brandes* und *Benzenberg* verdanken, nämlich die Gröfse der Höhen, in welchen Sternschnuppen sich zeigen können, vollkommen begründet ist. Dagegen erscheint das andere derselben sehr zweifelhaft; unter den 30 Bahnen, welche haben berechnet werden können, zeigen sich zwar 10 *aufsteigende*, allein bei 8 von ihnen reicht die Annahme von Beobachtungsfehlern, welche *weit unter einem Grade* bleiben, schon hin, das Aufsteigen in ein Fallen zu verwandeln, nämlich bei Nr. 10, 20, 22, 34, 36, 48, 57, 58; bei Nr. 46 wird etwa ein Grad und bei Nr. 54 etwas mehr als ein Grad dazu erfordert. Es ist also unter diesen Beobachtungen keine vorgekommen, welche der Annahme des Aufsteigens eine Wahrscheinlichkeit gäbe, welche sie *als ein Resultat der Beobachtungen* anzusehen erlaubte. Indessen findet sich unter den Sternschnuppen, welche *Benzenberg* und *Brandes* im J. 1798 in Clausberg und Sesebühl (bei Göttingen) beobachteten, eine (Nr. 12, am 9ten Octbr.), welche ich als Beweis des *Aufsteigens* derselben angeführt finde. Ich habe sie, aus diesem Grunde, nach der im vorigen § auf die späteren Beobachtungen angewandten Methode, berechnet. Die beobachteten Oerter sind:

	Clausberg.			Sesebühl.	
a, a'	309° 0′	324° 0′	α, α'	318° 0′	333° 0′
d, d'	45 0	50 0	δ, δ'	62 0	57 0

Sie finden sich Astr. Jahrb. 1806 S. 214. Die Polhöhe von Clausberg ist = 51° 35′, die in Kreistheilen ausgedrückte Sternzeit s = 342° 0′. Ferner finde ich (Die Sternschnuppen von *Benzenberg*. Hamburg 1839 S. 6) die Entfernung beider Standpunkte = 46200 Pariser Fufs und das Azimuth des zweiten, am ersten = 244°, angegeben, woraus $\log R$ = 7,37169, oder, die geograph. Meile als Einheit angenommen, = 0,30590 und A = 272° 52′ 7, D = − 15° 51′ 6 folgen. Hiermit erhält man ferner:

s, s'	69° 8′0	79° 42′2	σ, σ'	85° 33′8	88° 10,7
p, p'	26 29,6	30 34,2	π, π'	19 29,5	28 11,8
r, r'	6,36	12,65	ρ, ρ'	5,95	12,45
H	5,87		H'	12,40	

Die Sternschnuppe scheint also, und zwar fast senkrecht, in die Höhe gestiegen zu sein; berechnet man aber die Formel [14], so findet man, dafs Beobachtungsfehler, deren Gröfse = ε Grade ist, den Unterschied $H' - H$ von $\pm$ 6,58. ε Meilen ändern können. Wenn die Sternschnuppe nicht gestiegen ist, so müssen die vier beobachteten Oerter also wenigstens einen Grad fehlerhaft sein, und diese Fehler müssen in dem Sinne angenommen werden, welcher ihr Zusammenwirken am meisten befördert. Da man keinen Grund hat, das Nichtstattfinden solcher Fehler als entschieden anzusehen, so giebt also auch diese Beobachtung keinen Beweis für das Vorkommen einer aufsteigenden Sternschnuppe. Sollten fernere Beobachtungen das *Aufsteigen* dennoch rechtfertigen, so ist dieses nur in seltenen Fällen zu erwarten, in welchen die von *Olbers* angedeutete, schon angeführte Ursache zur Erklärung ausreichen wird, ohne die allgemeine Regel, dafs die Sternschnuppen aus grofsen Höhen zur Erde *herabkommen*, verdächtig zu machen.

Obgleich ich nicht glaube, dafs die *vorhandenen* Beobachtungen nach ihrer mitgetheilten neuen Berechnung, in Beziehung auf diese allgemeinen Resultate, eine beträchtliche Unsicherheit übrig lassen, so unterlasse ich doch nicht, einer unerwarteten Erscheinung zu erwähnen, welche sich durch diese Berechnung gezeigt hat. Die Ordnung, in welcher die vier, aus jedem Paare correspondirender Beobachtungen hervorgehenden Werthe des Positionswinkels (oder p, p', π, π') aufeinanderfolgen, ist die Ordnung der Zeitfolge der Beobachtungen selbst: ich erwartete sie im Allgemeinen so zu finden, dafs an *dem* Beobachtungsorte, welchem die Erscheinung am nächsten war, ihr Anfang am frühsten und ihr Ende am spätesten gesehen wäre; dieses hat sich aber sehr oft gerade entgegengesetzt verhalten. Um ein Paar Beispiele hiervon anzuführen, mache ich auf Nr. 13 und 18 aufmerksam, deren Anfang und Ende am *ersten* Beobachtungsorte, zwischen Anfang und Ende am *zweiten* fielen und beträchtlich näher aneinander lagen als diese, obgleich diese Sternschnuppen dem ersten Orte viel näher waren, als dem zweiten. Nr. 46 und 57 hatte man sogar am ersten Orte schon aufgehört zu sehen, als sie am zweiten zuerst bemerkt wurden. Ich zweifle nicht, dafs die Möglichkeit vorhanden ist, Aehnliches durch die speciellen Umstände jedes besonderen Falles zu erklären; allein ich wünschte, dafs diese Umstände angegeben sein möchten, damit man die Erklärung nicht gänzlich verlöre.

Indessen hat meine Beschäftigung mit diesem Gegenstande zu der Ueberzeugung geführt, dafs eine neue Beobachtungsreihe über die Sternschnuppen in mehreren Beziehungen sehr wünschenswerth sein würde. Im Falle ich *drei* dafür hinreichend eifrige und in der Wahl ihrer Standpunkte nicht beschränkte Beobachter finde, beabsichtige ich, solche Beobachtungen zu veranlassen. Meine Absicht werde ich hier näher angeben, damit auch Andere, auf den Fall ihre *hiesige* Ausführung auf Schwierigkeiten träfe, oder diese an einem anderen Orte früher beseitigt werden könnten, davon benutzen können, was ihnen zweckmäfsig erscheint.

Vor allen Dingen muſs dafür gesorgt werden, daſs die Beobachtungen selbst die gröſste Genauigkeit erhalten, welche, bei dem schnellen Verlaufe der Erscheinungen, erreichbar ist. Diese Schnelligkeit des Verlaufes schlieſst die Anwendung jeden Instruments aus und reducirt die Beobachtungen auf die *Einzeichnung* der scheinbaren Bahnen in die Himmelskarten. Ich bin stets der Meinung gewesen, daſs die sämmtlichen mir bekannten *nicht speciellen* Karten dieser Art den Forderungen, welche an sie gemacht werden dürfen, nicht angemessen eingerichtet sind: sie stellen auf ihren einzelnen Blättern viel zu kleine Theile des Himmels dar, oft nach einem unnöthig grossen und die Uebersicht erschwerenden Maaſsstabe gezeichnet; sie enthalten das, was nur dem Gedächtnisse zu Hülfe kommen soll, nämlich die Figuren der Sternbilder, auf eine Art, welche gleichfalls der Uebersicht über das Wesentliche — die Configurationen der Sterne selbst — hinderlich ist; sie vermischen in einigen Fällen die dem bloſsen Auge sichtbaren Sterne mit kleineren, und geben in anderen Fällen die ersteren nicht vollständig; ihre Netze haben endlich nicht die Einrichtung, daſs man dadurch in den Stand gesetzt würde, den Ort eines Punktes am Himmel, durch seine Configuration mit benachbarten Sternen, bis auf Theile eines Grades sicher zu schätzen. Aus diesen Gründen habe ich längst die Entwerfung neuer allgemeiner Himmelskarten für etwas sehr wünschenswerthes gehalten, und nun, durch die Sternschnuppen veranlaſst, einen eifrigen, den Lesern der Astr. Nachr. (Nr. 313 — 315) schon bekannten Freund und Kenner der Astronomie, zu dessen, der Wissenschaft schon nützlich gewordenen Eigenschaften, auch alle zum Kartenzeichnen nothwendigen Fertigkeiten und die gröſste Genauigkeitsliebe gehören, dazu aufgefordert. Dieses ist Herr Ingenieur-Hauptmann Ritter *Schwinck* in Pillau. Die Absicht ist, den Himmel, vom Nordpole bis zu 30° südlicher Abweichung, auf 5 Blättern darzustellen. Vier davon gehen von 30° südlicher bis 50° nördlichen Abweichung, und zwar so, daſs jedes derselben diese Zone für 102° der Geradenaufsteigung vollständig enthält; das fünfte Blatt enthält die Gegend um den Pol und wiederholt einen hinreichenden Theil der auf den andern Blättern schon dargestellten Gegenden; alle Blätter sind rechtwinklicht begrenzt, 16½ Preuſs. Zoll hoch und 18½ breit, und stellen, bei der krummlinigten Begrenzung des Theils des Himmels, welchen sie *vollständig* enthalten, noch benachbarte Theile von beträchtlicher Gröſse dar. Die Projectionsart ist die stereographische; der Maaſsstab konnte, ohne eine unbequeme Gröſse der Blätter hervorzubringen, zu 2 Linien für den Grad des gröſsten Kreises (in der Mitte der Blätter), angenommen werden; er ist mehr als hinreichend für alles was die Karten enthalten sollen, so daſs sie ein völliger Ersatz der vorhandenen blätterreichen Kartenwerke, insofern sie den in unseren Gegenden sichtbaren Theil des Himmels betreffen, aber von den Unbequemlichkeiten derselben befreiet sein werden. Das Netz der Karten wird von 2 zu 2 Graden ausgezogen, von 10 zu 10 Graden aber durch stärkere Linien, wodurch der Vortheil erlangt wird, daſs die *Richtung*, auch eines kürzeren Bogens eines gröſsten Kreises, durch Fehler der Schätzung seiner Endpunkte auf der Karte, wenig entstellt wird. Die Bezeichnungen der Sterne und ihrer Gröſsen werden, von den bisher üblichen verschieden, so gewählt, daſs sie eine möglichst getreue Darstellung des Himmels selbst gewähren. Diejenigen Nebelflecke und Sternhaufen, welche durch einen guten Kometensucher sichtbar sind, werden auf den Karten verzeichnet. Diese werden auch die Figuren der Sternbilder enthalten, jedoch auf eine Art, welche den Ueberblick über die Configurationen der Sterne nicht beeinträchtigt. Herr Hauptmann *Schwinck* hat diesen Plan mit gewohntem Eifer aufgenommen und bereits beträchtliche Fortschritte in seiner Ausführung gemacht, so daſs ich hoffen darf, daſs schon in einigen Monaten ein Theil der Karten in die Hände des Kupferstechers wird gegeben werden können.

Wenn diese Karten fertig seyn werden, so wünsche ich daſs *drei* Beobachter sich hier auf der Sternwarte in der Einzeichnung von 40 bis 50 Sternschnuppenbahnen nicht nur üben sondern auch die ihnen darin erreichbare Sicherheit näher erörtern. Nachdem dieses vorangegangen ist, verfügen sie sich auf ihre Standpunkte, welche in einem gleichseitigen Dreiecke 10 bis 15 Meilen voneinander entfernt, liegen sollen. Hierdurch wird erreicht werden, daſs unter den, an allen drei Standpunkten beobachteten Sternschnuppen nie eine sein kann, deren Bewegung nicht *vortheilhaft* durch die Beobachtungen bestimmt würde. Jeder Beobachter soll mit einem Chronometer versehen sein, damit die Beobachtung der Zeitmomente der Sternschnuppen über ihre Identität entscheide.

Die Beobachtungen dieser Erscheinungen sind mir immer sehr lästig vorgekommen; vorzüglich wohl, weil man nicht überzeugt ist, daſs sich Correspondenzen finden werden und man den sicheren Gewinn, den ein heiterer Abend durch andere Beobachtungen verheiſst, nicht gern dieser unsicheren Aussicht aufopfert. Ich halte für wesentlich, daſs man die Aussicht auf Correspondenzen möglichst vermehre, und werde daher, falls die angegebene Absicht zur Ausführung gelangt, versuchen, ob es ausführbar ist, die Aufmerksamkeit auf zu beobachtende Sternschnuppen stets von *vorherbestimmten* Zeiten eines gewissen Meridians anfangen zu lassen; zeigten sich z. B. zwei Minuten hinreichend zur Einzeichnung der Bahn einer Sternschnuppe (was die vorläufigen Versuche lehren werden), so würde ich wünschen, daſs die Beobachter mit jeder vollen vierten Minute anfingen aufmerksam zu sein, um die *erste* darauf folgende Sternschnuppe anzumerken, die später, vor der neuen vierten Minute etwa folgenden aber nicht berücksichtigten. Hierdurch würde man zwar viele Sternschnuppen verlieren, aber dennoch

wahrscheinlich eine gröfsere Zahl correspondirender erhalten. Ferner glaube ich, dafs nicht länger als 2 Stunden in jeder Nacht beobachtet werden sollte; auch dafs es sich nicht erfolgreich erweisen würde, wenn die Beobachter sich auf sehr lange Zeit gegenseitig verpflichteten. Wenn man die heiterste Zeit des Jahres (hier den August oder September, in welchen Monaten die Sternschnuppen auch häufig zu sein pflegen), wählt, so mufs der Himmel ungewöhnlich ungünstig sein, wenn er nicht in 10 bis 12 Nächten eine hinreichende Menge correspondirender Beobachtungen anzustellen erlaubt.

7.

Besonders ist, meiner Meinung nach, zu wünschen, dafs man diese Art der Beobachtungen auch auf die Sternschnuppen anwende, welche sich in jährlichen Perioden, im November und im August, schon oft gezeigt haben. *Olbers*, *Benzenberg* und *Brandes* haben darauf aufmerksam gemacht, dafs sehr *verschiedenartige* Dinge, in oder über der Atmosphäre, leuchten mögen. Es sind zwar Gründe vorhanden, welche den cosmischen Ursprung der November-Sternschnuppen, selbst *vorzugsweise* vor den gewöhnlichen, wahrscheinlich machen; allein man kann nicht leugnen, dafs ihr oft ungewöhnlich grofser Glanz und die Erscheinungen, welche sie, den Orenburger und Newhavener Beobachtern im J. 1832 u. 1833 *) zufolge, begleiteten, auch Verschiedenheiten von der gewöhnlichen Art der Sternschnuppen, anzudeuten scheinen. Wenn aber dieses auch nicht wäre, so müfste man dennoch wünschen, die Anwendbarkeit dessen, was man von den gewöhnlichen Sternschnuppen erkannt hat, oder erkennen wird, auch für die in der Novemberperiode erscheinenden *nachgewiesen* zu sehen. Bei ihrer grofsen Zahl würde die Vorschrift, immer nur die *erste* nach einem vorher bestimmten Zeitabschnitte zu beobachten, *wesentlich* sein. Allein unsere Gegenden sind zu Versuchen über *diese* Sternschnuppen nicht geeignet, indem heiteres Wetter in der Mitte des Novembers zu den seltenen Ausnahmen gehört, so dafs die Versuche vielleicht eher zehnmal mifslingen, als einmal gelingen würden.

Da ich mich nicht erinnere, eine Zusammenstellung der Sonnenlängen mit den Sternschnuppenerscheinungen im November gesehen zu haben, hierauf aber das Urtheil über die Genauigkeit ihres Einhaltens der jährlichen Periode beruhen mufs, so setze ich sie hieher. Sie beruhet auf folgenden Grundlagen.

1. der Nachricht von *Alexander v. Humboldt* (Voyage IV. p. 34), welcher die Mitte der Erscheinung 1799. Nov. 11. 16^h in *Cumana* sah;
2. den Beobachtungen in Orenburg (Astr. Nachr. Nr. 302. S. 241), welchen zufolge die Erscheinung auf 1832 Nov. 12. $17^h 30'$ gesetzt werden kann;
3. den Beobachtungen in Newhaven (Connecticut) und sehr vielen anderen über Nordamerika verbreiteten Punkten, welche die gröfste Intensität der Erscheinung auf 1833 Nov. 12. 16^h setzen (*Poggendorff* Annalen XXXIII. S. 197);
4. den Beobachtungen, gleichfalls wie die vorigen in Newhaven und von Prof. *Olmsted*, im J. 1834 Nov. 13. $13^h 30'$ (*Poggendorff* Annalen XXXIV. S. 130);
5. denen von *Boguslawski* in Breslau, der die Mitte der Erscheinung: 1836 Nov. 13. $16^h 30'$ wahrnahm;
6. denen von Dr. *Busch* u. *Busolt* in Königsberg (A. N. Nr. 371), womit sich die von *Klüver* bei Bremen (ebendas. Nr. 372) vereinigen, und, obgleich an beiden Orten der Anfang der Erscheinung vom bedeckten Himmel unsichtbar gemacht wurde, doch vermuthen lassen; dafs ihre Mitte auf 1838 Nov. 13. $16^h 15'$ Königsberger Zeit gesetzt werden darf.

Reducirt man die unmittelbar angegebenen Beobachtungszeiten auf den ersten (d. h. Pariser) Meridian, und schreibt man ihnen die wahren Sonnenlängen, und die von dem festen Nachtgleichenpunkte von 1800 angezählten bei, so erhält man folgende Uebersicht darüber:

	Zeit des 1sten Merid.	Sonnenlänge, gezählt vom wahren Nachtgleichenpunkte.	Sonnenlänge, gezählt vom festen Nachtgleichenpunkte.
1799 Nov. 11	$20^h 36'$	$230° 0'$	$230° 0'$
1832 — 12	13 0	230 42	230 15
1833 — 12	21 0	230 48	230 20
1834 — 13	21 30	231 34	231 5
1836 — 13	15 30	231 51	231 21
1838 — 13	15 0	231 20	230 48

Dafs kein Grund vorhanden ist, von den Zahlen der letzten Columne, entweder die Gleichheit, oder das der Zeit genau proportionale Fortschreiten, zu fordern, hat *Olbers* in seinem schon angeführten Aufsatze *) auseinandergesetzt.

Ich zweifle nicht, dafs die Kenntnifs der Sternschnuppen, insofern von den *geometrischen* Verhältnissen, die man daran wahrnehmen kann, die Rede ist, so vollständig gemacht werden kann, als man zu wünschen berechtigt ist. Von ihren *physischen* Verhältnissen habe ich nichts zu sagen, nachdem diese schon von Anderen dazu tüchtigeren erörtert worden sind. Ich benutze indessen die Gelegenheit, den Wunsch auszusprechen, dafs es gelingen möge, eine einzige der Hunderttausende von November-Sternschnuppen, bei ihrem Herabfallen auf die Erdoberfläche, auf eine unzweifelhafte Art zu finden. Dafs dieses bisher nicht gelungen ist, könnte, verbunden mit dem Verlöschen der Sternschnuppen schon in grofsen Entfernungen von der Erde (§. 5), mit der Heftigkeit der Lichterscheinungen, welche sie 1799, 1832, 1833 und 1834 entwickelt haben, und mit den dann sehr lebhaften Schweifen, welche sie zurückliessen, der Frage einiges Gewicht geben, „ob es wohl annehmbar ist, dafs sie schon in den höheren Luftschichten *gänzlich* verbrennen?“

*) Astr. Nachr. Nr. 303. S. 241. und *Poggendorff* Annalen XXXIII. S. 194, 196 u. 197.

*) *Schumachers* Astron. Jahrb. 1837.

Bessel.

Länge von Cracau.

(Beschlufs. S. Nr. 378. S. 299.)

19. Bedeckung von 3 ν Virginis den 20sten April 1834.

Cracau	$+70'6637 + 0{,}0354\,d\alpha + 0{,}0157\,d\delta$
Breslau	$+58{,}9276 + 0{,}0347\,d\alpha + 0{,}0139\,d\delta$
Danzig	$+65{,}2703 + 0{,}0448\,d\alpha + 0{,}0384\,d\delta$
Kremsmünster	$+47{,}3928 + 0{,}0304\,d\alpha + 0{,}0037\,d\delta$
Wien	$+56{,}3599 + 0{,}0313\,d\alpha + 0{,}0059\,d\delta$

Mit Wien und Kremsmünster ergeben sich folgende Längen:

von Cracau $+1^h 10' 34''79$
Breslau $+ \quad 58\ 49{,}52$
Danzig $+1\ \ 5\ 25{,}40$.

20. Bedeckung von 22 λ Sagitt. den 8ten Octbr. 1834.

Cracau	$+70'6778 + 0{,}0271\,d\alpha + 0{,}0006\,d\delta$
Kremsmünster	$+47{,}3611 + 0{,}0271\,d\alpha + 0{,}0015\,d\delta$
Wien	$+56{,}3462 + 0{,}0271\,d\alpha + 0{,}0007\,d\delta$

Hier kann man unbedenklich $d\delta = 0$ setzen und $d\alpha$ durch Wien bestimmen, und dann wird sich

die Länge von Cracau $+1^h 10' 30''30$
Kremsmünster $+ \quad 47\ 11{,}28$

ergeben.

21. Bedeckung von 35 Ceti den 6ten Januar 1835.

Cracau	$+70'5218 + 0{,}0176\,d\alpha + 0{,}0421\,d\delta$
Wien	$+56{,}2632 + 0{,}0203\,d\alpha + 0{,}0361\,d\delta$
Kremsmünster	$+47{,}2039 + 0{,}0203\,d\alpha + 0{,}0363\,d\delta$
Breslau	$+58{,}7492 + 0{,}0147\,d\alpha + 0{,}0483\,d\delta$

Drückt man hier durch Wien die Gröfse $d\alpha$ in $d\delta$ aus, so werden sich die Längen ergeben:

von Cracau $+70'4443 + 0{,}0109\,d\delta$
Kremsmünster $+47{,}1145 + 0{,}0004\,d\delta$
Breslau $+58{,}6844 + 0{,}0222\,d\delta$

Wollte man nun die Gröfse $d\delta$ durch Kremsmünster bestimmen, so würde man ihren Werth sehr grofs finden wegen den zu geringen Coëfficienten; es wird also für die Cracauer Länge besser, wenn man sie $= 0$ setzt und auf die Art findet man

die Länge von Cracau $+1^h 10' 26''66$ }
Kremsmünster $+ \quad 47\ \ 6{,}87$ } alle etwas zu klein.
Breslau $+ \quad 58\ 41{,}06$ }

22. Bedeckung von 46 i Leonis den 9ten April 1835.

Cracau	$+70'4303 + 0{,}0281\,d\alpha + 0{,}0036\,d\delta$
Wien	$+56{,}0480 + 0{,}0265\,d\alpha + 0{,}0081\,d\delta$
Kremsmünster	$+47{,}0669 + 0{,}0259\,d\alpha + 0{,}0096\,d\delta$
Breslau	$+58{,}6893 + 0{,}0279\,d\alpha + 0{,}0041\,d\delta$

Wegen der zu kleinen Coëfficienten von $d\delta$ könnte diese Gröfse nicht gut bestimmt werden; setzt man sie also $= 0$ und bestimmt $d\alpha$ durch Wien, so folgt

die Länge von Cracau $+1^h 10' 33''80$
Kremsmünster $+ \quad 47\ 11{,}37$
Breslau $+ \quad 58\ 49{,}29$

23. Bedeckung von 42 δ Ophiuchi den 10ten Juni 1835.

Cracau	$+70'5465 + 0{,}0257\,d\alpha + 0{,}0061\,d\delta$
Altona	$+30{,}4182 + 0{,}0253\,d\alpha + 0{,}0032\,d\delta$
Breslau	$+58{,}8370 + 0{,}0256\,d\alpha + 0{,}0053\,d\delta$

Setzt man hier wieder $d\delta = 0$ und bestimmt $d\alpha$ durch Altona so findet man

die Länge von Cracau $+1^h 10' 33''44$
Breslau $+ \quad 58\ 50{,}86$

24. Bedeckung von η Leonis den 25sten April 1836.

Cracau	E.	$+70'7242 + 0{,}0492\,d\alpha + 0{,}0444\,d\delta$
Altona	E.	$+30{,}5388 + 0{,}0390\,d\alpha + 0{,}0215\,d\delta$
	A.	$+30{,}3194 + 0{,}0049\,d\alpha - 0{,}0759\,d\delta$
Greenwich	E.	$-9{,}2718 + 0{,}0330\,d\alpha + 0{,}0022\,d\delta$
	A.	$-9{,}3557 + 0{,}0185\,d\alpha + 0{,}0380\,d\delta$

Durch Greenwich findet sich

die Länge von Cracau $+1^h 10' 32''70$
Altona $+ \quad 30\ 23{,}42$.

25. Bedeckung von 359 Sagitt. den 16ten Oct. 1836.

Cracau	$+70'9095 + 0{,}0241\,d\alpha - 0{,}0155\,d\delta$
Breslau	$+59{,}1655 + 0{,}0242\,d\alpha - 0{,}0139\,d\delta$
Wien	$+56{,}5906 + 0{,}0253\,d\alpha - 0{,}0154\,d\delta$

Drückt man hier durch Wien $d\alpha$ in $d\delta$ aus, und setzt dann d so ergiebt sich

die Länge von Cracau $+1^h 10' 30''71$
Breslau $+ \quad 68\ 45{,}98$

Stellt man jetzt alle die vorher erhaltenen Längen vo Cracau zusammen, so ergiebt sich folgende Reihe:

1.	$+1^h 10' 27''50$		14.	$+1^h 10' 29{,}86$	
2.	29,13		15.	31,55	
3.	30,89		16.	28,91	
4.	30,51		17.	27,94	
5.	30,77		18.	28,68	
6.	32,02		19.	34,79	
7.	26,19	$d\delta$ unbest.	20.	30,30	
8.	29,66		21.	26,66	$d\delta$ unbest.
9.	29,60		22.	33,80	do.
10.	28,72		23.	33,44	do.
11.	29,65		24.	32,70	
12.	33,95	$d\delta$ unbest.	25.	30,71	$d\delta$ unbest.
13.	27,59				

Das Mittel dieser 25 Bestimmungen ist

$$+1^h 10' 30''22$$

mit dem Gewichte 2,52 und dem wahrscheinlichen Fehler 0,301

Zuletzt mufs ich noch bemerken, dafs ich alle Zahlen die in den Bedingungsgleichungen vorkommen, auf 5 Decimal stellen gerechnet habe, und nur beim Abschreiben habe ich die fünfte Decimale überall weggelassen.

Nehme ich aber auch die früheren Bestimmungen auf, aber blofs die aus Sternbedeckungen, nemlich die von *Wurm* Astr. Nachr. Nr. 167 und die von mir in Nr. 230, indem ich diese 16 Bestimmungen blofs für drei rechne, weil nur drei Bedeckungen mit verschiedenen Orten verbunden waren, und lasse von denen von *Wurm* 6, die die Länge von Cracau unter 24" oder über 35" geben, aus, so finde ich das Mittel aus 45 Bestimmungen $1^h 10' 29''536$ mit dem Gewichte 3,66 und dem wahrscheinlichen Fehler 0"25. Es scheint also, dafs man mit ziemlicher Genauigkeit die geographische Länge von Cracau $= 1^h 10' 29''5$ setzen kann.

Steczkowski.

Altona 1839. Juli 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 382.

Ehrenbezeugung.

Se. Majestät der König von Dännemark haben dem Herrn Geheimenrath *Bessel*, als ein Zeichen der Anerkennung seiner Arbeiten bei der Ausgleichung des Dänischen Längenmaafses mit dem Preufsischen, eine goldene mit Brillanten besetzte Dose, mit der Inschrift:

FREDERIK VI.
til
F. W. Bessel.

übersenden zu lassen geruhet.

S.

*Hansen*sche Constanten für die Sternbedeckungen 1840.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

	1840.		$\Phi_{,}$	$L_{,}$	c
1	Jan. 11	62 Piscium	+2 45	85 2	+21 36
2		63 δ Piscium	+3 0	84 56	+21 35
3	13	(112) Arietis	+4 58	87 5	+17 3
4		34 μ Arietis	+5 27	86 37	+16 29
5	14	18 (m Plej.)	+5 15	88 4	+15 13
6		19 (e Plej.)	+6 3	88 6	+12 3
7		20 (c Plej.)	+5 55	87 58	+12 3
8	16	(236) Tauri	+6 3	91 36	+ 2 3
9		136 C Tauri	+5 41	91 34	+ 1 52
10		(287) Aurigæ	+5 37	91 18	+ 1 14
11	17	57 A Geminor.	+4 13	93 21	— 5 50
12	Febr. 4	Mars Centr.	—1 4	85 31	+19 47
13	8	104 Piscium	+4 51	86 39	+19 52
14	12	(136) Aurigæ	+5 52	90 47	+ 3 20
15		136 C Tauri	+5 40	91 8	+ 1 54
16	13	39 η' Geminor.	+4 40	92 14	— 3 35
17	14	77 κ Geminor.	+4 14	93 9	— 7 23
18	16	(74) Leonis	+1 59	95 17	—15 20
19	17	45 Leonis	+0 16	94 28	—19 11
20	18	79 r Leonis	—2 33	94 36	—21 26
21	21	83 Virginis	—6 12	92 37	—19 55
22	März 14	(74) Leonis	+1 57	94 31	—15 18
23	15	32 α Leonis	+0 44	95 21	—18 7
24	16	56 Leonis	—0 40	95 24	—20 29
25	23	23 τ Scorpii	—7 43	99 3	— 8 10
26	April 7	(287) Aurigæ	+5 37	93 30	+ 1 19
27	8	57 A Geminor.	+4 11	94 49	— 5 36
28	10	78 Cancri	+1 43	95 35	—14 10
29	11	27 ν Leonis	+0 22	95 41	—17 31
30		(237) Leonis	0 0	95 25	—17 52
31	16	85 Virginis	—5 46	93 1	—19 38
32	17	(116) α Solitarii	—6 26	92 66	—16 59
33	22	40 τ Sagittarii	—6 21	85 12	+ 4 8
34	24	17 Capricorni	—4 10	83 41	+12 11
35	25	40 γ Capricorni	—3 0	82 53	+16 10
36	Mai 5	39 η^{1} Gemin.	+4 37	94 43	— 3 30
37		40 η^{2} Gemin.	+4 27	94 45	— 3 34
38	Mai 7	(224) Cancri	+1 41	96 34	—13 23
39	8	16 ψ Leonis	+0 44	96 49	—16 34
40	10	79 r Leonis	—2 39	96 11	—21 26
41	15	(262) Libræ	—6 18	92 35	—14 53
42		(282) Solitar.	—6 35	91 58	—14 37
43	16	6 π Scorpii	—7 4	91 13	—11 5
44	21	(146) f Capric.	—4 10	86 46	+11 42
45	22	30 r Capric.	—2 42	83 31	+14 39
46	24	73 λ Aquarii	—0 11	82 30	+20 16
47		78 Aquarii	—0 5	82 26	+20 22
48	Jun. 3	33 η Cancri	+1 5	93 15	—10 22
49	13	23 τ Scorpii	—7 44	90 53	— 8 15
50	29	40 η^{2} Gemin.	+4 26	92 14	— 3 30
51	Jul. 4	91 υ Leonis	—3 36	97 6	—21 43
52	12	(359) Sagittarii	—6 30	89 27	— 0 50
53	21	104 Piscium	+5 1	84 37	+20 2
54	26	39 η' Geminor.	+4 36	91 52	— 3 25
55	Aug. 3	75 Virginis	—6 34	95 35	—20 9
56	5	(282) Solitarii	—7 19	94 50	—14 41
57	11	(146) f Capric.	—4 5	89 15	+11 38
58	12	30 r Capric.	—2 37	88 11	+15 10
59	13	40 Aquarii	—0 56	86 32	+18 18
60	15	21 Piscium	+2 43	84 33	+21 53
61	24	33 η Cancri	+2 23	83 31	—11 14
62		38 o Cancri	+1 57	83 47	—11 48
63		39 Cancri	+2 16	83 42	—11 49
64		40 Cancri	+2 14	83 41	—11 49
65		(129) Cancri	+1 59	83 41	—11 51
66	25	7 Leonis	+0 24	84 43	—16 1
67	Sept. 3	23 τ Scorpii	+4 41	91 35	— 8 17
68	10	(200) Aquarii	+0 1	84 50	+19 52
69	11	11 ω' Piscium	+1 57	84 50	+21 31
70		14 ω' Piscium	+2 1	84 38	+21 38
71	15	[414] Arietis	+6 6	88 15	+15 35
72		48 ε Arietis	+5 45	88 14	+15 36
73	16	(151) Plejadum	+5 52	88 57	+12 11
74		25 η Tauri	+5 41	88 59	+12 11

	1840.		$\Phi_{,}$	$L_{,}$	c
75	Sept. 19	57 A Geminor.	+4 6	92 43	− 5 27
76	Oct. 11	104 Piscium	+3 22	86 35	+20 3
77	13	16 (g Plejadum)	+6 59	89 34	+13 42
78		18 (m Plejadum)	+6 22	89 15	+13 42
79		19 (e Plejadum)	+6 8	89 17	+13 43
80		20 (c Plejadum)	+5 53	89 15	+13 42
81	15	(287) Aurigæ	+5 4	92 0	+ 1 31
82	16	39 η^1 Geminor.	+4 33	94 27	− 3 33
83		40 η^2 Geminor.	+4 22	94 34	− 3 39
84	17	9 μ' Cancri	+3 11	94 43	− 9 0
85	18	(180) Cancri	+1 40	95 8	−12 38
86		(224) Cancri	+1 31	95 34	−13 17
87	20	37 o' Sextantis	−1 37	96 59	−20 13
88	21	91 υ Leonis	−3 43	95 57	−21 45
89	27	4 Scorpii	−1 40	92 13	−11 25
90	Nov. 5	11 ω^1 Piscium	+2 0	81 46	+21 32
91		14 ω^4 Piscium	+2 5	82 25	+21 38
92	6	51 Piscium	+4 14	82 36	+21 56
93	9	48 ε Arietis	+5 48	87 11	+15 39
94	13	82 B Geminor.	+4 0	94 52	− 7 34
95	14	38 o Cancri	+1 59	96 20	−11 45
96		(124) Cancri	+1 46	96 18	−11 46
97		(129) Cancri	+1 55	96 18	−11 48
98		41 ε Cancri	+1 48	96 58	−11 49
99	15	7 Leonis	+0 19	97 4	−15 59
100	16	44 b' Leonis	−1 9	97 27	−19 4
101		48 Leonis	−2 4	97 42	−19 44
102	17	75 q Leonis	−2 56	97 33	−21 16
103		76 Leonis	−3 7	97 25	−21 18
104	19	(196) Virginis	−5 38	96 34	−21 36
105	20	83 Virginis	−6 27	95 40	−19 49
106	27	(7) Sagittarii	−4 35	86 52	+ 4 18
107	30	44 d^2 Capric.	−0 50	83 20	+16 25
108	Dec. 6	[414] Arietis	+5 47	86 20	+15 40
109		48 η Arietis	+5 47	86 20	+15 41
110	7	16 (g Plejadum)	+6 10	88 18	+12 23
111		18 (m Plejadum)	+6 33	88 20	+12 23
112		19 (e Plejadum)	+6 12	88 25	+12 24
113		20 (c Plejadum)	+6 4	88 23	+12 23
114	10	37 Geminor.	+3 44	92 35	− 3 1
115		52 n Geminor.	+3 39	93 2	− 4 40
116	11	10 μ^2 Cancri	+2 10	95 1	− 9 9
117		(42) Cancri	+0 56	95 15	−10 15
118	13	31 A Leonis	−1 27	97 41	−18 7
119	14	58 d Leonis	−2 59	98 15	−20 44
120	17	75 Virginis	−6 41	96 58	−20 18
121	19	(262) Libræ	−6 24	95 44	−15 5
122		(282) Solitarii	−7 41	95 12	−14 49
123	28	[2918] Aquarii	+0 8	83 40	+18 16

Die Bedeutung dieser Coefficienten ist ganz die, welche Herr Director *Hansen* in Nr. 360 der A. N. gewählt hat, und sie unterscheidet sich von der im Jahrbuch 1841 angenommenen nur in Beziehung auf $L_{,}$; indem dort an dessen Stelle $l_{,} = L_{,} + 90°$ gesetzt ist, so dafs $l_{,}$ die selenocentrische Länge des bedeckten Sterns ist.

Bei dieser Gelegenheit mufs ich noch auf eine Aeufserung zurückkommen, die ich in Nr. 363 bei Gelegenheit der mitgetheilten Coordinaten für 1839 gethan habe. Ich glaubte nemlich auf den Umstand aufmerksam machen zu müssen, dafs die Unsicherheit in den Monds- und Sternörtern, verbunden mit den besonders in den Randgegenden zu befürchtenden Fehlern der Mondkarte selbst, eine merkliche Abweichung des Punktes wo der Ein- und resp. Austritt erfolgt, von dem vorausberechneten zur Folge haben könne. Herr Director *Hansen* hatte bald darauf die Güte mich schriftlich zu erinnern, dafs ich die hieraus hervorgehende Unsicherheit wohl zu grofs geschätzt habe, da ich in dem erwähnten Aufsatze von Fehlern der Mondorts ohne Unterschied gesprochen, hier aber hauptsächlich nur die Breitenfehler in Betracht kommen, da Fehler in Länge wohl auf die Momente, sehr wenig aber auf den Ort des Ein- und Austritts einwirken. Ein Breitenfehler von 1' bewirkt, nach dieser Auseinandersetzung, für centrale Bedeckungen in Maximo einen Fehler von höchstens 4' selenographisch; ein gleicher in Länge nur 0'5; so dafs selbst das Zusammentreffen der ungünstigsten Fälle eines Fehlers von 20" in $(\lambda - \lambda')$ und von 10" in $(\beta - \beta')$ den Ort nur höchstens um 44' ändert. Ein Bogen von 44' der Mondkugel ist aber zu klein, um ein Verfehlen des Moments zu veranlassen und was nicht-centrale Bedeckungen betrifft, so werden die, wo sich der Fehler auf das Doppelte und Dreifache des obigen erhebt, auch schon aus andern Gründen wenig geeignet sein zu Längenbestimmungen zu dienen.

Es bleibt mir nur übrig, die Richtigkeit dieser Bemerkungen dankend anzuerkennen und meine frühere Aeufserung demgemäfs zu modificiren. Ist aber gleich die in Rede stehende Vorausbestimmung des selenographischen Punktes keinesweges eine illusorische, so kann ich doch nicht umhin den Wunsch zu wiederholen, dafs die Beobachter von Sternbedeckungen, so oft dies thunlich, den wirklich beobachteten Ein- und Austrittsort möglichst genau angeben möchten.

Mädler.

Physische Beobachtungen des Mars in der Opposition 1839.

Von Herrn Dr. *Mädler*.

Die sämmtlichen in dieser Opposition erhaltenen Beobachtungen sind mit dem grofsen Fernrohr der hiesigen Königl. Sternwarte angestellt worden. Die meisten der von mir entworfenen 20 Zeichnungen sind gleichzeitig von Herrn *Galle* mit dem Himmel verglichen, einzelne auch von ihm entworfen worden. Der ungünstige Zustand der Luft gestattete erst am 26sten Fe-

nur einige brauchbare Beobachtungen; die folgenden sind in den Nächten des 12ten, 14ten, 26sten, 31sten März, 1sten, 4ten, 5ten, 9ten, 10ten, 16ten April und 1sten Mai gemacht.

Da die Axe des Mars gegen die der Ekliptik gegen 30 Grad geneigt ist, so können in einer Opposition, wie die diesjährige, wo die Mondhalbkugel des Mars nur 3° von ihrem Sommersolstitio entfernt ist, die Flecke der Südhalbkugel nur zum geringern Theile und in sehr schräger Projection gesehen werden. Auf die Sichtbarkeit eines Marsflecks (die weifsen Polarflecke ausgenommen) ist überhaupt selbst bei der günstigsten Luft nur dann zu rechnen, wenn sie weniger als 60° von der geocentrischen Marsmitte entfernt sind. Die Zeichnungen stellen deshalb fast nur die 1837 beobachteten Flecke der nördlichen Halbkugel dar und bei der Formlosigkeit und schlechten Begrenzung der meisten von ihnen ist es mifslich, sie genau mit einander zu vergleichen. Doch ist ein grauer Fleck, der aus zwei wellenförmigen Bogen besteht und dessen Lage zwischen 60° und 160° der areographischen Länge, so wie 25° und 55° der nördlichen Breite anzunehmen ist, im J. 1837 nicht gesehen worden, was indefs darin seinen Grund haben kann, dafs dieser Theil der Kugel in keiner Beobachtung 1837 in directe Opposition mit der Erde kam. Dieser Fleck ist zuerst am 12ten März $9^h\,16'$ und $9^h\,37'$ M. Z.; am 14ten März $9^h\,9'$; zuletzt am 16ten April um 8 Uhr gesehen worden.

Der weifse Nordpolfleck zeichnete sich auch diesmal sehr deutlich aus, wiewohl nicht völlig so wie 1837, wo auch sein Durchmesser gröfser war. Die optische grofse Axe desselben fiel sehr deutlich nicht in den Rand, vielmehr schienen die Ränder des ganz sichtbaren ovalen Flecks die des Planeten zu berühren. In der ersten Beobachtung am 26sten Febr. schätzte ich die grofse Axe des Flecks $= \frac{1}{5}$ ♂, die darauf senkrechte kleine $= \frac{1}{12}$ (der Marsdurchmesser ♂ hatte in dieser Opposition $13''5$). Die Schätzung der Längenaxe dürfte innerhalb 0,18 und 0,22, folglich die daraus geschlossene nördliche areographische Breite der Begrenzung des Flecks von 78° 33′ bis auf 1° mehr oder weniger zu verbürgen sein, vorausgesetzt, dafs wirklich sein Centrum mit dem Pole der Rotation zusammenfiel. Unter dieser Voraussetzung, und den Fleck selbst als kreisförmig angenommen, ergiebt die Rechnung, dafs sein Rand vom Marsrande nur $\frac{1}{30}$ ♂ entfernt blieb, das scheinbare Zusammenfallen beider ist also genügend erklärt.

In den spätern Beobachtungen erschien der Fleck allmählich kleiner, oft auch minder deutlich, obgleich er gewöhnlich noch gut sichtbar blieb, wenn auch alles Uebrige nicht unterschieden werden konnte. Am 26sten März und 1sten April schätzte ich seine grofse Axe $\frac{1}{6}$ ♂, was auf den Parallel 80° 48′ führt; endlich am 16ten April, bei ausgezeichnet günstiger Luft, $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{8}$ ♂. Man nehme $\frac{2}{15} = 0{,}133$, so wird die N. Br. seines Randes $= 82°\,20'$. Keiner der übrigen April-Abende liefs eine sichere Schätzung zu, am 1sten Mai aber schien er wieder etwas gröfser, oder doch bestimmt nicht kleiner zu sein als am 16ten April. Der Gang dieser Veränderungen harmonirt abermals, wenn man einen Winterniederschlag als physische Ursache des Flecks betrachtet, auf eine ausgezeichnete Weise mit der Stellung der Marskugel, die am 5ten März in ihrem Sommersolstitio war und am 1sten Mai gegen die Sonne verhältnifsmäfsig dieselbe Lage hatte, wie die Erde am 20sten Juli.

Ein ganz analoges Verhalten, rücksichtlich der Zeit seines Minimums hatte der Südpolfleck im J. 1830 gezeigt, wo wir ihn von seinem Sommersolstitio bis zu einer dem 19ten Januar unserer Erde entsprechenden Zeit beobachteten. Aber der geringste Durchmesser desselben am 5ten October (mit Jan. 9 der Erde vergleichbar) war nur 6 Grad, während der Nordpolfleck dem Areal nach 6mal gröfser blieb, da sein Durchmesser gegen 15° war.

Auch dies dürfte seine Erklärung darin finden, dafs der Südpol des Mars zwar einen kürzeren Sommer als der Nordpol im Verhältnifs von 15 : 19; dagegen aber einen beträchtlich intensiveren im Verhältnifs von 29 : 20 empfindet, wenn die Stärke der Erwärmung sich wie die der Erleuchtung verhält.

Die den Polarfleck umgebende dunkle Zone zeigte sich auch diesmal, doch weder ganz so schwarz wie 1837, noch überall so zusammenhängend. Zuweilen, am deutlichsten Febr. 26 um $9^h\,52'$ bis $10^h\,11'$ und am 9ten April von 8 bis 10^h schien sie durch einen lichteren Zwischenraum in 2 Zonen getheilt zu sein, deren breitere und schwärzere entfernter vom Polarfleck lag. Am 16ten April 8^h war nur an der Ostseite desselben eine Spur der dunklen Umgebung sichtbar: weiter südöstlich lag ein beträchtlich gröfserer und schwärzerer Fleck, westlich war weit umher alles fleckenfrei. Diese Veränderungen scheinen anzudeuten, dafs wenigstens dieser Fleck, den wir vor 1837 gar nicht bemerkt hatten, durch athmosphärische Einflüsse bedingt wird.

Alles was in den Gegenden südlich des Aequators noch zu Gesicht kam, war höchst unbestimmt. Gewöhnlich zeigte sich eine sehr matte schmale Zone mit einigen knotenartigen Verdichtungen, und ohne Zugrundelegung der aus den früheren Beobachtungen geschlossenen Rotationsperiode würde eine Vergleichung dieser Flecke mit den ihnen entsprechenden von 1830 nicht möglich seyn.

Am 12ten und 14ten März und 9ten April erschien der mittlere fleckenfreie Theil der Scheibe, mit den übrigen Gegenden verglichen, merklich roth. An letzterm Abende konnte eine stark geröthete Region im Süden und eine mattere in den Aequatorealgegenden unterschieden werden, beide durch einen

leichten Anflug von Grau getrennt. Diese Gegenden konnten nicht identisch mit denen sein, welche sich im März geröthet zeigten; sie gehören vielmehr Seiten der Kugel an, die 120° von einander entfernt sind, und in denen an andern Abenden keine besondere Färbung zu unterscheiden war.

Eben so zeigte sich am 9ten und noch auffallender am 10ten April der Westrand der Scheibe beträchtlich heller als das Uebrige, doch verursachte weder dieser stärkere Glanz, noch der weifse Polarfleck, die geringste scheinbare Abweichung von der Kreisgestalt, und die Phase am Ostrande machte sich dem Beobachter erst am 1sten Mai merklich, mehr noch am 5ten, wo die länglichte Gestalt des Mars auf den ersten Blick ins Auge fiel, obgleich die Luftbeschaffenheit dieses Abends den bessern des April nachstand.

Auch 1830 und 1837 war jenes Roth auf den mittleren Theilen der Scheibe, doch ebenfalls nur in einzelnen Momenten, wahrgenommen worden, es scheinen diese Farben-Nüancen also auf athmosphärische Veränderungen sich zu beziehen, denen auch wohl die veränderliche relative Dunkelheit der schwärzlichen Flecken zuzuschreiben ist. Diese selbst sind zwar höchst wahrscheinlich constante Oberflächentheile, und keinesweges Analoga unserer Wolken: wohl aber zeigen sich an ihnen Spuren der optischen Wirkungen solcher wolkenartigen Verdichtungen.

Es ist zu hoffen, dafs die nächstbevorstehenden Oppositionen von 1841—45 wieder etwas reichere Ausbeute für die physische Kenntnifs eines Nachbarplaneten, der seiner Kleinheit ohnerachtet unsere Bemühungen weniger als die übrigen zu spotten scheint, liefern werde. Die nähere Betrachtung der Umstände, unter denen sie sich ereignen, berechtigt zu diesen Erwartungen. Es möge hier eine übersichtliche Zusammenstellung folgen, welche zeigt, wie ungemein verschieden sich diese Oppositionen in Bezug auf physische Beobachtungen gestalten:

Zeit der Opposition.	Radius vector.	Abst. von der Erde.	Scheinb. Durchm.	Lage der Marsaxe.
1830 Sept. 19	1,3911	0,3895	23″1	☊ + 98°
1832 Nov. 20	1,4991	0,5118	17,6	☊ +160
1835 Jan. 2	1,6037	0,6212	14,5	☋ + 24
1837 Febr. 5	1,6594	0,6741	13,3	☋ + 58
1839 März 11	1,6574	0,6638	13,5	☋ + 93

Die nächst bevorstehenden gestalten sich nach einem blofs beiläufigen Ueberschlage folgendermafsen:

1841 April 18	1,596	0,590	15″1	☋ +130°
1843 Juni 5	1,503	0,489	18,4	☋ +176
1845 Aug. 17	1,393	0,382	23,5	☊ + 66
1847 Oct. 30	1,464	0,472	18,9	☊ +139

☊ und ☋ sind hier die Knoten des Marsäquators auf der Bahn des Planeten. Die Opposition von 1845 wird also, in Bezug auf die Lage der Axe, einen mit 1830 beginnenden Cyclus beschliefsen und die beste Controlle für die Beobachtungen von 1830 gewähren.

Die Rotationsperiode $24^h\,37'\,23''7$, welche aus den von uns beobachteten Oppositionen von 1830 und 1832 hervorgeht, hat zwar, der Stellung und Entfernung der Marskugel wegen, seit dieser Zeit keine Verbesserungen erfahren können, wohl aber haben alle in den Jahren 1834, 37 und 39 gemachten Beobachtungen sie im Allgemeinen bestätigt und eine erhebliche Abweichung von der Wahrheit ist demnach nicht wohl denkbar. Wenn frühere Beobachter, wie *Cassini* und *Huth*, sie um mehrere Minuten anders finden, so kann dies nicht Wunder nehmen, da sie den Planeten zu diesem Behuf nur in einer Opposition beobachteten. Allein *William Herschel* verband die Oppositionen von 1777 und 1779 und leitete seine Periode $24^h\,39'\,22''$ aus einem Intervall von 26 Monaten her, eine Differenz, die nur darin eine Erklärung findet, dafs man annimmt *Herschel* habe entweder eine ganze Rotation zu wenig, oder wir eine zu viel gezählt. Allein eine Periode von $24^h\,39'\,22''$ ist mit unsern Beobachtungen von 1830 unvereinbar, da sie Fehler voraussetzt, die wir bei der damaligen Nähe des Mars so wie der grofsen Präcision und günstigen Lage des Flecks nicht für möglich halten können; und so ist es vielleicht nicht ohne Interesse, auf die *Herschel*schen Beobachtungen zurückzugehen und zu untersuchen, was sie bei einer genaueren Reduction ergeben.

Das Detail jener Beobachtungen findet sich in den Philosophical Transactions for 1781. Er hatte im J. 177 vom 8ten bis 26sten April verschiedene Flecke beobachtet, di aber vorläufig noch keine Combination gestatteten, weshal *Herschel* die folgende Opposition abzuwarten beschlofs. S trat 1779 am 12ten Mai ein und Mars erreichte in dieser eine Durchmesser von 17,5, welche Gröfse sich bis zum 19ten Ju auf 14″ verminderte.

Folgende Beobachtungen schienen eine Verbindung zu g statten: Am 11ten Mai $11^h\,43'$ M. Z. von Slough beobachtet *H.* einen Fleck auf der Mitte, den er bereits am 9ten M $11^h\,0'\,45''$, jedoch etwas über das Centrum hinaus gesehe hatte. Derselbe Fleck zeigte sich am 19ten Juni, als Mars scho sehr tief stand.

„Jun. 19. $11^h\,30'$. The figure of Mai 11 is not come t the position it was then at $11^h\,43'$, but cannot be far from it I fear, as Mars approaches to horizon, I shall not be abl to follow him till the figure comes to the centre."

„$11^h\,47'$. The state of the air near the horizon is very unfavorable. With much difficulty I can but just see that the

figure is not quite so far advanced as it was Mai 11 at $11^h 43'$, but can certainly not be above two or three minutes from it.“

In 3 Minuten legt ein Marsfleck auf der Mitte $\frac{1}{155}$ des Marsdurchmessers zurück, bewegt sich also bei der damaligen scheinbaren Gröſse nur um $\frac{1}{10}''$, und Mars stand 9° über dem Horizont. Gleichwohl möge *Herschels* Schätzung gelten und der Durchgang $2\frac{1}{2}$ Minuten nach $11^h 47'$ statt gefunden haben. Die Rechnung stellt sich, wie folgt:

	Juni 19.	$11^h 49' 30$			
	Mai 11.	$11\ 43\ 0$			
Intervall	39^r	$0^h\ 6'\ 30''$			
Corr.	α)...	$+37\ 36$	wegen Aenderung der geoc. Länge.		
—	β)...	$-16\ 14$	wegen der Marsphase.		
—	γ)...	$-\ \ 49$	wegen Aberration.		
Rot. 38)	39^r	$0\ 27\ 3$			
		$24^h 38' 36''4.$			

Einen andern Fleck beobachtete *Herschel* am 11ten Mai um $10^h 17' 48''$ und am 13ten um $11^h 25' 51''$, worauf er am 17ten Juni $9^h 12' 20''$ wieder erschien. Jedoch heiſst es a. a. O.:

„June 17. $9^h 12'$ (Clock 20 slow) The dark spot is rather more advanced than it was Mai 11. $10^h 18'$;“ und *Herschel* nimmt abermals 3 Minuten als Verbesserung an, wonach der Durchgang um $9^h 9' 20''$ erfolgt wäre. Dies giebt folgende Resultate:

	Juni 17.	$9^h\ 9'\ 20''$	Juni 17.	$9^h\ 9'\ 20''$
	Mai 11.	$10\ 17\ 48$	Mai 13.	$11\ 25\ 51$
	36^r	$22^h 51'\ 22$	34^r	$21^h 43'\ 29''$
Corr.	α)	$+37\ 28$		$+34\ 31$
—	β)	$-15\ \ 0$		$-15\ \ 0$
—	γ)	$-\ \ 44$		$-\ \ 43$
Rot. 36)	36^r	$23\ 13\ 16$	34) 34^r	$22\ \ 2\ 17$
		$24^h 38' 42''9$		$24^h 38' 53''4.$

Das Mittel aus diesen 3 beträchtlich unsichern Bestimmungen ist demnach

$24^h 38' 44''2$

wofür *Herschel*, der nur die Correction α) beiläufig, β) und γ) aber gar nicht berücksichtigte, als Resultat für 1779 ansetzt:

$24^h 39' 22''1.$

Die Correction wegen der Marsphase ist hier so angenommen, wie sie sich aus dem Unterschiede der heliocentrischen und geocentrischen Längen ergiebt, der am 11ten und 13ten Mai nahe Null war, so daſs die volle Scheibe gesehen ward, am 17ten Juni aber auf 28° 16′ und am 19ten auf 29° 22′ stieg. Nun aber lehrt die Erfahrung bei Venus und Mars, daſs die wirklich beobachtete Breite des erleuchteten Theiles stets etwas kleiner ist, als die aus der Rechnung gefolgerte. Bei einem Fernrohre von so starker Irradiation, als *Herschels* Teleskop war, muſste überdieſs der voll erleuchtete Rand weiter ins dunkle gerückt werden, als der entgegengesetzte merklich mattere. Nach aller Wahrscheinlichkeit muſs also die Correction β) beträchtlicher angenommen, die Rotationsperiode also $< 24^h 38' 44''2$ sein.

Indem *Herschel* die von ihm gefundene $24^h 39' 22''1$ zum Grunde legte, nahm er an, daſs zwischen folgenden Tagen, wo die gleichen Flecke beobachtet wurden:

1777 April 8. $7^h 30'$	u. 1779 Juni 6. $10^h 10'$	768	ganze
1777 April 17. $7\ 50\ 0''$	u. 1779 Juni 15. $9\ 45\ 17''$	...768	Rota-
1777 April 26. $9\ \ 5\ 0$	u. 1779 Juni 19. $8\ 40\ 22$	763	tionen

verflossen seien, woraus sich dann die Periode

$24^h 39' 23''03$
$39\ 18,94$
$39\ 21,76$
Mittel $24^h 39' 21''67$

ergab. Wären dagegen die obigen Divisoren n um 1 vergröſsert und die erforderlichen Correctionen angebracht worden, so hätte sich ergeben

$24^h 37' 28''5$
$37\ 22,3$
$37\ 28,0$
Mittel $24^h 37' 26''27$;

so daſs die Abweichung von 2 Minuten, die zwischen den beiderseitigen Resultaten bestand, auf $2\frac{1}{2}$ Sekunden herabsinkt.

Daſs bei dem oben ermittelten Resultat der Oppositionsbeobachtungen von 1779 die Divisoren n und $n+1$ etwa gleich wahrscheinlich seien, leuchtet ein; wogegen eine Verkleinerung des von uns bei der Combination von 1830 u. 1832 angewandten Divisors einen mittleren Fehler von $1\frac{1}{4}$ Stunde in den 1830 beobachteten Intervallen voraussetzen würde.

Es kann nicht im entferntesten die Meinung sein, *Herschels* Sorgfalt und ausgezeichnetes Beobachtungstalent in Zweifel ziehen zu wollen; nur die bei weitem vortheilhafteren Umstände, deren wir uns 1830 erfreuten, so wie die strenger durchgeführte Berechnung scheinen zu Gunsten unsers Resultats zu sprechen. Erst wenn die Flecke der Südhalbkugel wieder gut zu Gesicht kommen, kann eine Verbesserung der jetzt gefundenen Periode gehofft werden.

Mädler.

Ueber die Aufstellung eines Inclinatoriums auf einem Schiffe.

Von Herrn Professor *A. Erman.*

Durch die eben vollendete Reduction meiner Neigungs- und Intensitätsbeobachtungen auf dem Grofsen- und auf dem Atlantischen Ocean, habe ich mich überzeugt, dafs dieselben höchst nahe eben so genau ausgefallen sind, als ähnliche Beobachtungen mit denselben Instrumenten zu Lande. Die Schwankungen des Schiffes wurden also bei dieser Fahrt weit vollständiger unschädlich gemacht, als es bei frühern Versuchen dieser Art der Fall war. Es scheint mir daher nicht überflüssig, dafs künftige Reisende und namentlich die Theilnehmer an der bevorstehenden Englischen magnetischen Expedition, eine Vergleichung anstellen zwischen dem Mittel, welches ich zur Aufstellung meines Inclinatoriums gebrauchte und zwischen dem früher üblichen. Jenes erstere bestand nun einem auf dem Verdecke des Schiffes befindlichen möglichst unbiegsamen Stativ, dessen drei Beine unten durch Querhölzer verbunden waren und oben anstatt des gewöhnlichen Deckbrettes einen starken hölzernen Ring trugen. Sodann aber aus der kreisförmigen Platte, auf welche das Instrument gestellt wurde. Diese drehte sich mittels zweier an ihrem äussern Rande als Verlängerungen eines Durchmessers befestigten messingenen Cylinder, in zwei Löchern eines, jene Platte concentrisch umgebenden Messingringes; auch wurde mittels dreier Schnüre, senkrecht unter dem Mittelpunkte dieser Platte, eine bleierne Halbkugel von 100 bis 120 Pfunden an derselben aufgehängt. An jenem Messingringe befanden sich aber noch zwei, den erwähnten ähnliche, Zapfen, deren Verbindungslinie senkrecht auf der jener ersten stand, und welche endlich in zwei, ebenfalls mit Messing ausgelegte, Pfannen in dem hölzernen Ringe des Statives gelegt wurden und sich in demselben drehten. Es versteht sich ungesagt, dafs die genannten metallenen Theile stark genug waren, um durch die Bleimasse nicht gebogen zu werden, so wie auch, dafs man diese nur während der Beobachtung anhing, sonst aber, um die Zapfen nicht unnöthig anzugreifen, besonders aufbewahrte. Das Princip dieser Vorrichtung ist demnach kein anderes, als die wie man sagt von *Cardanus* erfundene Compafsaufhängung. Anstatt dafs man aber in den meisten Fällen und namentlich bei allen See-Inclinatorien, welche ich gesehen habe, die Zapfen und den Aufhängungsring an dem Instrumente selbst befestigte und daher dieses unter jenen hängen und sich nur durch seine eigene Schwere richten liefs, habe ich es ungleich vortheilhafter befunden, den Aufhängungsapparat auf die genannte Weise von dem Instrumente zu trennen und ihn mit einem so starken Gewichte zu versehen, dafs durch Aufsetzung des Inclinatoriums auf die Stativplatte der Schwerpunkt des ganzen beweglichen Systemes nur sehr wenig verrückt wurde. Noch ungleich weniger und somit in einem durchaus nicht fühlbaren Grade geschah dies daher durch Drehung des Vertikalkreises des Instrumentes, selbst dann, wenn man die aufrechte Axe desselben beträchtlich ausserhalb der Lothlinie durch den Schwerpunkt der Bleimasse gestellt hätte. So war man also durchaus frei von der sonst nöthigen Bedingung dafs die Linie vom Durchschnittspunkte der Zapfen zum Schwerpunkte des ganzen Instrumentes mit dem verticalen Durchmesser des Höhenkreises parallel gemacht und erhalten würde. Das Stattfinden dieses schwer herbeizuführenden Umstandes, von welchem doch der Werth oder gänzliche Unwerth jeder einzelnen Beobachtung abhing, konnte aber damals durchaus nicht genugsam controlirt werden. Bedient man sich hingegen eines Statives von der oben beschriebenen Art, so wird man das Instrument auf demselben genau auf dieselbe Weise, wie auf dem Lande, vermittelst seiner Fufsschrauben und seines Niveaus horizontiren können, mit dem einzigen Unterschiede dafs man anstatt je einmaliger Ablesung des Standes der Blase in der Wasserwage, das Mittel zwischen den kleinen Ausschlägen derselben zu jeder Seite ihrer Gleichgewichtslage anmerkt. Bei meinem Instrumente betrugen diese Ausschläge selbst bei höchst unruhiger See nicht über drei Niveautheile und dennoch ist der Werth eines jeden derselben, wie ich später bestimmt habe, nur 36″. Die Zapfen eines solchen Statives können aber etwa durch achatne Lager, oder durch Frictionsrollen, noch weit mehr als bei dem meinigen, von Reibung befreit werden, wodurch man dann den beabsichtigten Parallelismus zwischen den successiven Lagen der Platte noch etwas vollständiger erreichen würde. Ich habe auch zur Bestimmung der einzelnen Neigungswinkel der Nadel einige Schwingungsendpunkte anstatt einmaliger Ablesung der Ruhelage aufgeschrieben, und glaube, dafs man dieses immer thue, im Uebrigen aber ganz so wie auf einem festen Stative verfahren werde, sei es, dafs man durch Beobachtung der Senkrechtheit der Nadel das Azimuth des magnetischen Meridianes aufsuchen, oder sich mit Ablesungen in Vertikalkreisen, deren Azimuthaldifferenzen bekannt sind, begnügen wolle. Alle diese Beobachtungen gelingen ohne äusserliche wahrnehmbare Schwierigkeiten, weil selbst bei den stärksten Schwankungen des Schiffes die aufrechte Axe des Inclinatoriums nahe genug gegen das Zenith gerichtet bleibt. Damit aber auch die Resultate dieser Messungen eben so zuverlässig werden, wie auf dem Lande, mufs noch der Höhenkreis des Instrumentes stets einerlei Azimuth behalten, und es ist daher von Interesse zu sehen, wodurch man auch diese zweite Bedingung vollständig erfüllen könne.

Man denke sich das Inclinatorium bei horizontaler Lage des Verdeckes auf jene Platte gesetzt und den untern Kreis desselben horizontirt. Da nun bei allen Neigungen des Schiffes die Horizontalität jenes Kreises bestehet, so ist klar, dafs etwanige Drehungen im Azimuth, jeden Durchmesser dieses Kreises gleich stark betreffen müssen. Die Azimuthalveränderungen für den Höhenkreis des Inclinatoriums werden daher unter andern auch denjenigen gleich sein, welche die Linie durch die Zapfen der Stativplatte erleidet. Diese aber ändert, weil sie stets horizontal bleibt, ihr Azimuth genau ebenso, wie die auf ihr senkrechte mit dem Verdecke fest verbundene Linie durch die Lager für die Zapfen des Messingringes. Da nun bei allen Schwankungen des Schiffes das Azimuth seines Kieles constant erhalten wird, so ist ohne weiteres klar, dafs man nur jene Zapfenlager auf dem festen Theile des Statives parallel mit dem Kiele zu stellen habe, damit der Höhenkreis des Inclinatoriums stets in einerlei Azimuth verbleibe. Es versteht sich von selbst, dafs der Kurs des Schiffes während der Dauer einer Beobachtung nicht geändert werden dürfe, oder doch nicht ohne eine entsprechende azimuthale Drehung des Höhenkreises. Wenn aber bei horizontaler Lage des Verdeckes das rechts herum gezählte Azimuth der Linie durch jene festen Zapfenlager um a gröfser ist, als das des Vorderendes des Kieles, so ist es leicht, die Azimuthalveränderung auszudrücken, welche die Linie durch jene Zapfen und somit, wie eben gesehen, auch der Höhenkreis des Instrumentes im Verlaufe einer Beobachtung erleiden kann. Bezeichnet man nämlich für irgend welchen Augenblick mit t den vor der Mitte des Kieles gesehenen Höhenwinkel der Verderseite desselben, oder den Betrag des sogenannten Reitens, mit r das Rollen oder die Neigung des Schiffes um eine mit dem Kiele parallele Axe, positiv genommen, wenn sich die linke oder Backbordseite hebt, so wird für diesen Augenblick das Azimuth a' jener Zapfen, vom Vertikale des Kieles angerechnet, durch Folgendes gegeben:

$$tg\, a' = \frac{\sin a . \cos r}{\cos a \cos t + \sin a \sin t \sin r}$$

wonach man den, rechts herum positiv gezählten Zuwachs des Azimuths für den Höhen- oder Neigungskreis des Inclinatoriums d. h. die Gröfse $a' - a$, entweder vollständig oder mit dem beabsichtigten Grade von Annäherung erhalten kann. So ergeben sich z. B. wenn das Rollen von $-8°$ bis $+8°$ und das Reiten von $-4°$ bis $+4°$ beträgt, für $a = 5°$ folgende Zuwächse des Azimuths:

t =	− 4°	0	+ 0°
r			
− 8°	− 2′4	− 2′9	− 1′9
− 4	− 0,1	− 0,7	+ 0,1
0	+ 0,7	0,0	+ 0,7
+ 4	+ 0,1	− 0,7	− 0,1
+ 8	− 1,9	− 2,9	− 2,4

und man sieht, dafs bei 5° Abweichung der Zapfenlinie von der Kielebene das Azimuth des Instruments nur innerhalb 4′ variiren wird, das heifst um eine Quantität die auf die zu beobachtende Neigung ohne jeden bemerkbaren Einflufs ist. Bei $a = 45°$ variirt hingegen das astronomische Azimuth des Neigungskreises durch dieselben Schwankungen des Schiffes von $d + 8'4$ bis zu $d - 29'4$, wenn d die magnetische Abweichung bezeichnet, und für $a = 90°$ erfolgen Veränderungen von $d - 33'3$ bis zu $d + 33'3$, welche schon nicht mehr ganz zu vernachlässigen sind. Man wird aber ohne jede Mühe die Zapfenlinie bis auf noch weit weniger als 5° dem Vertikalkreise des Kieles nähern können.

A. Erman.

Ueber die Länge von Lima.

Von *H. Galle*, Gehülfe auf der Berliner Sternwarte.

Auf den Wunsch des Herrn Geheimenraths *v. Humboldt* habe ich aus den in Nr. 378 der Astr. Nachr. gegebenen Beobachtungen des Merkursdurchganges von 1832 die Längendifferenz zwischen Lima und Breslau hergeleitet.

Die Längen von Lima und dem Hafen Callao de Lima sind für die geographischen Ortsbestimmungen der Westküste von Südamerika von gröfster Wichtigkeit, da alle chronometrischen Bestimmungen von Chili, Peru, Guyaquil, Panama und vieler Inselgruppen sich auf jene Länge gründen. Herrn *v. Humboldt's* Beobachtung des Merkursdurchganges vom 9ten Novbr. 1802 zu Callao hat die Länge dieses Ortes nach *Oltmanns* Berechnung ergeben (W. von Paris).

$5^h 18' 18''$ aus der äufseren Berührung, welche die sicherere ist.

5 18 16 aus dem Mittel beider Berührungen

verglichen mit Paris, Seeberg, Greenwich, Lilienthal, Berlin, Celle und Copenhagen (*v. Humboldt's* Recueil d'observ. astron. Vol. II. p. 421—427). Eine lange Reihe von Mondsdistanzen auf der Weltumseglung von *Duperrey* hatte das Resultat bestätigt. Sie gab für Callao

$5^h 18' 16''3.$

Lartigue (nach *Givry*, Conn. des tems 1827. p. 258) findet durch andere Reihen von Mondsdistanzen und mittelst Quilca ($18'\,50''7$ O. von Callao)

$5^h\,18'\,0''7$

Die grofsen Arbeiten der Küstenaufnahme der Capitaine *King*, *Stokes* und *Fitzroy* in den Schiffen Adventure und Beagle 1825 — 1836 geben für Callao

$5^h\,18'\,15''$

chronometrisch auf Valparaiso bezogen. Für diesen Hafen nimmt die Expedition $4^h\,56'\,6''6$ an, sehr nahe übereinstimmend mit *Oltmanns*, welcher durch Sternbedeckungen $4^h\,56'\,8''0$ gefunden hatte, und nach seinen hinterlassenen Manuscripten dieses für die wahrscheinlichste Länge des Castello dei Rosario zu Valparaiso hält. Capitain *King* sagt in dem Journal of the Roy. Geogr Soc. Vol. VI. T. II. p. 342: „Our positions of Valparaiso and Callao agree with the results of the best observations calculated by Prof. *Oltmanns*." Capitain *Beechey* hat ganz neuerlich (Naut. Mag. April. 1838) die Länge von Valparaiso wieder discutirt, und findet durch Mondsdurchgänge $4^h\,55'\,59''1$, durch Mondsdistanzen $4^h\,55'\,53''4$, woraus Callao im Mittel $= 4^h\,55'\,56''2 + 22'\,8''4$

$= 5^h\,18'\,4''6$

folgen würde.

Aus der Vergleichung der Beobachtungen des Mercur-Austritts im Jahre 1832, zu Lima von Herrn *Scholtz* und zu Breslau von Herrn *v. Boguslawski* beobachtet, finde ich die Länge von Lima (W. von Paris)

$5^h\,17'\,41''4$ aus der innern Berührung
5 17 48,5 aus der äufsern Berührung,

also im Mittel

$5^h\,17'\,45''0$,

wenn ich die Länge von Breslau nach *v. Zach* Mon. Corr. XXVI. p. 179 zu $0^h\,58'\,47''3$ O. von Paris und den Merkurshalbmesser nach *Schumachers* Jahrb. 1837 p. 86 zu 0,391 des Erdhalbmessers annehme. Die Rechnung ist nach den Formeln von *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 321) durch versuchsweise Auflösung der Gleichung [4] geführt. Eine weitere Bearbeitung der Beobachtungen dieses Merkursdurchganges, die ich in einiger Zeit zu unternehmen gedenke, müfste zeigen, ob noch merkliche Correctionen der Elemente einwirken: da durch Breslau allein nur eine den *Bessel*schen ε entsprechende (Astr. Nachr. Nr. 152) und aus $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ zusammengesetzte Correction eliminirt wird.

Herr *v. Humboldt* hat den Längenunterschied zwischen Lima und Callao viermal chronometrisch bestimmt (Rec. d'obs. astr. T. II. p. 428) und

1802 Nov. 9	Callao $28''6$	W. von Lima
Dec. 14	— 31,2	—
— 14	— 27,8	—
— 24	— 27,2	—
im Mittel	— 28,7	—

gefunden. Mithin wird die Länge von Callao aus dem Merkursdurchgange von 1832:

$5^h\,18'\,13''7$ W.

während der Durchgang von 1802

$5^h\,18'\,18''0$ W.

ergeben hatte, und scheint demnach die Unsicherheit der Lage dieses Punctes in sehr enge Grenzen eingeschlossen zu sein.

H. Galle.

Vermischte Nachrichten.

Herr *A. Abbadie* hat mir angezeigt, dafs er im Begriff steht eine neue Reise in das Innere von Afrika anzutreten. Er ist mit einem sehr guten Fernrohre von 0,9 Meter Brennweite und 75 Millimeter Oeffnung versehen, mit dem er, wie auf seiner ersten Reise, die Bedeckungen kleiner Sterne bis zur 8ten Gr. am dunklen Mondrande zu beobachten denkt, und bittet die europäischen Astronomen auf alle solche Bedeckungen zu achten, und sie wo möglich zu beobachten. Schon im nächsten October wird er seine Beobachtungen in Aegypten an den Küsten des rothen Meers anfangen. Obwohl unter seinen und den auf den europäischen Sternwarten gemachten Beobachtungen dieser Sterne sich nur eine kleine Zahl correspondirender Beobb. finden möchte, so verdient doch seine Bitte beachtet zu werden. S.

Inhalt.

Altona 1839. August 15.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 383.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Majors *Sabine* an den Herrn Hofrath *Gauss*.

London 1839. Junius 4.

It may be agreeable to you to hear more details than may have reached you of the preparations we are making to extend magnetic researches. This naval expedition is advancing rapidly and will be ready for sea early in August though they will probably not sail till late in that month. There are two ships of equal size, similar in size, fitting and equipment to those formerly employed in Arctic discoveries. They are to make their head quarters at Van Diemen's Land and to employ three years in completing maps of the magnetic lines in all accessible parts of the middle and high latitudes of the southern ocean. They take also with them the instruments for a fixed magnetical observatory, to be established at Van Diemen's Land under the superintendance of Captain *Ross*, commander of the expedition and to have its observing staff furnished from the ships. They are also provided with a second set of fixed Observatory instruments to remain on ship board, and to be set up on shore whereever opportunities may make it desirable. Three other fixed observatories are in preparation to be supplied with an observing staff from the Artillery Corps and an excellent selection has been made of three Officers to conduct them, full of zeal intelligence and interest in the subject. These are also appointed for three years and are to observe the absolute values as well as the changes of the three elements. They will be furnished with three magnetometers; i. e. for the direction, horizontal and vertical force and with excellent dipping needles. These instruments will be ready on the first of July when the whole parties assemble in Dublin to receive them and to go through a course of practice under Mr. *Lloyds* direction. The observers and the instruments for St. Helena and the cape of Good Hope embark in the expedition and will be conveyed by it to their respective destinations. The 3^d^ Artillery Observatory is destined for Montreal in Canada, and will proceed independently of the others. All will probably be in action early in the ensuing year.

The East India Company have shown a good disposition to cooperate. They have ordered equipments for s e v e n fixed observatories precisely similar to those preparing for the Cape, Canada etc. Madras, Bombay and Leisda in the Himalaya range are spoken of as stations. Any suggestion of yours in regard to the disposal of the others, (of course within the territories of the Company) would be most acceptable.

We have done little or nothing yet in regard to continental cooperation, which is one of the most important points to be well considered and secured. It is Mr. *Lloyd's* purpose to visit you, I believe towards the end of July for the purpose of consulting with you both as to cooperation and as to the sheme of observation to be followed by each of the observatories. I deeply regret that I cannot hope to accompany him on this most interesting mission, which would also give me an opportunity, which I should most greatly value, of making your personal acquaintance. I have been named in conjunction with Colonel *Mudge* of the Engineers to proceed as commissioners to America for the purpose of settling, if it be possible, the long disputed question of boundary between the United States and the British possessions in North America. This appointment which at another time would be very agreeable to me (as it is now complimentary being wholly unsolicited) comes very inopportunely in a moment when I feel that much has been confided to me in regard to the preparations for a scientific undertaking, which if nothing occurs to mar its prospects, will form I am willing to think, a bright spot in the history of researches promoted by arrangement and cooperation.

S a b i n e.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Breslauer Sternwarte, an den Herausgeber.

Breslau 1839. August 2.

Meine Kränklichkeit in diesem Frühjahre hat die Beobachtungen auf eine unangenehme Art unterbrochen. Ich kann Ihnen nur 2 Sternbedeckungen mittheilen.

1) 1839 Mai 2. 16^h^35′22″80 St.Zt. A u s t r. von (339) γ′ Sagittarii 5 Gr. am dunkeln Mondrande erfolgte plötzlich, und konnte scharf beobachtet werden. Die Zeit war aus den

Culminationen von 24 α Serpentis und 21 α Scorpii hergeleitet worden.

2) 1839 Juli 7. $20^h 17' 13''23$ St.Zt. Austr. von 59 λ Cancri 6 Gr. am dunkeln Mondrande kann ebenfalls als eine gute Beobachtung angesehen werden. α^2 Capricorni hatte kurz vorher den Stand der Uhr bestimmt.

Die von Herrn Adjunct *Steczkowski* zu Krakau aus mehreren von mir beobachteten Sternbedeckungen mit hergeleitete und mir gütigst mitgetheilte Länge von Breslau stimmt sehr nahe mit der, welche die Blickfeuer im Jahre 1805 gaben, und wie solche aus der Triangulirung folgte. Diese gaben 58′ 48″6 östlich von Paris; Herr Adjunct *Steczkowski* fand (wie uns auch wohl schon Ihre Astr. Nachr. geben werden) aus 6 Sternbedeckungen, sämmtlich Eintritte, im Mittel 58′ 48″17.

Die von demselben in seinem Aufsatze vorangeschickte Seehöhe von Breslau bezieht sich aber nicht auf das jetzige Barometer-Niveau im Saale der Sternwarte, sondern auf den früheren Beobachtungsort in der Wohnung des Prof. *Jungnitz* 47,6 Pariser Fuſs unter dem jetzigen. Erst wenn das Oder-Nivellement unter Herrn *Hoffmanns* sorgsamer und umsichtiger Leitung bis hieher gediehen seiu wird, hoffentlich im Laufe kommenden Sommers werde ich wagen dürfen, mich über die wahre Höhe der Breslauer Sternwarte über dem Meere mit Zuverlässigkeit auszusprechen.

Noch bemerke ich (wenn Sie nicht bereits die unmittelbare Mittheilung in Händen haben) daſs Herr Professor *M. Weisse* in Krakau aus 14 correspondirenden Beobachtungen von Mondsternen (hier mehrentheils von Herrn *Jacobi* beobachtet) die Länge von Breslau: 58′ 49″52 hergeleitet hat.

Auch von der Pallas und Ceres habe ich während meines Unwohlseyns dennoch einige Heliometer-Beobachtungen zu erlangen gesucht, die indeſs noch nicht reducirt sind; am 15ten April aber auch eine kleine Reihe von Beobachtungen der Ceres am Lamellenmikrometer, mit dessen Theorie ich mich noch weiter beschäftigt habe, und welches doch unter Umständen recht genaue Resultate gewähren kann. Sie gab, unter der Voraussetzung, daſs folgende mittleren Oerter der drei Vergleichssterne für Anfang 1839 richtig sind:

$\alpha = 13^h 18' 39''16$ $\delta = +8° 17' 28''5$
$\alpha' = 13\ 20\ 51{,}05$ $\delta' = +8\ 16\ 19{,}2$
$\alpha'' = 13\ 22\ 26{,}10$ $\delta'' = +8\ 19\ 15{,}8$

für den Moment der Berliner Ephemeride frei von Aberration und Parallaxe:

AR. Ceres $= 13^h 15' 53''31$ und Decl. Ceres $= +8° 17' 28''3$;
mithin Corr. d. Eph. $+3{,}12$ $-31{,}2$.

Nicht minder habe ich zur Bestimmung einer ganzen Anzahl noch nicht beobachteter Sterne in der Hora XI der akademischen Sternkarte, bei deren Bearbeitung dies Mikrometer angewandt, und angefangen, solche secundäre Sternbestimmungen auch zwischen den Sternen der Histoire céleste innerhalb 15° und 25° südlicher Declination fortzuführen.

Ueber berechnete Sternschnuppenbahnstücke aus den Beobachtungen vom 14ten Novbr. 1836 und vom 10ten Aug. 1837 werde ich Ihnen in Kurzem noch mancherlei mitzutheilen haben. Ich habe dabei die Fingerzeige unseres verehrten *Olbers* benutzt, und die Rechnung auch bis auf den Raum ausgedehnt.

Zum Glück haben sich unter den Beobachtungen des Herrn Professors *A. Erman* zu Berlin an beiden Terminen recht viele gleichzeitige und correspondirende gefunden, die bei der Gröſse der Basis und von einem so geübten Beobachter doppelt wichtig sind. Er hat auch für diesmal seine Mitwirkung zugesagt.

v. Boguslawski.

N. S. Ich hatte den Brief nicht abgehen lassen, weil die Staatszeitung meldete, es sei in Rom ein telescopischer Comet im Drachen entdeckt worden. Vorgestern und gestern habe ich mich, so weit es die Wolken erlaubten, in deren lichten Zwischenräumen am nördlichen Himmel vergeblich danach umgesehen. *B.*

Auch auf der Altonaer Sternwarte ist in 4 Nächten der angekündigte Comet vergeblich gesucht. *S.*

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte zu Modena, an den Herausgeber.

Modene 1839. Juli 6.

Avant que de continuer le sujet des réfractions astronomiques relatives, dont je commençai à vous entretenir dans ma lettre du 31 Juillet de l'année dernière (A. N. Nr. 373), et sur lequel j'ai de nouvelles observations et résultats à vous communiquer, je me propose pour but ici d'appeler votre attention sur quelque autre objet de nos études, qui peut mériter qu'on lui donne un régard et un instant de considération. Et en premier lieu je vous annoce deux petites nébuleuses, que j'ai vues depuis peu de tems à l'occasion de mes travaux sur les étoiles, et dont je ne trouve pas un mot ni la moindre indication dans les Atlas et les Catalogues qui j'ai pu consulter. Une de ces nébuleuses est dans la constellation d'Hercule, et dès les premières fois que je la regardai, après de m'être assuré qu'elle n'était point une comète c'est-à-dire qu'elle

n'avait pas de mouvement, je croyai, par la position à peu-près et même plus par de semblables circonstances extérieures, d'avoir avec ma lunette rencontré la belle nébuleuse de la ceinture d'Hercule, découverte par *Halley* dans le 1714 et dont le lieu et les apparences nous ont été décrites dans le catalogue des nébuleuses de *Messier* (Conn. d. tems pour 1783) au Nr. 13. Pourtant la différence de presque dix degrés dans la distance polaire ne pouvant pas s'attribuer à une faute d'impression dans la table de *Messier*, et la nébuleuse de celui-ci en la voyant bien reportée à sa place par le grand Atlas de *Harding*, je n'en doutai plus que les deux objets célestes étaient bien distingués l'un de l'autre. En effet j'ai observé depuis la nébuleuse de *Halley* ou de *Messier*, qui est beaucoup plus étendue et remarquable que l'autre vue par moi, et qui enfin a été aussi reconnue et inserée par Sir *J. Herschel* dans son excellent catalogue de 2306 nébuleuses (Philos. Trans. pour le 1833. P. II. p. 458). Mais ni dans ce dernier catalogue ni par les autres qui j'ai pu interroger il ne se trouve pas aucun renseignement ou annonce de la petite nébuleuse qui par hasard venait de s'offrir à mes yeux pour la première fois la nuit 7 Juin de cette année; et il est même singulier qu'à sa place le grand atlas de *Harding* ne montre qu'un espace vide; pendant que la nébuleuse y suit de très-près, et toute à l'heure dans le champ de la lunette, deux étoiles environ de le 8me grandeur, dont l'une au dessous et l'autre presque autant est placée au dessus d'elle. Par toutes ces raisons je suis d'avis que cette nébuleuse n'a été peut-être signalée jusqu'ici par les observateurs, ou qu'elle est nouvelle. Ses apparences maintenant consistent dans un noyau ou espèce d'étoile centrale, qui soutient une faible illumination du champ de la lunette (il s'agit de la lunette de mon cercle méridien de la distance focale objective de 5 pieds et avec un grossissement de 70 à peu-près), et entourée d'un brouillard blanchâtre et décroissant en densité du centre aux bords, en sorte que de premier abord on la jugerait le noyau d'une petite comète avec sa chevelure. J'en ai déterminé avec le cercle méridien la position apparente et il m'en résulte pour le 11 Juin 1839.....Ascens. dr. $= 16^h 42' 30''8$; Distance polaire $= 42° 1' 6''1$ N.

L'autre nébuleuse, que je viens de rencontrer aussi par hasard la nuit du 16 Juin 1838, et dont je ne trouve même aucune trace dans les catalogues que je connais, est placée dans la constellation du Dragon. Au milieu du champ obscur de la lunette elle y paraît comme une étoile de 8me grandeur, mais ronde, avec un diamètre sensible, et d'une lumière pâle-rouge, qu'on dirait égale partout le disque, et ressemblante à celle de Saturne. Cependant dès qu'on éclaire tant soit peu le champ optique on ne voit plus que le point central de cette nébuleuse qui alors paraît comme une étoile de 9–10me grandeur. Elle appartient en conséquence à la classe des nébuleuses appelées planètaires par Sir *J. Herschel* et qu'il regarde comme des objets très-étranges (Traité d'Astron. traduit de l'anglais. Bruxelles 1835. pag. 540). Sur le grand catalogue de ce célèbre astronome, que j'ai mentionné ci-dessus, elle devrait se placer à la page 460; parce que sa position apparente, que j'en ai observée avec mon cercle, résulte pour le 21 Juin 1839 comme il suit:

Ascens. droite $= 17^h 57' 37''6$; Dist. polaire $= 23° 21' 53''4$ N.

Voila donc, si je ne me trompe, deux nébuleuses nouvelles, appartenantes aux constellations du Dragon et de Hercule. Il importe sans doute de reconnaître de semblables objets curieux et fixes dans la voute étoilée, si ce ne fût que pour s'épargner du temps et des vaines recherches, lorsqu'au premier apperçu et par leurs apparences on pourrait s'en attendre à la découverte d'une comète. Or de plus que Sir *J. Herschel* nous vient de réporter par son expédition et demeure au Cape de Bonne Esperance la riche moisson qu'il y a faite des nébuleuses et des étoiles plus singulières de l'hémisphère austral, c'est même à réflechir que notre ancien hémisphère céleste et boréal, quoique tant de fois moissoné, présente néanmoins çà et là de petites choses du même genre à glaner, et récueillir.

Je passe maintenant ou plutôt je reviens à notre variable de la Baleine, sur laquelle j'ai vu avec plaisir dans le Nr. 377 des A. N. qu'un astronome des plus habiles et distingués, Mr. le Prof. *Argelander* a pris soin de vérifier et de poursuivre mes observations. Les remarques et les réflexions, qu'il m'en a opposées pour bien conclure et établir l'époque actuelle du plus grande éclat de l'étoile ne me blessent point l'amour propre; j'en lui sçais même bon gré et je m'en estime honoré. Toutefois m'accordera-t-il aussi qu'à mon tour j'ajoute ici quelque éclaircissement et les raisons de ce que j'ai avancé sur les changemens actuels de o Ceti. Pour le moment je ne toucherai pas à la question si on assigne mieux les premières classes de grandeur des étoiles avec des lunettes de grande ou de petite force, ou à l'oeil nu, absolumment pour chaque étoile ou respectivement c'est-à-dire par comparaison de l'une d'elles avec l'autre. Peut-être que j'aurai occasion de revenir sur ce sujet, et je me borne ici à dire que je n'en puis pas partager toute à fait l'opinion de Mr. *Argelander*, et qu'après mon expérience de plus que de douze ans et sur un grand nombre d'étoiles je ne férais pas le tort de rénoncer pour de tels jugemens ou éstimes à la lunette de *Fraunhofer*, appliquée à mon cercle, et dont la clarté et la distinction des images est admirable. Je m'arrête plutôt au soupçon d'une faute d'impression ou d'écriture, qui d'ailleurs pourrait bien s'y être glissée, et qu'on a cru assez vraisemblable dans mon

mon estime de la grandeur de *o* Ceti le 1 Février 1836. Pour ôter ce deute j'en ai consulté aussitôt mes regintres originaux des observations et j'en ai vu confirmé plainement le nombre 3. de la grandeur évaluée de l'étoile; à quei il n'ajoute que au lieu du 3. j'y avais écrit auparavant et par la première inspection le nombre 4., ce qui, en regardant mieux, fût corrigé toute à l'heure et changé dans le 3 par ma plume. Cette circenstance me rappelle au souvenir l'ebservation de ce jour là comme si je venais de la faire à présent. Il faut avertir, comme je n'ai manqué de le dire dans les notes à coté de mes observations (A. N. Nr. 345. page 165), que l'étoile par mei était ebservée à son passage méridien, ce qui dans ma station arrivait ce jour là 20 minutes seulement après le coucher du Soleil, et en conséquence dans la plaine lumière du crépuscule.

Or malgré cette lumière, qui à peine m'aurait permis d'aperçevoir dans la lunette à la hauteur méridienne de la Mira une étoile de la 5me grandeur, je vis néanmeins la variable brillante de manière que je ne la pouvais pas estimer autrement que de la 3me. Donc il n'y a pas d'erreur en cela et il me semble qu'il ne peut même y en avoir. Dix jours après, au le 11 Février, l'étoile au passage méridien n'était plus visible que comme un point, et je l'estimai de la 6me grandeur; mais peut-être qu'elle était de la 4—5me, le Soleil ne s'étant pas encore couché sous l'horizen. Si donc il y a eu des anomalies à cette époque là, ce n'est ni l'art ou la méthode, ni l'instrument, ni le résultat de l'ebservation qu'il faut en débiter; c'est que la variable elle même aura été anemale en s'écartant de la période et de la table qui donnait deux mois plus tard le temps de sen plus grand éclat.

Une source au reste d'incertitude et de différences, qui peuvent bien s'élever à plusieurs jours eu peu d'années, lersqu'on détermine la valeur de la période de la variable par des observatiens assez proches, dépend évidemment du peint qu'on a choisi pour terme de commencement et qu'on fixe à l'éclat maximum de l'étoile; aur quoi par conséquent il est nécessaire de convenir et de bien s'entendre. Dans les dernières périodes j'ai cru remarquer que l'étoile du degré plus faible de sa lumière croit avec rapidité jusqu'au plus fort; et c'est alors, ce me semble, qu'elle en atteigne le maximum: car toute de suite elle s'affaiblit tant soit peu, puis elle se renforce de nouveau, mais pas comme la première fois et un peu moins; et dans ces oscillations elle reste pendant un intervalle d'un mois en plus, et peut-être variablement d'une période à l'autre. C'est pourtant le moment ou le jour premier de son grand éclat celui qui me parait plus décidé et favorable à une détermination plus exacte de la période. Il est vrai cependant que, pour en assurer l'exactitude, ces observations et jugemens exigeraient d'être obtenus par le moyen d'une appareil photomètrique appliqué à la lunette, sans rien dire des autres précautions qui ne seraient de même à négliger; mais il est vrai aussi que les variations et les phénomènes de l'étoile n'ont été jusqu'à présent convénablement étudiés ni assez connus.

En attendant le prochain retour du grand éclat de l'étoile il faut espérer que neus en pourrons voir et suivre toute circonstance, ce qui en vaudra la peine pour éclaircir notre question. A cet égard j'oserais presque annoncer d'avance que dès les premiers jours d'Octobre de cette année l'étoile aura déjà réjointe sa pleine phase et en brillera de toute sa clarté. Peur l'apparition ci-devant moi aussi j'en fis peu d'observations au méridien, comme je pratique toujeurs; et toutefois je jugeai l'étoile de la 4me grandeur le 18 Octobre de même que le 25 Novembre du 1838: elle me parût depuis affaiblie ou moins éclatante. Or je prie Mr. le Professeur *Argelander* à vouloir m'expliquer comment est ce qu'il a vu le 13 et le 17 Décembre 1838 la Mira plus claire que δ Ceti un peu moins pourtant que γ Ceti, et certainement plus faible (gewifs schwächer) que α Piscium? Dans les catalogues de *Bradley* et de *Piazzi* on fait γ Ceti de 3me grandeur, δ Ceti de la 4me, et jusqu'ici il n'y a de difficulté; mais les mêmes catalogues font α Piscium de la 5me grandeur; ce qui ne s'accorderait point avec les indications précédentes de la Mira Ceti.

J. Bianchi.

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte zu Modena, an den Herausgeber.

Modene 1839. Juillet 23.

Reprenons maintenant la recherche des réfractions comparées, telle que je commençai de vous l'exposer dans ma lettre 31 Juillet 1838 (A. N. Nr. 373—75). Pour en éclaircir les doutes de la première opération et reconnaître si vraiment la réfraction du matin, égale toute autre circonstance, dans les petites hauteurs est plus grande que celle du soir, nous nous accordâmes MMrs. *Carlini* et *Santini* et moi à Milan (où nous nous revîmes pendant les fêtes de la couronnation de l'Empereur d'Autriches) de répéter chacun de son observatoire et dans le mois de Décembre la double observation des quatre étoiles circompolaires que j'avais choisies et indiquées auparavant à ce but. Dès lors on arrêta que ces obser-

vations devaient être faites à l'époque fixée dans les nuits qui viendraient de s'offrir les plus favorables en chaque lieu pour l'état atmosphérique calme, pur et constant, en sorte que l'on pût supposer les vapeurs de l'horizon uniformement repandues dans l'air. Il me parût même avantageux d'étendre et multiplier les points de comparaison, ou les réfractions observées des mêmes étoiles au temps établi, et pour cela j'invitais Mr. le Chévalier *Cacciatore*, astronomo de Palerme, à vouloir aussi observer en Décembre les hauteurs méridiennes des quatre étoiles, ce qu'il eut la complaisance d'agréer. Par cette nouvelle correspondance j'avais en vue particulièrement de comparer les réfractions simultanées des quatres étoiles à des hauteurs beaucoup différentes, comme cela ne pouvait manquer de s'obtenir à la différence de plus que six degrés en latitude. Je proposais enfin d'observer de chaque station, et en même temps que les circompolaires, quelques étoiles fort australes pour en tirer l'accord, s'il y en a, entre les réfractions diamètralement opposées du Nord et du Sud. Malheureusement la saison en Sicile a été très-mauvaise pendant presque tout le Décembre dernier et en conséquence il n'est réussi à Mr. *Cacciatore* de viser aux étoiles pour la réfraction qu'un petit nombre de fois; tant que le peu d'observations (mêmes douteuse à cause des troubles continuels de l'atmosphère) qu'il a eu la bonté de m'en envoyer ne pourra me fournir aucun donné suffisamment sûr et certain pour la question dont il s'agit. A Milan aussi Mr. *Carlini* cru que l'état de l'air n'était pas assez pur et serein, comme il aurait fallu, jusque vers la fin de l'année, et c'était déjà trop tard que de commencer quand il aurait pu les observations que j'en attendais; c'est pourquoi je n'en ai pas reçu aucune. De Mr. *Santini* n'ont pas manqué de m'arriver quelques observations qu'il fit et dont je vous offrirais ensuite les résultats; mais si je viens ici à vous communiquer les miennes premièrement, c'est parce qu'elles ont été faites en plus grand nombre, que j'aurais pu même aggrandir au delà, si celles que j'en récueillis ne m'eussent point paru suffisantes, et mes autres occupations m'en eussent permis plus de liberté et de temps; tandis que la disposition de l'air dans une longue suite de jours très beaux depuis le 10 Décembre ne pouvait pas être plus favorable que je la souhaitais. En voici donc mes hauteurs méridiennes observées des étoiles circompolaires.

Observations à Modène.

Hauteur Nord du pôle instrumental = 41°58′ 1″15 jusqu'au 3 Janv. 1839 inclus. } à cercle occidental.
= 8,33 —— 10 ——
= 11,10 en avant
= 47 19 37,18 pour le 4 Janvier 1839 à cercle oriental.

Soir.

1838 — 9 Jours.	Etoiles.	Hauteur Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du Cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. extér.	Hauteur corrigée du Niveau.	Réfraction de la table *Carlini*	Hauteur vraie instrumentale.	Déclinaison boréale des étoiles.
Décbr. 13	β Cassiop. sup.	73°42′25″75	— 7″80				73°42′17″95	—0′14″56	73°42′ 3″39	58°15′57″76
	δ Ourse inf.	9 58 1,50	—11,88	28ᴾ 3ᴸ25	+ 4°0	+ 4°1	9 57 49,62	—4 22,65	9 53 26,97	57 55 25,82
	η Cassiop. sup.	75 0 32,25	— 7,08				75 0 25,17	—0 13,09	75 0 12,08	56 57 49,07
	ε Ourse inf.	8 52 50,25	—11,16	28 3,30	+ 3,8	+ 4,1	8 52 39,09	—4 47,03	8 47 52,06	56 49 50,91
14	β Cassiop. sup.	73 42 20,00	— 0 24				73 42 19,76	0 14,48	73 42 5,28	58 15 55,67
	δ Ourse inf.	9 57 51,75	— 3,00	28 1,7	+ 3,7	+ 3,9	9 57 48,75	4 21,94	9 53 26,81	57 55 25,66
	η Cassiop. sup.	75 0 24,00	— 0,24				75 0 23,76	0 13,07	75 0 10,69	56 57 50,46
	ε Ourse inf.	8 52 42,00	— 3,00	28 1,7	+ 3,7	+ 3,9	8 52 39,00	4 46,23	8 47 52,77	56 49 51,62
15	β Cassiop. sup.	73 42 18,00	— 0,36				73 42 17,64	0 14,60	73 42 3,14	58 15 58,01
	δ Ourse inf.	9 57 52,00	— 3,48	28 1,15	+ 3,4	+ 3,7	9 57 48,52	4 21,53	9 53 26,99	57 55 25,84
16	β Cassiop. sup.	73 42 25,25	— 2,28				73 42 22,97	0 14,61	73 42 8,36	58 15 52,79
	δ Ourse inf.	9 57 58,75	— 5,64	28 2,85	+ 3,2	+ 3,2	9 57 53,11	4 23,44	9 53 29,67	57 55 29,52
	η Cassiop. sup.	75 0 31,50	— 2,16				75 0 29,34	0 13,17	75 0 16,17	56 57 44,98
	ε Ourse inf.	8 52 50,00	— 4,68	28 2 95	+ 3,2	+ 3,3	8 52 45,32	4 47,85	8 47 57,47	56 49 56,32
17	δ Ourse inf.	9 57 55,25	— 6,24	28 3,9	+ 2,8	+ 2,9	9 57 49,01	4 24,64	9 53 24,37	57 55 23,22
19	β Cassiop. sup.	73 42 12,25	+ 3,84				73 42 16,09	0 14,64	73 42 1,45	58 15 59,70
	δ Ourse inf.	9 57 43,25	+ 0,72	28 3,3	+ 2,8	+ 3,1	9 57 43,97	4 23,96	9 53 20,01	57 55 19,86
	η Cassiop. inf.	75 0 17,50	+ 3,84				75 0 21,34	0 13,19	75 0 8,15	56 57 53,00
	ε Ourse inf.	8 52 35,00	+ 0,60	28 3,2	+ 3,0	+ 3,1	8 52 35,60	4 48,34	8 47 47,26	56 49 46,11

1838—39 Jours.	Etoiles.	Hauteur Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du Cercle.	Baromètre.	Thermomètre R intér.	Thermomètre R extér.	Hauteur corrigée du Niveau.	Réfraction de la table *Carlini.*	Hauteur vraie instrumentale.	Déclinaison boréale des étoiles.
Décbr. 20	β Cassiop. sup.	73°42′20″00	+ 1″20				73°42′21″20	— 0′14″62	73°42′ 6″58	58°15′54″57
	δ Ourse inf.	9 57 51,75	— 1,80	28^p 2^{l}05	+ 2″7	+ 2″6	9 57 49,95	4 23,61	9 53 26,34	57 55 25,19
	η Cassiop. sup.	75 0 23,25	+ 1,32				75 0 24,57	0 13,17	75 0 11,40	56 57 49,75
	ε Ourse inf.	8 52 42,75	— 1,92	28 2,1	+ 2,7	+ 2,8	8 52 40,83	4 47,83	8 47 53,00	56 49 51,85
21	β Cassiop. sup.	73 42 22,75	+ 0,12	28 5,5	+ 2,4	+ 2,6	73 42 22,87	0 14,77	73 42 8,10	58 15 53,05
22	β Cassiop. sup.	73 42 19,25	+ 0,84				73 42 20,09	0 14,71	73 42 5,38	58 15 55,77
	δ Ourse inf.	9 57 54,25	— 2,64	28 3,1	+ 2,0	+ 2,0	9 57 51,61	4 25,21	9 53 26,40	57 55 25,25
	η Cassiop. sup.	75 0 22,50	+ 0,96				75 0 23,36	0 13,25	75 0 10,11	56 57 51,04
	ε Ourse inf.	8 52 49,00	— 2,64	28 3,1	+ 2,1	+ 2,2	8 52 46,36	4 49,52	8 47 56,84	56 49 55,69
Janvier 3	φ Androm. sup.	82 5 19,00	+ 0,24				82 5 19,24	0 5,38	82 5 13,86	49 52 47,29
	η Ourse inf.	2 14 51,00	— 4,08	27 10,85	+ 4,1	+ 5,5	2 14 46,92	10 10,12	2 4 36,80	50 6 35,65
instr. renv. { 4	φ Androm. sup.	87 26 59,50	+ 0,36				87 26 59,86	0 5,44	87 26 54,42	49 52 42,76
	η Ourse inf.	7 36 33,75	+ 1,56	28 0,5	+ 3,9	+ 4,2	7 36 35,31	10 17,12	7 26 18,19	50 6 41,01
10	η Ourse inf.	2 15 20,25	—11,16	28 1,8	+ 3,0	+ 3,4	2 15 9,09	10 22,21	2 4 46,88	50 6 39,56
11	Cassiopée sup.	76 11 21,00	— 6,12				76 11 14,88	0 11,95	76 11 2,93	55 47 8,17
	ζ Ourse prec. inf.	7 49 23,00	—10,44	28 4,5	+ 2,6	+ 2,8	7 49 12,56	5 18,17	7 43 54,39	55 45 43,29
	φ Androm. sup.	82 5 37,75	— 5,88				82 5 31,87	0 5,54	82 5 26,33	49 52 44,77
	η Ourse inf.	2 15 30,75	—10,68				2 15 20,07	10 29,09	2 4 50,98	50 6 39,88
	M a t i n.									
Décbr. 14	β Cassiop. inf.	10 18 22,75	— 2,16				10 18 20,59	— 4 14,90	10 14 5,69	58 16 4,54
	δ Ourse sup.	74 2 50,25	+ 0,60	28 0,8	+ 3,2	+ 3,3	74 2 50,85	— 0 14,14	74 2 36,71	57 55 24,44
	η Cassiop. inf.	9 0 41,50	— 2,28				9 0 39,22	— 4 42,75	8 55 56,47	56 57 55,32
	ε Ourse sup.	75 8 25,50	+ 0,96	28 0,85	+ 3,0	+ 3,4	75 8 26,46	— 0 12,93	75 8 13,53	56 49 47,62
16	β Cassiop. inf.	10 18 24,50	— 3,84	28 3,5	+ 2,8	+ 2,9	10 18 20,66	— 4 17,44	10 14 3,22	58 16 2,07
	δ Ourse sup.	74 2 53,25	— 1,32				74 2 51,93	— 0 14,28	74 2 37,65	57 55 23,50
	η Cassiop. inf.	9 0 48,50	— 3,84				9 0 44,66	— 4 45,60	8 55 59,06	56 57 57,91
	ε Ourse sup.	75 8 26,50	— 1,56	28 3,65	+ 2,7	+ 3,0	75 8 24,94	— 0 13,06	75 8 11,88	56 49 49,27
19	β Cassiop. inf.	10 18 16,25	+ 3,00	28 2,4	+ 2,5	+ 2,6	10 18 19,25	4 16,99	10 14 2,26	58 16 1,11
	δ Ourse sup.	74 2 46,00	+ 6,60				74 2 52,60	0 14,25	74 2 38,35	57 55 22,80
	η Cassiop. inf.	9 0 38,25	+ 3,00	28 2,3	+ 2,3	+ 2,6	9 0 41,25	4 45,07	8 55 56,18	56 57 55,03
	ε Ourse sup.	75 8 17,75	+ 6,72				75 8 24,47	0 13,04	75 8 11,43	56 49 49,68
21	β Cassiop. inf.	10 18 27,00	+ 0,48	28 4,3	+ 2,1	+ 2,0	10 18 27,48	4 19,13	10 14 8,35	58 16 7,20
	δ Ourse sup.	74 2 51,25	+ 4,80				74 2 56,05	0 14,37	74 2 41,68	57 55 19,43
	η Cassiop. inf.	9 0 46,50	+ 0,84	28 4,2	+ 1,9	+ 1,9	9 0 47,34	4 47,59	8 55 59,75	56 57 58,60
	ε Ourse sup.	75 8 21,50	+ 4,56				75 8 26,16	0 13,15	75 8 13,01	56 49 48,14
Janvier 3	φ Androm. inf.	2 1 27,25	— 0,84	28 0,35	+ 3,3	+ 2,9	2 1 26,41	10 44,67	1 50 41,74	49 52 40,59
	η Ourse sup.	81 51 16,25	+ 2,88				81 51 19,13	0 5,72	81 51 13,41	50 6 47,74
11	Cassiop. inf.	7 50 45,50	— 5,88	28 4,5	+ 2,3	+ 2,5	7 50 39,62	5 17,91	7 45 21,71	55 47 10,61
	ζ Ourse pr. sup.	76 12 46,75	— 2,64				76 12 44,11	0 11,95	76 12 32,16	55 45 38,94
	φ Androm. inf.	2 1 56,25	— 4,08				2 1 52,17	10 54,05	1 50 58,12	49 52 47,02
	η Ourse sup.	81 51 35,50	— 2,64				81 51 32,86	0 5,80	81 51 27,06	50 6 44,04

Or je prends la moyenne des déclinaisons ici tirées des hauteurs méridiennes au dessus du pôle et je trouve ainsi:

pour le 18 Décembre 1838.

Etoiles.	Décl. appar.	Nr. des observ.
β Cassiopée	58°15′55″94	8
δ grande Ourse	57 55 22,54	4
η Cassiopée	56 54 49,72	6
ε grande Ourse	56 49 48,68	4

pour le 7 Janvier 1839.

Etoiles.	Décl. appar.	Nr. des étoiles.
Cassiopée	55°47′ 8″17	1
ζ grande Ourse préc.	55 45 38,94	1
φ Andromède	49 52 44,94	3
η grande Ourse	50 6 45,89	2

Remarque.

Les catalogues assignent la 3me grandeur à chacune des étoiles η, ζ, ε, δ de la grande Ourse. Pour moi à la lunette du cercle et dans les passages méridiens supérieurs, je juge de la 3me η et ζ, de 2—3me la ε, et la δ de 4—5e. Je crois qu'on ne juge pas différemment de la dernière ou de la δ à l'oeil nu: Intelligenti pauca.

Quand aux réfractions observées dans les hauteurs méridiennes inférieures je me sers, pour les obtenir, de la respective déclinaison observée le même jour dans la hauteur méridienne supérieure, et cela pour éviter le doute de quelque petit changement accidentel dans le principe de numeration du cercle d'un jour à l'autre. Ainsi on a

1838.

Etoiles.	14 Décembre. Réfraction. observ.	calculée.	obs. — calcul.	16 Décembre. Réfraction. observ.	calculée.	obs. — calculée.	19 Décembre. Réfraction. observ.	calculée.	obs. — calculée.	20. 21 Décembre. Réfraction. observ.	calculée.	obs. — calculée.	Différences obs. — calc. moyennes.
β Cass. matin	4'23"57	4'14"90	+ 8"67	4'26"72	4'17"44	+ 9"28	4'18"40	4'16"99	+ 1"41	4'31"76	4'19"13	+12"63	+ 7"998
δ Ourse soir	4 23,13	4 21,94	+ 1,19	4 28,46	4 23,44	+ 5,02	4 20,02	4 23,96	— 3,94	4 29,37	4 23,61	+ 5,76	+ 2,008
η Cass. matin	4 47,61	4 42,75	+ 4,86	4 58,53	4 45,60	+12,93	4 47,10	4 45,07	+ 2,03	4 56,44	4 47,59	+ 8,85	+ 7,168
ε Ourse soir	4 50,23	4 46,23	+ 4,00	4 54,90	4 47,85	+ 7,05	4 44,77	4 48,34	— 3,57	4 51,54	4 47,83	+ 3,71	+ 2,798

1839.

Etoiles.	3 Janvier. Réfraction. observée.	calculée.	observ. — calculée.	11 Janvier. Réfraction. observée.	calculée.	observ. — calculée.	Différences obs. — calc. moyennes.
Cassiop. matin	....	....	....	5'20"39	5'17"91	+ 2"48	+ 2"480
ζ Ourse pr. soir	....	....	....	5 22,52	5 18,17	+ 4,35	+ 4,350
ϕ Andr. matin	10 37,57	10 44,67	— 7,10	10 56,30	10 54,05	+ 2,25	— 2,425
η Ourse soir	9 58,03	10 10,12	—12,09	10 24,93	10 29,09	— 4,16	— 8,125

Toutes ces observations s'accordent et donnent, à l'exception d'une, la réfraction du matin plus grande que la correspondante du soir. Cet excès en effet résulte

pour β Cassiopée et δ Ourse...à la moyenne hauteur apparente de	12°49....=	+ 5"99	de 4 comparaisons
η Cassiopée et ε Ourse..............................	11 38....=	+ 4,37	4
Cassiopée et ζ Ourse..............................	10 31....=	— 1,87	1
ϕ Andremeda et η Ourse..............................	4 49....=	+ 5,70	2

Il est curieux de voir ici que cet excès résulte le même à 13 degrés de hauteur apparente aussi qu'à 5, presque dirai-t-on qu'il est invariable à une petite hauteur quelque soit et environ = 5"5. Que si on ne rejette pas la comparaison unique de Cassiopée et ζ Ourse, pourra-t-on en déduire au contraire qu'un pareil excès diminue avec la hauteur, de celle de 13°, jusqu'à ce quil en change de signe, et qu'ensuite il s'accroît de nouveau; ce qui reviendrait à dire que la courbe des réfractions près de l'horizon n'a pas de continuité, ou que la loi de ses points n'est pas une fonction regulière et constante de la hauteur et de l'heure du phénomène. Mais c'est trop tôt que de s'en tenir à une conclusion quelconque sur un petit nombre de faits; et outre cela il me reste à examiner encore une autre question particulière après que je vous réporterai les observations de Padoue. Il me suffit pour à present d'avoir confirmé avec mes dernières observations qu'en général au soir la réfraction est moindre, à la même petite hauteur que le matin. Vous voyez pourtant, que j'ai eu recours cette année à deux autres couples d'étoiles circompolaires liées avec la condition d'être deux à deux à peu-près équidistantes du pôle et opposées en ascension droite. Cela m'a procuré l'avantage de comparer les réfractions à des hauteurs plus petites qu'auparavant, et peut-être que dans l'hiver prochain je repéterai encore une fois ces opérations en les étendant à toutes les sept étoiles du chariot, ou de la grande Ourse, dont chacune a sa correspondante, en opposition et équidistante du pôle avec elle, tant qu'il faut claire et distinguée pour bien la voir à son passage méridienne inférieur. Par ces étoiles on se représente nôtre ancienne et belle constellation du chariot redoublée et renversée proprement dans la voute céleste; et d'une pareille considération pourra-t-on profiter à bien d'autres rapports, outre celui des réfractions, comme j'espère de vous le prouver dans la suite. Cependant pour ne grossir trop cette lettre je m'en arrête ici en remettant la continuation du sujet aux lettres, qui suivront et que j'aurai l'honneur de vous adresser.

J. Bianchi.

Erlöschen von Sternschnuppen beobachtet in Altona 1839. Aug. 10.

Es ist bekanntlich schon lange von Herrn Professor *Benzenberg* vorgeschlagen, die Sternschnuppen zu Längenbestimmungen zu benutzen, ohne dafs, so viel mir bekannt, bisher ein Versuch damit gemacht geworden. Ich beschlofs daher die Nacht vom 10ten auf den 11ten Aug. zur scharfen Bestimmung des Zeitaugenblicks in dem sie erlöschen anzuwenden, um zu sehen, welcher Genauigkeit diese Beobb. wohl fähig sind. Ebendeswegen beachtete ich den Ort des Entstehens und Verschwindens nicht, und zeichnete folglich die Sternschnuppen auch nicht ein, weil Alles dies die Aufmerksamkeit, die allein auf den Moment des Verschwindens gerichtet war, gestört haben würde. Nur beiläufig habe ich die Himmelsgegend, in der das Phänomen erschien bemerkt.

Der Moment des Erlöschens ward gewählt, weil man dabei durch das Erscheinen schon auf die Beobachtung vorbereitet wird. Das Wetter begünstigte hier nicht das Unternehmen. Ich beobachtete von 9 bis 11 Uhr, und ward schon oft durch Wolken gestört, Herr Capitain *v. Nehus*, der um 11 Uhr anfing, mufste gegen Mitternacht, wo der Himmel sich ganz bedeckte, schliefsen.

Die Beobachtungen (mit Ausnahme von 2) sind aus einem Fenster, das die Aussicht auf Westen hat, gemacht.

Ich glaube meine Beobachtungen bis auf einen Schlag des dabei gebrauchten Chronometers (0″4) verbürgen zu können, Nr. 14 ausgenommen, die vielleicht auf 2″ unsicher seyn kann, und hoffe ein anderesmal noch mehr Genauigkeit zu erreichen. es erhellt also, dafs diese Phänomene sich mit einer zu Längenbestimmungen hinreichenden Schärfe beobachten lassen.

Nr.	Mittl. Zeit.	
1	9h 20′ 50″1	N. O.
2	— 34 30,1	N. W. lang
3	— 36 22,9	schwach.
4	— 44 12,9	S. W. lang, hell.
5	— 50 14,9	W. lang.
6	— 51 0,1	
7	— 56 11,3	
8	10 6 21,1	Von hier an häufige.
9	— 11 19,7	Wolken.
10	10h 13′ 24″9	lang, liefs Streifen nach.
11	— 21 30,5	N.
12	— 26 16,1	S. W. hell.
13	— 29 56,9	S. W. schwach.
14	— 35 48,5 ::	lang, liefs Streifen nach.
15	— 37 0,1	schwach.
16	— 40 4,0	N. W.
17	— 44 19,3	N. W. lang, liefs Streifen nach
18	— 48 2,1	N.
19	— 48 54,1	S. W.
20	— 50 4,5	N. W. schwach.
21	— 51 11,3	N. W.
22	— 52 31,7	
23	— 53 34,1	hell, liefs Streifen nach.
Die folgenden Beobb. sind von Capitain *v. Nehus*.		
24	— 53 40,1	verschieden von Nr. 23.
25	11 8 32,9	W. N. W. liefs Streifen nach.
26	— 10 34,9	W. N. W. von N. O. nach S. W.
27	— 12 47,7	W. N. W. ebenso.
28	— 15 24,9 ::	N.
29	— 20 40,1	liefs Streifen nach von N. O. nach S. W
30	— 21 55,7	ebenso.
31	— 25 2,9	schwach von S. W. nach N. O.
32	— 39 28,9	hell von N. O. nach S. W.
33	— 51 2,9	

Die letzten 3 Beobb. durch Wolken und unsicher. Gegen Mitternacht war der ganze Himmel bedeckt. Alle von mir beobachtete Sternschnuppen schienen sich gegen das Sternbild des Löwe zu bewegen.

Wenn andere Beobachter, die auch das Erlöschen beobachtet haben, an ihre Beobb. die Meridiandifferenz mit Altona anbringen, wird es sich leicht zeigen, ob sie correspondirend haben. Von Herrn Dr. *Olbers*, dem ich meine Beobb. mitgetheilt hatte, habe ich in der That schon einige correspondirende aus Bremen erhalten, die aber nicht zur Bestimmung der Längendifferenz dienen können, weil in Bremen der Moment des Erscheinens beobachtet ward. Ich werde diesen Brief im nächsten Blatte abdrucken lassen.

S.

A n z e i g e.

Altona 1839. September 3.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 384.

Schreiben des Herrn Dr. *Olbers* an den Herausgeber.

Bremen 1839. August 19.

Ich danke Ihnen recht sehr für Ihren in aller Rücksicht so interessanten Brief vom 12ten Aug. und die beigefügten Sternschnuppen-Beobachtungen. Die diesmalige Wiederkehr der August-Epoche für die Sternschnuppen hat sich sehr ausgezeichnet. Hier hat man dieselbe Einrichtung zu ihrer Beobachtung getroffen, wie im November 1838. Die Zahl der beobachtenden Personen belief sich fast immer auf 6. So wurden in der Nacht vom 9ten auf den 10ten Aug. 392 und vom 10ten auf den 11ten gar 725 Sternschnuppen wahrgenommen. Natürlich konnte bei dieser Frequenz nur ein Theil derselben in die Sternkarten eingetragen werden. Beide Nächte waren nicht ganz ununterbrochen heiter: die Nacht vom 11ten auf den 12ten trübe. Ich behalte mir vor, Ihnen einen umständlicheren Bericht für die A. N. zu schicken.

Ihre Beobachtungen habe ich gleich an Dr. *W. Focke* gegeben. Vorläufig glaubt er folgende einigermaſsen übereinstimmende anmerken zu können.

Ihre Nr.	Seine Nr.	Unterschied der Mittagskreise.
Nr. 9	Nr. 34	4′ 37″
10	42	4 37,8
12	84	4 30,6
16	105	4 36,8
18	115	4 24,6
19	116	4 25,1
22	124	4 29,0
		4′ 31″5

Dies Mittel würde sehr gut stimmen, angesehen der mehr westlichen Lage des hiesigen Beobachtungsorts und des Umstandes, daſs bei Ihnen das Ende, hier der Anfang der Sternschnuppen beobachtet ist. Aber die einzelnen Data sind noch zu verschieden, und es mag noch wohl ein und das andere Resultat, als zu verschiedenen Sternschnuppen gehörig, ganz wegfallen müssen. Immer aber scheint daraus hervorzugehen, daſs Sternschnuppen dazu dienen können, Längen-Unterschiede völlig zu berichtigen, wenn an beiden Orten die Verschwindungszeiten beobachtet werden.

Olbers.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Geheimenraths *Bessel* an den Herausgeber.

Königsberg 1839. Aug. 22.

Eben bringt mir Professor *Feldt* seine Beobachtungen vom 10ten August. Die Zeitangaben sind nur in ganzen Secunden, ohne die Absicht der allergröſsten Genauigkeit gemacht; sie lassen sich überall nicht ganz genau reduciren, da die Chronometerzeit erst durch die heutigen Vergleichungen bekannt geworden ist. Darunter finden sich drei, die möglicherweise mit den Ihrigen identisch seyn können.

Altona			Braunsb.
Nr. 1	$9^h 20' 50''1$ m. Zt.		$10^h 28' 37''5$ Chronom.
29	11 20 40,1		12 28 30
30	11 21 55,7		12 29 45

In Braunsberg erschienen sie

1 — 2 Gr. im Ophiuchus.
3 Gr. im Drachen.
2 Gr. am Polarsterne geht nach ζ Urs. maj.

Die muthmaaſsliche Königsberger mittlere Zeit ist

$10^h 2' 58''4$
12 2 50,3
12 4 5,3

Sie geben also den Mittagsunterschied Königsberg — Altona

Nr. 1	42′ 8″3
29	10,2
30	9,6
	42′ 9″4

soll seyn 42′ 13″. Es wären also wohl dieselben, wenn die angenommene Chronometer-Correction ganz richtig wäre.

Bessel.

Sternschnuppen-Momente 1839 August 10.

Von Herrn Professor *v. Boguslawski* habe ich beifolgende Beobachtungen aus Breslau erhalten, mit der Bemerkung, dafs die Beobachter dort nicht auf die Beobachtung der Zeitmomente besondere Sorgfalt verwandt haben, so dafs der Längenunterschied, ob er gleich kaum eine Zeitsecunde von dem bisher angenommenen abweicht, nicht als besonders zuverlässig zu betrachten ist.

Altona. Nr.		Himmelsgegend.	Breslau. Nr.		Himmelsgegend.	Zeitunterschied.
1.	9h 20′ 50″1	NO.	54.	9h 49′ 10″0	NO.	28′ 19″9
4.	9 44 12,9	SW.	108.	10 12 33,2	SW.	28 20,3
7.	9h 56′ 11″3		132.	10h 24′ 37″2	NO.	28 25,9
8.	10 6 32,1		160.	10 34 53,3	N.	28 21,2
12.	10 26 16,1	SW.	214.	10 54 43,4	NO.	28 27,3
16.	10 40 4,9	NW.	243.	11 8 34,4	NW.	28 29,5
17.	10 44 19,3	NW.	257.	11 12 36,5	N.	28 17,9
28.	11 15 24,9	N.	338.	11 43 35,6	N.	28 10,[illegible]
30.	11 21 55,7		355.	11 50 19,6	NW.	28 23,[illegible]
31.	11 25 2,9		364.	11 53 21,7	NW.	28 18,[illegible]
32.	11 39 28,9	SSW.	404.	12 7 55,7	N.	28 26,[illegible]
33.	11 51 2,9		447.	12 19 26,8	NO.	28 23,[illegible]
					Mittel....	28 22,0

S.

Beobachtungen des *Encke*schen Cometen auf der Sternwarte zu Kremsmünster.

Den *Encke*schen Cometen fand ich am 11ten October auf, und beobachtete ihn am Aequatoreale der hiesigen Sternwarte mit einem Micrometer, welches ich der gütigen Mittheilung und Ausführung des Herrn Prof. *Stampfer* am k. k. polytechnischen Institute in Wien verdanke. Die nähere Beschreibung desselben dem Erfinder selbst überlassend bemerke ich nur, dafs es im wesentlichen in einem in der Mitte des Sehefeldes erscheinenden Lichtpunkte besteht, dessen Gröfse beliebig abgeändert werden kann. Der Komet war vorzüglich im Monate October sehr lichtschwach, ohne Kern oder eine lichtstärkere Stelle, daher den Beobachtungen nicht die gewünschte Schärfe gegeben werden konnte. Bedeutend lichtstärker erschien er im November. Am 7ten, wo wir den ersten heitern Abend ohne Mondlicht hatten, sah ich ihn zum ersten Male mit freiem Auge; durch das Fernrohr angesehen erschien er gegen seinen später in das Rohr tretenden, also östlichen, Rand merklich lichtstärker und verlor sich gegen seinen westlichen unmerklich, indem er an Lichtstärke abnahm. Am 9ten schien es mir, als bemerkte man von Zeit zu Zeit in seinem hellsten Theile eine scintillirende Stelle. Ich bedaure nur, dafs der ungünstige Himmel dieses Monates mir nicht mehrere Beobachtungen zu machen erlaubte. Zum letzten Male sah ich ihn am 27sten November; es kam jedoch derselbe bei noch bedeutender Dämmerung in die am Horizont lagernde Dunstschichte und erlaubte mir keine Beobachtung.

Die Positionen der Fundamentalsterne, die zu Vergleichsternen verwendet wurden, sind aus *Encke's* Berliner Astr. Jahrbuche für 1838, so auch β Draconis nach *Encke's* Angabe in demselben Jahrbuche 1839 p. 245. Die übrigen Vergleichsterne wurden am Meridiankreise bestimmt, π und θ Herculis ausgenommen, die ich aus *Piazzi* nahm. Die Beobachtungen der Vergleichsterne gaben folgende Bestimmugen für 1838.00

Vergleichsterne.	AR. adp.	Decl. adp.	Zahl der Beobb.
a	2h 8′ 51″70	+46° 38′ 43″9	3
h	2 10 14,34	46 33 46,9	2
e = f	1 46 6,12	52 30 26,1	2
d	1 46 24,07	51 41 31,8	3
e	1 43 54,21	51 51 12,2	2
g	1 41 56,74	53 5 55,1	2
h	1 41 23,73	54 20 29,8	2
i	1 9 56,76	57 22 38,7	2
k	1 13 6,22	57 17 47,8	2
l	0 56 58,25	58 59 24,5	3
m	0 47 4,12	58 18 16,3	2
n	0 45 26,03	58 5 39,4	2
o	0 35 32,99	61 38 26,1	5
p	0 33 21,67	61 52 35,6	3
γ Cassiop.	0 46 58,97	59 50 15,4	3
κ Cassiop.	0 23 50,64	+62 2 15,1	9

c und f ist derselbe Stern.

Die nun folgenden Positionen des Cometen sind sämmtlich nur von der Refraction befreit.

1838.	Mittl. Zeit in Kremsmünster.	Comet — Stern in AR.	Comet — Stern in Decl.	Des Kometen AR. adp.	Des Kometen Decl. adp.	Vergleichsterne.
Octbr. 11	8h 1′ 56″15	— 1h 4′ 26″01	— 2° 19′ 16″1	2h 8′ 25″88	+ 46° 57′ 39″8	α Persei
		— 0 0 31,63	+ 0 20 34,5	24,12	58 44,2	a
		— 0 1 55 26	+ 0 24 24,9	23,15	31,1	b

1838.	Mittl. Zeit in Kremsmünster.	Comet — Stern in AR.	Comet — Stern in Decl.	Des Kometen AR. adp.	Des Kometen Decl. adp.	Vergleichsterne.
Octbr. 11	8h 32′ 27″02	— 1h 4′ 28″71	— 2° 16′ 2″3	2h 8′ 23″26	+ 47° 0′ 53″5	α Persei.
		— 0 0 34,26	+ 0 23 48,2	21,49	1 57,9	a
		— 0 1 57,97	+ 0 27 38,7	20,44	44,9	b
	10 38 10,24	— 1 4 51,29	— 2 11 7,1	2 8 0,68	+ 47 5 48,8	α Persei.
		— 0 0 46,59	+ 0 28 1,9	9,12	6 11,6	a
		— 0 2 11,17	+ 0 31 56,1	7,24	2,3	b
		— 2 56 42,62	+ 1 16 27,7	5,43	2,9	α Aurigæ.
16	14 2 46,16	— 1 25 57,43	+ 2 43 45,1	1 46 54,68	+ 52 0 42,1	α Persei.
		+ 0 0 45,64	— 0 30 9,7	56,11	38,2	c
		+ 0 0 26,31	+ 0 18 41,8	54,60	35,5	d
		+ 0 2 56,30	+ 0 9 2,8	54,71	37,0	e
17	7 24 0,72	— 0 3 40,72	+ 0 16 19,1	1 42 29,66	+ 52 47 7,2	f
		+ 0 0 28,97	— 0 18 49,1	29,96	47 28,2	g
		— 1 30 22,19	+ 3 29 39,9	29,95	46 37,1	α Persei.
	10 13 2,22	— 0 4 30,93	+ 0 22 40,8	1 41 39,45	+ 52 53 28,9	f
		— 0 0 24,88	— 0 12 40,5	36,11	36,8	g
		— 1 31 36,26	+ 3 36 16,8	36,26	14,0	α Persei.
		— 3 23 11,65	+ 7 4 19,9	36,63	55,7	α Aurigæ.
18	9 19 17,47	— 0 5 41,60	— 0 22 25,7	1 35 46,45	+ 53 58 26,5	h
	13 59 42,68	— 0 7 8,68	— 0 9 10,9	1 34 19,37	+ 54 11 41,3	h
		— 1 38 32,60	+ 4 54 42,4	19,56	40,7	α Persei.
	14 45 24,83	— 0 7 20,90	— 0 7 15,4	1 34 7,15	+ 54 13 36,8	h
		— 1 38 43,59	+ 4 56 44,5	8,57	41,9	α Persei.
21	9 58 6,60	+ 0 38 32,35	+ 1 53 59,2	1 9 57,49	+ 57 33 16,9	α Cassiopeiæ.
		— 0 0 4,67	+ 0 10 10,3	56,36	13,6	i
		— 0 3 14,77	+ 0 15 7,6	55,63	20,0	k
	10 12 11,36	+ 0 38 29,72	+ 1 54 40,4	1 9 54,86	+ 57 33 58,1	α Cassiopeiæ.
		— 0 0 7,30	+ 0 10 51,5	53,67	54,9	i
		— 0 3 17,40	+ 0 15 48,9	53,00	61,2	k
22	9 21 43,67	+ 0 27 58,15		0 59 18,30		α Cassiopeiæ.
		+ 0 2 16,76		20,04		l
		+ 0 12 11,41		20,40		m
		+ 0 13 49,05		19,91		n
	9 58 47,23		+ 3 8 47,9		+ 58 48 5,8	α Cassiopeiæ.
			— 0 11 36,0		9,7	l
			+ 0 29 28,8		9,4	m
			+ 0 41 56,3		47 59,8	n
23	9 32 5,61	+ 0 15 11,25	+ 4 21 56,3	0 46 36,40	+ 60 1 14,5	α Cassiopeiæ.
		— 0 0 26,68	+ 0 10 21,5	36,35	3,2	γ Cassiopeiæ.
	9 51 24,74	+ 0 15 5,81	+ 4 23 26,0	0 46 30,96	+ 60 2 44,2	α Cassiopeiæ.
		— 0 0 33,22	+ 0 11 51,2	29,81	32,9	γ Cassiopeiæ.
24	8 48 22,91	+ 0 0 55,56	+ 5 33 2,1	0 32 20,70	+ 61 12 20,6	α Cassiopeiæ.
		— 0 3 14,88	— 0 26 27,1	22,10	26,2	o
		— 0 1 3,90	— 0 40 41,5	21,74	21,4	p
		— 0 14 40,68	+ 1 21 41,6	21,19	23,9	γ Cassiopeiæ.
26	11 14 43,24		+ 7 58 5,9		+ 63 37 25,0	α Cassiopeiæ.
			+ 1 34 40,8		39,5	κ Cassiopeiæ.
			+ 3 46 49,5		32,2	γ Cassiopeiæ.
	11 47 44,05	— 0 38 0,78	+ 7 59 10,7	23 53 24,35	+ 63 38 29,7	α Cassiopeiæ.
		— 0 53 39,09	+ 3 47 38,0	23,94	20,6	γ Cassiopeiæ.
	12 16 34,08	— 0 38 32,42	+ 8 0 17,1	23 52 52,71	+ 63 39 36,1	α Cassiopeiæ.
		— 0 54 10,77	+ 3 48 44,4	52,26	27,0	γ Cassiopeiæ.
Novbr. 4	6 9 19,34	+ 1 43 37,57	+ 8 34 27,3	19 36 28,11	+ 60 5 9,0	γ Draconis.
	6 50 17,82	+ 1 42 49,35	+ 8 30 11,8	19 35 39,89	+ 60 0 53,5	γ Draconis.
7	6 19 44,12	+ 0 38 21,41	+ 0 14 51,0	18 31 11,88	+ 51 45 32,1	γ Draconis.
		+ 1 4 28,03	— 0 39 57,4	15,47	29,4	β Draconis.
	7 21 15,26	+ 0 37 35,66	+ 0 6 37,7	18 30 26,13	+ 51 37 18,8	γ Draconis.
		+ 1 3 42,28	— 0 48 10,7	29,72	16,1	β Draconis.

1838.	Mittl. Zeit in Kremsmünster.	Comet — Stern in AR.	Comet — Stern in Decl.	Des Kometen AR. adp.	Des Kometen Decl. adp.	Vergleichsterne.
Novbr. 7	8ʰ 6′ 16″86	+ 0ʰ37′ 2″83	+ 0° 0′30″8	18ʰ29′ 53″30	+ 51°31′ 11″9	γ Draconis.
		+ 1 3 9,18	— 0 54 11,8	56,62	15,0	β Draconis.
9	6 9 46,07	+ 0 7 45,69	— 6 11 42,7	18 0 36,12	+ 45 18 57,8	γ Draconis.
		— 0 30 52,35	+ 6 40 39,3	35,38	57,9	α Lyræ.
	7 3 14,32	+ 0 7 17,26	— 6 19 13,0	18 0 7,67	+ 45 11 27,5	γ Draconis.
10	5 55 58,09	— 0 43 9,11	+ 3 23 32,0	17 48 18,61	+ 42 1 50,5	α Lyræ.
11	7 54 30,36		— 0 10 18,4		+ 38 27 59,9	α Lyræ.
		+ 0 27 3,44	+ 1 28 21,6	17 36 29,32	28 4,0	π Herculis.
	8 15 59,83	— 0 55 9,04	— 0 13 36,1	17 36 18,66	+ 38 24 42,2	α Lyræ.
		— 0 14 24,71	+ 1 8 15,4	17,30	52,1	θ Herculis.
14	5 43 44,20	— 1 20 3,54	— 9 20 2,8	17 11 24,11	+ 29 18 14,9	α Lyræ.
		+ 0 2 0,09	— 7 41 22,9	25,97	19,6	π Herculis.
		— 0 39 18,51	— 7 58 23,9	24,50	12,7	θ Herculis.

Aus diesen Beobachtungen ergeben sich, im Mittel, folgende scheinbare Positionen des Kometen:

1838.	Mittl. Zeit in Kremsmünster.	Des Cometen AR. adp.	Des Cometen Decl. adp.
Octbr. 11	8ʰ 1′ 56″15	32° 6′ 5″7	+ 46° 58′ 18″4
	8 32 27,02	32 5 25,9	47 1 32,1
	10 38 10,24	32 1 24,3	47 6 1,4
16	14 2 46,16	26 43 45,3	52 0 38,2
17	7 24 0,72	25 37 24,6	52 47 4,2
	10 13 2,22	25 24 16,6	52 53 33,8
18	9 19 17,47	23 56 37,0	53 58 26,5
	13 59 42,68	23 34 51,9	54 11 41,0
	14 45 24,33	23 31 57,9	54 13 39,4
21	9 58 5,60	17 29 7,3	57 33 16,8
	10 12 11,36	17 28 27,6	57 33 58,1
22	9 21 43,67	14 49 54,9	
	9 58 47,23		58 48 6,2
23	9 32 5,61	11 39 5,5	60 1 8,9
	9 51 24,74	11 37 35,8	60 2 38,6
24	8 48 22,91	8 5 21,4	61 12 23,0
26	11 14 43,24		63 37 32,2
	11 47 44,05	358 21 2,1	63 38 25,2
	12 16 34,08	358 13 7,2	63 39 31,6
Novbr. 4	6 9 19,34	294 7 1,6	60 5 9,0
	6 50 17,82	293 54 58,3	60 0 53,5
7	6 19 44,12	277 48 25,0	51 45 30,8
	7 21 15,26	277 36 58,8	51 37 17,4
	8 6 16,86	277 28 44,4	51 31 13,5
9	6 9 46,07	270 8 56,2	45 18 57,9
	7 3 14,32	270 1 55,0	45 11 27,5
10	5 55 58,09	267 4 39,1	42 1 50,5
11	7 54 30,36	264 7 19,8	38 28 1,9
	8 15 59,83	264 4 29,7	38 24 47,1
14	5 43 44,20	257 51 12,9	+ 29 18 15,7

Herr *A. Reslhuber*, Adjunct der hiesigen Sternwarte, hatte die Güte, die Reductionen dieser Beobachtungen zur Vergleichung derselben mit den beiden Ephemeriden des Herrn *Bremiker* (Astr. Nachr. Nr. 354 und 375), so wie die Vergleichung selbst auszuführen, welche ich hier beifüge:

	I. Ephemeride. Δα	I. Ephemeride. Δδ	II. Ephemeride. Δα	II. Ephemeride. Δδ
Oct. 11.	+ 5′ 5″8	+5′ 41″7	—0′ 21″0	+2′ 38″0
	+ 4 47,3	+3 32,7	—0 38,5	+0 28,7
	+ 4 44,4	+3 36,4	—0 43,5	+0 31,3
16.	+ 2 45,5	+3 56,2	—3 41,7	—0 29,2
17.	+ 7 28,4	+4 8,6	+0 54,5	—0 32,2
	+ 9 50,1	+5 28,0	+3 9,8	+0 46,2
18.	+ 4 15,6	+5 6,3	—2 33,3	+0 1,1
	+ 4 52,9	+5 11,7	—1 49,4	+0 2,1
	+ 5 19,4	+5 22,6	—1 23,2	+0 12,2
21.	+ 8 36,7	+6 46,4	+1 59,7	+0 18,9
	+ 7 44,7	+6 49,0	+1 7,7	+0 20,9
22.	+ 6 42,6		+0 24,1	
		+6 45,5		—0 14,0
23.	+ 5 36,5	+7 29,6	+0 9,9	—0 4,9
	+ 4 19,6	+7 0,9	—1 26,2	—0 53,9
24.	+ 5 57,0	+8 21,4	+1 0,4	+0 12,1
26.		+8 44,2		—0 42,3
	+ 1 8,0	+9 18,1	—0 33,0	—0 9,3
	+ 1 45,1	+8 56,9	+0 18,7	—0 30,6
Nov. 4.	—27 5,2	+3 59,7	—0 5,1	—0 58,0
	—26 21,2	+4 11,6	+0 39,5	—0 42,6
7.	—24 29,2	—0 9,1	+0 36,8	—0 53,2
	—20 50,9	—0 6,4	+4 13,1	+1 42,0
	—24 9,9	—0 3,0	+0 50,7	—0 41,8
9.	—20 57,5	—1 59,9	+1 35,0	—0 37,6
	—21 19,9	—2 1,0	+1 10,4	—0 33,7
10.	—20 55,6	—2 25,0	+0 18,0	—0 15,1
11.	—19 31,6	—3 28,7	+0 22,6	—0 36,9
	—18 56,1	—3 13,3	+0 57,1	—0 20,4
14.	—16 24,1	—4 18,2	+0 21,3	+0 5,8

Δα und Δδ mit ihren Zeichen an die beobachteten Positionen angebracht, geben die Daten der Ephemeride; so auch bei den folgenden Planetenbeobachtungen.

Planetenbeobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster, sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astron. Jahrbuche.

Jupiter.

1838	Mittl. Zeit in Kremsm.	AR.	Decl.	Δα	Δδ
März 11	11^{h} 42′ 46″66	10^{h} 59′ 20″77	+ 8^{h} 3′ 37″10	−0″70	+ 1″91
12	38 22,30	58 52,24	6 32,63	−0,68	+ 4,25
April 2	10 6 54,13	49 56,65	9 0 3,41	−0,54	+ 4,33
5	9 54 5,44	48 55,28	5 57,02	−0,61	+ 1,78
22	8 43 7,21	44 46,61	28 11,92	−0,72	+ 4,67
23	39 2,58	44 37,81	28 54,63	−0,81	+ 4,12
30	20 45,76	43 54,46	31 54,31	−0,62	+ 1,07
Mai 1	8 6 48,31	43 51,20	32 5,75	−0,75	− 2,15
2	2 50,16	43 48,63	32 9,82	−0,92	− 2,13
3	7 58 52,24	43 46,74	32 6,75	−1,08	+ 0,83
4	54 54,50	43 44,95	32 1,92	−0,65	+ 1,35
8	39 12,15	43 46,29	31 2,50	− 0,62	+ 1,86
9	35 18,60	43 48,38	30 37,26	−0,67	+ 2,13
11	27 32,63	43 54,48	29 40,40	−0,67	− 3,13

Saturn.

1838	Mittl. Zeit in Kremsm.	AR.	Decl.	Δα	Δδ
Mai 8	12^{h} 32′ 5″69	15 37 27,46	−17° 2′ 28″45	−0″34	−15″43
9	27 52,01	37 9,71	1 27,41	−0,49	−15,68
11	19 23,68	36 33,45	−16 59 26,42	−0,26	−14,98
12	15 9,69	36 15,36	58 22,73	−0,22	−17,97
13	10 56,19	35 57,48	57 23,50	−0,45	−16,41
25	11 20 9,28	32 20,52	45 31,20	−0,64	−12,88
27	11 41,97	31 44,85	43 35,95	−0,45	−13,59
Jun. 10	10 12 46,78	27 51,92	31 27,69	−0,86	−11,16
15	9 51 52,64	26 36,98	27 41,32	−0,32	−16,85
18	39 22,91	25 55,60	25 39,97	−0,69	−17,75
23	18 38,98	24 51,31		−0,59	
24	14 31,06	24 39,09	−17 22 12,23	−0,35	−15,17
25	10 23,56	24 27,60	21 44,27	−0,53	−14,02
Jul. 1	8 45 44,94	23 24,09	−16 19 4,95	−0,42	−14,13
2	41 39,71	23 14,82	18 44,72	−0,57	−12,79
Jul. 13	7^{h} 57′ 4″13	15^{h} 21′ 54″20	−16° 16′ 19″06	−0″61	−13″31
14	53 3,42	21 48,95	16 14,16	−0,45	−13,99
15	49 2,84	21 44,23	16 13,34	−0,64	−11,55
17	41 2,25	21 35,45	16 6,46	−0,31	−16,68
18	37 3,10		16 11 37		−13,19
20	29 4,74	15 21 25 53	−16 16 15,20	− 0,24	−16,68

Uranus.

1838	Mittl. Zeit in Kremsm.	AR.	Decl.	Δα	Δδ
Sept. 1	12^{h} 6′ 44″19	22^{h} 49′ 22″68	− 8° 22′ 41″55	+4″74	+21″05
2	2 39,13	49 13,60	23 35,95	+4,88	+21,00
3	11 58 34,48	49 4,90	24 28,75	+4,64	+19,38
4	54 29,79	48 56,02	25 22,48	+4,58	+18,75
5	50 24,51	48 46,91	26 19,37	+4,74	+21,36
18	10 57 23,64		37 46,61		+20,73
19	53 19,61	46 44,03	38 38,65	+4,80	+21,91
21	45 11,46	46 28,01	40 20,62	+3,97	+23,65
25	28 54,43	45 54,36	43 31,46	+4,76	+19,70
28	16 43,32	45 30,81	45 50,25	+4,51	+18,03
29	12 39,34	45 22,85	46 35,01	+4,72	+17,16
Oct. 1	4 32,20	45 7,51	48 4,98	+4,82	+17,76
3	9 56 25,94	44 53,29	49 32,60	+4,22	+18,64
11	24 3,91	43 58,29	54 51,63	+4,35	+19,81
17	8 59 51,96	43 22,43	58 15,69	+4,41	+19,49
22	39 47,45	42 56,43	− 9 0 37,57	+4,58	+16,15
23	35 46,82	42 51,65	1 5,70	+4,65	+18,13

Vesta.

1838	Mittl. Zeit in Kremsm.	AR.	Decl.	Δα	Δδ
Dec. 13	13^{h} 19′ 53″19	6^{h} 48′ 48″84	+21° 6′ 12″93	+1″36	−20″77
23	12 30 18,64	38 31,87	42 36,68	+1,16	−22,24
24	12 25 16,41	6 37 25,64	46 16,40	+1,38	−19,04
1839					
Jan. 4	11 29 45,17	6 25 6,82	+22 26 28,49	+1,19	−17,42

Juno konnte ihrer bedeutenden Lichtschwäche wegen zur Zeit ihrer Opposition am hiesigen Meridiankreise nicht beobachtet werden.

Mondculminationen, beobachtet am Meridiankreise der Sternwarte in Kremsmünster sammt ihrer Vergleichung mit dem Berliner Astron. Jahrbuche.

1838	AR. des Mond-Centrum im Meridian.	Declination des Mondcentrum im Meridian.	Δα	Δδ
Januar 1	23^{h} 26′ 6″17	− 6^{h} 17′ 58″01	+ 0″57	+ 9″02
3	1 8 38,32	+ 7 18 40,81	+ 0,53	+ 7,71
Febr. 5	6 24 0,40	+28 21 1,20	+ 0,13	− 4,01
6	7 21 11,10	+27 15 47,87	+ 0,17	− 3,09
März 11	11 54 3,84	+ 2 9 57,96	− 0,49	− 2,13
April 2	7 39 55,94	+26 46 42,53	+ 1,03	− 1,72
5	10 11 7,10	+15 9 24,31	+ 0,39	− 0,30
Mai 3	10 39 26,10		+ 0,55	
4	11 23 16,50	+ 6 15 46,49	+ 0,35	− 8,01
8	14 22 39,71	−16 36 31,75	− 0,11	+ 3,56
9	15 14 2,16	−21 24 2,46	− 0,24	+ 1,48
Juli 6	18 25 39,29	−28 20 41,96	+ 0,42	− 0,18
August 4	20 5 22,20	−25 9 24,46	+ 0,66	− 2,31
Septbr. 1	20 36 35,26	−23 14 14,23	+ 0,23	+ 4,01
Septbr. 2	21^{h} 38′ 5″59	−17° 57′ 9″49	+ 0″44	+ 2″98
3	22 36 48,10		+ 1,03	
4	23 33 13,57	− 4 5 10,90	+ 0,88	− 0,42
28	20 7 1,55	−25 11 51,10	+ 0,46	+ 9,62
29	21 7 50,87	−20 48 26,91	+ 0,31	+ 8,34
Octbr. 1	23 3 10,84	− 8 5 11,27	+ 0,19	+11,44
Nov. 26	0 1 55,19	+ 0 2 10,60	+ 0,24	+ 6,42
27	0 54 50,55	+ 7 7 54,90	+ 0,31	+ 9,02
28	1 50 0,49	+13 54 41,05	+ 0,32	+ 5,55
Dec. 21	22 0 46,55	−15 2 35,11	+ 0,86	+ 3,73
22	22 53 44,18	− 8 44 0,91	+ 0,52	+ 6,85
23	23 45 12,32	− 1 56 5,93	+ 0,32	+ 4,71
24	0 36 33,49	+ 5 0 0,55	+ 0,58	+ 5,97

Mondsterne, beobachtet am Meridiankreise der Sternwarte in Kremsmünster.

1838.	Gestirn.	Sternz. d. Culm.	Fädenzahl.
Januar 1	73 h Aquarii	$22^{h}44'\ 8''68$	5
	95 χ^2 Aquarii	23 10 31,01	5
	Mond I	23 24 58,51	5
	20 a Piscium	23 39 36,30	5
	29 q Piscium	23 53 30,88	5
3	(189) Piscium	0 39 52,99	6
	Mond I	1 7 31,90	5
	99 η Piscium	1 22 49,18	6
	110 ο Piscium	1 36 50,70	5
Febr. 5	136 C Tauri	6 43 9,99	2
	44 κ Aurigæ	6 5 4,58	5
	Mond I	6 22 49,32	5
	27 ε Geminorum	6 33 59,15	5
6	27 ε Geminorum	6 33 58,92	5
	46 τ Geminorum	7 0 50,62	5
	Mond I	7 20 1,36	5
	78 β Geminorum	7 35 24,99	5
	9 μ′ Cancri	7 56 43,18	5
März 11	3 ν Virginis	11 37 33,76	5
	5 β Virginis	11 42 17,02	4
	Mond II	11 55 4,54	5
	15 η Virginis	12 41 38,86	5
April 2	60 ı Geminorum	7 15 40,18	5
	66 α Geminorum	7 24 15,72	5
	Mond I	7 38 46,17	5
	19 λ Cancri	8 10 54,69	5
	23 φ^2 Cancri	8 16 59,85	5
5	27 ν Leonis	9 49 31,66	6
	30 η Leonis	9 58 31,25	6
	Mond I	10 10 4,14	5
	47 ρ Leonis	10 24 18,34	5
	53 l Leonis	10 40 45,82	5
Mai 3	41 γ Leonis	10 11 3,54	5
	47 ρ Leonis	10 24 17,95	5
	Mond I	10 38 23,95	5
	63 χ Leonis	10 56 41,18	5
	77 σ Leonis	11 12 48,64	5
4	63 χ Leonis	10 56 41,03	5
	77 σ Leonis	11 12 48,38	5
	Mond I	11 22 15,34	5
	3 ν Virginis	11 37 33,55	5
	5 β Virginis	11 42 17,18	5
8	100 λ Virginis	14 10 23,44	5
	Mond I	14 21 34,53	5
	9 α^2 Libræ	14 41 57,80	3
	20 γ Libræ	14 54 38,65	5
9	9 α^2 Libræ	14 41 57,73	3
	20 γ Libræ	14 54 38,36	5
	Mond II	15 15 10,46	5
	42 χ Libræ	15 30 45,41	5
	7 δ Scorpii	15 50 48,16	3
Juli 6	19 δ Sagittarii	17 10 40,72	5
	Mond I	18 24 23,45	5
	34 σ Sagittarii	18 45 16,18	5
	40 τ Sagittarii	18 56 52,52	6

1838.	Gestirn.	Sternz. d. Culm.	Fädenzahl.
August 4	52 h^2 Sagittarii	19 26 53,94	4
	62 c Sagittari	19 52 44,92	5
	Mond I	20 4 6,80	5
Septbr. 1	62 c Sagittarii	19 52 44,99	5
	(146) f Capricorni	20 20 4,17	5
	Mond I	20 35 21,11	5
	34 ζ Capricorni	21 17 28,26	5
	39 ε Capricorni	21 28 3,52	5
2	34 ζ Capricorni	21 17 28,34	5
	39 ε Capricorni	21 28 3,91	5
	Mond I	21 36 53,19	5
	33 ι Aquarii	21 57 44,44	5
	57 σ Aquarii	22 22 7,56	5
3	33 ι Aquarii	21 57 44,52	5
	57 σ Aquarii	22 22 7,65	5
	Mond I	22 35 37,38	5
	90 φ Aquarii	23 5 59,30	5
	8 κ′ Piscium	23 18 41,14	5
4	90 φ Aquarii	23 5 59,24	5
	8 κ′ Piscium	23 18 40,94	5
	Mond II	23 34 23,33	5
	29 q Piscium	23 53 34,58	5
28	52 h^2 Sagittarii	19 26 53,67	5
	62 c Sagittarii	19 52 44,61	5
	Mond I	20 5 47,94	5
	16 ψ Capricorni	20 36 33,11	5
	22 η Capricorni	20 55 13,90	5
29	22 η Capricorni	20 55 14,00	5
	Mond I	21 6 38,56	5
	40 γ Capricorni	21 31 9,82	5
	49 δ Capricorni	21 38 8,73	4
Octbr. 1	57 σ Aquarii	22 22 7,52	5
	Mond I	23 2 1,05	5
	8 κ′ Piscium	23 18 40,82	5
	20 n Piscium	23 39 40,24	5
Nov. 26	29 q Piscium	23 53 34,82	5
	Mond I	0 0 47,77	5
	44 t Piscium	0 17 9,63	5
	(189) Piscium	0 39 57,00	5
27	44 t Piscium	0 17 9,49	5
	(189) Piscium	0 39 57,03	5
	Mond I	0 53 42,18	5
	99 η Piscium	1 22 53,06	5
	110 ο Piscium	1 36 54,51	5
28	110 ο Piscium	1 36 54,59	5
	99 η Piscium	1 22 53,11	5
	Mond I	1 48 50,30	5
	27 ψ Arietis	2 21 59,77	5
	32 ν Arietis	2 29 41,92	5
Dec. 21	Mond I	21 59 37,96	5
	57 σ Aquarii	22 22 6,70	5
	73 λ Aquarii	22 44 12,15	5
22	57 σ Aquarii	22 22 6,89	5
	73 λ Aquarii	22 44 12,14	5
	Mond I	22 52 36,93	5
	8 κ′ Piscium	23 18 40,39	5

1838	Gestirn.	Sternz. d. Culm.	Fädenzahl.
Dec. 23	8 κ' Piscium	23ʰ 18' 40"95	5
	Mond I	23 44 5,60	5
	44 t Piscium	0 17 9,21	5

1838	Gestirn.	Sternz. d. Culm.	Fädenzahl.
Dec. 24	44 t Piscium	0ʰ 17' 9"09	5
	Mond I	0 35 26,35	5
	71 ε Piscium	0 54 35,78	5
	98 μ Piscium	1 21 45,63	5

Sternbedeckungen.

				M. Z. Kremsm.	
1835	Jan. 6.	35 Ceti	Eintr.	10ʰ 38' 49"3	Beob. zweifelh.
	April 9.	46 i Leonis	—	9 28 6,8	
	Mai 6.	30 η Leonis	—	6 41 30,5	
	Oct. 26.	27 ψ Sagitt.	—	7 19 31,7	
1836	Oct. 15.	(359) Sagitt.	—	5 53 12,6	
1837	März 14.	(43) Aurigæ	—	10 37 19,2	Beob. zweifelh.
	16.	2 ω' Cancri	—	7 41 31,4	
	Oct. 12.	10 Ceti	—	8 4 47,2	Beob. zweifelh.
1838	Febr. 5.	49 e Aurigæ	Eintr.	9ʰ 20' 18"7	
	Sept. 2.	43 κ Capric.	—	7 41 32,5	
	Dec. 22.	85 h³ Aquarii	—	6 53 24,4	

Beobachtung der Sonnenfinsternifs von 1839 März 15.
Eintritt 4ʰ 7' 50"7 mittl. Zeit in Kremsm.
Austritt 5 25 11,4 ——— ———

Der Sonnenrand war sehr wallend, besonders beim Austritt des Mondes, die Sonne nahe am Untergange, daher die Zeit des Austritts sehr unsicher.

M. Koller.

Schreiben des Herrn *Fischer* in Apenrade an den Herausgeber.

1839. April 13.

Zur Bestimmung unserer Länge habe ich bis jetzt nur die bereits in Nr. 346 der Astr. Nachr. angeführten Beobachtungen erhalten. Bei dieser Gelegenheit mufs ich mit Bedauern bemerken, dafs ein Schreibfehler die Angabe des *d* aus dem in Altona beobachteten Eintritt entstellt hat, ein Irrthum, den ich erst später erfuhr; ich habe deshalb die Berechnung von neuem und mit der etwas veränderten Abplattung von $\frac{1}{302,78}$ durchgemacht, und die untenstehenden Resultate erhalten. Meine drei Längenbestimmungen für Apenrade sind demnach:

1835	Aug. 19.	Austritt von ε Gemin. (aus Verbindung mit Altona)...............................	28' 17"53 östl. von Paris.
1836	Nov. 10.	Sonnenfinsternifs. Aus den beiden Ringerscheinungen finde ich meine Angaben der Rechnung des Herrn Dr. *Peters* substituirt....................................	25,79
1837	Mai 10.	Eintritt von λ Cancri (aus Verbindung mit Cracau)...............................	22,90
		Mittel	28' 22' 07

Die untenstehend angeführten Sternbedeckungen sind nach der *Bessel*schen Methode, die *Jahn* in seiner practischen Astronomie Th. 2. S. 92 etc. anführt, mit 6stelligen Logarithmen und der Annahme der Erdabplattung $= \frac{1}{302,78}$ berechnet. Da der Nautical Almanach gebraucht wurde, so beziehen sich die Meridiandifferenzen auf Greenwich, und sind: $d + a\varepsilon + b\xi$.

	Tag.		Stern.	Astr. Nachr.	Beobachtungsort.	*d*	*a*	*b*
1834	Octbr.	21.	ι Tauri	Nr. 332	Altona, Eintritt	+ 39' 51"78	+ 1,968	— 1,014
	Novbr.	13.	ν Piscium	332	Altona, Eintritt	+ 39 52,85	+ 2,028	+ 1,488
	Decbr.	11.	ξ¹ Ceti	332	Altona, Eintritt	+ 39 51,19	+ 2,022	— 0,042
1835	Febr.	11.	43 γ Cancri	307	Cracau, Eintritt	+1ʰ 19 55,54	+ 1,758	+ 0,198
	April	5.	ε Geminorum	312	Dorpat, Eintritt	1 47 2,76	+ 1,946	+ 1,616
				321	Bujukdere Eintr.	1 56 26,50	+ 1,946	— 0,607
					Bujukdere Austr.	1 57 38,68	+ 1,944	— 0,100
	April	6.	κ Geminorum	332	Altona Eintritt	0 39 54,53	+ 1,890	+ 1,422
					Altona Austritt	0 39 44,46	+ 1,890	— 2,256
	April	9	ι Leonis	307	Krakau, Eintritt	1 19 43,87	+ 1,710	+ 0,420
				307	Kremsm., —	0 56 22,82	+ 1,710	+ 0,030
				325	Wien, —	1 5 21,53	+ 1,710	+ 0,132
	Mai	6.	η Leonis	307	Kremsmünster, Eintr.	0 56 48,51	+ 1,794	+ 1,548
	Juni	9.	10 Scorpii	325	Wien, Eintritt	1 8 32		
	Juni	10.	ϑ Ophiuchi	332	Altona, Eintritt	0 39 47,51	+ 1,602	+ 0,468
				307	Cracau, —	1 19 56,17	+ 1,602	+ 0,648
	Juli	6.	45 λ Libræ	307	Cracau, —	1 19 49,70	+ 1,638	+ 1,818

	Tag.	Stern.	Astr. Nachr.	Beobachtungsort.		d	a	b
1835	August 18.	132 B Tauri	Nr. 332	Altona	Eintritt	0h 39′ 39″12	+ 1,980	+ 0,822
					Austritt	0 39 38,72	+ 1,980	− 0,294
	August 19.	ε Geminorum	332	Altona	Eintritt	0 39 48,76	+ 1,944	+ 0,072
					Austritt	0 39 49,54	+ 1,944	− 0,312
			346	Apenrade	Eintritt	0 37 25,82	+ 1,944	+ 0,228
					Austritt	0 37 41,75	+ 1,944	− 0,216
	Octbr. 26.	ψ Sagittarii	307	Kremsmünster, Eintr.		0 56 42,42	+ 1,686	+ 1,530
1835	Novbr. 25.	35 Capricorni	307	Cracau, Eintritt		1 20 17,13	+ 1,758	+ 0,042
1836	Januar 12.	α^1 Libræ	312	Greenwich	Eintr.	− 0 0 1,36	+ 1,687	− 2,501
					Austr.	+ 0 0 0,44	+ 1,687	− 1,324
		α^2 Libræ	312	Greenwich, Eintr.		+ 0 0 4,66	+ 1,687	− 2,972
	Febr. 20.	μ Piscium	312	Greenwich, Eintr.		+ 0 0 8,53	+ 1,901	+ 0,485
	März 6.	λ Virginis	312	Greenwich	Eintr.	+ 0 0 5,9	+ 1,71	− 1,71
					Austr.	+ 0 0 37,4		
	April 25.	η Leonis	332	Altona	Eintr.	+ 0 39 42,49	+ 1,899	+ 2,124
					Austr.	+ 0 39 58,90	+ 1,898	− 4,280
			312	Greenwich	Eintr.	− 0 0 0,94	+ 1,899	+ 0,867
					Austr.	+ 0 0 5,10	+ 1,898	− 1,740
			335	Cracau, Eintritt		+ 1 19 46,40	+ 1,899	+ 3,710
	Mai 26.	θ Virginis	312	Greenwich, Eintr.		− 0 0 8,47	+ 1,720	− 5,628
	Mai 29.	δ Scorpii	312	Greenwich, Eintr.		+ 0 0 12,07	+ 1,589	− 0,148
	Juni 29.	ω^1 Sagittarii	328	Brüssel	Eintritt	+ 0 17 17,00	+ 1,587	+ 1,877
					Austritt	+ 0 17 55,78	+ 1,587	− 1,478
		α Sagittarii	328	Brüssel, Eintritt		+ 0 17 8,26	+ 1,587	+ 1,105
	Juli 23.	δ Scorpii	332	Altona, Eintritt		+ 0 39 55,98	+ 1,667	+ 1,372
			328	Brüssel	Eintritt	+ 0 17 37,83	+ 1,667	+ 1,188
					Austritt	+ 0 18 12,03	+ 1,667	− 1,294
	Septbr. 10.	(170) Capric.	335	Cracau, Eintritt		+ 1 20 5,18	+ 1,679	+ 0,732
	Octbr. 26.	A′ Tauri	332	Altona, Eintritt		+ 0 39 42,31	+ 1,942	+ 0,777
1836	Decbr. 24.	2 ω′ Cancri	332	Altona	Eintritt	+ 0 39 28,41	+ 2,030	+ 4,364
					Austritt	+ 0 41 39,59	+ 2,030	− 4,104
1837	März 15.	47 Geminor.	349	Cracau, Eintritt		+ 1 19 36,87	+ 2,028	− 6,312
	März 16.	ω′ Cancri	349	Cracau, Eintritt		+ 1 20 16,10	+ 2,032	− 0,257
	Mai 10.	λ Cancri	346	Apenrade, Eintritt		+ 0 37 56,30	+ 2,025	− 2,111
			349	Cracau, Eintritt		+ 1 20 4,35	+ 2,025	− 1,721
	August 14.	(170) Capric.	349	Cracau, Eintritt		+ 1 20 3,72	+ 1,582	+ 0,496
1837	Novbr. 10.	54 Ceti	349	Cracau, Eintritt		+ 1 20 10,17	+ 1,711	− 1,505

Anmerkungen.

1835 April 5. Der Austritt in Bujukluman scheint zu spät beobachtet worden zu seyn.

Aug. 19. Der Eintritt in Apenrade ist unsicher beobachtet.

Juni 9. Wenn der Stern der richtige ist, muſs wohl ein Irrthum in der Zeitangabe vorhanden seyn.

1836 März 6. Der Eintritt ist als zweifelhaft bemerkt, scheint jedoch gut zu stimmen; der Austritt giebt ein ganz abweichendes Resultat, vielleicht gehört das Zweifelzeichen hierhin.

Mai 26. Von der Angabe der Zeit ist 1 Minute abgezogen, worauf obiges Resultat erhalten wurde.

1836 Dec. 24. Der Stern wird als durch das starke Mondslicht sehr geschwächt angeführt; der Austritt scheint verfehlt zu seyn.

In der angegebenen Nummer der Astron. Nachr. ist die Beobachtung angeführt.

Auſser den bereits angeführten Ergebnissen für Apenrade unterlasse ich, weitere Resultate aus dem Mitgetheilten zu ziehen, was bis zur Kenntniſs correspondirender Beobachtungen auch wohl füglich ausgesetzt werden darf. Sollte die Mittheilung der Gröſsen *P*, *Q* u. s. w. gewünscht werden, so werde ich mit Vergnügen damit dienen.

Fr. Fischer.

Altona 1839. October 3.

Register.

K.

L.

M.



